Електрически и магнитни диполи

• На международни олимпиади се очаква да се знаят следните формули за

$$U_e = -\underline{p}_e \cdot \underline{E} \qquad U_m = -\underline{p}_m \cdot \underline{B}$$ <1>

ПЕ на дипол във външно поле

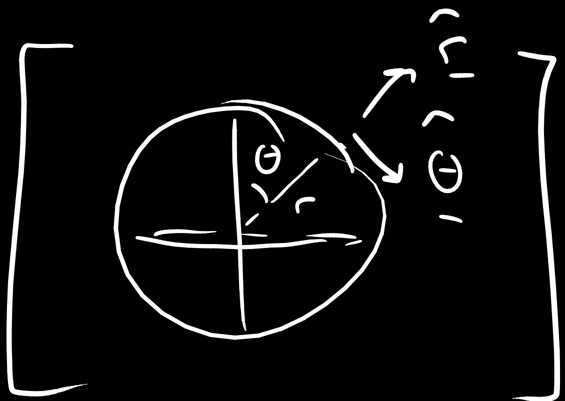
- ел. дипол с момент p_e
- магн. дипол с момент p_m

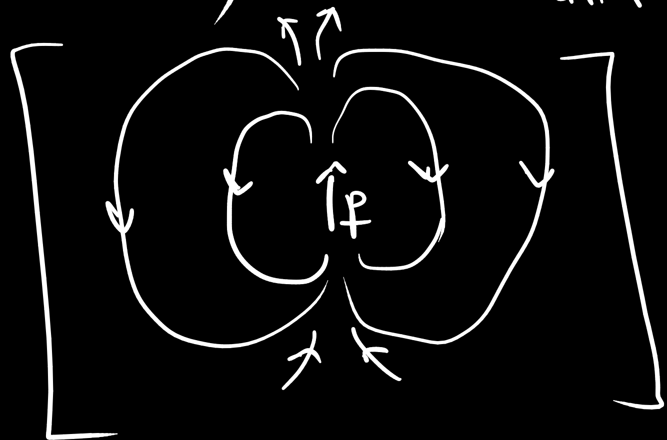
$$\underline{M} = \underline{p}_e \times \underline{E} \qquad \underline{M} = \underline{p}_m \times \underline{B}$$ <2>

въртящ момент б/у дипол във външно поле

$$\underline{E}_d = \frac{p_e}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\theta\,\hat{\underline{r}} + \sin\theta\,\hat{\underline{\theta}}\right) \qquad \underline{B}_d = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3}\left(2\cos\theta\,\hat{\underline{r}} + \sin\theta\,\hat{\underline{\theta}}\right)$$ <3>

поле на дипол





$$\underline{F} = p_e \frac{dE}{dr} \qquad \underline{F} = p_m \frac{dB}{dr}$$ <4>

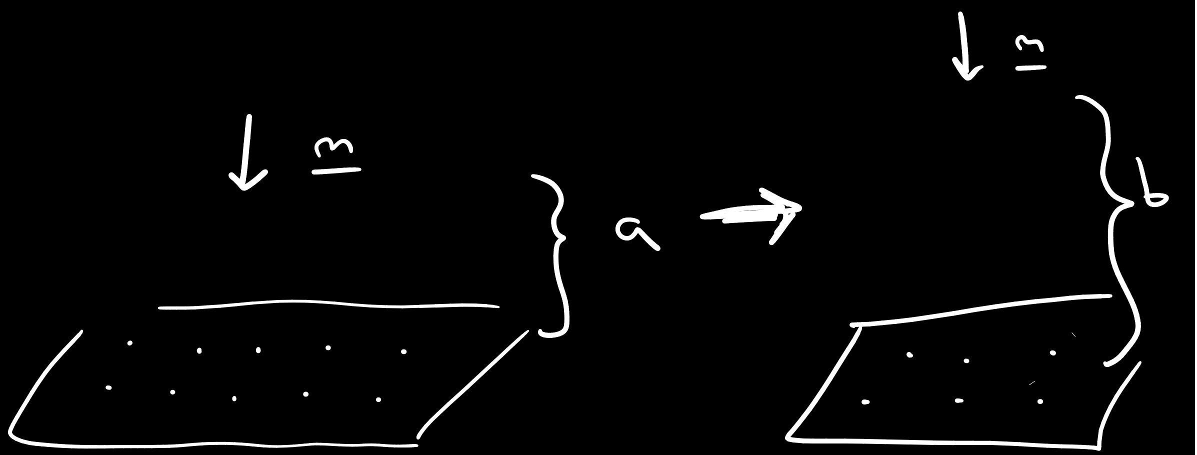
сила б/у дипол в променливо външно ел./магн. поле

$$\left[\text{идея: } \underline{F} = -\underline{\nabla} U\right]$$

e) EuPhO 2017-3

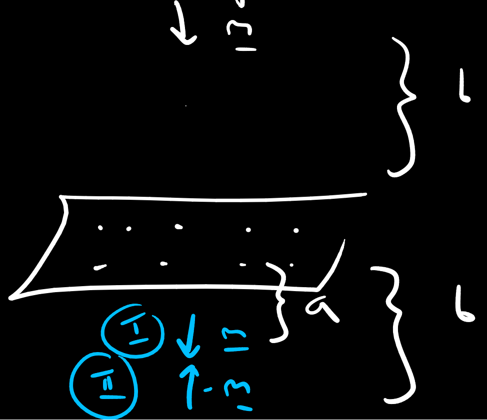
3 Superconducting mesh

Consider a mesh made from a flat superconducting sheet by drilling a dense grid of small holes into it. Initially the sheet is in a non-superconducting state, and a magnetic dipole of dipole moment m is at a distance a from the mesh pointing perpendicularly towards the mesh. Now the mesh is cooled so that it becomes superconducting. Next, the dipole is displaced perpendicularly to the surface of the mesh so that its new distance from the mesh is b. Find the force between the mesh and the dipole. The pitch of the grid of holes is much smaller than both a and b, and the linear size of the sheet is much larger than both a and b.



- След включване на свръхпроводимостта магн. поток през решетката непременно се запазва. Това идва от сложно разпределение на индуцираните токове, което обаче ще може да се симулира от диполи образи.

- Потокът винаги е като началния поток при $\underline{m}$ на a. Диполи образи, които могат да поддържат това:



II „угася" новия поток от $\downarrow \underline{m}$

I „възпроизвежда" стария поток от $\downarrow \underline{m}$

образи сим. от другата страна!

• От $\boxed{\mathrm{I}}$ за единственост това е единственият вариант за вид на полето от индуцираните токове по решетката. Взаимодействието на $\underline{m}\downarrow$ с решетката ще е с поле, което изглежда като полето, породено от $\downarrow \underline{m}$ на a и $\uparrow -\underline{m}$ на b. ⟨3⟩

• Задачата е едномерна и се интересуваме от полето/силите по $\underline{\hat{z}}$

$$B_{plane,z} \overset{\langle 3\rangle}{=} -\frac{\mu_0 m}{4\pi}\frac{1}{(z+a)^3}\cdot 2 + \frac{\mu_0 m}{4\pi}\frac{1}{(b+z)^3}\cdot 2$$

(над I)

$$\partial_z B\Big|_{z=b} = 6\frac{\mu_0 m}{4\pi}\frac{1}{(b+a)^4} + \frac{-6\mu_0 m}{4\pi}\frac{1}{(2b)^4}$$

< 0 за $b>a$

проверка:

$\downarrow$ и $\downarrow$ привл.

$\downarrow$ и $\uparrow$ отбл.

$$F_z \overset{\langle 4\rangle}{=} (-m)\left(\partial_z B\Big|_{z=b}\right) = \boxed{\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi}\left(\frac{1}{16b^4} - \frac{1}{(b+a)^4}\right)}$$