

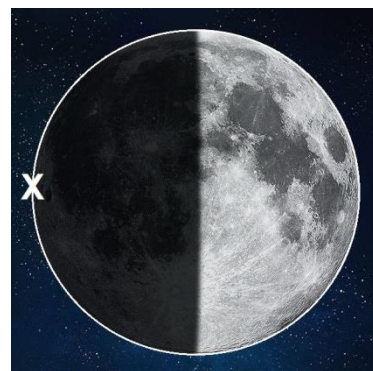
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XXVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг на олимпиадата по астрономия
Димитровград, 10 май 2025 г.
Възрастова група XI-XII клас, първи тур

Задача 1. Планетата Наско 7. През 2025 г. бившият участник в олимпиадата Атанас Стефанов (випуск 2019 г.) откри трета екзопланета, обикаляща около звездата GJ 3998. Звездата е червено джудже с маса 0,52 слънчеви маси, радиус 0,50 слънчеви радиуса и фотосферна температура 3730 K. Трите планети около звездата са обозначени GJ 3998 b, GJ 3998 c и GJ 3998 d, като планетата b е на най-вътрешна орбита, а планетата d – на най-външна. Приемете, че орбитите на планетите са кръгови и лежат в една равнина. На Фигура 2 е дадена кривата налъчевите скорости на звездата, апроксимираща най-добре спектралните данни.

- **А)** Пресметнете минималната възможна маса на планетата b в земни маси. [4 т.]
- **Б)** Представете си, че сте на повърхността на планетата d. През какъв интервал от време планетата c ще има същите небесни координати като звездата? [3 т.]
- **В)** Пресметнете приблизително средната температура на повърхността на планетата c в градуси по Целзий, приемайки, че планетата е земеподобна. [3 т.]
- **Г)** В действителност, представените данни са коригирани за магнитна активност. Магнитната активност на звездата поражда големи тъмни петна. Защо петната влияят на наблюдаваната крива налъчевите скорости? Подкрепете отговора си с примерна схема. [2 т.]

Задача 2. Три обекта на лунното небе. В момент на първа четвърт вие се намирате на лунната повърхност, в най-източната на земното небе точка по видимия лунен диск (маркирана с X на Фигура 1). Изображението на Фигура 1 е за наблюдател, който вижда точката X в зенита. Движете се директно към Земята, със скорост 10 m/s по лунната повърхност. Както на Земята, на лунния хоризонт изток е посоката, към която се движи повърхността при околоосното въртене. На височина 9 градуса над точката изток по математическия хоризонт наблюдавате три природни обекта. Всеки от обектите е с нулева скорост спрямо вас.



Фигура 1. Място по лунния диск.

- Обект А е на разстояние от вас $d_A = 300 \text{ km}$.
- Обект В е на разстояние от вас $d_B = 300\,000 \text{ km}$.
- Обект С е на разстояние от вас $d_C = 300\,000\,000 \text{ km}$.

За всеки от трите обекта:

- Опишете предстоящата траектория с подходящ чертеж и с подходящи количествени параметри, като приемете, че не действат други сили освен гравитационните.
- Посочете на чертежа положението на точката, в която обектът ще има (или е имал) максимална скорост спрямо масивното тяло, което му действа с най-голяма гравитационна сила в момента на наблюдението.
- Изчислете тази скорост.
- Изчислете разстоянието от точката до това масивно тяло. Ако точката е на повърхността на тялото, изчислете къде по повърхността е.

3 обекта \times [4 т.] = [12 т.]

Указание:

Формули без чертеж няма да бъдат оценявани при проверката!

Приемете, че Луната се движи по кръгова орбита в равнината на еклиптиката и равнината на лунния екватор.

Задача 3. Лазерна локация на Луната. Методът на лунната лазерна локация се основава на измерване на времето, нужно на лазерен лъч от Земята да се върне обратно от т. нар. ретрорефлектор, монтиран на лунната повърхност. Свърхточното определяне на разстоянието до Луната дава възможност да се изследват например земната прецесия и общата теория на относителността.

Астронавтите от мисията Аполо 15 оставят на Луната ретрорефлектор, който и до днес се използва за лазерна локация. Той представлява плоскост със страна $l = 85$ cm, по която са разположени равномерно $n = 300$ малки отражателя. Всеки отражател може да се разглежда като диск с ефективен диаметър $D_{\text{eff}} = 2,6$ cm. Поради лунния прах по тях, отражателите връщат само част $k = 0,1$ от идващото излъчване.

Обсерваторията Apache Point в щата Ню Мексико разполага с най-добрите възможности за лазерна локация. Тя изпраща към Луната лазерни импулси с дължина на вълната $\lambda = 532$ nm, всеки от които има енергия $E = 115$ mJ и продължителност $\tau = 9 \cdot 10^{-11}$ s. Импулсите се излъчват от фокуса на телескопа и се предават от обектива (диаметър $D_T = 3,5$ m) към Луната. При изхода от телескопа снопът излъчване може да се приеме за идеално колимиран (с ъгъл на разходимост нула) и съвпадащ с главната оптична ос. При преминаване през оптичната система на телескопа и атмосферата се запазва само част $\eta = 0,5$ от излъчването. През цялото време воденето на телескопа е свързано с Луната. Всеки импулс се отразява от ретрорефлектора и върнатият към Земята сигнал се изследва със същия телескоп. При това се използва тесноивичен филтър, който пропуска част $f = 0,25$ от излъчването. Квантовата ефективност на детектора е $Q = 0,3$. Тя се явява отношението на броя засечени фотони към броя попаднали върху детектора фотони.

Характерната астрономическа видимост на мястото на обсерваторията е $\phi = 1''$. Това означава, че в резултат на атмосферната турбулентност точков източник на небето се размазва до кръгче с именно такъв ъглов диаметър. Може да приемете, че в рамките на това кръгче интензитетът се разпределя равномерно.

- **А)** С каква точност α (в дъгови секунди) трябва да насочим лазера по небето към правилното място по лунния диск, така че поне някаква част от лазерното излъчване да попадне в ретрорефлектора? [1 т.]
- **Б)** Оценете на какво ъглово отстояние β (в дъгови секунди) от видимото положение на ретрорефлектора трябва да изпратим лазерния импулс, така че центърът на снопа да попадне в ретрорефлектора. Не отчитайте околоосното въртене на Земята. [2 т.]
- **В)** Оказва се, че върнатият от ретрорефлектора сигнал влиза под ъгъл γ спрямо главната оптична ос на телескопа. Намерете връзката между γ и β . [1,5 т.]
- **Г)** Оценете по порядък очаквания брой фотони N , който детекторът ще засече от един импулс след отражението му от ретрорефлектора. Опишете приближенията, които използвате. [5,5 т.]

Либрацията на Луната и продължителността на лазерния импулс са два фактора, които водят до неизбежна грешка при определянето на разстоянието от обсерваторията до ретрорефлектора. На Фигура 3 е дадена либрацията на Луната по ширина и дължина през 12 часа за период от 18,6 години. Да приемем, че равнината на ретрорефлектора е разположена перпендикулярно на направлението към Земята, когато либрацията по ширина и дължина е нула. Ретрорефлекторът е монтиран на селенографска ширина $\varphi = 26^\circ$ N.

- **Д)** Оценете грешката Δr (в сантиметри) при определяне на разстоянието обсерватория-ретрорефлектор, когато условията на либрация са най-лоши за целта. [3 т.]

Задача 4. Ета Кил. Звездата Ета Кил има далеч най-голяма светимост измежду всички звезди, видими с просто око на нощното небе. Тя е представител на т.нар. ярки сини променливи. Това са масивни звезди към края на живота си, които спорадично претърпяват гигантски избухвания, с което изхвърлят голяма част от масата си.

В резултат на такова избухване, наблюдавано около 1843 г., Ета Кил изхвърля практически наведнъж огромно количество газ и прах с набор от различни постоянни скорости, насочени радиално навън от звездата. Това води до появата на мъглявината Хомункулус. Тя има биполярна структура с екваториален диск и два издатъка по оста ѝ на симетрия. Издатъците са на практика кухи, тоест изхвърленият прах е съсредоточен в тънка черупка с определена дебелина.

През 2000 г. с помощта на телескопа Хъбъл е изследван спектърът на мъглявината. Ориентацията на процепа на спектрографа е избрана да съвпада с оста на симетрия на мъглявината, както е показано на Фигура 4. Издатъкът в долния ляв край на фигурата (SE) е по-близък до наблюдателя и при него оптичната плътност е по-голяма. Това означава, че при него се засича излъчване само от обърнатата към нас негова страна, докато при другия издатък се засича излъчване и от предната, и от задната му страна, което прави анализа на спектъра значително по-сложен. По-нататък в задачата се работи само със спектрите на издатъка SE и на екваториалния диск.

По дължината на целия процеп се разглежда профилът на линията [Ni II] с лабораторна дължина на вълната $\lambda_0 = 7380 \text{ \AA}$. За пример на Фигура 5 е показан нейният профил на позиции $2,15'' \text{ NW}$ и $4,56'' \text{ SE}$ по процепа (позицията нула е при централната звезда). На фигурата дължината на вълната е директно превърната в съответстващата ѝ по ефекта на Доплер лъчева скорост. Всички лъчеви скорости не са спрямо Слънцето, а са вече коригирани така, че да са относно централната звезда. Фигура 6(а) обобщава интензитета на линията в зависимост от позицията по процепа. Фигура 6(б) указва схематично елементите на спектъра. Скоростите от участък 1 са свързани с емисионни линии на разширяващия се газ по черупката. Участък 2 се асоциира с излъчване на газ от околностите на Ета Кил, намиращ се в покой. Това излъчване се отразява дифузно към нас от праха в черупката, като в отправната система на праха отражението не променя енергията на излъчването. Участък 3 съответства на собствени емисионни линии от газа по екваториалния диск.

На Фигура 7 са дадени само максимумите на спектралните линии от участък 1 и участък 2. В първата подточка на задачата правете измерванията си по нея при позиции от $5,5'' \text{ SE}$ до $7,0'' \text{ SE}$.

- **А)** Определете разстоянието r до Ета Кил. **[6 т.]**
- **Б)** Оценете дебелината d на черупката на мъглявината Хомункулус.

Пренебрегнете инструменталната грешка при получаването на спектъра. **[3 т.]**

В Таблица 1 са дадени наблюдения за максимумите ν_r на спектралните линии по участък 3 спрямо позицията δ по процепа на спектрографа.

- **В)** Представете наблюденията на графика и от нея определете наклона на оста на мъглявината Хомункулус i спрямо зрителния лъч. **[4 т.]**

Справочни данни (по всички задачи):

Гравитационна константа

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Скорост на светлината във вакуум

$$c = 300000 \text{ km/s}$$

Константа на Планк

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

Астрономическа единица

$$r_E = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Маса на Слънцето

$$M_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Радиус на Слънцето

$$R_{\odot} = 696000 \text{ km}$$

Маса на Земята

$$M_E = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Маса на Луната

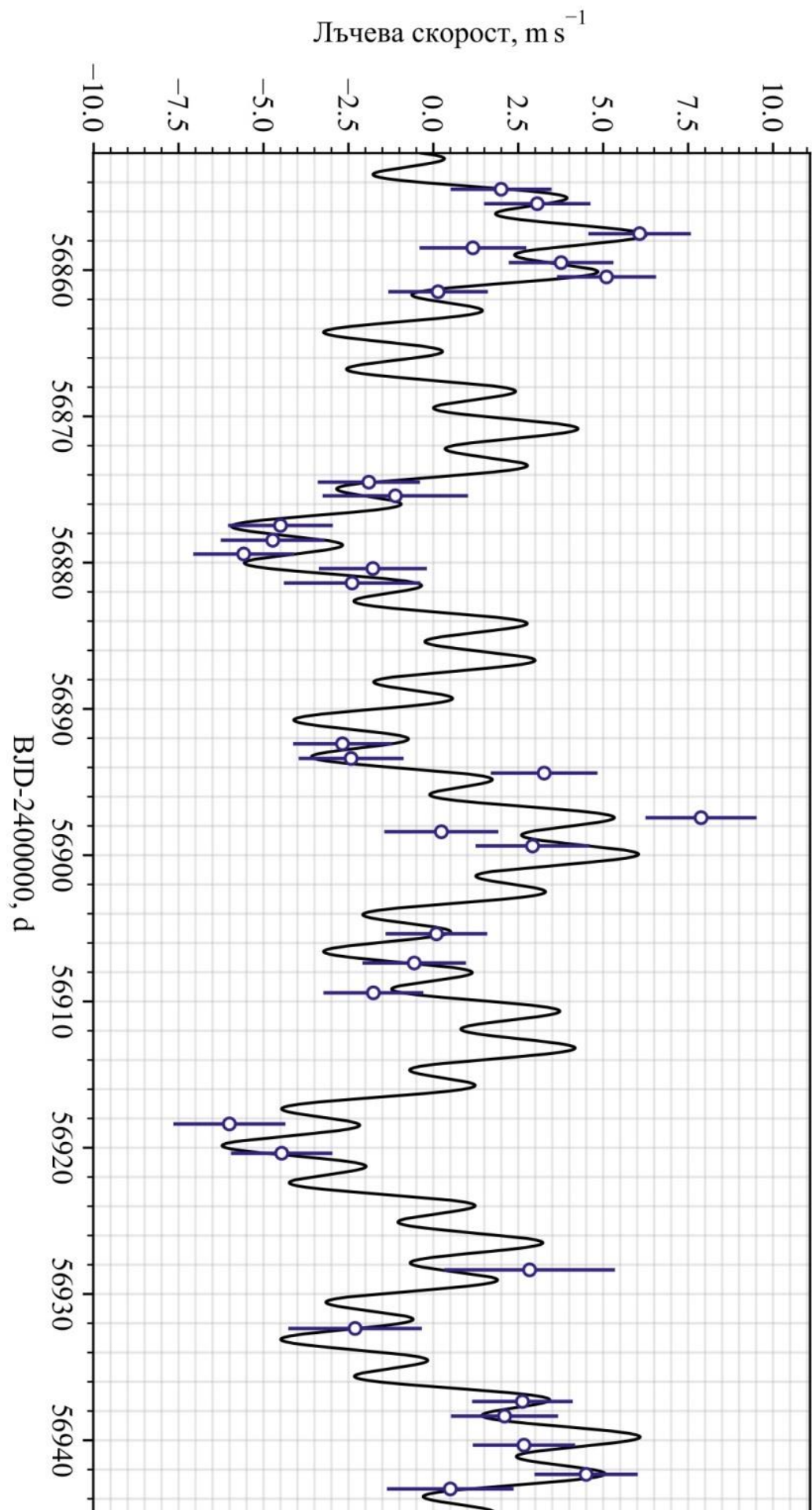
$$M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

Радиус на Луната

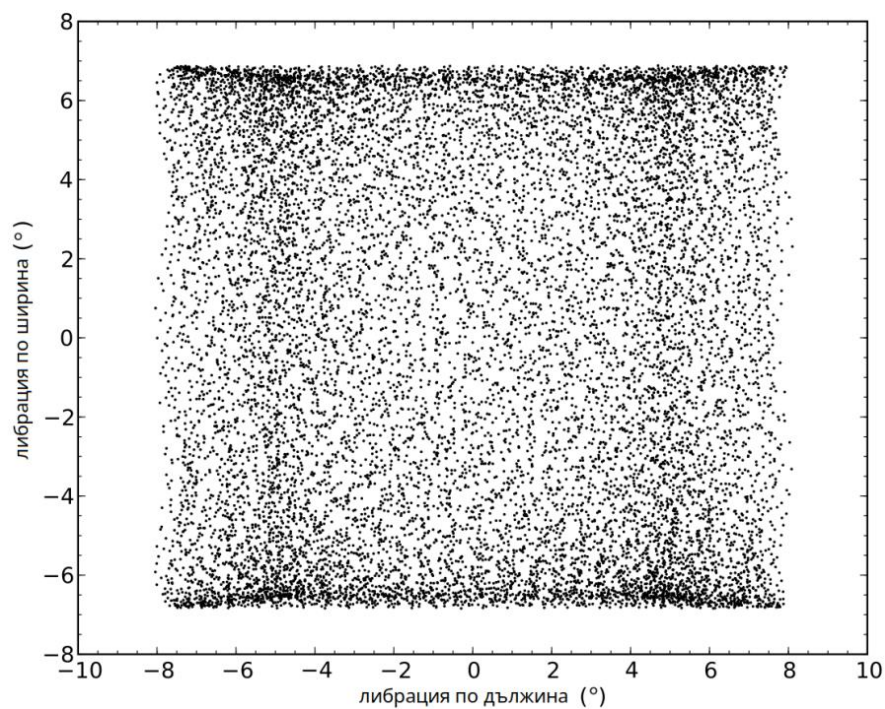
$$R_L = 1738 \text{ km}$$

Радиус на лунната орбита

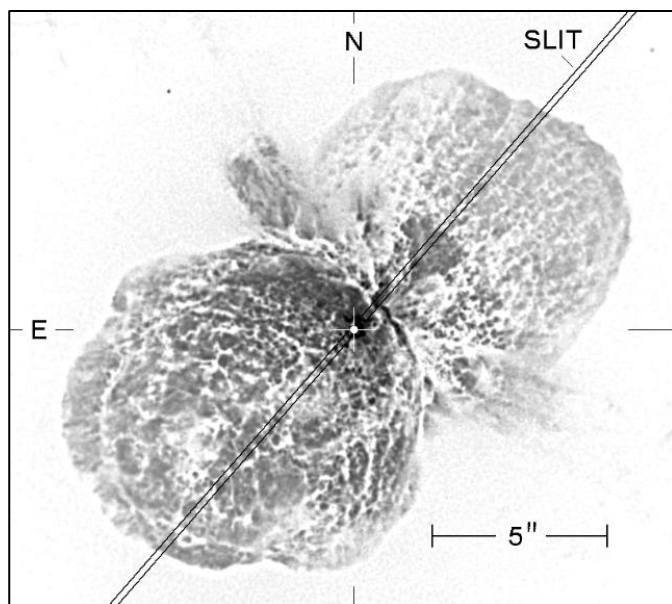
$$r_L = 384400 \text{ km}$$



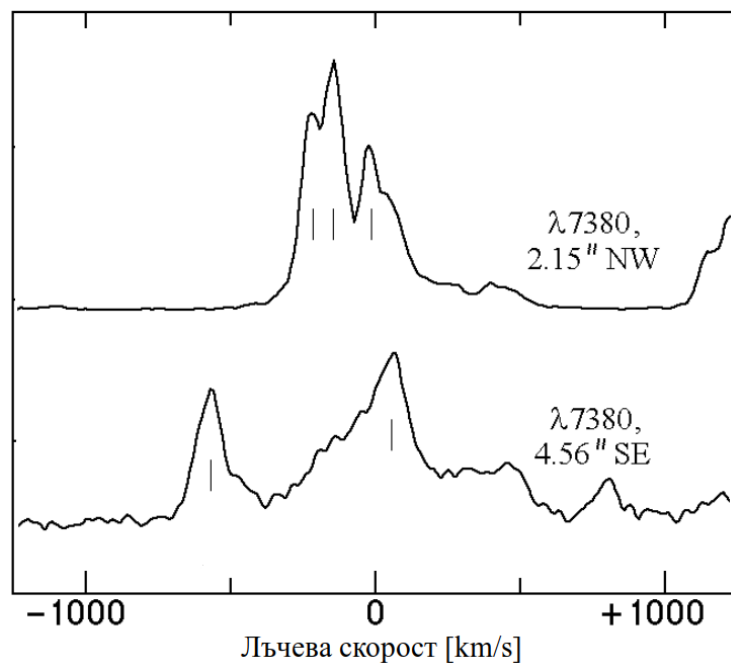
Фигура 2. Крива на лъчевите скорости на звездата GJ 3998 (към Задача 1).



Фигура 3. Данни за либрация на Луната (към Задача 3).



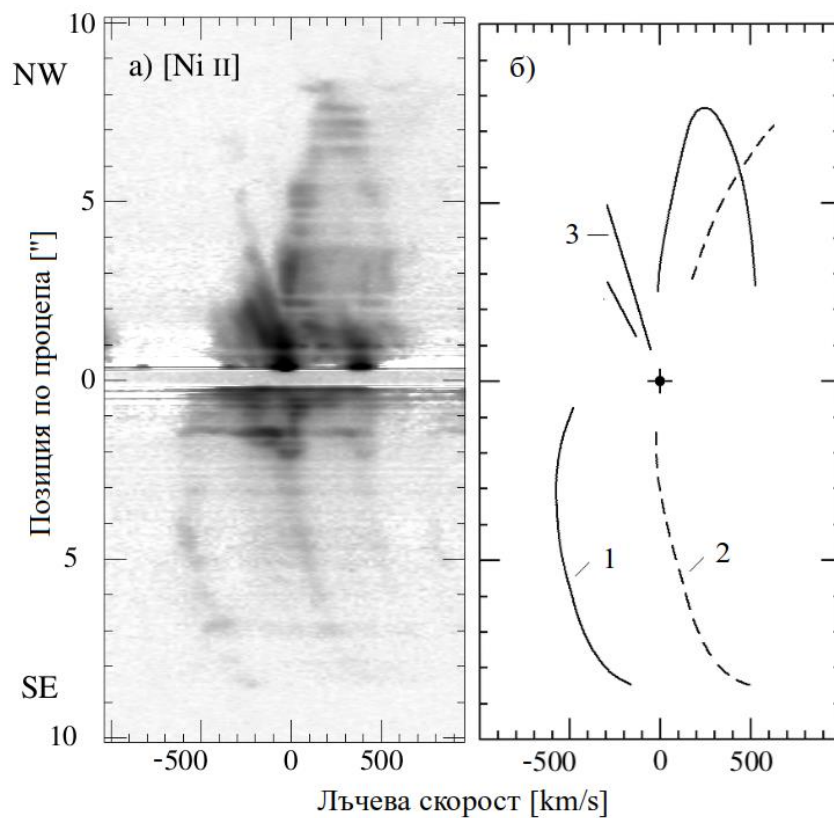
Фигура 4. Мъглявината Хомункулус (към Задача 4).



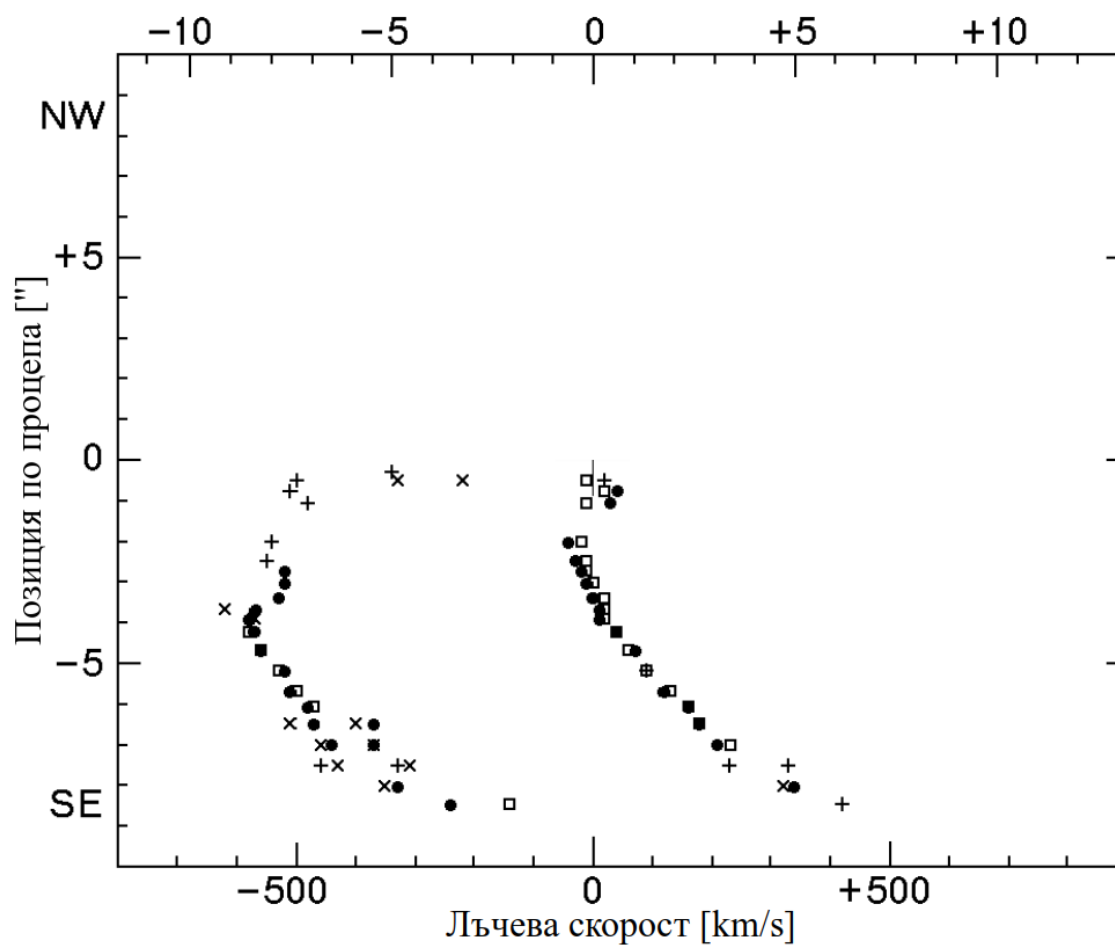
Фигура 5. Профил на линията [Ni II] на две места по процепа (към Задача 4).

| δ ["] | v_r [km/s] | δ ["] | v_r [km/s] |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1,74 | -118 | 3,48 | -208 |
| 2,13 | -139 | 3,86 | -208 |
| 2,51 | -158 | 4,30 | -247 |
| 3,02 | -168 | 4,54 | -263 |

Таблица 1. Спектрални наблюдения по участък 3 (към Задача 4).



Фигура 6. Пълен спектър на мъглявината Хомункулус (към Задача 4).



Фигура 7. Спектрални наблюдения по участъци 1 и 2 (към Задача 4).