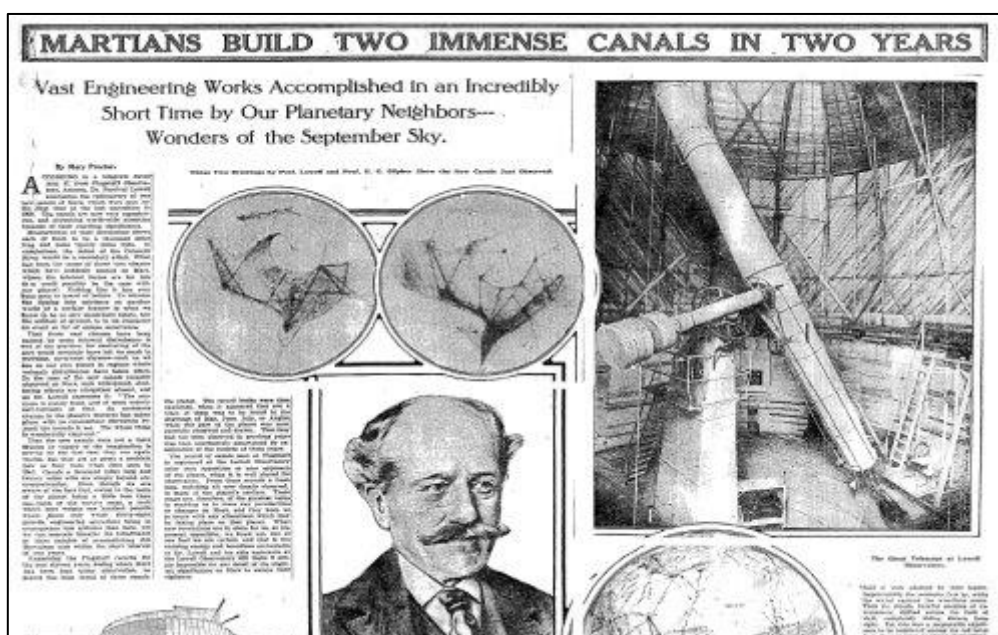


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XXVIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг на олимпиадата по астрономия
Димитровград, 10 май 2025 г.
Възрастова група IX-X клас, първи тур – Решения

Задача 1. Марсианските канали. Пърсивал Лоуел е бил американски бизнесмен, математик и астроном, вдъхновен от идеята за съществуването на т.нар. марсиански канали. Сега е известно, че те са зрителна илюзия, но по онова време той и доста негови съвременници сериозно са ги смятали за реално творение на разумна цивилизация. На 27 август 1911 г. американското списание New York Times Sunday Magazine публикува статия за наблюденията на Пърсивал Лоуел, които според него свидетелстват за невероятните строителни умения на марсианците (Фигура 1). Статията е озаглавена „Марсианците изграждат два огромни канала за две години“.



Фигура 1. Статия за марсианските канали.

Ето цитат от нея: „Канали с дължина хиляда мили и ширина двадесет мили са просто отвъд нашето въображение. Въпреки че сме наясно с факта, че скален отломък, който тук тежи сто паунда, там би тежал само паунда, като в резултат на това инженерните операции там са по-малко трудни, отколкото тук, все пак едва ли можем да си представим как жителите на Марс могат да са способни да изпълнят тази херкулесова задача в рамките на краткия интервал от две години.“

- **А)** Пресметнете числото, което е пропуснато и заменено в горния текст с многоточие. Колко паунда би тежал скалният отломък на Марс? [3 т.]
- **Б)** Телескоп с какво увеличение би бил нужен на Пърсивал Лоуел, за да различи новопостроените марсиански канали при най-благоприятни условия за наблюдение на планетата? Разделителната способност на човешкото око е около 2 дъгови минути. Една миля се равнява на 1,609 километра. [4 т.]
- **В)** В действителност Лоуел е наблюдавал с телескоп с диаметър на обектива 61 сантиметра в основаната от него обсерватория във Флагстаф, щата Аризона.

Дори да се използва окуляр, който теоретично да дава произволно голямо увеличение, дифракцията на светлината, преминаваща през обектива, поставя ограничение на разделителната способност на телескопа. В резултат на дифракцията минималният ъглов размер на обектите, които могат да бъдат различени с него при наблюдение във видима светлина, може да се пресметне в дъгови секунди чрез формулата $\delta = \frac{14}{D}$, където D е диаметърът на обектива на телескопа в сантиметри. Каква е минималната ширина на марсианските канали, при която те биха могли наистина да се различат с телескопа на Пърсивал Лоуел чрез подходящо увеличение при най-благоприятни условия за наблюдение на Марс? [3 т.]

- Г) Какъв друг фактор реално влошава разделителната способност на телескопите при наблюдение от земната повърхност? [2 т.]

Решение.

А) Ще използваме означенията от справочните данни. Силите на гравитационно привличане, които биха действали на скалния отломък на Земята и на Марс, са съответно

$$F_{gE} = \frac{GM_E m}{R_E^2}, \quad F_{gM} = \frac{GM_M m}{R_M^2},$$

където m е масата на отломъка, а G е гравитационната константа. Отношението на тези сили ще бъде

$$\frac{F_{gM}}{F_{gE}} = \frac{M_M}{M_E} \cdot \frac{R_E^2}{R_M^2} \approx 0,38.$$

Следователно, ако на Земята скалният отломък тежи 100 паунда, то на Марс той би тежал около **38 паунда**. Именно това число е било написано в статията.

Б) Най-благоприятни условия за наблюдения на Марс може да има, когато той е максимално близо до Земята. За целта Марс трябва да е във велико противостояние, т.е. едновременно да е и в противостояние, и в перихелий. За разстоянието от Слънцето до Марс в перихелий можем да напишем

$$r_p = a_M(1 - e_M),$$

където a е голямата полуос на марсианската орбита, а e е ексцентрицитетът.

$$r_p \approx 206,6 \cdot 10^6 \text{ km.}$$

По-нататък намираме минималното разстояние между Земята и Марс при велико противостояние:

$$r = r_p - r_E,$$

$$r = 57 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Ширината на марсианските канали в километри ще бъде:

$$d = 20 \text{ mi} \cdot 1,609 \text{ km} = 32,18 \text{ km.}$$

Оттук намираме видимата от Земята ъглова ширина на каналите в дъгови секунди:

$$\delta_0 = \frac{d}{r} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot (60' / ^\circ) \cdot (60'' / ') \approx 0,116''.$$

Най-малките детайли, които човешкото око може да различи, имат ъглови размери $2' \cdot 60'' = 120''$. Следователно минималното увеличение на телескопа, при което могат да се различат марсианските канали, ще бъде

$$W = \frac{120''}{\delta_0} \approx \mathbf{1035} \text{ пъти.}$$

В) Поради дифракцията минималният видим ъглов размер на обектите, които могат да се различат с телескопа на Пърсивал Лоуел, ще бъде

$$\delta = \frac{14}{D} \approx 0,230''.$$

Това означава, че минималната ширина на каналите в километри, които могат да се различат с този телескоп, би била:

$$d_1 = d \cdot \frac{\delta}{\delta_0} \approx 63,8 \text{ km.}$$

Г) При наблюдения от земната повърхност значително влияние върху разделителната способност има **атмосферата** на нашата планета. Поради наличието на движещи се въздушни нееднородности с различна плътност и температура, а оттам и с различен показател на пречупване на светлината, качеството на получените изображения на космическите обекти се влошава. Този проблем се решава чрез извеждане на телескопите в космическото пространство или чрез използване на системи за адаптивна оптика.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- А) За пресмятане на теглото на скалния отломък на Марс в паундове – **3 т.**
- Б) За определяне на видимата ъглова ширина на марсианските канали – **3 т.**
За намиране на увеличението на телескопа – **1 т.**
- В) За определяне на разделителната способност на телескопа на Лоуел – **1 т.**
За пресмятане на минималната ширина на каналите – **2 т.**
- Г) За посочване на фактора, който влошава разделителната способност на телескопите, и кратко обяснение – **2 т.**

Задача 2. Затъмнения на Юпитер. Галилеевите спътници обикалят около Юпитер по кръгови орбити в същата посока, в която Юпитер се върти около оста си. Орбитите лежат точно в равнината на екватора на планетата. В справочните данни имате информация за Юпитер и спътника Ганимед.

- А) Какъв вид слънчево затъмнение от Ганимед можем да наблюдаваме от екватора на Юпитер – пълно или пръстеновидно? **[3 т.]**
- Б) Колко време продължава максималната му фаза, ако затъмнението е централно и Слънцето е в зенита? В случай, че е пълно, това е времето, в което Слънцето е изцяло закрито, а ако е пръстеновидно, това е времето, през което дискът на Ганимед е изцяло в диска на Слънцето. **[6,5 т.]**
- В) Какъв би бил отговорът, ако Юпитер правеше пълно завъртане около оста си за двойно по-дълго време? **[3,5 т.]**

Решение.

А) За да определим дали се наблюдава пълно или пръстеновидно слънчево затъмнение, трябва да сравним видимите ълови размери на Слънцето и на Ганимед за наблюдател, разположен на екватора на Юпитер, за когото те се виждат в зенита. Видимият ъглов диаметър на Слънцето е

$$\delta_S = \frac{2R_S}{r_J} \approx 369''.$$

Тъй като Ганимед се намира в зенита, разстоянието от спътника до наблюдателя е

$$r = r_G - R_J \approx 1\,000\,000 \text{ km.}$$

Оттук намираме, че видимият ъглов диаметър на Ганимед е

$$\delta_G = \frac{2R_G}{r} \approx 1086''.$$

Видно е, че Ганимед има по-голям видим ъглов размер. Това означава, че ще се наблюдава **пълно** слънчево затъмнение.

Б) Съгласно III закон на Кеплер, ако радиусът на орбитата на Юпитер r_J е изразен в аи, а P_J е орбиталният период на Юпитер, изразен в години, то

$$\frac{r_J^3}{P_J^2} = 1.$$

Оттук намираме $P_J = 11,86$ уг. Скоростта, с която Юпитер се движи по орбитата си, е

$$v = \frac{2\pi R_J}{P_J} = 13,1 \text{ km/s.}$$

А скоростта, с която се движи точка от екватора на Юпитер, е

$$v_J = \frac{2\pi R_J}{\tau_J} \approx 12,3 \text{ km/s.}$$

Тогава ъгловата скорост, с която Слънцето се движи на фона на звездите за наблюдател на Юпитер, е

$$\omega_S = \frac{v - v_J}{r_J} = 2 \cdot 10^{-4}''/\text{s.}$$

Тук извадихме двете линейни скорости, защото затъмнението се наблюдава в момент на местно пладне.

Нека да пресметнем и видимата ъглова скорост на Ганимед ω_G за юпитерианския наблюдател. Спътникът се движи по кръгова орбита. Следователно големината на неговата орбитална скорост е

$$v_G = \sqrt{\frac{GM_J}{r_G}} = 10,9 \text{ km/s.}$$

И за ъгловата скорост ω_G можем да запишем

$$\omega_G = \frac{v_J - v_G}{r_G - R_J} = 0,293''/\text{s.}$$

Понеже линейната скорост на наблюдателя е по-голяма, видимото движение на Ганимед става в посока, обратна на орбиталното му движение. Така получихме, че Слънцето и Ганимед се движат по небето в противоположни посоки за този наблюдател. Относителната ъглова скорост на Ганимед, спрямо Слънцето тогава е

$$\Delta\omega = \omega_S + \omega_G.$$

Продължителността на пълната фаза на затъмнението е

$$\Delta t = \frac{\delta_G - \delta_S}{\Delta\omega} = \mathbf{2450 \text{ s.}}$$

В) Ако Юпитер се върти около оста си за двойно по-дълго време, то големината на линейната скорост на точка от екватора му би била

$$v'_J = \frac{v_J}{2} = \frac{\pi R_J}{\tau_J} = 6,15 \text{ km/s.}$$

Видимата ъглова скорост на Ганимед в този случай е

$$\omega'_G = \frac{v_G - v'_J}{r_G - R_J} = 0,98''/\text{s.}$$

В този случай Ганимед се движи по-бързо по-своята орбита, отколкото наблюдателя на екватора на Юпитер. По тази причина неговото видимо денонощно движение би било в „права“ посока.

Относителната видима ъглова скорост на Ганимед спрямо Слънцето съответно е

$$\Delta\omega' = \omega_G - \omega_S.$$

Продължителността на пълната фаза на слънчевото затъмнение става

$$\Delta t' = \frac{\delta_G - \delta_S}{\Delta\omega'} \approx \mathbf{735 \text{ s.}}$$

Коментар. В Б) и В) приехме, че Слънцето и Ганимед се намират в зенита за наблюдателя по време на цялата пълна фаза на затъмнението.

Критерии за оценяване (общо 13 т.):

- А)** За правилно изразяване на видимия ъглов размер на Слънцето и верен числен резултат – **1 т.**
За правилно изразяване на видимия ъглов размер на Ганимед и верен числен резултат – **1,5 т.** (ако радиусът на Юпитер не е изваден от r_G – **1 т.**)
За извод относно вида на наблюдаваното затъмнение – **0,5 т.**
- Б)** За намиране на орбиталния период на Юпитер – **0,5 т.**
За изчисляване на скоростта на точка от екватора на Юпитер – **0,5 т.**
За изразяване на видимата ъглова скорост на Слънцето и верен числен резултат – **1,5 т.** (ако не бъде отчетена скоростта на точка от екватора на Юпитер – **1 т.**)
За изчисляване на скоростта на орбитално движение на Ганимед – **0,5 т.**
За правилно изразяване на видимата ъглова скорост на Ганимед и верен числен резултат – **1,5 т.**
За съобразяване на това, че Ганимед и Слънцето се движат в противоположни посоки по небето – **0,5 т.**
За правилен израз за продължителността на пълната фаза и верен числен резултат – **1,5 т.**
- В)** За намиране на новата скорост на движение по екватора на Юпитер – **0,5 т.**
За изразяване на видимата ъглова скорост на Ганимед в този случай и верен числен резултат – **1 т.**
За съобразяване на посоката на взаимното видимо движение на Юпитер и Слънцето – **0,5 т.**
За изразяване на продължителността на пълната фаза и верен числен резултат – **1,5 т.**

Задача 3. Луната и кометата. На 30 септември 2024 година бразилският фотограф Габриел Запароли прави впечатляваща снимка на кометата C/2023 A3 (Tsuchinshan–ATLAS) от място, намиращо се недалеч от бразилския град Прайя Гранде, Санта Катарина. Заедно с кометата, която той заснема сутрин преди изгрева на Слънцето, в кадъра попада и изгряващата над водите на Атлантическия океан Луна. Луната е много тънък сърп и за да изглежда снимката по-впечатляваща, той я подменя с нейното изображение, което е заснел два дни по рано, на 28 септември. На Фигура 2 е дадена част от снимката на фотографа, а на Фигура 3 е показано увеличеното 6 пъти изображение на Луната. За да се отдели по-ясно дискът на Луната от фона, той е очертан с бяла линия.

Виждаме, че изображението на Луната е деформирано от рефракцията на светлината. Астрономическата рефракция е пречупване на светлината в атмосферата на Земята, поради което обектите се виждат повдигнати нагоре относно хоризонта. Рефракцията е толкова по-силна, колкото по близо до хоризонта е обектът, който наблюдаваме. На хоризонта типичната стойност на рефракцията е $36'$ (36 дъгови минути), т.е. обект, който реално се намира на математическия хоризонт, ще се наблюдава на височина $36'$ над хоризонта. Под хоризонта стойността на рефракцията вече може да надхвърля $40'$.

На 28 септември 2024 г. Луната се е намирала на 399285 километра от центъра на Земята.

- А) Начертайте правилното положение и форма на видимия диск на Луната, ако нямаше атмосферна рефракция. **[3,5 т.]**

- **Б)** Определете стойностите на рефракцията за горния и долния край на Луната. [1,5 т.]
- **В)** Поради влошаване на качеството на изображението от атмосферата ниско над хоризонта, краищата на рогата на сърпа на Луната не са добре очертани. Означете местата, където свършват рогата на сърпа на Луната, както на деформираното от рефракцията изображение, така и на построеното от вас неповлияно от рефракцията, хипотетично изображение на Луната. Обяснете метода, който използвате. [1,5 т.]

Ъгловото отстояние между ядрото на кометата и Слънцето е 22° . В нощта на наблюдението разстоянието до ядрото на кометата е 0,805 аи (астрономически единици), а до Слънцето е 1,002 аи. Тогава кометата е почти точно в перихелия на своята орбита.

- **Г)** Определете перихелийното разстояние на кометата в астрономически единици и дължината на опашката на кометата в милиони километри. Приемете, че ъгловият размер на опашката на кометата е равен на ъгловото отстояние между Луната и ядрото на кометата по снимката. [6,5 т.]

Указание: Начертайте взаимното разположение на Слънцето, Земята и кометата в подходящ мащаб, като използвате дадената по-горе информация, и опитайте да получите и измерите търсените разстояния графично.

Решение.

А) Хоризонталните размери не се повлияват от рефракцията. Затова, когато чертаем Луната, неповлияна от рефракцията, трябва да приемем за ъглов диаметър на Луната нейният видим хоризонтален размер от снимката. Знаем разстоянието до Луната в момента на заснемането ѝ, както и физическите ѝ размери. Оттам може да получим видимия ѝ ъглов диаметър δ_L . Понеже наблюдаваме Луната на хоризонта, то разстоянието до нея за наблюдателя е практически равно на разстоянието от центъра на Земята, т.е. 399285 километра. Тогава

$$\delta_L = \arcsin\left(\frac{2R_L}{r_L}\right) = 0,49862^\circ \approx 29,92'.$$

Същият резултат се получава и ако от отношението на радиуса и разстоянието получим ъгловия радиус на Луната в радиани и оттам – ъгловия диаметър в дъгови минути.

Измерваме на увеличеното изображение хоризонталния размер на Луната. Получаваме, че той е $D_L = 31 \text{ mm}$. Следователно мащабът k_1 на изображението е

$$k_1 = \frac{\delta_L}{D_L} = 0,965'/\text{mm}.$$

Хоризонтът не е очертан много добре, но ако приемем, че той лежи в горната част на размитата зона, ще получим, че хоризонтът се намира на около $r_1 = 37,5 \text{ mm}$ от горния ръб на диска на Луната. Да пресметнем това разстояние в ъглови единици:

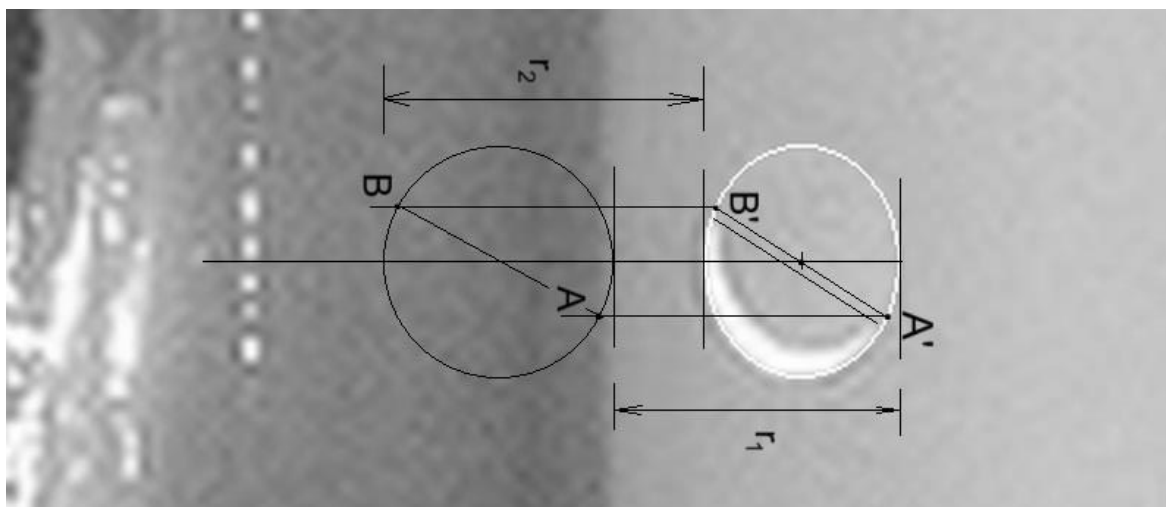
$$\rho_1 = r_1 \cdot k_1 = 36,1875' \approx 36'.$$

Следователно ако премахнем влиянието на рефракцията, горният край на диска на Луната ще се окаже практически на хоризонта. Построяваме вертикална линия от горния ръб на Луната, като я продължаваме и под хоризонта. Центърът на лунния диск, който е неповлиян от рефракцията, ще се намира на разстояние $D_L/2 = 15,5 \text{ mm}$ под хоризонта. Луната ще се изобразява като кръг със същия радиус. Построяваме с пергел диска на Луната, както би се виждал без влиянието на рефракцията (Фигура А1).

Б) Очевидно рефракцията на горния ръб на видимия лунен диск е равна на $36'$. За да определим рефракцията на долния ръб на лунния диск, измерваме разстоянието

между видимото и начертаното му положение. Получаваме, че то е $r_2 = 41,8 \text{ mm}$. Тогава рефракцията на долния край на диска на Луната е равна на

$$\rho_2 = r_2 \cdot k_1 = 40,34'.$$



Фигура А1. Построения по увеличеното шест пъти изображение на Луната.

В) Рогата на сърпа на Луната са леко размазани и краищата им не се виждат. За да маркираме местата на върховете на сърпа, първо намираме центъра на лунния диск, примерно по метода на хордите. Прекарваме през видимите краища на сърпа права линия. Построяваме линия през центъра на диска, която е успоредна на вече построената линия, която минава през видимите краища на рогата. Ако приемем, че двата рога са повлияни еднакво, то те завършват там, където втората линия пресича края на диска. Маркираме тези точки с A' и B' и от тях спускаме вертикални линии към построенния диск на Луната. Правим така, защото рефракцията действа само във вертикална посока. Всяка от линиите пресича окръжността, очертаваща диска, в две точки. По-долната точка B , от лявата страна, и по-горната A , от дясната страна, маркират върховете на сърпа на Луната (Фигура А1).

Г) Търсим ъгловото разстояние между Луната и кометата, за да определим видимия ъглов размер на опашката на кометата. Тук трябва да имаме предвид, че това разстояние е повлияно от обстоятелството, че виждаме Луната ниско на хоризонта и следователно нейното положение на небето е променено от рефракцията. Положението на кометата също се влияе от рефракцията, но в много по-малка степен, и ще пренебрегнем този ефект. Знаем как е разположена в действителност Луната относно хоризонта. Чертаем диска на Луната, така че горният му край да докосва линията на хоризонта. От центъра на начертания, коригиран за рефракцията диск на Луната измерваме разстоянието d_{LC} до главата на кометата в милиметри. Получаваме, че разстоянието $d_{LC} = 159,5 \text{ mm}$ (Фигура А2).

Ъгловият мащаб k_2 на това изображение по условие е 6 пъти по голям от k_1 :

$$k_2 = 6k_1 = 5,79'/\text{mm}.$$

Следователно ъгловото разстояние от истинското положение на Луната до кометата е:

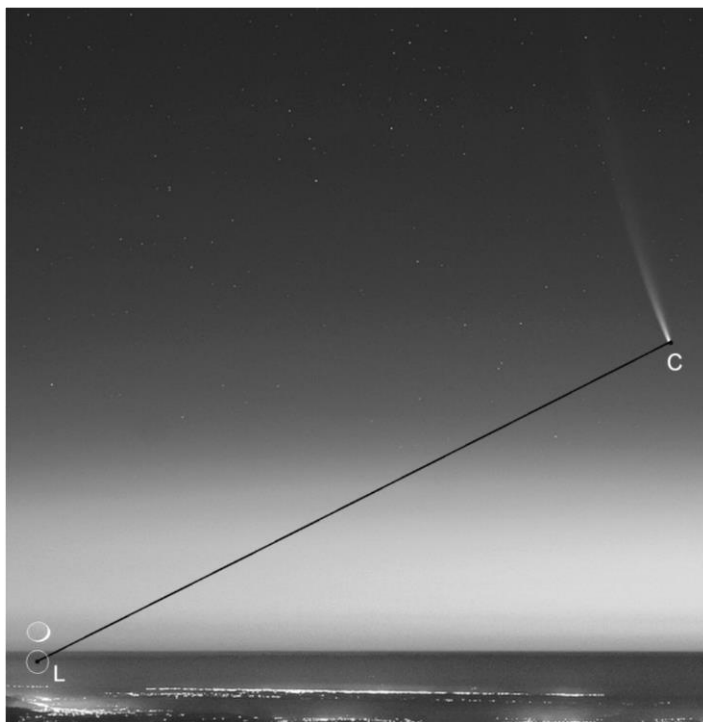
$$\delta_{LC} = d_{LC} \cdot k_2 = 923,5' = 15^\circ 23,5' \approx 15,4^\circ.$$

Толкова е и видимият ъглов размер на опашката на кометата $\delta_{CT} = \delta_{LC}$.

Виждаме, че кометата не е на еклиптиката, тоест тя е извън равнината на земната орбита. Имайки предвид, че снимката е получена от южното полукълбо на

Земята и това, че еклиптиката преминава недалеч от Луната, заключаваме, че кометата е на юг от равнината на земната орбита.

Слънцето, кометата и Земята дефинират една равнина, в която лежи и опашката на кометата. (Тази равнина пресича равнината на земната орбита по линията Земя-Слънце.) Когато говорим за опашката на кометата, то очевидно имаме предвид газовата (т.е. йонната) опашка на кометата, която е насочена в противоположна посока на посоката комета-Слънце.



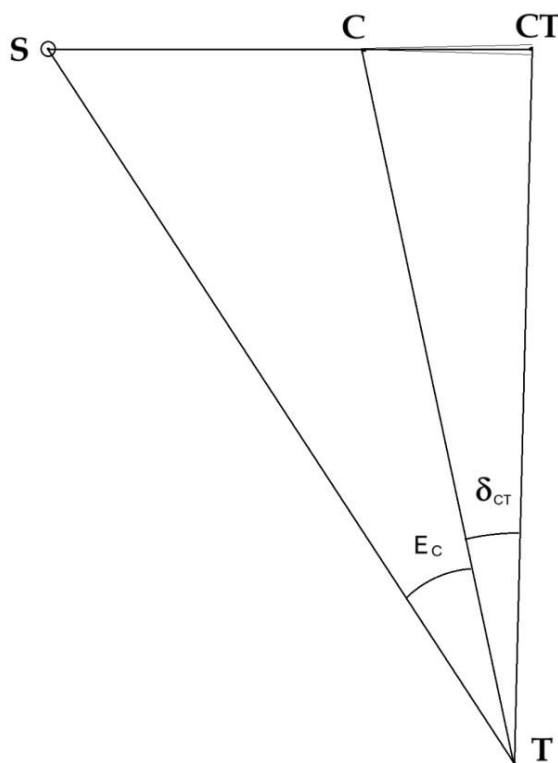
Фигура А2. Ъгловото разстояние Луна-Слънце.

Нека направим чертеж на разположението на телата в тази равнина (Фигура А3). На фигурата с S е означено Слънцето, с T – Земята, с C – кометата, с CT – края на опашката на кометата, с E_C – елонгацията на кометата, т.е. ъгълът Слънце-Земя-комета (по условие той е 22°), и с δ – ъгловия размер на опашката на кометата.

Използваме мащаб, при който 1 милион километра се изобразяват в 1 милиметър. Разстоянието Земя-Слънце е равно на 1,002 au. Умножаваме го по стойността на астрономическата единица от справочните данни и получаваме $TS = 149,897 \cdot 10^6$ km. Построяваме отсечката TS с дължина 149,9 mm. Разстоянието до кометата е 0,805 au. В мащаба на чертежа това е равно на 120,4 mm. Построяваме лъч, лежащ на линията Земя-Слънце, и от него отмерваме ъгъл, равен на елонгацията на кометата. На този ъгъл построяваме лъч, лежащ на линията Земя-комета. По него отмерваме разстоянието до кометата и фиксираме точката, в която се намира кометата. От Слънцето прекарваме през кометата лъч, по протежение на който, след ядрото на кометата, е разположена йонната ѝ опашка. Измерваме разстоянието SC от Слънцето до ядрото на кометата и получаваме, че $SC = 58,5 \cdot 10^6$ km. Превръщаме в астрономически единици и получаваме, че перихелийното разстояние на кометата е около **0,391 au**.

За да получим дължината на опашката на кометата, построяваме лъч от Земята на ъгъл от направлението към кометата, равен на ъгловия размер на опашката δ_{CT} . Там, където лъчът се пресича с продължението на линията Слънце-комета, се намира

краят на опашката на кометата. Означаваме я с СТ. Дължината на отсечката С-СТ е 33 mm. Това означава, че опашката на кометата е дълга **33 милиона километра**.



Фигура А3. Схематично изображение на взаимното разположение на Слънцето, Земята, кометата и опашката на кометата в равнината Слънце-Земя-комета.

Критерии за оценяване (общо 13 т.):

- А) За пресмятане на ъгловите размери на Луната – **0,5 т.**
За съобразяване, че хоризонталните размери не се повлияват от рефракцията – **0,5 т.**
За правилно пресмятане на мащаба на увеличеното изображение – **1 т.**
За вярно изобразяване на размера и положението на неповлияното от рефракцията изображение на Луната – **1,5 т.**
- Б) За правилни разсъждения и определяне на рефракцията на горния и долния край на Луната – **0,5 т. + 1 т.**
- В) За правилни разсъждения и получаване на краищата на рогата на лунния сърп върху оригиналното изображение (променено от рефракцията) – **0,5 т.**
За правилен метод и получаване на краищата на рогата на лунния сърп върху неповлияното от рефракцията положение на Луната – **1 т.**
- Г) За съобразяване на това, че трябва да се измерва от неповлияното изображение на Луната върху снимката с Луната и кометата – **0,5 т.**
За правилни разсъждения и получаване на мащаба на снимката – **0,5 т.**
За точни измервания и краен резултат – **1 т.**
За правилна представа на взаимното пространствено разположение на Слънцето, Земята, кометата и кометната опашка – **1,5 т.**
За правилен и точен чертеж с подходящо избран мащаб – **1 т.**
За точни измервания и получаване на перихелийното разстояние в астрономически единици – **1 т.**
За точни измервания и получаване на дължината на опашката на кометата в милиони километри – **1 т.**

Задача 4. Планетология. Япет е третият най-голям спътник на Сатурн. Той се върти синхронно около Сатурн в права посока, което означава, че винаги остава обърнат към Сатурн по един и същ начин.

Релефът на Япет е крайно интересен. Условно Япет се разделя на две полукълба, едното водещо, а другото задно спрямо орбиталното му движение. За допълнително пояснение, ако наблюдател на северния полюс на Сатурн погледне към Япет, водещото полукълбо за него е това вляво на централния меридиан на Япет, а задното полукълбо е това вдясно. В добро приближение цялото водещо полукълбо на Япет е покрито с тънък слой тъмни частици, докато повърхността на цялото задно полукълбо е от лед, който отразява слънчевата светлина много по-добре. Когато Япет е в първа четвърт за наблюдател на Сатурн, видимата звездна величина на Япет от Земята е $m_1 = 10,3$. А когато Япет е в последна четвърт за наблюдател на Сатурн, видимата му звездна величина от Земята е $m_3 = 12,2$.

- **А)** Каква е видимата звездна величина m_0 на Япет от Земята, когато той е в новолуние за наблюдател на Сатурн? Приемете едно и също взаимно разположение на Земята и Сатурн във всички случаи. Не отчитайте наклона на оста на Сатурн, наклона на орбитата на Япет спрямо екваториалната равнина на Сатурн и наклона на оста на Япет. [4 т.]

Смята се, че тъмният слой по водещото полукълбо на Япет е стар. Според една хипотеза той е резултат от криовулканизъм по това полукълбо, а според друга той се състои от отломки от други спътници на Сатурн, захванати гравитационно от Япет. Средната дебелина на слоя е приблизително $d = 0,5$ m.

- **Б)** Оценете масата μ на слоя. [1,5 т.]
- **В)** Много след като тъмният слой се е формирал, той продължава да покрива само едното полукълбо. Ледът на повърхността на Япет обаче постоянно сублимира и десублимира (тоест спорадично преминава от твърдо в газообразно състояние и обратно). Предвид слабата гравитация на спътника, това би му позволило да се преразпределя свободно по повърхността. И въпреки това, водещото полукълбо остава тъмно. Предложете обяснение за това. [2,5 т.]

По продължение на голяма част от екватора на Япет има дълъг хребет, по който лежат едни от най-високите върхове в Слънчевата система. На Фигура 4 е дадено негативно изображение на хребета, направено отдалеч от апарата Cassini.

- **Г)** Определете височината H на хребета в рамките на снимката. [3 т.]
- **Д)** На Фигура 5 е оградена определена скална маса някъде по повърхността на Япет. Обяснете произхода ѝ, тоест опишете в две-три изречения поредицата от събития, поради които тя се оказва на това място. [1 т.]

Решение.

А) Тъй като радиусът на орбитата на Сатурн е голям, направлението от него към Земята практически съвпада с това от него към Слънцето. Така заключаваме, че в първа четвърт той е обърнат към Земята изцяло със задното (светло) полукълбо, а в последна четвърт изцяло с водещото (тъмно) полукълбо. Нека потокът в първия случай е Φ_1 , а във втория е Φ_3 . Когато Япет е в новолуние, към Земята са обърнати половината от задното и половината от водещото полукълбо. От съображения за симетрия потокът тогава трябва да е $(\Phi_1 + \Phi_3)/2$.

Сега първо намираме отношението Φ_3/Φ_1 :

$$m_3 - m_1 = -2,5 \lg\left(\frac{\Phi_3}{\Phi_1}\right) \Rightarrow \frac{\Phi_3}{\Phi_1} = 0,17.$$

Това ни позволява да пресметнем звездната величина в случая на новолуние:

$$m_0 - m_1 = -2,5 \lg\left(\frac{\Phi_1 + \Phi_3}{2\Phi_1}\right) \Rightarrow m_0 = 10,9.$$

Б) Трябва да оценим плътността на веществото, имайки предвид, че става дума за рехава скала. Взимаме $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$ и го умножаваме по обема на половин тънка сферична черупка. Резултатът е

$$\mu = 2\pi R^2 d\rho = 3.10^{15} \text{ kg}.$$

В) Да вземем момент, в който спътникът е разделен на тъмно и светло полукълбо, и нека помислим какво би се случило с малко количество лед, поставено на всяко от полукълбата. Тъй като тъмното полукълбо като цяло има по-малко лед, неговата отражателна способност ще е по-ниска. Понеже то поглъща повече излъчване от Слънцето, равновесната му температура ще е по-висока спрямо тази на светлото полукълбо (като бавното околоосно въртене на Япет допълнително спомага за тази разлика). Тогава ледът в тъмното полукълбо съответно сублимира много по-бързо, което означава, че натрупването на лед ще става по светлото полукълбо. [1]

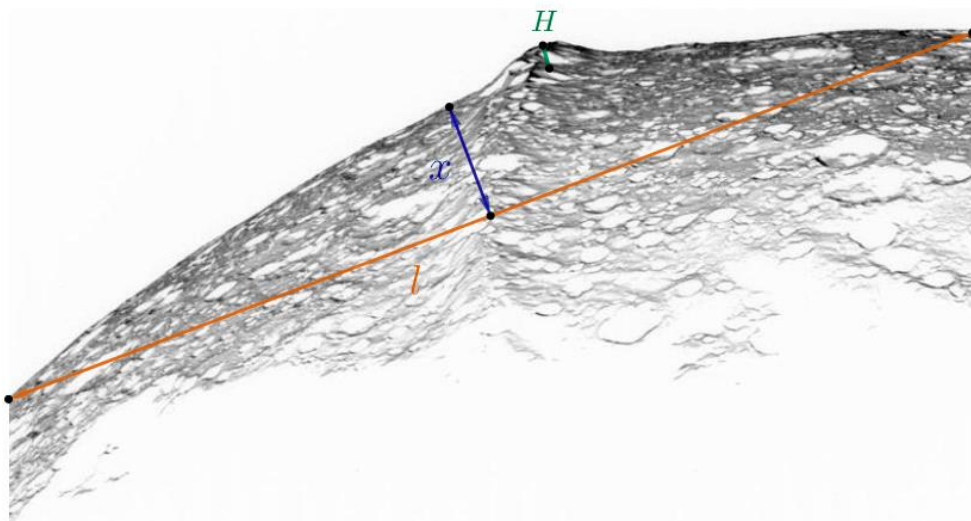
И така, колкото по-малко лед има поначало върху дадено полукълбо, толкова по-лесно става намаляването на оставащото количество лед по него. Това се нарича процес с положителна обратна връзка. Аналогията на Земята е темпът на топене на леда в полярните шапки. В климатологията са известни и много други примери за такива процеси.

Г) За да намерим височината на хребета, трябва да съпоставим размерите му с тези на ъгловия радиус на Япет R , ако той се побираше на същата снимка. Това може да направим само косвено. Построяваме възможно най-дългата отсечка l с краища по лимба (периферията на диска) на Япет. След това измерваме отсечката x , съответстваща на дължината от симетралата на l до лимба.

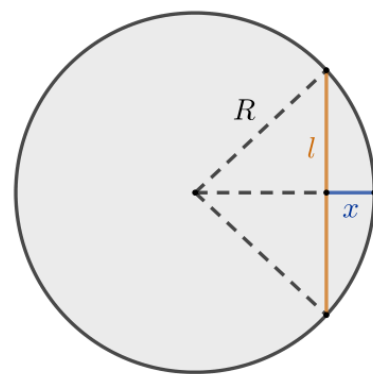
Както е видно от Фигура А5,

$$\sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = R - x \Rightarrow R = \frac{x^2 + (l/2)^2}{2x}.$$

В произволни мерни единици имаме $x = 2,4$, $l = 21,4$, $H = 0,5$, като внимаваме да мерим височината на хребета точно по лимба, за да избегнем ефекти от проекцията. Пресмятанията дават $R = 24,9$, и оттам с пропорция относно $R_I = 734 \text{ km}$ превръщаме до $H = 15 \text{ km}$.



Фигура А4. Построения за намиране на височината на хребета.



Фигура А5. Геометричен смисъл на построенията.

Д) По-голямата част от снимката обхваща голям стар кратер. Близо до периферията му се удря ново тяло, което създава по-малък нов кратер. Взривът води до свлачище от стената на стария кратер, при което скалната маса се изсипва в средата на новия.

Литература:

[1] <https://www.science.org/doi/10.1126/science.1177132>

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

- А) За разпознаване по какъв начин е обърнат Япет към Земята във всяка от конфигурациите – **1,5 т.**
 За намиране на отношението на потоците от водещото и задното полукулбо на Япет – **1 т.**
 За разбиране, че потокът в новолуние трябва да е средноаритметичен на другите два – **0,5 т.**
 За вярно намиране на звездната величина на Япет в новолуние – **1 т.**
- Б) За добре избрана стойност на плътността на тъмния слой – **0,5 т.** (допускат се стойности от 1000 kg/m^3 до 2500 kg/m^3)
 За формула за масата и верен числен резултат – **1 т.**
- В) За обяснение на явлението като процес с положителна обратна връзка – **2,5 т.**
- Г) За правилна идея за намиране на височината на хребета – **1 т.**
 За изразяването на R чрез величини, които могат да се измерят – **1 т.**
 За точни измервания и краен резултат – **1 т.**
- Д) За изреждане на правилната поредица събития – **1 т.**

Справочни данни (по всички задачи):

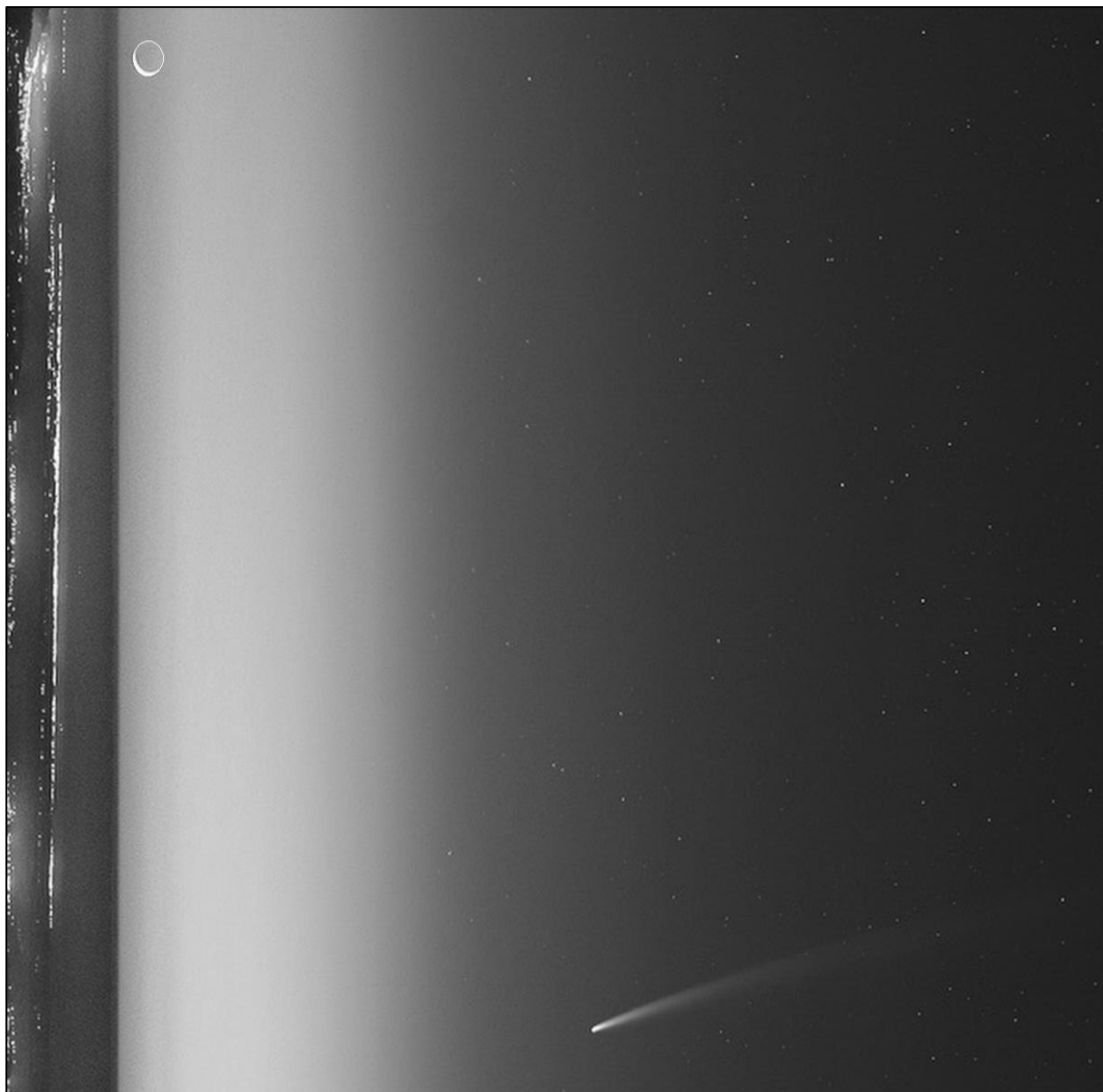
Гравитационна константа

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

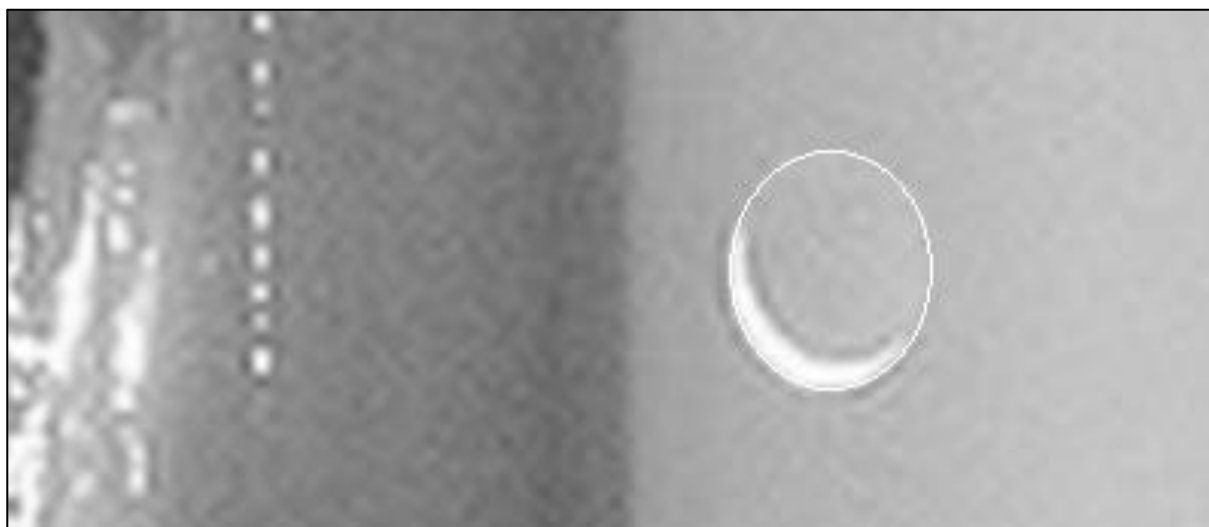
Астрономическа единица

$$1 \text{ au} = 149\,597\,870\,700 \text{ m}$$

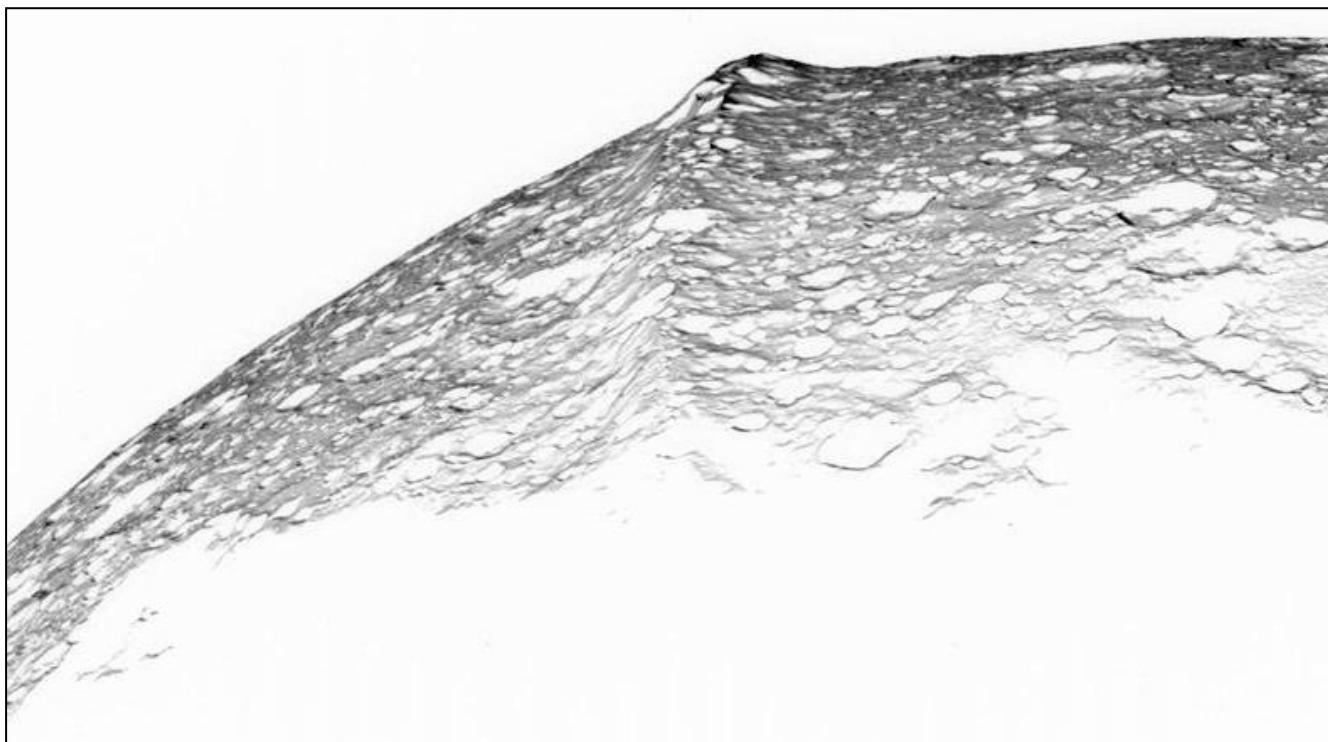
Слънце		
Радиус	R_{\odot}	696000 km
Земя		
Маса	M_E	$5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Радиус	R_E	6371 km
Луна		
Радиус	R_L	1737,4 km
Марс		
Маса	M_M	$6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$
Радиус	R_M	3390 km
Голяма полуос на орбитата	a_M	$227,9 \cdot 10^6 \text{ km}$
Ексцентрицитет на орбитата	e_M	0,0934
Юпитер		
Маса	M_J	$1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$
Радиус	R_J	69900 km
Период на въртене около оста	τ_J	9 h 55 min
Радиус на орбитата	r_J	5,20 au
Ганимед		
Радиус	R_G	2634 km
Радиус на орбитата	r_G	1070000 km
Япет		
Радиус	R_I	734 km



Фигура 2. Част от снимката на Габриел Запароли в сива гама (към Задача 3).



Фигура 3. Увеличено 6 пъти изображение на Луната (към Задача 3).



Фигура 4. Екваториалният хребет на Япет (към Задача 4).



Фигура 5. Скална маса по повърхността на Япет (към Задача 4).