

스위치를 조작해서 전구를 목표에 맞게 켜는 이 게임의 규칙을 파악해 본다.

a. 스위치를 조작하는 것은 일방통행이다. 0번, 3번 스위치를 조작했다면 그 이후에 2번 스위치를 조작하지 않는다. 또한 하나의 스위치를 두 번 이상 반복하여 조작하지 않는다.

예를 들어 10개의 전구를 전부 꺼진 상태에서 1번, 2번 전구만 켜진 상태를 만들기 위해선 다음과 같이 스위치를 조작한다.

(본 문제에서는 0이 켜진 전구, 1이 꺼진 전구를 의미하지만, 여기에서는 반대로 0이 꺼진 전구, 1이 켜진 전구를 의미한다.)

| [0] | [1] | [2] | [3] | [4] | [5] | [6] | [7] | [8] | [9] |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ↓ | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | ↓ | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | ↓ | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | | ↓ | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | ↓ | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | ↓ | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | | | | | | | ↓ | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | | | | | | | | ↓ | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

노란색 배경을 넣은 아래 화살표가 스위치 조작을 의미한다. 이 화살표는 아래로 내려올 수록 오른쪽으로 이동하지만, 다시 왼쪽으로 이동하지는 않는다. 즉, 스위치 조작은 일방통행이고 유턴하지 않는다.

예를 들어 2번 스위치를 조작했다면 (굵은 사각형으로 포장한 화살표), 이 조작으로 해당 스위치 왼쪽에 있는 전구들(0, 1번 전구)을 목표와 같게 맞추었다는 것을 의미한다. 그 이후에 다시 2번 내지는 그 왼쪽에 있는 스위치를 다시 조작해서 [목표와 같게 맞추어 놓은] 전구들을 [목표와 동떨어지게] 만들 필요는 없는 것이다.

b. 스위치를 조작하는 것은 스위치 바로 왼쪽 전구를 목표와 일치 시키기 위함이다.

10개의 전구를 전부 꺼진 상태에서 1번, 2번 전구만 켜진 상태를 만드는 예시를 다시 한 번 살펴본다.

| [0] | [1] | [2] | [3] | [4] | [5] | [6] | [7] | [8] | [9] |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ↓ | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | ↓ | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | ↓ | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | | ↓ | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | ↓ | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | ↓ | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | | | | | | ↓ | | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | | | | | | | | ↓ | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

예를 들어 0번 스위치를 조작한 뒤 1번 스위치를 조작한 이유는 0번 전구를 목표와 같게 맞추기 위함이다. 이로 인해 1번 혹은 그 오른쪽에 있는 전구가 목표와 틀어질 수 있지만 그 전구들은 이후 단계에서 맞추어 나가는 것이다. 비슷한 이유로 1번 스위치 조작 이후에 2번 스위치를 조작한 이유는 1번 전구를 목표와 같게 맞추기 위함이다. 또한 3번 스위치 조작 이후에 4번 스위치를 조작하지 않은 이유는 3번 전구가 이미 목표와 같게 설정되었기 때문이다. 이 방법을 사용하면 1번 및 그 이후에 나오는 스위치의 조작 여부를 쉽게 결정할 수 있다.

그렇다면 0번 스위치의 조작 여부는 어떻게 결정할까?

c. 초기 전구 상태와 목표 전구 상태 만으로 0번 스위치 조작 여부를 결정하기는 매우 어렵다.

모든 전구가 꺼진 상태에서 1번, 2번 전구만 켜는 게임을 할 때,

처음 전구가 3개인 경우에는 0번 스위치를 조작하지 않고,

처음 전구가 4개인 경우에는 0번 스위치를 조작하며,

처음 전구가 5개인 경우에는 (0번 스위치 조작 여부와 무관하게) 목표에 도달할 수 없다.

이처럼 초기 전구 상태와 목표 전구 상태의 정보를 알더라도 0번 스위치 조작 여부는 쉽게 추측할 수 없다. 따라서 이 문제는

0번 스위치를 조작하지 않은 경우와

0번 스위치를 조작하는 경우

양 측을 모두 고려하여 해결해 나간다.

d. 마지막 전구가 목표와 일치하는지 여부로 전구의 현재 상태와 목표 상태를 비교할 수 있다.

위의 방법으로 0번 스위치부터 [전구 개수-1]번 스위치까지 조작 여부를 결정했다면 최종 전구 상태를 목표 상태와 비교하여 목표 상태에 잘 도달했는지 판단할 수 있다. 전구의 개수가 많아지면 이 비교에 긴 시간이 사용될 것이다. 최종 전구 상태와 목표 상태를 비교하는 더 쉬운 방법이 있는데 바로

마지막 전구([전구 개수-1]번 전구)가 목표와 일치하는지 여부를 살펴보는 것이다. [전구 개수-1]번 스위치까지 조작 여부를 결정했으므로 0번 전구부터 [전구 개수-2]번 전구는 목표 전구와 일치하기 때문이다.

예를 들어 처음 4개의 전구가 모두 꺼진 상태에서 1번, 2번 전구만 켜는 예를 생각해 본다. 0번 스위치를 조작하지 않는다면 다음과 같이 스위치 조작이 이루어진다.

| [0] | [1] | [2] | [3] |
|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | ↓ | |
| 0 | 1 | 1 | 1 |

모든 스위치 조작이 이루어진 후 마지막 전구(3번 전구)가 목표와 일치하지 않으므로, 0번 스위치를 조작하지 않는 경우 목표에 도달할 수 없음을 알 수 있다.

0번 스위치를 조작한다면 다음과 같이 스위치 조작이 이루어진다.

| [0] | [1] | [2] | [3] |
|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| ↓ | | | |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| | ↓ | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| | | ↓ | |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| | | | ↓ |
| 0 | 1 | 1 | 0 |

모든 스위치 조작이 이루어진 후 마지막 전구가 목표와 일치하므로, 0번 스위치를 조작하는 경우 목표에 도달할 수 있음을 알 수 있다.

따라서 처음 4개의 전구가 모두 꺼진 상태에서 1번, 2번 전구만 켜는 예에서 최소 스위치 4번 조작이 필요함을 알 수 있다.

다른 예로 처음 5개의 전구가 모두 꺼진 상태에서 1번, 2번 전구만 켜는 예를 생각해 본다. 0번 스위치를 조작하지 않는다면 다음과 같이 스위치 조작이 이루어진다.

| [0] | [1] | [2] | [3] | [4] |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | ↓ | | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| | | | | ↓ |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

모든 스위치 조작이 이루어진 후 마지막 전구(4번 전구)가 목표에 일치하지 않으므로, 0번 스위치를 조작하지 않는 경우 목표에 도달할 수 없음을 알 수 있다.

0번 스위치를 조작한다면 다음과 같이 스위치 조작이 이루어진다.

| [0] | [1] | [2] | [3] | [4] |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ↓ | | | | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | ↓ | | | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | | ↓ | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| | | | ↓ | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

모든 스위치 조작이 이루어진 후 마지막 전구가 목표에 일치하지 않으므로.

0번 스위치를 조작하는 경우(에도) 목표에 도달할 수 없음을 알 수 있다.

따라서 처음 5개의 전구가 모두 꺼진 상태에서 1번, 2번 전구만 켜는 예는 불가능함을 알 수 있다.

[END OF DOCUMENT]