#9461 – 두 점화식 비교

sianke1991

이 문제는 i번째 삼각형이 i-1번째 삼각형과 i-5번째 삼각형에 닿아서 생성된다는 사실을 이용하여 풀 수 있다. 수열의 점화식은 다음과 같이 작성된다.

$A_0 = 1;$

$A_1 = A_0;$

$A_2 = A_1;$

$A_3 = A_0 + A_2;$

$A_i = A_{i-5} + A_{i-1}$ (i>=5)

하지만 다음과 같은 수열로도 풀이가 가능하다.

$B_0 = 1;$

$B_1 = 1;$

$B_2 = 1;$

$B_i = B_{i-2} + B_{i-3}$ (i>=3)

이 두 점화식은 동일한 것인가?

$B_i = B_{i-2} + B_{i-3}$ … … ①

식 ①에서 B_{i-2}의 이항 $B_{i-3} = B_i - B_{i-2}$ … … ②

식 ①에서 i ← i-1 대입 $B_{i-1} = B_{i-3} + B_{i-4}$ … … ③

식 ①에서 i ← i-2 대입 $B_{i-2} = B_{i-4} + B_{i-5}$ … … ④

식 ④에서 B_{i-5}의 이항 $B_{i-4} = B_{i-2} - B_{i-5}$ … … ⑤

③ … … $B_{i-1} = B_{i-3} + B_{i-4}$

위 식의 우변에 ②와 ⑤를 대입한다.

$B_{i-1} = (B_i - B_{i-2}) + (B_{i-2} - B_{i-5})$

$B_{i-1} = B_i - B_{i-5}$

위 식에서 B_{i-5}를 이항한다.

$B_i = B_{i-5} + B_{i-1}$

이 점화식은 수열 A의 것과 동일하다.