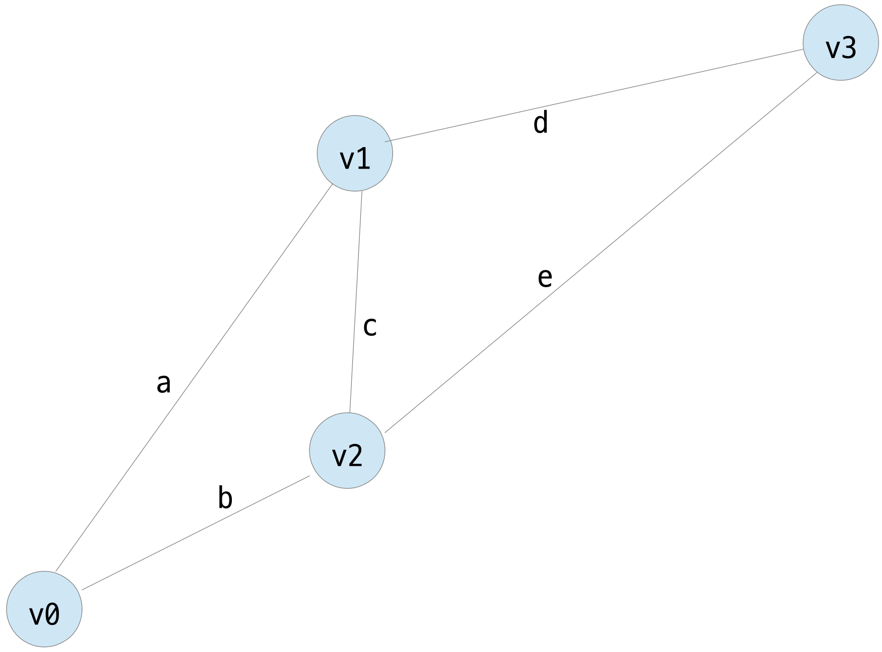
v0에서 출발하여 v3에 도달하는데 v1과 v2를 반드시 거쳐야 하는 경우-

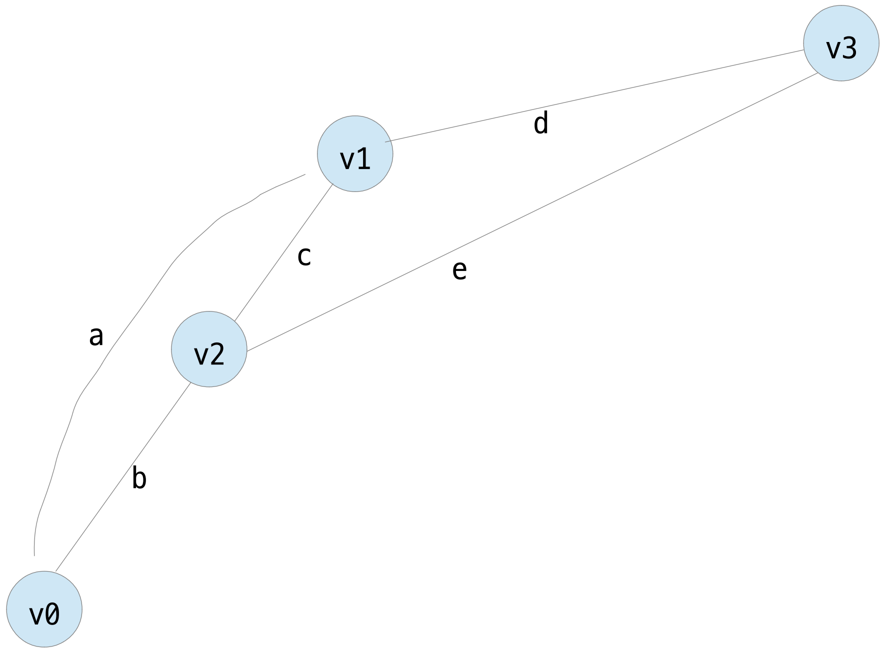
sianke1991



위 그래프에서 v0 → v1의 간선의 비용이 a라는 의미가 아닌,
v0에서 출발하여 v1에 도달하는데 필요한 최소 비용이 a라는 의미이다.
그래프 내 다른 직선들도 같은 의미로 작성된 것이다.

case a) v0 → v1 → v2 → v3과
case b) v0 → v2 → v1 → v3 두 가지 케이스가 있다. 각각의 경우에 대해서 최소 비용을 구하면
case a의 비용) a + c + e
case b의 비용) b + c + d
이 된다. 따라서 최소 비용은 min(a+c+e, b+c+d)로 구할 수 있다.

만약 v2가 v0 → v1 최소 경로의 가운데에 들어간 경우에도 위의 방식으로 최소 비용을 구할 수 있을까? v2가 v0 → v1 최소 경로의 가운데에 포함된다면 v0 → v1 으로 이동한 후 v2에 별도로 방문할 필요 없이 곧바로 v3에 이동하면 된다. 어쩐지 위의 경우보다 비용을 절약할 수 있을 것 같다... 만약 그러하다면 v0 → v1 최소 경로에 v2가 포함이 되는지 여부를 알아야 하지 않을까.



v2가 v0 → v1 최소 경로의 가운데에 포함이 되는 경우.
이 특수한 경우에는 a==b+c가 성립한다.

이 특수한 경우에도 v1, v2를 거쳐서 v0 → v3을 이동하는데
case a) v0 → v1 → v2 → v3과
case b) v0 → v2 → v1 → v3 두 가지 케이스가 있다. case a)의 경우 v1 <---> v2 구간을 두 번 지나게 되어 비효율적으로 보이지만 그럼에도 불구하고 (최소 비용을 구하는데) 무시할 수 없는 케이스이다. (v1 <---> v3 구간, 비용 d가 압도적으로 큰 경우 case a)가 case b)보다 더 효율적일 수 있다.)

각각의 경우에 대해서 최소 비용을 구하면
case a의 비용) a + c + e
case b의 비용) b + c + d
이 된다. 따라서 최소 비용은 min(a+c+e, b+c+d)로 구할 수 있다. 이 공식은 위의 [v2가 v0 → v1 최소 경로의 가운데에 포함이 되지 않는 특수하지 않은 경우의] 식과 동일하다. 따라서 이 문제를 풀 때 v0 → v1의 최소 경로에 v2가 포함이 되는지 여부는 고려하지 않아도 무방하다.