

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**  
**НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ**  
**XXVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ**

**Национален кръг на олимпиадата по астрономия**  
**Димитровград, 10 май 2025 г.**  
**Възрастова група VII-VIII клас, първи тур – Решения**

**Задача 1. Спътници на Нептун.** Нептун има 16 известни спътника, но само два от тях са открити преди 1980 г. – Тритон и Нереида. Тритон има радиус 1353 km, средна плътност  $2,06 \text{ g/cm}^3$  и обикаля около Нептун по кръгова орбита с радиус 355 000 km за 5,87 дни. Нереида има радиус 179 km, средна плътност  $1,5 \text{ g/cm}^3$  и обикаля около Нептун по силно елиптична орбита, изцяло външна за Тритон. Ексцентрицитетът на орбитата на Нереида е  $e = 0,75$ , т.е. минималното разстояние  $r_p$  до центъра на Нептун е със 75% по-малко от средното, а максималното разстояние  $r_A$  – със 75% по-голямо от средното. Тритон е известен с това, че се върти около Нептун в обратна посока спрямо останалите големи спътници и спрямо околоосното въртене на планетата, което означава, че вероятно преди време е бил планета-джудже, захваната гравитационно от Нептун.

- **А)** Колко пъти по-масивен е Тритон от Нереида? **[3 т.]**
- **Б)** Колко пъти по-голяма е площта на Тритон от тази на Гренландия? Площта на Гренландия е 2,17 милиона квадратни километра. **[3 т.]**
- **В)** Максималното разстояние между Тритон и Нереида е 9,8 пъти по-голямо от минималното. Изчислете средното разстояние  $a$  от центъра на Нептун до Нереида. То е равно на голямата полуос на орбитата на Нереида (половината от размера на орбитата). Наклоните на орбитите една спрямо друга да се пренебрегнат. **[4 т.]**

През 1989 г. е открит по-голям спътник от Нереида, наречен Протей. Протей има радиус 210 km и обикаля около Нептун по кръгова орбита с радиус 118 000 km.

- **Г)** Според III закон на Кеплер, ако два обекта обикалят около масивно тяло по кръгови орбити, то радиусите на орбитите им на 3-та степен, разделени на орбиталните им периоди на 2-ра степен, дават едно и също число ( $r^3/T^2 = \text{const}$ ). С каква скорост (в km/s) се движи Протей по орбитата си около Нептун? **[3 т.]**

**Решение:**

**А)** Масата на кълбо с радиус  $R$ , обем  $V$  и средна плътност  $\rho$  е:

$$M = \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho.$$

Оттук, отношението на масите на Тритон и Нереида е:

$$\frac{M_T}{M_N} = \left( \frac{R_T}{R_N} \right)^3 \frac{\rho_T}{\rho_N} = \left( \frac{1353}{179} \right)^3 \frac{2,06}{1,5} \approx 590.$$

**Б)** Площта на Тритон (сфера с радиус  $R_T = 1353 \text{ km}$ ) е:

$$S_T = 4\pi R_T^2 = 23,0 \cdot 10^6 \text{ km}^2.$$

Тя е приблизително **10,6 пъти** по-голяма от площта на Гренландия ( $2,17 \cdot 10^6 \text{ km}^2$ ).

**В)** От условието съставяме формулите за разстоянията от Нептун до перицентъра и апоцентъра (най-близката и най-далечната точка по орбитата на даден обект):

$$r_p = a(1 - e), \quad r_A = a(1 + e).$$

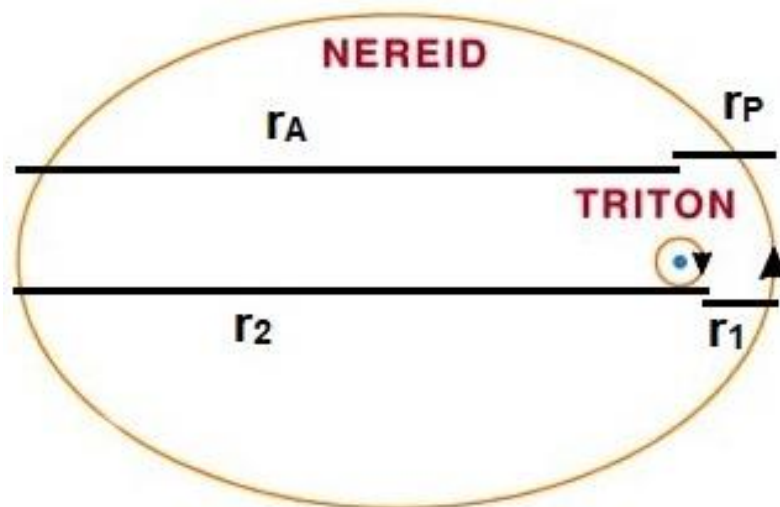
Минималното разстояние Тритон-Нереида ще се получи, когато Нереида е в перицентъра на своята орбита и Нептун-Тритон-Нереида лежат на една права, в този ред. То е:

$$r_1 = r_p - r_T = a(1 - e) - r_T.$$

Максималното разстояние Тритон-Нереида ще се получи, когато Нереида е в апоцентъра на своята орбита и Тритон-Нептун-Нереида лежат на една права, в този ред. То е:

$$r_2 = r_p + r_T = a(1 + e) + r_T.$$

Радиусът на орбитата на Тритон (малкият кръг на фигурата) е  $r_T = 355\,000\text{ km}$ .



Фигура А1. Орбити на Тритон и Нереида.

Решаваме даденото уравнение:

$$\begin{aligned} r_2 = 9,8r_1 &\Rightarrow a(1 + e) + r_T = 9,8(a(1 - e) - r_T), \\ 1,75a + r_T &= 9,8 \cdot 0,25a - 9,8r_T, \\ 10,8r_T &= (9,8 \cdot 0,25 - 1,75)a, \\ a &= \frac{10,8}{9,8 \cdot 0,25 - 1,75} r_T = \mathbf{5\,480\,000\text{ km}} \end{aligned}$$

**Г)** Използваме III Закон на Кеплер, за да сравним орбитите на Протей и Тритон:

$$\frac{r_p^3}{T_p^2} = \frac{r_T^3}{T_T^2}$$

Имаме

$$r_p = 118\,000\text{ km}, \quad r_T = 355\,000\text{ km}, \quad T_T = 5,87\text{ d.}$$

С това изчисляваме орбиталния период на Протей,

$$T_p = T_T \sqrt{\left(\frac{r_p}{r_T}\right)^3} = T_T \left(\frac{r_p}{r_T}\right)^{3/2} = 1,125\text{ d.}$$

Скоростта по кръгова орбита е равна на обиколката, разделена на орбиталния период:

$$v_p = \frac{2\pi r_p}{T_p} = \mathbf{7,63\text{ km/s.}}$$

Критерии за оценяване (общо 13 т.):

- А) Общо – 3 т.
- Б) Общо – 3 т.
- В) Общо – 4 т.
- Г) Общо – 3 т.

**Задача 2. Планета в небето.** На Фигура 1 е дадена снимка, направена от българския астроном Пенчо Маркишки на 3 април 2012 г. На нея Венера се вижда на фона на разсеяния звезден куп Плеяди (разположен в съзвездие Бик).

- А) Като Вечерница или като Зорница се е наблюдавала Венера на тази дата? Обяснете вашия отговор. [2 т.]
- Б) На 3 април 2012 г. Венера се е наблюдавала на ъглово отстояние  $46^\circ$  от Слънцето. Определете ъгловото отстояние между Венера и Слънцето за земен наблюдател за датата 3 април 2016 г. В кое съзвездие се е наблюдавала тази планета тогава? Как се нарича следващата основната конфигурация на Венера относно Земята, която предстои от 3 април 2016 г. нататък? [4 т.]
- В) Определете големината на скоростта, с която Венера се е приближавала или отдалечавала от Земята за всяка от двете дати. Не забравяйте да отчетете и движението на Земята по нейната орбита. [3 т.]

Указание: За да решите предните две подусловия, начертайте орбитите на Венера и Земята в еднакъв мащаб и определете графично стойностите на търсените величини. Начертайте внимателно големините и посоките на скоростите на двете планети. Изобразете векторите на тези скорости като отсечки, чиито дължини са в същото отношение, както големините на скоростите на двете планети. Използвайте, че при движение на тяло по окръжност векторът на скоростта на тялото лежи на права, която е допирателна към окръжността.

- Г) Докажете, че на 3 април 2020 г. Венера се е наблюдавала почти точно на същото място на фона на звездите, както на 3 април 2012 г. [3 т.]

Приемаме, че всички планети се движат по кръгови орбити, които лежат в една равнина.



Фигура 1. Венера на фона на Плеядите.

### Решение:

**А)** Датата 3 април е около 11-12 дни след настъпването на пролетното равноденствие. Следователно можем да предположим, че на тази дата Слънцето все още се намира в съзвездието Риби (в което е разположена пролетната равноденствена точка). Това означава, че в следващите месеци предстои Слънцето да премине през съзвездието Бик, в което според условието на задачата Венера се наблюдава. Тъй като годишното движение на Слънцето по еклиптиката се извършва в посока от запад на изток, то на 3 април 2012 г. Венера се е намирала в посока изток от него. Оттук можем да направим извода, че тя е залязвала малко след Слънцето, т.е. имала е вечерна видимост и е била **Вечерница**.

**Б)** Начертаваме орбитите на Венера и Земята като две концентрични окръжности, в чийто център е разположено Слънцето (т. S на чертежа). Разумно е радиусът на земната орбита да бъде например 7,5 cm. В този мащаб, би следвало радиусът на орбитата на Венера да е приблизително равен на 5,4 cm. Обозначаваме посоките на движение на двете планети по техните орбити (тези посоки съвпадат).

Избираме точка по орбитата на Земята, в която нашата планета се е намирала на 3 април 2012 г., и означаваме тази точка с А. За да намерим положението на Венера за тази дата, процедираме по следния начин:

- Свързваме точки А и S (Земята и Слънцето);
- Построяваме ъгъл, равен на  $46^\circ$  (ъгловото отстояние между Венера и Слънцето за тази дата), с връх Земята. Гледано от Земята, Венера се е наблюдавала в източна посока,, спрямо Слънцето, т.е. тя, гледана от нашата планета, е отместена от Слънцето в посоката на неговото годишно движение.

- Забелязваме, че правата, на която лежат Земята и Венера, практически се явява допирателна към орбитата на Венера. Това означава, че на тази дата тя е била много близо до максимална елонгация за земния наблюдател. В случая това е максимална източна елонгация. Означаваме с В точката по венерианската орбита, в която правата се допира до нея.

Ако с  $T_V$  означим орбиталния период на Венера, изразен в години, то съгласно III закон на Кеплер

$$\frac{r_V^3}{T_V^2} = 1.$$

Оттук намираме, че  $T_V \approx 0,615 \text{ yr} \approx 225 \text{ d}$ . От 3 април 2012 г. до 3 април 2016 г. е изминал интервал от време  $t = 1\,461 \text{ d}$ . За това време Венера се е завъртяла по своята орбита на ъгъл

$$\alpha = \frac{t}{T_V} 360^\circ \approx 2\,342^\circ.$$

Това означава, че тя е извършила шест пълни обиколки около Слънцето, и е изминала  $182^\circ$  от седмата. Точката, в която Венера е била на 3 април 2016 г., се намира на отстояние  $2^\circ$  от точката, която е срещуположна на т. В, измервано в посоката на орбиталното движение на планетите. Нанасяме тази точка по орбитата на Венера и я означаваме с С.

На 3 април 2016 г. Земята се е намирала в същата точка по своята орбита, в която е била и четири години по-рано, т.е. в т. А.

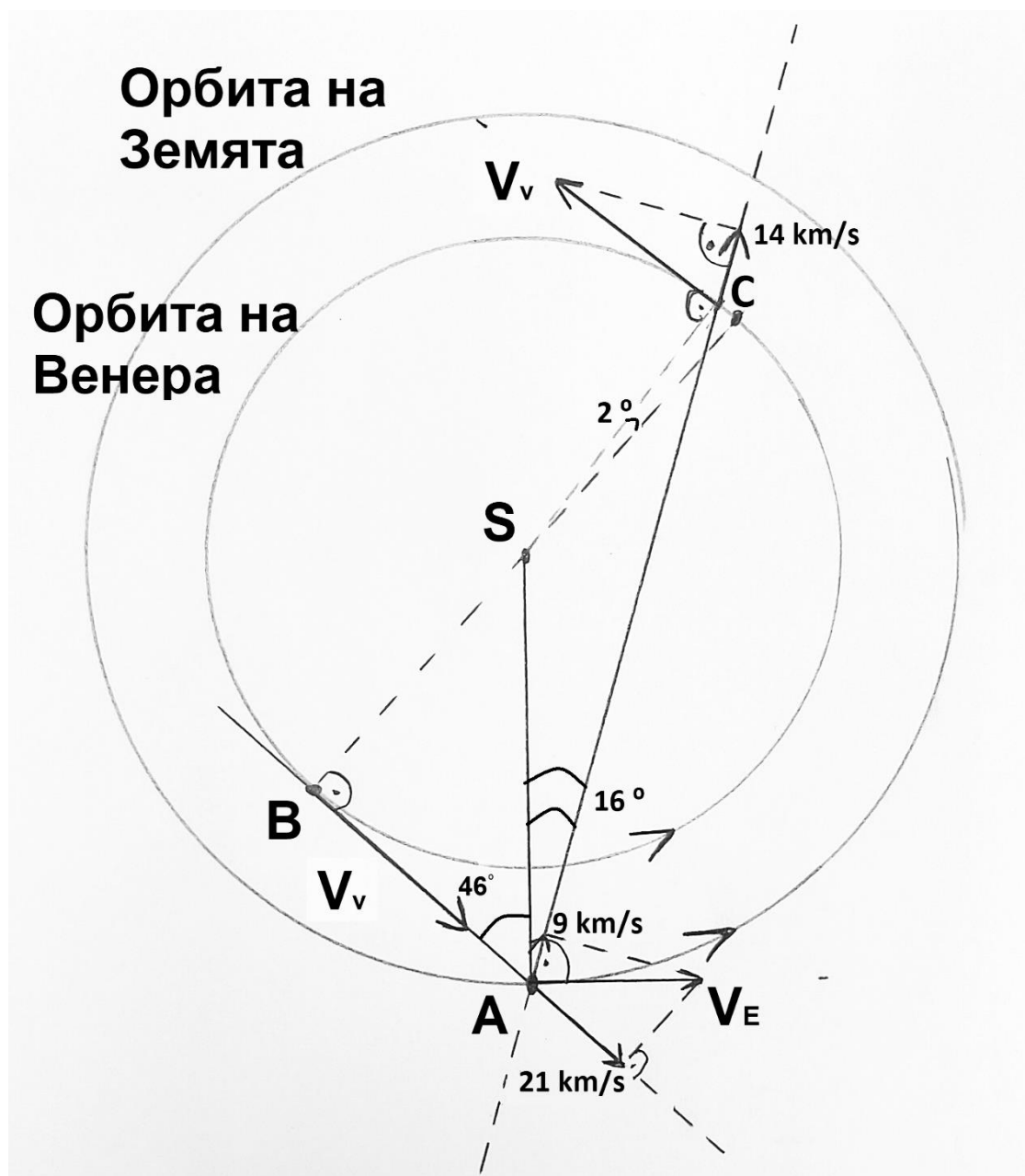
За да определим на какво ъглово отстояние от Слънцето се е наблюдавала Венера на 3 април 2016г за земен наблюдател, свързваме т. А и т. С с отсечка и измерваме ъгъл SAC. Получаваме около  $16^\circ$  (което е много близо до истинската стойност).

От чертежа можем да забележим, че на 3 април 2016 г. Венера се е наблюдавала „от другата страна“ на Слънцето, в сравнение с 3 април 2012 г. Това означава, че през 2016 г. на тази дата тя е била западно от Слънцето и е имала измерената елонгация  $16^\circ$ . Следователно Венера е била или в съзвездието, в което се е наблюдавало Слънцето на тази дата, или в предходното, в което Слънцето е било. На 3 април Слънцето се намира в съзвездието Риби. Заклучаваме, Венера е била или в **Риби**, или във **Водолей**.

Коментар. Действителното съзвездие е Риби, но от учениците не се очаква да знаят точните дати, когато Слънцето пресича границите между съзвездията. Затова на този въпрос се приема и отговор Водолей.

Понеже Венера се движи с по-голяма ъглова скорост от Земята, то следващата основна конфигурация след 3 април 2016 г. е тази, при която Слънцето ще бъде на правата, свързваща двете планети, но между тях, т.е. **горно съединение**.

Коментар. Горното съединение е настъпило на 6 юни 2016 г.



Фигура А2. Венера, Слънцето и Земята.

**В)** Нека първо да изчислим орбиталните скорости на Венера и Земята, съответно  $V_V$  и  $V_E$ . За тази цел използваме формулите

$$V_V = \frac{2\pi r_V}{T_V}, \quad V_E = \frac{2\pi r_E}{T_E}.$$

Числените стойности са  $V_V \approx 35,1 \text{ km/s}$  и  $V_E \approx 29,8 \text{ km/s}$ .

За да намерим търсените лъчеви скорости на Венера относно Земята, изпълняваме следните стъпки за всяка една от датите:

- Построяваме насочени отсечки, с начало Земята и Венера, които са допирателни към двете орбити, в точките, в които планетите се намират. Избираме дължините на отсечките такива, че да са пропорционални на големините на орбиталните скорости. Подходящ мащаб е  $1 \text{ cm} = 10 \text{ km/s}$ . В този мащаб отсечката, изобразяваща земната скорост, има дължина приблизително 3 cm, а отсечката, представяща скоростта на Венера – приблизително 3,5 cm.

- Построяваме отсечка, която свързва Земята и Венера за всяка една от двете дати (представляваща лъча на зрение). Това би следвало да е направено още в предишното подусловие.

- Проектираме, скоростите на Венера и на Земята върху тази отсечка.

- Измерваме дължините на двете проекции в сантиметри и чрез използвания мащаб ги превръщаме в km/s. За дата 3 април 2012 г. цялата орбитална скорост на Венера е насочена към Земята, но проекцията на земната скорост по правата АВ е приблизително 21 km/s. За 3 април 2016 г., проекцията на земната скорост върху АС е 9 km/s, а на венерианската е 14 km/s.

- Изчисляваме лъчевата скорост на Венера, съобразявайки, че когато проекциите за двете планета са в една посока, следва те да бъдат извадени.

Като използваме този метод, получаваме следните стойности:

За 3 април 2012 г. – **-14 km/s** (знакът минус показва, че Венера се приближава към Земята)

За 3 април 2016 г. – **+5 km/s** (знакът плюс показва, че Венера се отдалечава от Земята).

Коментар. Стъпките, които са описани по-горе, могат да бъдат изпълнени и на отделен чертеж, а не върху орбитите на Венера и Земята.

**Г)** Нека първо да пресметнем синодичния период  $T_{\text{SYN}}$  на Венера относно Земята. Понеже двете планети се движат около Слънцето в една и съща посока, то:

$$\frac{1}{T_{\text{SYN}}} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_E}.$$

Следователно

$$T_{\text{SYN}} = \frac{T_E T_V}{T_E - T_V} \approx 583 \text{ d}.$$

Това е интервалът между два последователни момента от време, в които Венера е в една и съща конфигурация, относно Земята.

От друга страна, интервалът от време между датите 3 април 2012 г. и 3 април 2020 г. е 2 922 d.

Лесно може да се забележи, че:

$$\frac{2\,922 \text{ d}}{583 \text{ d}} \approx 5,01.$$

Това означава, че за този времеви интервал са изминали практически точно 5 синодични периода на Венера, т.е. на 3 април 2020 г. тя отново е била в максимална

източна елонгация спрямо Земята. Но, тъй като и на двете дати Слънцето се е наблюдавало на едно и също място по еклиптиката, то видимото положение на Венера също е било приблизително едно и също.

Това подусловие може да се реши и без да се пресмята стойността на синодичния период на Венера. Достатъчно е да се съобрази, че орбиталните периоди на Земята и на Венера се отнасят практически точно както числата 8 и 13 (с точност около 0,2%). Следователно за 8 години (колкото е интервалът от време между 3 април 2012 г. и 3 април 2020 г.) Венера е извършила почти точно 13 пълни обиколки около Слънцето. Оттук следва, че на тези две дати двете планети са в едни и същи точки по своите орбити, т.е. гледано от Земята, Венера се е проектирала на едно и също място на фона на звездите.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- A)** За правилни разсъждения относно положението на Слънцето по еклиптиката за дата 3 април – **1 т.**  
За съобразяване, че Венера се е наблюдавала на изток от Слънцето – **0,5 т.**  
За правилен извод, че Венера е била Вечерница – **0,5 т.**
- Б)** За намиране на орбиталния период на Венера – **0,5 т.**  
За правилен и прецизно изпълнен геометричен метод, по който се определя положението на Венера по нейната орбита и видимото ъглово отстояние от Слънцето за дата 3 април 2016 г.; за правилен резултат (+/- 2°) – **2,5 т.**  
За съобразяване на съзвездието, в което Венера се е наблюдавала на 3 април 2016 г. – **0,5 т.**  
За съобразяване на предстоящата основна конфигурация – **0,5 т.**
- В)** За изчисляване на орбиталните скорости на Венера и Земята – **1 т.**  
За правилен и прецизно изпълнен геометричен метод, чрез който се намиратлъчевите скорости на Венера относно Земята за двете дати; за правилни резултати (+/- 3 km/s) – **2 т.**
- Г)** За намиране синодичния период на Венера – **1 т.**  
За съобразяване на това, че този синодичен период се нанася точно 5 пъти в интервала от време 8 години – **1 т.**  
За съобразяване, че поради тази кратност на 3 април 2020 г. Венера се е наблюдавала на същото място на фона на звездите, както на 3 април 2012 г. – **1 т.**

Забележка. Максимален брой точки следва да се присъдят, ако подусловието е решено по друг начин, стига този начин да е правилен и доказателството да е напълно аргументирано.

**Задача 3. Поглед от Европа.** Вие работите в астробиологическа станция на спътника на Юпитер Европа и сондирате неговата ледена покривка, за да изследвате намиращия се под нея океан от течна вода с цел да проверите дали там има поне някакви примитивни форми на живот. В свободното си време съзерцавате огромния Юпитер и неговото величествено въртене около оста.

- **A)** Пресметнете видимия от Европа период на околоосно въртене на Юпитер. Колко такива периода се съдържат в едно денонощие за Европа? (Орбиталното движение на Юпитер около Слънцето е твърде бавно и не е необходимо да го отчитате). **[3 т.]**

Приемете, че орбитата на Европа около Юпитер лежи в равнината на орбитата на Юпитер около Слънцето и че осите на въртене на Юпитер и Европа са перпендикулярни на същата тази равнина. Орбитата на Европа е кръгова. Европа е

приливно заключена и е винаги обърната към Юпитер с една и съща своя страна. Вашата станция се намира съвсем недалеч на север от центъра на тази страна на спътника, която е обърната към Юпитер.

На Фигура 3 са ви дадени четири схеми. На всяка от тях са изобразени Юпитер и орбитите на спътниците Йо, Европа и Ганимед (мащабите не са спазени). С кръгче е отбелязано едно положение на Европа по нейната орбита. Със стрелка е показана посоката на орбитално движение на спътниците. Към вас са обърнати северните полюси на обектите.

- **Б)** На схемите последователно означете със стрелки посоката, от която идват слънчевите лъчи, когато за вашата станция е полунощ (схема 1), начало на деня (схема 2), пладне (схема 3) и начало на нощта (схема 4). **[2 т.]**
- **В)** Какво явление ще наблюдавате, когато за вас настъпва пладне? А какво ще виждате, наблюдавайки Юпитер, когато за вас настъпва полунощ? **[4 т.]**
- **Г)** Оттук нататък допускаме, че вие можете да се разхождате по цялото северно полукуълбо на Европа. Времената от денонощието за мястото на станцията обаче се запазват, каквито са в предните подусловия. На всяка от схемите нанесете положенията на Йо и Ганимед, при които вие бихте могли да ги видите във фазите А, В и С, там, където това е възможно. Отбележете нанесените от вас положения с латинските букви, с които са означени съответните фази. **[4 т.]**



Фигура 2. Размери на Галилеевите спътници.

#### Решение:

**А)** Тъй като Европа е приливно заключена, нейният орбитален период  $T_E$  на движение около Юпитер е равен на периода ѝ на околоосно въртене. Този период приблизително се равнява на продължителността на денонощието за наблюдател на Европа. Понеже Юпитер се движи много по-бавно около Слънцето в сравнение с околоосното въртене на Европа, ние пренебрегаме разликата между звездното и слънчевото денонощие на Европа. Означаваме с  $P$  периода на околоосно въртене на Юпитер. Видимият период  $P'$  на въртене на Юпитер около своята ос за наблюдател на Европа ще бъде по-дълъг от  $P$ , тъй като Европа се движи около Юпитер в същата посока, в която става и въртенето на планетата. Можем да определим  $P'$  от формулата:

$$\frac{1}{P'} = \frac{1}{P} - \frac{1}{T_E},$$

$$P' = \frac{T_E P}{T_E - P} \approx \mathbf{11,233 \text{ часа.}}$$

Броят на завъртанията на Юпитер, които ще види наблюдателят на Европа в рамките на едно денонощие на този спътник, ще бъде:



$$N = \frac{T_E}{P'} \approx 7,6.$$

**Б)** На фигурата по-долу положението на изследователската станция на Европа е означено с малък черен триъгълник. Със стрелки е показана посоката, от която идват слънчевите лъчи за четирите момента от денонощието на Европа и положенията на Йо и Ганимед, при които наблюдател от Европа би ги виждал в съответните фази.

**В)** Всеки път около пладне за наблюдателя в научната станция Юпитер ще закрива Слънцето – ще настъпва слънчево затъмнение (Схема 3). Около полунощ (Схема 1) наблюдателят ще вижда високо в небето ярко осветения Юпитер в пълна фаза. По видимия диск на Юпитер ще се вижда сянката на Европа, понякога ще преминават сенките на Йо, Ганимед и Калисто, а също самият спътник Йо понякога ще преминава пред Юпитер.

**Г)** Към нас са обърнати северните полюси на обектите и наблюдателят е в северното полукуълбо на Европа. Поради това, за да вижда спътниците, намиращи се в екваториалната равнина на Европа, наблюдателят трябва да е обърнат, така да се каже, с гръб към нас на дадените схеми.

Схема 1. Наблюдателят ще вижда Ганимед в положение В като светъл полукръг, изпъкнал надясно от негова гледна точка, което съответства на фазата В. Ганимед в положение С ще се вижда като светъл полукръг, изпъкнал наляво и това съответства на фазата С. За да бъде в пълната фаза А, Ганимед трябва да се намира в посока противоположна на посоката към Слънцето. В това положение обаче, за наблюдател на Европа той ще се окаже напълно закрит зад огромния Юпитер и няма да се вижда, да не говорим, освен всичко друго и че ще е в сянката на Юпитер. В никоя точка от своята орбита Йо няма да може да се вижда от Европа във фазите В и С. Би могъл да е видим в пълната фаза А, макар че тогава върху него ще пада сянката на самата Европа. Сянката няма да покрива целия спътник, понеже Йо е по-голям от Европа.

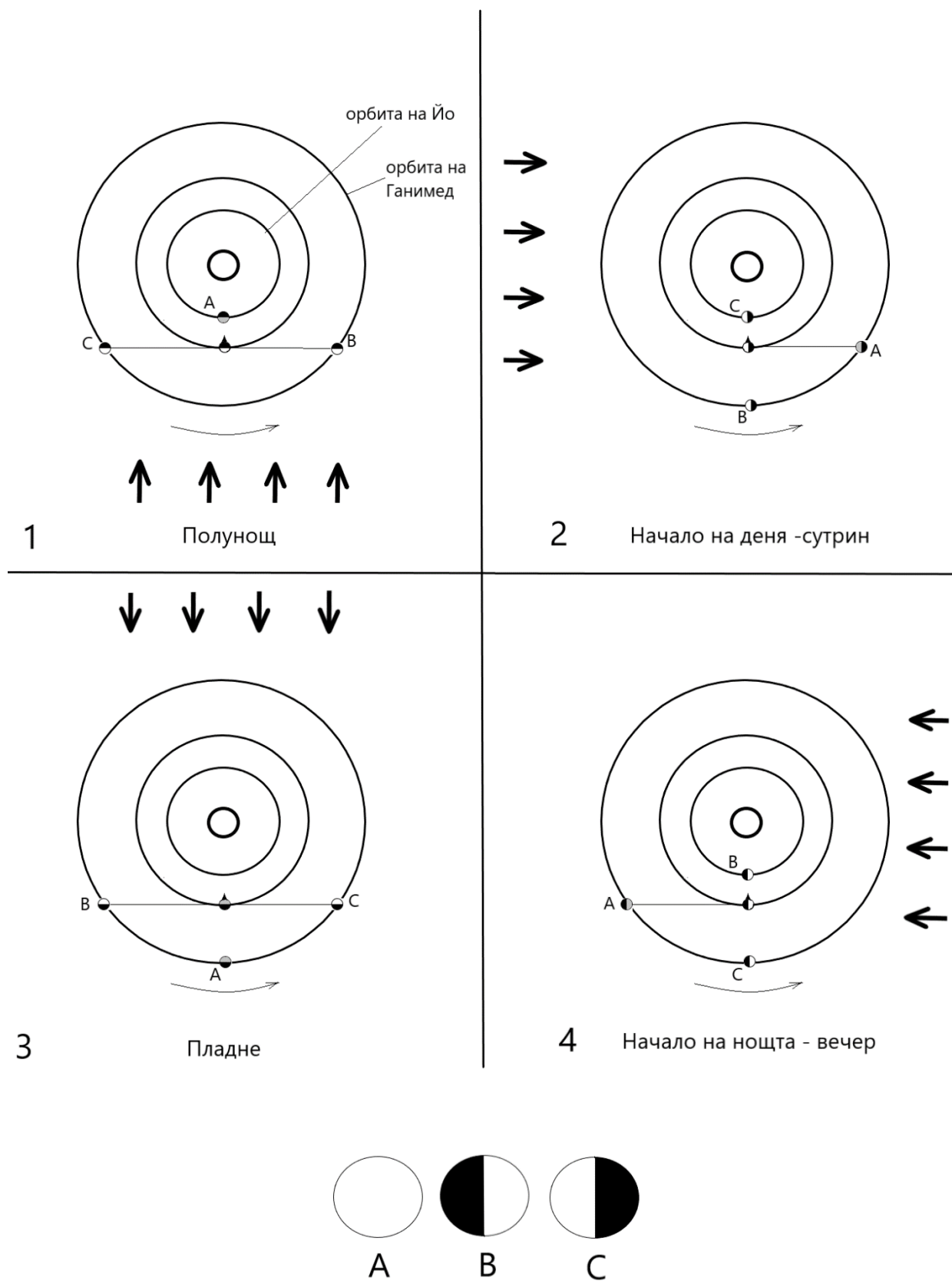
Схема 2. В никоя точка от орбитата на Йо наблюдателят от Европа няма да го вижда във фазите А и В, единствено ще може да се вижда във фазата С, в показаното положение. Спътникът Ганимед ще може да се вижда във фаза В, но не и във фаза С. Би могъл да се наблюдава и във фаза А, обаче тогава върху него ще попада сянката на Европа. Тя няма да го затъмнява напълно, защото Ганимед е най-големият спътник, а Европа е най-малкият от Галилеевите спътници.

Схема 3. В никоя точка от орбитата си Йо няма да може да се наблюдава във фазите А, В и С. Ганимед ще може да се види във фазите В и С, както е показано на схемата. Би могъл да е и във фаза А, но тогава ще е затъмнен от сянката на Юпитер.

Схема 4. Йо ще може да се види във фаза В, а Ганимед – във фаза С. Спътникът Ганимед може да е и във фаза А, но и тогава ще е затъмнен, макар и частично от сянката на Европа.

Критерии за оценяване (общо 13 т.):

- А)** За определяне на наблюдавания от Европа период на въртене на Юпитер – **3 т.**
- Б)** За отбелязване на посоката, от която идват слънчевите лъчи –  $4 \times 0,5 = 2$  **т.**
- В)** За описване и обяснение на явленията, които ще се наблюдават от станцията в полунощ и по пладне –  $2 \times 2 = 4$  **т.**
- Г)** За нанасяне на положенията на спътниците в различните фази и кратко обяснение – **4 т.**



Фигура А3. Положения на Йо и Ганимед спрямо Европа.

**Задача 4. Разходка до червените гиганти.** Шеат ( $\beta$  Peg) и Мирах ( $\beta$  And) са две ярки звезди, червени гиганти. Те се наблюдават много добре на есенното небе и са на едно и също разстояние от Слънцето – почти точно 200 светлинни години. Всяка от двете звезди има мощност на излъчването (светимост) около 1600 пъти по-голяма от тази на Слънцето. На Фигура 4 е дадена звездна карта с координатна мрежа, на която са обозначени положенията на двете звезди.

- **А)** На колко градуса по небето една от друга са Шеат и Мирах? Направете необходимите измервания по картата, за да отговорите. Използвайте разстоянието между паралелите за мащабиране на сантиметри в градуси. От лявата и дясната страна на картата има скала на деклинациите. **[2 т.]**

Нека да се разходим мислено до Мирах. От околностите на Мирах звездното небе ще изглежда за нас по доста различен начин.

- **Б)** Ако сме близо до Мирах, на колко градуса по звездното небе ще виждаме Слънцето спрямо Шеат? **[2 т.]**
- **В)** Мирах, за наблюдател от Земята, има звездна величина 2,1. Каква ще бъде звездната величина на Слънцето, гледано от Мирах? Отговорете с точност 0,5 звездни величини. **[3 т.]**

Указание: Когато един обект има звездна величина с единица по-голяма от звездната величина на друг обект, то блясъкът на първия обект е около 2,5 пъти по-слаб от блясъка на втория. Например звезда със звездна величина 4,7 е 2,5 пъти по-слаба от звезда със звездна величина 3,7.

- **Г)** Сега искаме да изминем разстоянието от Мирах до Шеат. Мисълта ни го изминава веднага. Приблизително за колко години го изминава светлината? **[2 т.]**

На звездната карта виждате и галактиката М31 (Андромеда), която е много по-далеч – на 2,5 милиона светлинни години от нас. Нека да се преместим мислено там и да обърнем поглед към нашата галактика – Млечния път. С голям телескоп ще можем да видим Мирах и Шеат като две слаби червени звездички и Слънцето като още по-слаба жълта звездичка.

- **Д)** На колко дъгови секунди една от друга ще бъдат Мирах и Слънцето, ако от галактиката М31 виждаме светлината, излъчена от тях в наши дни? Една дъгова секунда е  $1/3600$  част от градуса (т.е.  $1^\circ = 3600''$ ). **[3 т.]**

#### **Решение:**

**А)** Използваме разстоянието между 20-тия и 40-тия небесен паралел по картата, за да мащабираме изображението. Ако това разстояние е  $x$  милиметра, а разстоянието между Шеат и Мирах е  $y$  милиметра, то с измерване получаваме  $y/x = 1,39$ . Тъй като измереното по картата разстояние  $x$  съответства на ъглово разстояние  $20^\circ$ , разстоянието  $y$  съответства на ъгловото разстояние между Шеат и Мирах по небето и то е  $1,39 \cdot 20^\circ = 27,8^\circ$ .

Коментар. Истинското ъглово разстояние ( $27,65^\circ$ ) е много близо до измереното.

**Б)** Видимото ъглово разстояние Слънце-Шеат по звездното небе за Мирах всъщност е ъгълът Слънце-Мирах-Шеат (ъгъл  $M$ ). За да го намерим, построяваме триъгълника Слънце-Шеат-Мирах (OSM), който е равнобедрен, тъй като разстоянията до двете звезди са равни. Њгълът при върха в Слънцето е резултатът от подусловие А),  $\angle O = 27,8^\circ$ . За равнобедрен триъгълник ъглите при основата са равни и оттук следва

$$\angle M = \frac{180^\circ - \angle O}{2} = 76,1^\circ.$$

**В)** Наблюденията на Мирах от Слънцето и на Слънцето от Мирах се провеждат от едно и също разстояние и при едно и също междузвездно поглъщане. Разликата е в светимостта на източника – светимостта на Мирах е 1600 пъти по-голяма от тази на Слънцето, следователно и наблюдаваниятлъчист поток ще е 1600 пъти по-висок. По упътването, търсим на коя степен трябва да повдигнем 2,5, за да получим резултат най-близък до 1600. Намираме, че  $2,5^8 = 1525$ , което е много близо до 1600. Следователно разликата при двете наблюдения е около 8 звездни величини. Звездната величина на Слънцето, гледано от Мирах, ще бъде около  $(2,1 + 8) = 10,1$ .

Коментар. Това решение дава точност в случая около 0,05 звездни величини. За верни да се приемат резултатите между 9,6 и 10,6. В действителност, основата в закона на Погсън е  $2,512$  и  $2,512^8 = 1585$ , което е още по-близо до 1600.

**Г) Начин I:** Трябва да построим графично равнобедрения триъгълник OSM от подусловие **Б)**, използвайки транспортер за ъгъл  $\angle O = 27,8^\circ$ . След това можем да измерим с линия и да определим отношението на страните SM и OM, което се оказва  $SM/OM = 0,48$ . Оттук определяме, че разстоянието между Шеат и Мирах в космическото пространство е  $0,48 \cdot 200 \text{ ly} = 96$  светлинни години. То се изминава от светлината приблизително за време **96 години**.

Има и две възможни тригонометрични решения.

Начин II. Ако построим в триъгълника височината OH, тя се явява и ъглополовяща. Оттук намираме:

$$SM = OM \cdot 2 \sin\left(\frac{\angle O}{2}\right) = (200 \text{ ly}) \cdot 2 \sin\left(\frac{27,8^\circ}{2}\right) = 96 \text{ ly}$$

Начин III. Друго възможно решение е чрез косинусовата теорема, съгласно която:

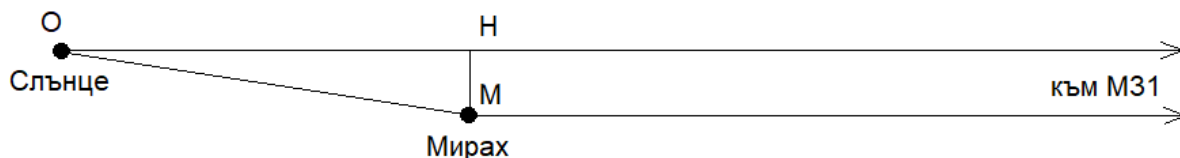
$$SM = \sqrt{OM^2 + SM^2 - 2 \cdot OM \cdot SM \cos \angle O} = \sqrt{2(200 \text{ ly})^2(1 - \cos 27,8^\circ)} = 96 \text{ ly}$$

**Д)** По даденото изображение измерваме разстоянието  $z$  от Мирах до галактиката Андромеда (M31). Получаваме  $z/x = 0,39$ , откъдето ъгловото разстояние от Мирах до M31 е  $\delta_1 = 0,39 \cdot 20^\circ = 7,8^\circ$ . Това е ъгълът MOH на чертежа. Можем да намерим разстоянието MN от Мирах до проекцията на Мирах върху лъча Слънце-M31 с формулата за ъглов размер

$$\delta_1 = \frac{MN}{OM}.$$

Ъгловото разстояние от Слънцето до Мирах, гледано от M31, ще бъде

$$\delta_2 = \frac{MN}{r_{M31}}.$$



Фигура A4. Лъчи от Слънцето и Мирах в посока M31

От двете уравнения получаваме

$$\delta_2 = \delta_1 \frac{OM}{r_{M31}} = 7,8^\circ \frac{200}{2,5 \cdot 10^6} = 0,000624^\circ = 2,2''.$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- А)      Общо – 2 т.*
- Б)      Общо – 2 т.*
- В)      Общо – 3 т.*
- Г)      Общо – 2 т.*
- Г)      Общо – 3 т.*

Справочни данни (по всички задачи):

Радиус на орбитата на Земята  
Радиус на орбитата на Венера  
Орбитален период на Земята  
Период на околоосно въртене на Юпитер  
Орбитален период на Европа

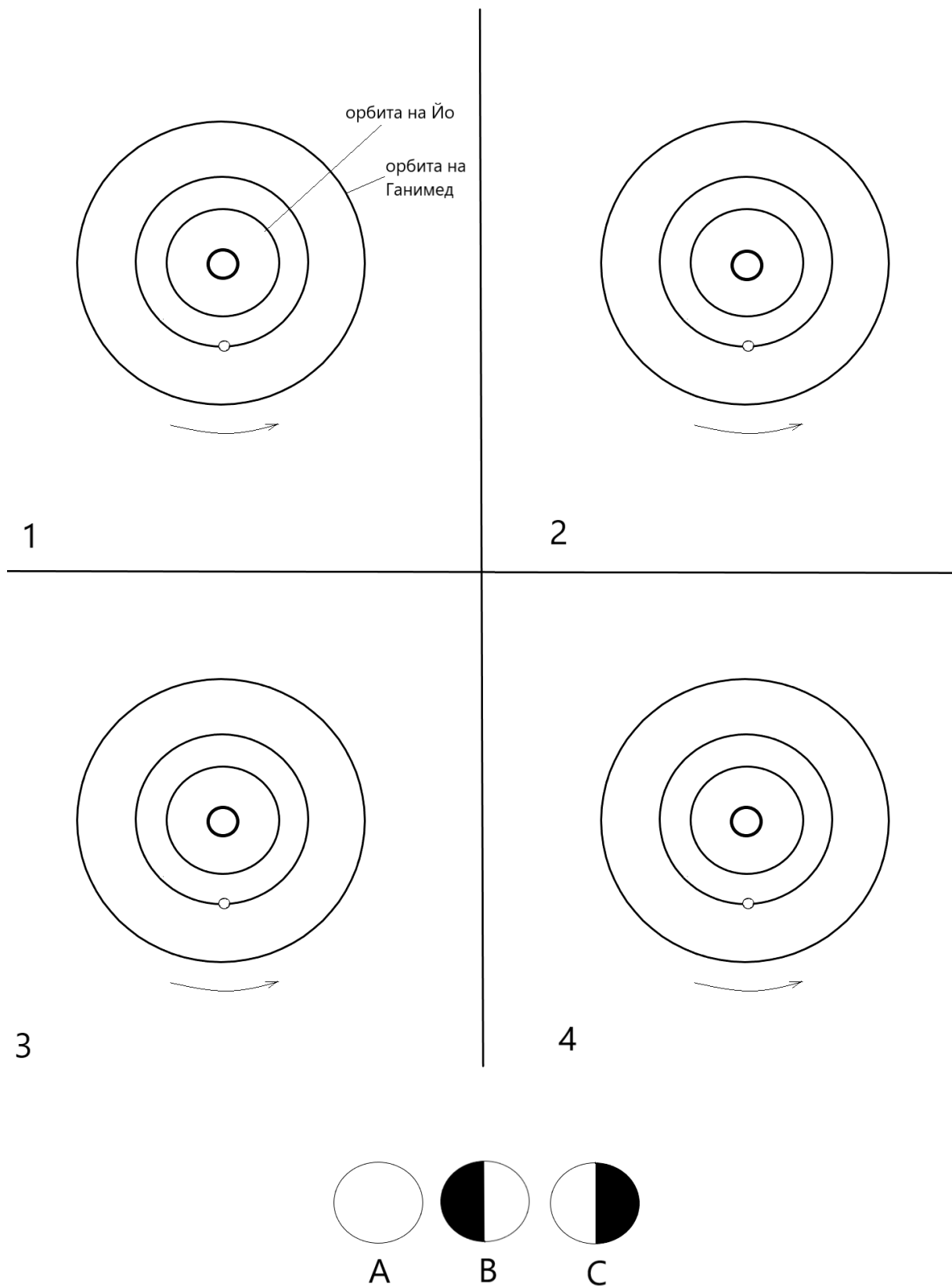
$$r_E = 1 \text{ au} = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$r_V = 0,723 \text{ au}$$

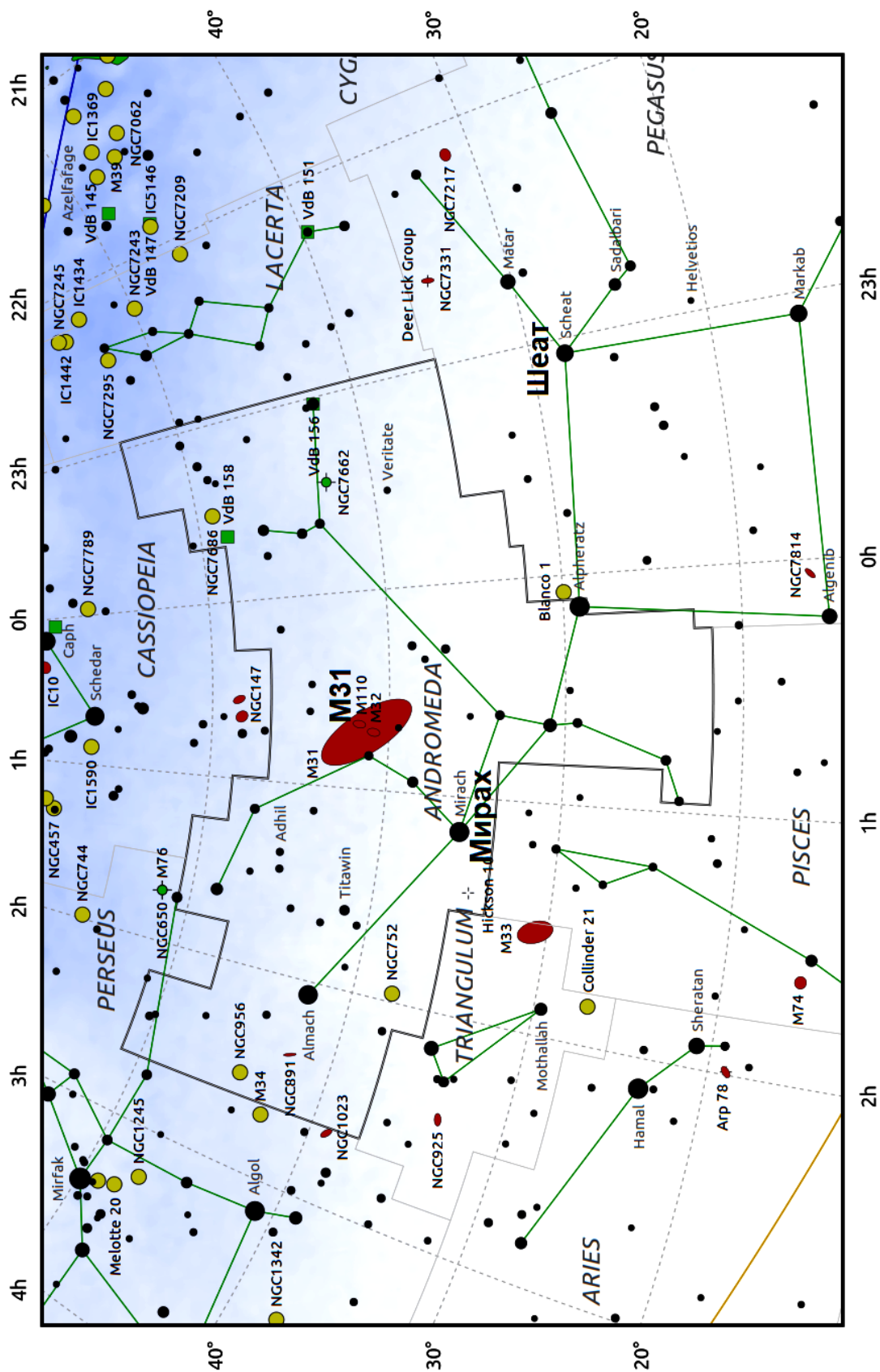
$$T_E = 365,25 \text{ d}$$

$$P = 9,925 \text{ h (часа)}$$

$$T = 3,551 \text{ d}$$



Фигура 3. Орбити на Йо, Европа и Ганимед. При фазите на спътниците А, В и С в черно е означена неосветената (тъмната) страна, а в бяло осветената страна (към Задача 3).



Фигура 4. Звездна карта (към Задача 4).