

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق

درس کنترل خطی کنترل سیستم تانکر آب

دانشجویان :
سیاوش ابراهیمی کمال (۴۰۲۱۴۳۳۳)
حسین اسکندری (۴۰۲۱۴۷۰۳)
لینک گیتهاب

فهرست مطالب

۲	۱ کنترل سیستم تانکر آب
۲	۱.۱ مدل سازی ریاضی و استخراج تابع تبدیل سیستم
۲	۱.۱.۱ توصیف فیزیکی و معادلات حاکم
۳	۲.۱.۱ استخراج تابع تبدیل حلقه باز (Open-Loop)
۴	۳.۱.۱ تحلیل حلقه بسته فعلی
۵	۲.۱ مدل سازی فیزیکی و استخراج تابع تبدیل پارامتری
۵	۱.۲.۱ توصیف دینامیک غیرخطی سیستم
۵	۲.۲.۱ تعیین نقطه کار و شرایط تعادل
۶	۳.۲.۱ خطی سازی به روش بسط سری تیلور
۶	۴.۲.۱ استخراج تابع تبدیل مرتبه اول
۶	۵.۲.۱ محاسبه پارامترهای خطی در نقطه $h_0 = 10$
۶	۶.۲.۱ تابع تبدیل حلقه باز
۷	۷.۲.۱ تابع تبدیل حلقه بسته
۷	۸.۲.۱ نتیجه مدل نهایی
۸	۳.۱ تحلیل حلقه باز سیستم
۸	۱.۳.۱ مدل اول: انتگرال گیر ساده
۸	۲.۳.۱ مدل دوم: مدل خطی شده واقعی
۸	۳.۳.۱ تفاوت پاسخ در پله های بزرگ و کوچک
۱۰	۴.۱ تحلیل پایداری و رفتار غیرخطی
۱۰	۱.۴.۱ پایداری BIBO
۱۰	۲.۴.۱ معیار راث-هرویتز و محل قطب ها
۱۰	۳.۴.۱ تحلیل رفتار غیرخطی و شرایط ناپایداری
۱۰	۵.۱ تحلیل رفتار سیستم در حوزه فرکانس
۱۱	۶.۱ طراحی جبران ساز و تنظیم پاسخ نوسانی
۱۷	۷.۱ تحلیل اثر نویز و اختشاش بر عملکرد سیستم
۲۰	۸.۱ بررسی ثابت زمانی و پیشنهادات اصلاحی

فصل ۱

کنترل سیستم تانکر آب

۱.۱ مدل سازی ریاضی و استخراج تابع تبدیل سیستم

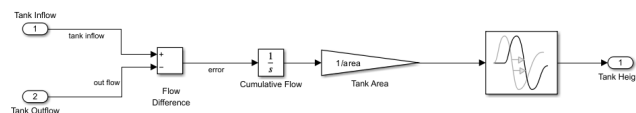
۱.۱.۱ توصیف فیزیکی و معادلات حاکم

سیستم تانکر دارای شیر ورودی آب به عنوان ورودی مدل و شیر خروجی به عنوان اغتشاش است. فیدبک در این سیستم ارتفاع آب در مخزن است که در بلوک شیر ورودی لحاظ شده است. پارامترهای تانکر بصورت زیر از مسیر ذکر شده استخراج شدند:

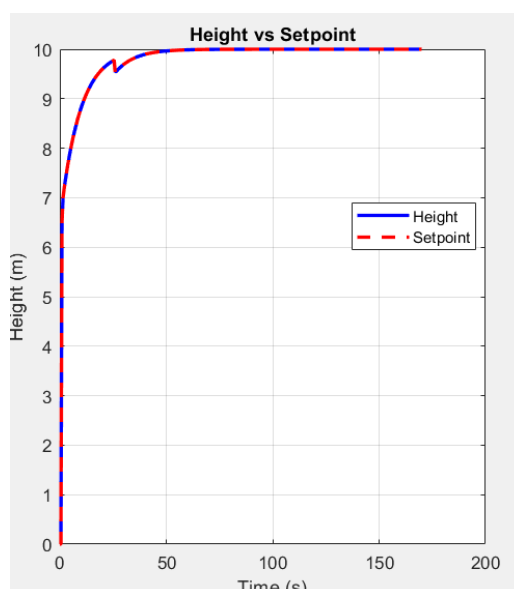
```
outflow = 50;
lolim = 2;
hilim = 10;
inflow = 10;
area = 100;
tankheight = 0;
```

```
% invalve, Outvalve, flushpulse
```

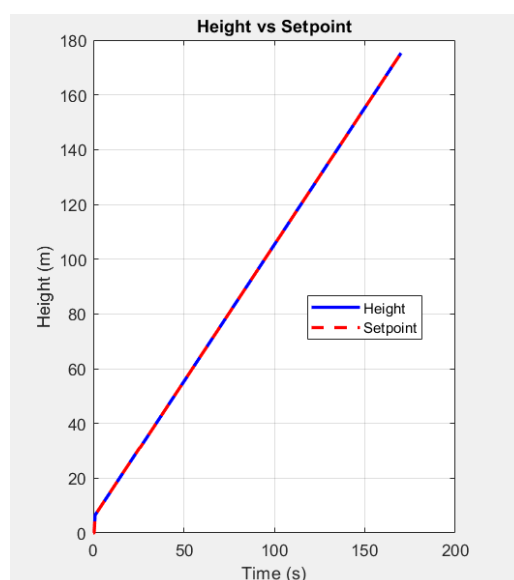
با توجه به بلوک‌های موجود در مدل شبیه‌سازی، سیستم تانکر به صورت یک انتگرال‌گیر خالص مدل‌سازی شده است. این را می‌توان در پاسخ پله مشاهده کرد. همچنین اگر فیدبک ارتفاع را از شیر ورودی قطع کنیم خواهیم دید خروجی بصورت شیب خواهد شد که نشان می‌دهد سیستم انتگرال‌گیر خالص است.



شکل ۱.۱: بلوک انتگرال‌گیر



شکل ۲.۱: پاسخ پله با فیدبک



شکل ۳.۱: پاسخ پله بدون فیدبک و خروجی شیب

شیر ورودی جریان آب را کنترل می کند. جریان آب بصورت تناسبی با اختلاف سطح آب با سطح مورد نظر تنظیم می شود. همچنین در ثانیه ۵۰ شیر خروجی به یکباره به عنوان اغتشاش باز می شود و سطح آب پایین می رود اما با توجه به فیدبک ارتفاع آب در شیر ورودی این مقدار جبران شده و در نهایت ارتفاع آب به مقدار مانا می رسد. نرخ تغییرات ارتفاع آب در مخزن (h) تابع اختلاف جریانهای ورودی (Q_{in}) و خروجی (Q_{out}) و سطح مقطع مخزن ($Area$) است:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{Area} (Q_{in}(t) - Q_{out}(t)) \quad (1.1)$$

۲.۱.۱ استخراج تابع تبدیل حلقه باز (Open-Loop)

برای استخراج تابع تبدیل سیستم، ورودی کنترلی را فرمان شیر ورودی (u) و خروجی را ارتفاع تانک (h) در نظر می گیریم. با فرض $Q_{out} = 0$:

$$Q_{in}(t) = inflow \times u(t) \cdot \dot{h}(t) = \frac{inflow}{Area} u(t) \quad (2.1)$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس با شرایط اولیه صفر، تابع تبدیل حلقه باز به دست می‌آید:

$$G(s) = \frac{H(s)}{U(s)} = \frac{inflow}{Area \cdot s} \quad (3.1)$$

با جایگذاری مقادیر پارامترهای مدل ($inflow = 10$ و $Area = 100$):

$$G(s) = \frac{10}{100s} = \frac{0.1}{s} \quad (4.1)$$

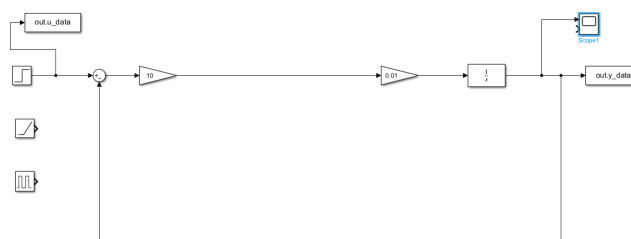
این نتیجه تایید می‌کند که سیستم ذاتاً یک انتگرال‌گیر خالص است.

۳.۱.۱ تحلیل حلقه بسته فعلی

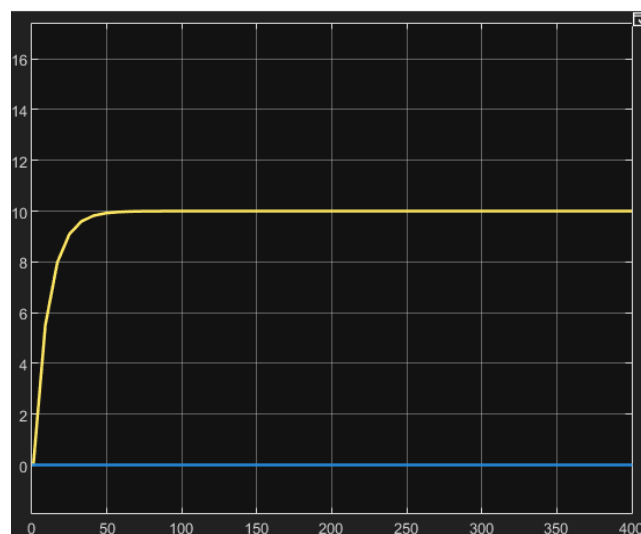
در مدل موجود، یک فیدبک داخلی از ارتفاع به صورت $u(t) = h_{lim} - h(t)$ وجود دارد. تابع تبدیل حلقه بسته از مقدار مطلوب (h_{lim}) به ارتفاع (h) به شرح زیر است:

$$T(s) = \frac{G_{closed}(s) \cdot G(s)}{1 + G_{closed}(s) \cdot G(s)} = \frac{1 \cdot \frac{0.1}{s}}{1 + \frac{0.1}{s}} = \frac{0.1}{s + 0.1} \quad (5.1)$$

این مدل را در سیمولینک شبیه سازی کرده و نتایج بصورت زیر بدست آمد:



شکل ۴.۱: بلوک دیاگرام در سیمولینک



شکل ۵.۱: خروجی مدل

۲.۱ مدل سازی فیزیکی و استخراج تابع تبدیل پارامتری

۱.۲.۱ توصیف دینامیک غیرخطی سیستم

در این بخش، خروجی تانک بر اساس قانون تورچلی به صورت یک تابع غیرخطی از ارتفاع در نظر گرفته می شود. بر اساس مدل پیاده سازی شده، نرخ تغییرات جرم (یا حجم با فرض چگالی ثابت) در مخزن تابع تفاوت جریان های ورودی و خروجی است:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} [Q_{in}(t) - Q_{out}(t)] \quad (۶.۱)$$

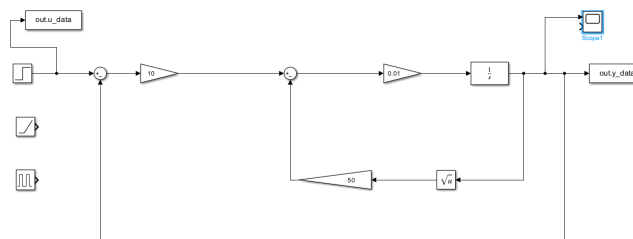
با فرض اینکه خروجی تانک از یک شیر با ضریب تخلیه a عبور می کند، رابطه غیرخطی زیر برقرار است:

$$Q_{out}(t) = a\sqrt{h(t)} \quad (۷.۱)$$

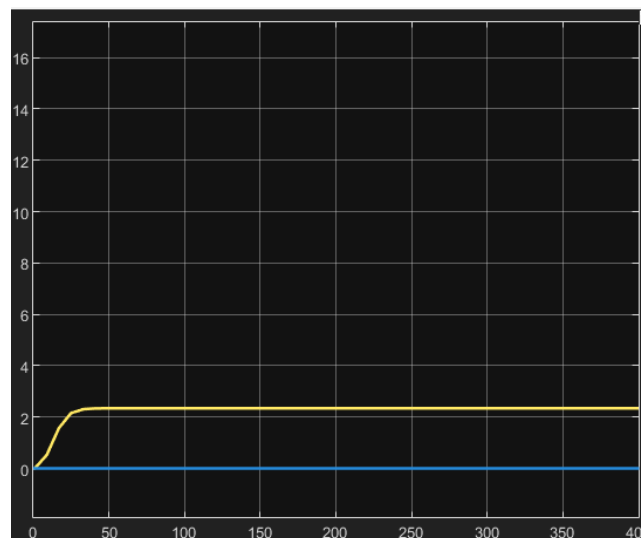
بنابراین معادله دیفرانسیل مرتبه اول حاکم بر سیستم به صورت زیر است:

$$\dot{h}(t) = \frac{1}{A} Q_{in}(t) - \frac{a}{A} \sqrt{h(t)} \quad (۸.۱)$$

این مدل غیر خطی در سیمولینک شبیه سازی شد.



شکل ۶.۱: بلوک دیاگرام در سیمولینک



شکل ۷.۱: خروجی مدل

۲.۲.۱ تعیین نقطه کار و شرایط تعادل

برای خطی سازی سیستم، ابتدا باید نقطه کار را تعریف کنیم. فرض می کنیم سیستم در ارتفاع مطلوب h_0 در حالت تعادل باشد. در این حالت ($\dot{h} = 0$)، جریان ورودی تعادلی (Q_{in0}) باید دقیقاً برابر با جریان خروجی در آن ارتفاع باشد:

$$Q_{in0} = a\sqrt{h_0} \quad (۹.۱)$$

۳.۲.۱ خطی سازی به روش بسط سری تیلور

برای استخراج تابع تبدیل خطی، عبارت غیرخطی $f(h) = a\sqrt{h}$ را حول نقطه h_0 بسط می دهیم. با صرف نظر از جملات مرتبه دو و بالاتر، خواهیم داشت:

$$a\sqrt{h} \approx a\sqrt{h_0} + \left. \frac{d(a\sqrt{h})}{dh} \right|_{h=h_0} (h - h_0) \quad (10.1)$$

با محاسبه مشتق، بهره خطی خروجی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\left. \frac{df}{dh} \right|_{h_0} = \frac{a}{2\sqrt{h_0}} \quad (11.1)$$

بنابراین، معادله خطی شده برای تغییرات کوچک حول نقطه کار ($\Delta h = h - h_0$ و $\Delta Q_{in} = Q_{in} - Q_{in0}$) به صورت زیر حاصل می شود:

$$\Delta \dot{h}(t) = \frac{1}{A} \Delta Q_{in}(t) - \frac{a}{2A\sqrt{h_0}} \Delta h(t) \quad (12.1)$$

۴.۲.۱ استخراج تابع تبدیل مرتبه اول

با اعمال تبدیل لاپلاس به معادله خطی شده فوق، تابع تبدیل سیستم (Plant) در فضای فرکانس به دست می آید:

$$G(s) = \frac{H(s)}{Q_{in}(s)} = \frac{1/A}{s + \frac{a}{2A\sqrt{h_0}}} \quad (13.1)$$

این تابع تبدیل را می توان به فرم استاندارد سیستم های مرتبه اول ($\frac{K}{\tau s + 1}$) بازنویسی کرد که در آن پارامترهای سیستم عبارتند از:

- بهره استاتیکی سیستم (K): $K = \frac{2\sqrt{h_0}}{a}$

- ثابت زمانی سیستم (τ): $\tau = \frac{2A\sqrt{h_0}}{a}$

۵.۲.۱ محاسبه پارامترهای خطی در نقطه $h_0 = 10$

برای خطی سازی مدل غیرخطی $\dot{h} = \frac{1}{A}Q_{in} - \frac{a}{A}\sqrt{h}$ حول نقطه تعادل، از مشتق جزئی نسبت به ارتفاع استفاده می کنیم. پارامتر خطی فیدبک داخلی (λ) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\lambda = \frac{a}{2A\sqrt{h_0}} = \frac{15.86}{2 \times 100 \times \sqrt{10}} \approx 0.025 \quad (14.1)$$

۶.۲.۱ تابع تبدیل حلقه باز

تابع تبدیل از جریان ورودی (ΔQ_{in}) به ارتفاع (ΔH) با در نظر گرفتن اثر تخلیه به صورت زیر است:

$$G_p(s) = \frac{0.01}{s + 0.025} \quad (15.1)$$

۷.۲.۱ تابع تبدیل حلقه بسته

با فرض استفاده از یک کنترلر تناسبی با بهره $K_p = 10$ و در نظر گرفتن بهره ورودی سیستم ($inflow = 10$)، تابع تبدیل حلقه بسته از مقدار مطلوب به ارتفاع واقعی به شرح زیر است:

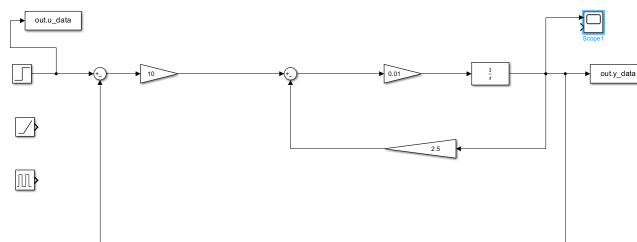
$$T(s) = \frac{K_p \cdot G_p(s)}{1 + K_p \cdot G_p(s)} = \frac{10 \times \frac{0.1}{s+0.025}}{1 + 10 \times \frac{0.1}{s+0.025}} \quad (۱۶.۱)$$

پس از ساده سازی، تابع تبدیل نهایی سیستم خطی شده برابر است با:

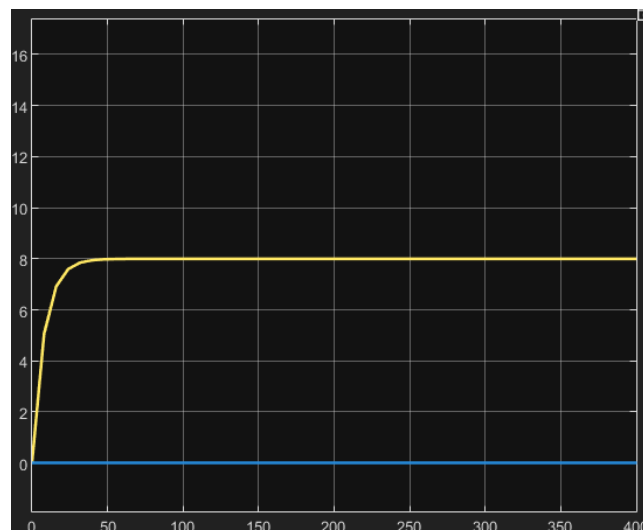
$$T(s) = \frac{1}{s + 0.125} \quad (۱۷.۱)$$

۸.۲.۱ نتیجه مدل نهایی

مدل های بدست آمده همیشه معتبر نیستند و تنها در ناحیه عملکرد خطی معتبر اند. در مدل اول یک بازه خطی وجود دارد و در مدل دوم ناحیه خطی حول نقطه کار مدل تعریف می شود. همچنین حالت هایی وجود دارد که بصورت فیزیکی ممکن نیست برای مثال شیر ورودی نمیتواند بیش از ۱۰۰ درصد باز شود یا مقدار آب نمی تواند از گنجایش مخزن بیشتر شود.



شکل ۸.۱: بلوک دیاگرام در سیمولینک



شکل ۹.۱: خروجی مدل

۳.۱ تحلیل حلقه باز سیستم

۱.۳.۱ مدل اول: انتگرال گیر ساده

این مدل تنها شامل انباشتگی جریان ورودی است. تابع تبدیل آن به صورت $G_1(s) = \frac{0.01}{s}$ تعریف می‌شود. این سیستم از تایپ ۱ و مرتبه اول است. در پاسخ پله، خروجی به صورت خطی واگرا شده و فاقد مقدار ماندگار یا زمان نشست مشخص می‌باشد.

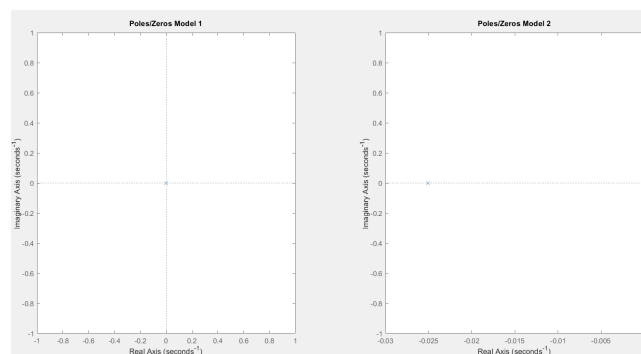
۲.۳.۱ مدل دوم: مدل خطی شده واقعی

با در نظر گرفتن فیدبک داخلی ناشی از تخلیه تانک، تابع تبدیل به $G_2(s) = \frac{0.01}{s+0.025}$ تغییر می‌یابد. تحلیل پاسخ زمانی نشان می‌دهد:

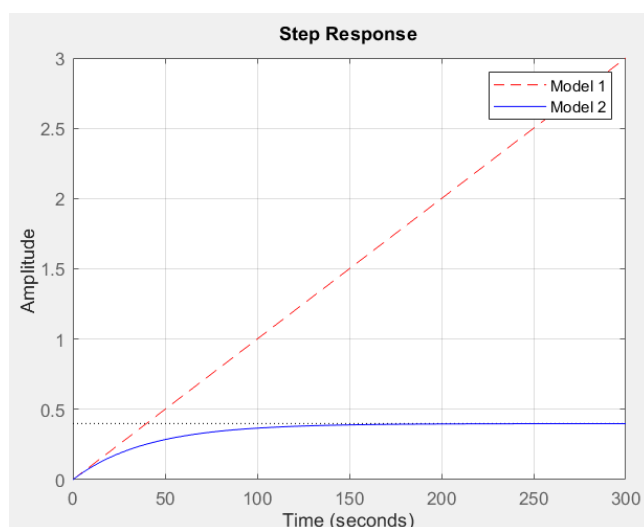
- ثابت زمانی: ۴۰ ثانیه.
- زمان نشست: ۱۶۰ ثانیه.
- تایپ سیستم: به دلیل انتقال قطب به -0.025 ، سیستم به تایپ ۰ تبدیل شده که منجر به ایجاد خطای ماندگار ۶۰٪ در حالت حلقه باز می‌گردد.

۳.۳.۱ تفاوت پاسخ در پله‌های بزرگ و کوچک

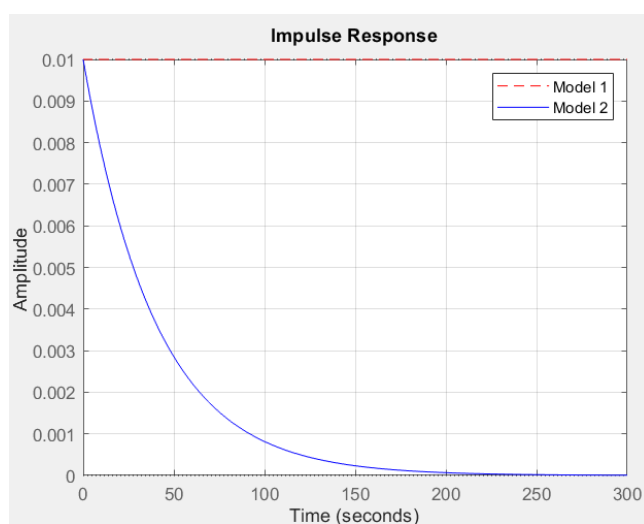
مدل‌های استخراج شده تنها در همسایگی نقطه کار معتبر هستند. در پله‌های بزرگ، به دلیل ماهیت غیرخطی جمله تخلیه، پارامترهای زمانی سیستم تغییر کرده و مدل خطی دقت خود را از دست می‌دهد.



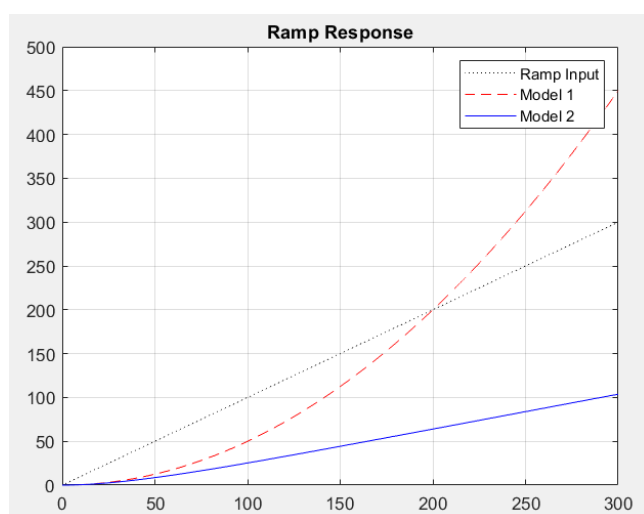
شکل ۱۰.۱: نمودار صفر و قطب



شکل ۱۱.۱: پاسخ پله



شکل ۱۲.۱: پاسخ ضربه



شکل ۱۳.۱: پاسخ شیب

۴.۱ تحلیل پایداری و رفتار غیرخطی

۱.۴.۱ پایداری BIBO

- مدل اول: در حالت حلقه باز پایدار BIBO نیست، زیرا ورودی پله (محدود) منجر به خروجی بی‌کران می‌شود. اما در حالت حلقه بسته با بهره ۱۰، به دلیل انتقال قطب به سمت چپ، پایدار می‌گردد.
- مدل دوم: هم در حالت حلقه باز و هم در حالت حلقه بسته پایدار BIBO است.

۲.۴.۱ معیار راث-هرویتز و محل قطب‌ها

با تشکیل معادله مشخصه برای هر دو مدل در حالت حلقه بسته:

- مدل ۱: معادله مشخصه $s + 0.1 = 0$ است. تنها قطب سیستم در $s = -0.1$ قرار دارد.

- مدل ۲: معادله مشخصه $s + 0.125 = 0$ است. تنها قطب سیستم در $s = -0.125$ قرار دارد.

طبق معیار راث-هرویتز، از آنجا که تمام ضرایب معادله مشخصه مثبت هستند، پایداری هر دو مدل در حالت حلقه بسته تضمین شده است.

۳.۴.۱ تحلیل رفتار غیرخطی و شرایط ناپایداری

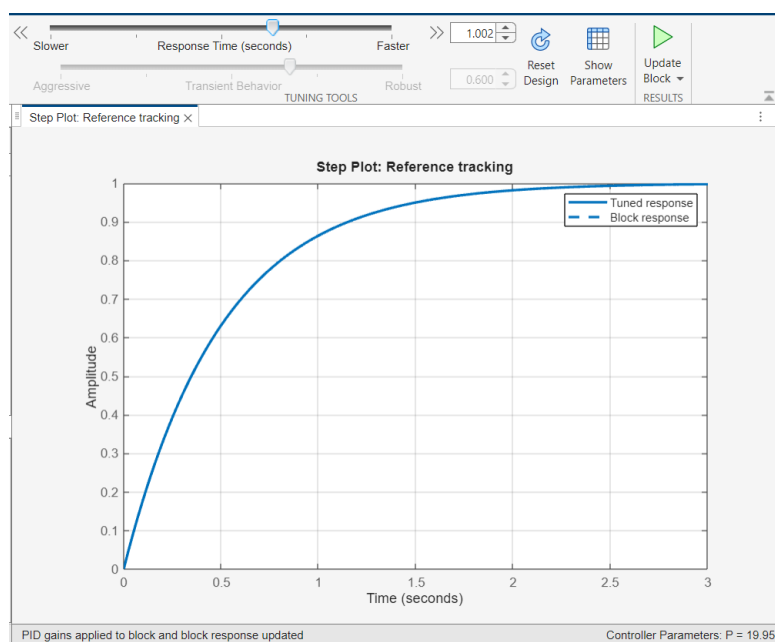
در صورتی که دامنه پله ورودی فراتر از محدوده خطی‌سازی باشد، ممکن است نرخ ورود آب از حداکثر نرخ تخلیه پیشی گرفته و منجر به واگرایی ارتفاع شود. برای جریان ورودی از شیر و ظرفیت مخزن در مدل‌های خطی محدودیت فیزیکی وجود دارد. که می‌تواند در عمل باعث تفاوت رفتار با شبیه‌سازی گردد.

۵.۱ تحلیل رفتار سیستم در حوزه فرکانس

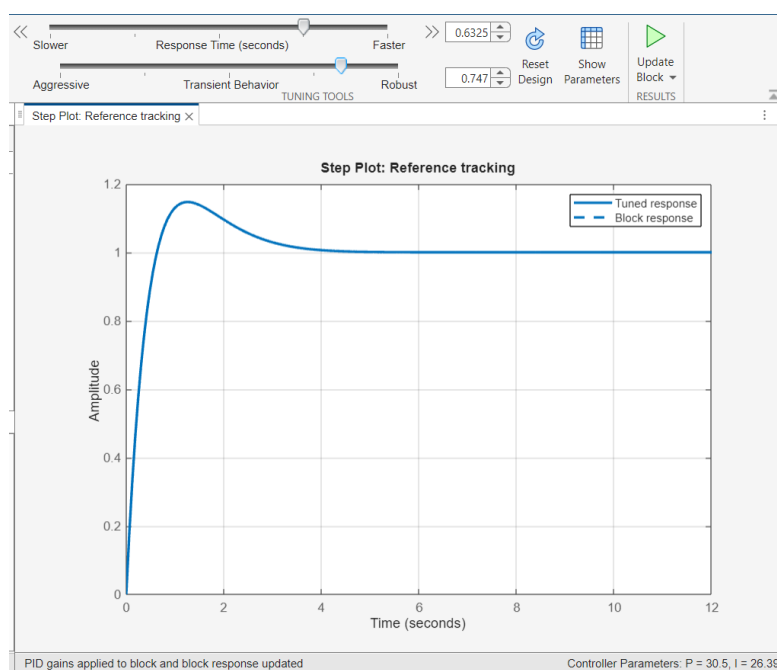
در این بخش، مشخصات دینامیکی و پایداری سیستم با استفاده از پاسخ فرکانسی و تحلیل مکان هندسی ریشه‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. با ترسیم نمودارهای بود و نایکوئیست برای مدل خطی استخراج شده، رفتار سیستم در برابر ورودی‌های سینوسی با فرکانس‌های مختلف بررسی شد.

تحلیل نمودار بود نشان می‌دهد که منحنی اندازه از مقدار تقریبی $-8dB$ آغاز می‌شود. این مقدار با بهره استاتیکی محاسبه شده در تحلیل زمانی که برابر با ۰.۴ بود، مطابقت کامل دارد زیرا $20 \log_{10}(0.4) \approx -7.96dB$ است. شیب منفی نمودار در فرکانس‌های بالا بیانگر خاصیت پایین‌گذر بودن سیستم و حذف نویزهای فرکانس بالا است. از سوی دیگر، بررسی نمودار فاز نشان می‌دهد که تغییرات فاز سیستم همواره در بازه 0° تا -90° محدود مانده است. از آنجا که فاز هرگز خط بحرانی -180° را قطع نمی‌کند، فرکانس عبور فاز تعریف نشده و حاشیه بهره و حاشیه فاز هر دو بی‌نهایت هستند. این ویژگی، پایداری مطلق سیستم مرتبه اول را در برابر افزایش بهره کنترلی تضمین می‌کند.

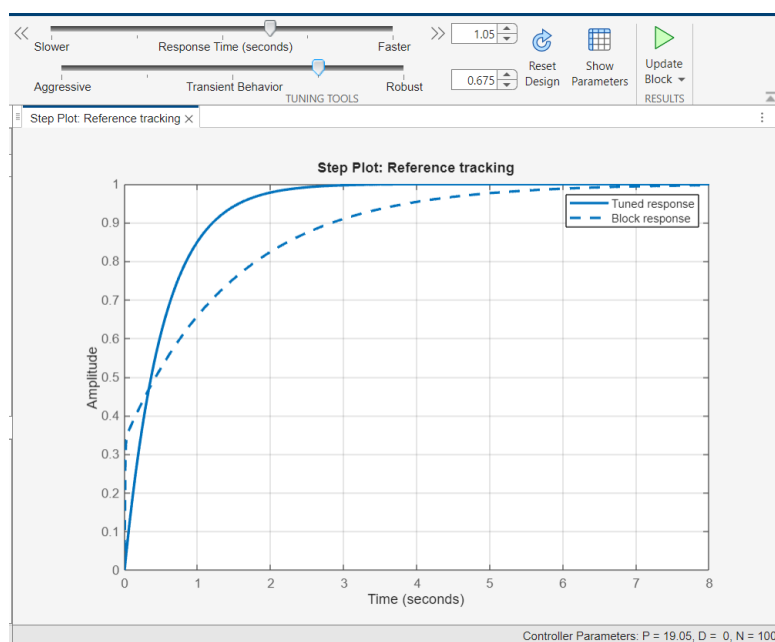
در ادامه، بررسی پایداری با استفاده از معیار نایکوئیست انجام گرفت. منحنی نایکوئیست مدل خطی شده، به صورت یک نیم‌دایره در نیم‌صفحه راست مختلط ترسیم شده است که از نقطه ۰.۴ روی محور حقیقی آغاز شده و در نهایت به مبدأ مختصات همگرا می‌شود. طبق معیار پایداری نایکوئیست، سیستم حلقه بسته زمانی ناپایدار خواهد بود که منحنی پاسخ فرکانسی حلقه باز، نقطه بحرانی $(-1 + j0)$ را در جهت عقربه‌های ساعت دور بزند. همان‌طور که در نمودار مشخص است، منحنی مذکور هیچ‌گونه برخوردی با سمت چپ محور موهومی نداشته و گردشی حول نقطه -1 ندارد. با توجه به اینکه سیستم در حالت حلقه باز فاقد قطب ناپایدار است، تعداد ریشه‌های ناپایدار معادله مشخصه حلقه بسته برابر صفر خواهد بود. بنابراین، تحلیل‌های حوزه فرکانس نیز همسو با تحلیل‌های زمانی، پایداری مجانبی سیستم تانک را تایید می‌کنند.



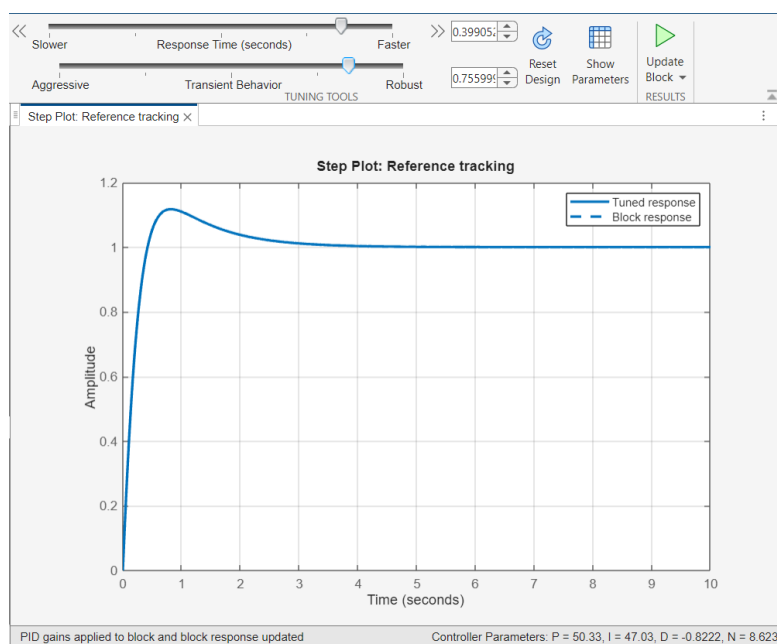
شکل ۱۶.۱: تنظیم کنترلر تناسبی



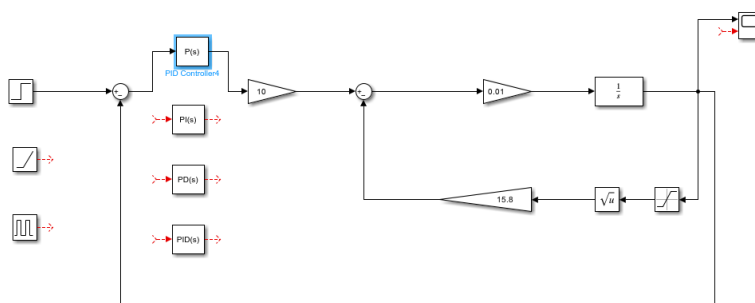
شکل ۱۷.۱: تنظیم کنترلر انتگرالی



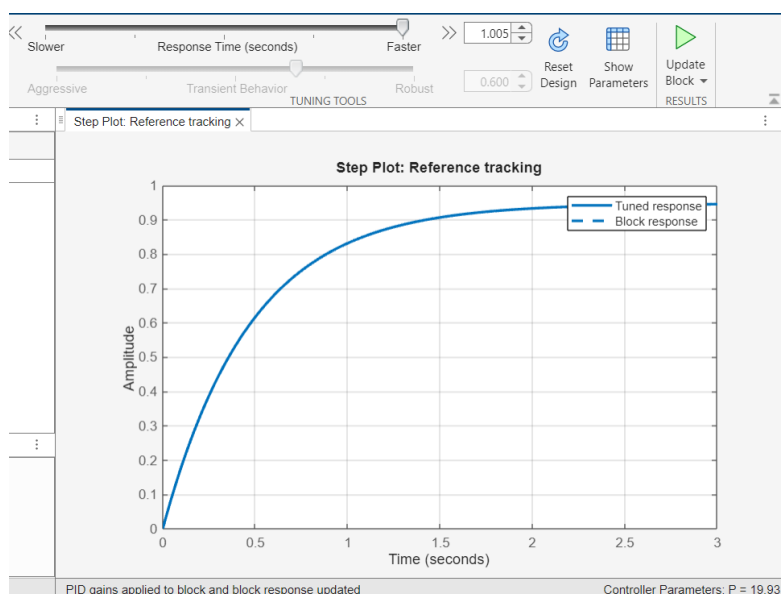
شکل ۱۸.۱: تنظیم کنترلر مشتق گیر



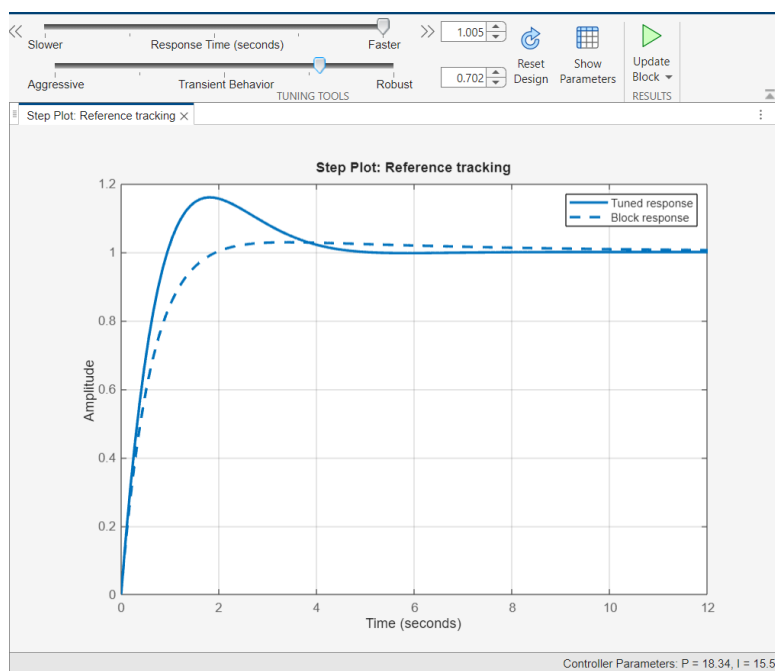
شکل ۱۹.۱: تنظیم کنترلر PID



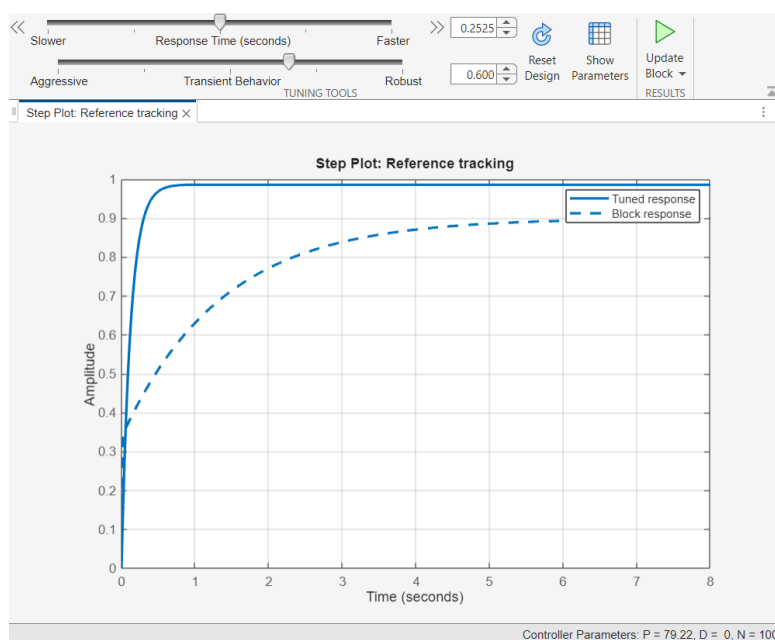
شکل ۲۰.۱: بلوک دیاگرام سیستم



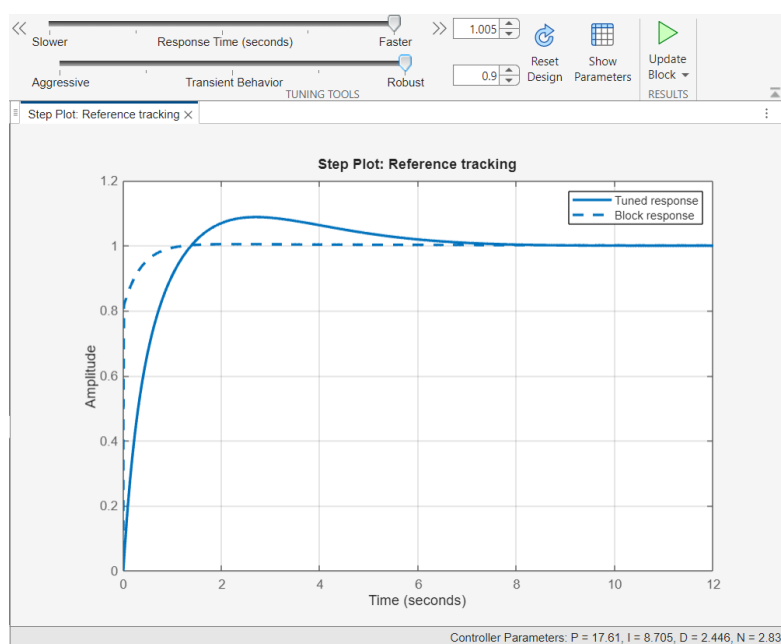
شکل ۲۱.۱: تنظیم کنترلر تناسبی



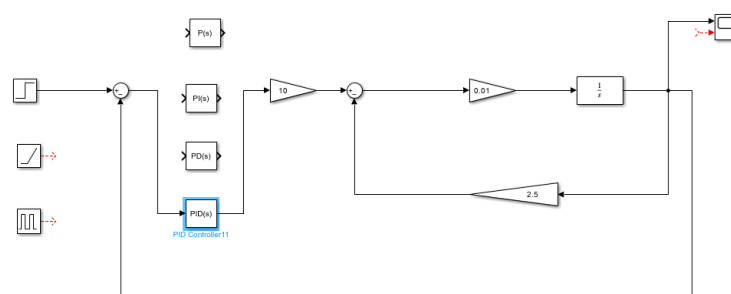
شکل ۲۲.۱: تنظیم کنترلر انتگرالی



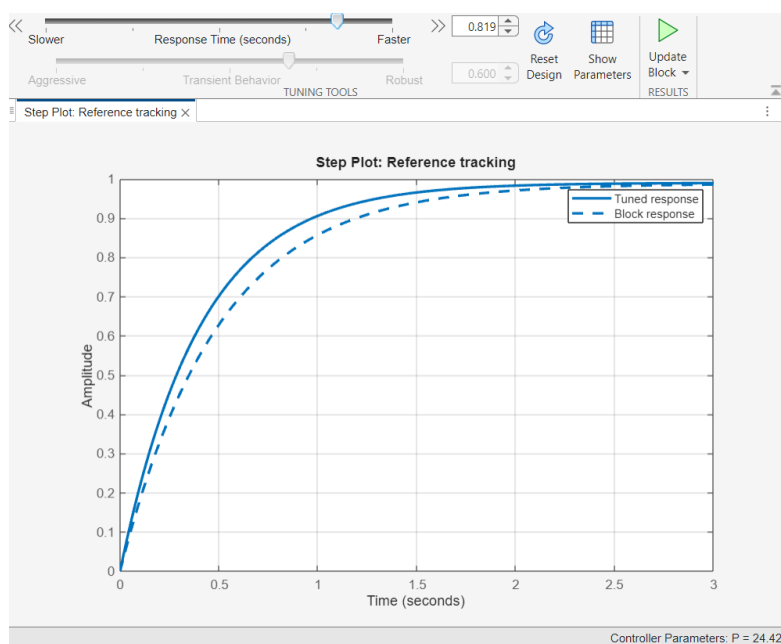
شکل ۲۳.۱: تنظیم کنترلر مشتق گیر



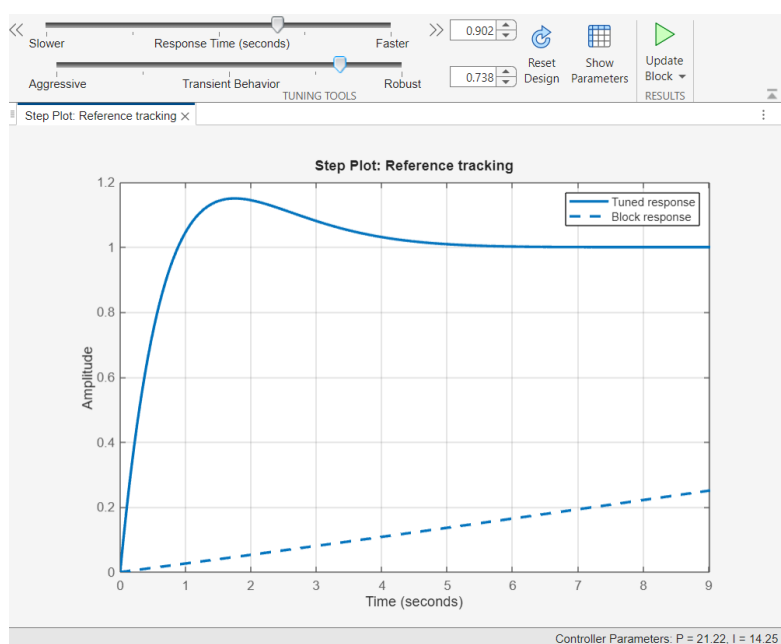
شکل ۲۴.۱: تنظیم کنترلر PID



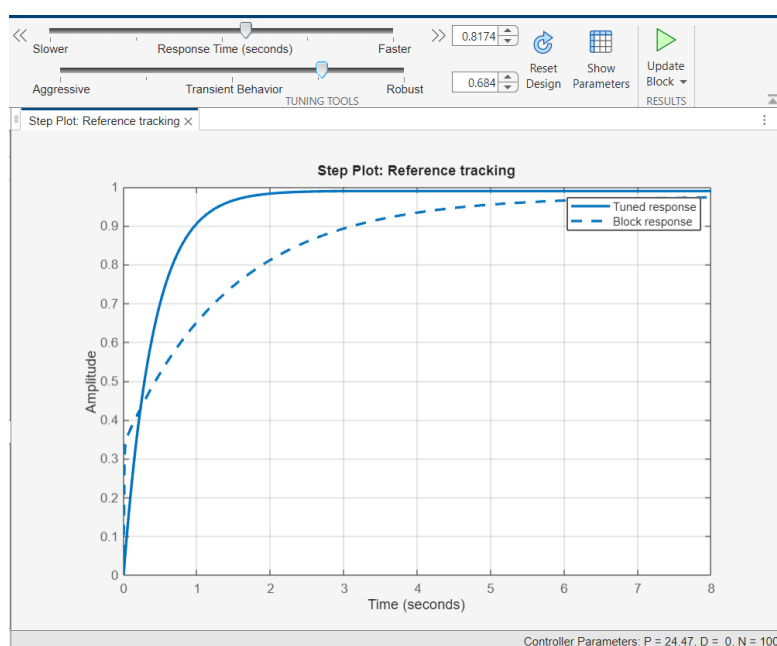
شکل ۲۵.۱: بلوک دیاگرام سیستم



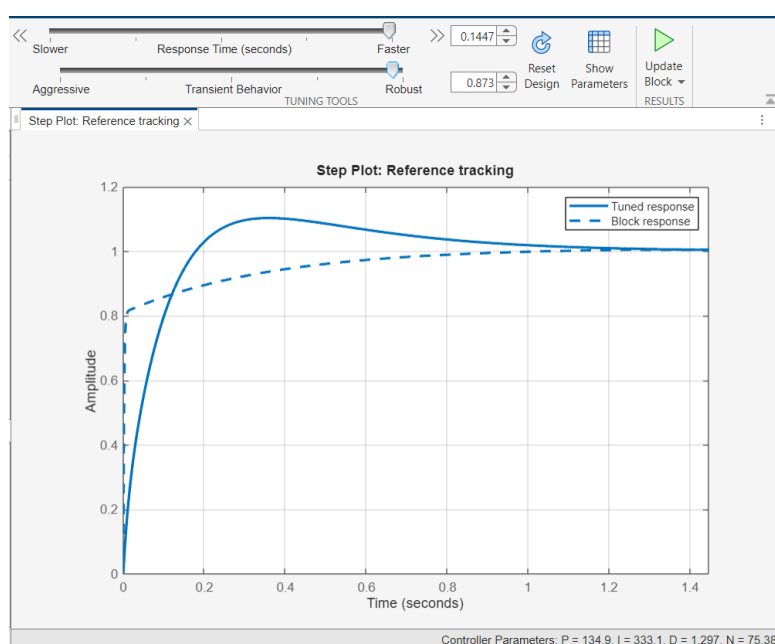
شکل ۲۶.۱: تنظیم کنترلر تناسبی



شکل ۲۷.۱: تنظیم کنترلر انتگرالی



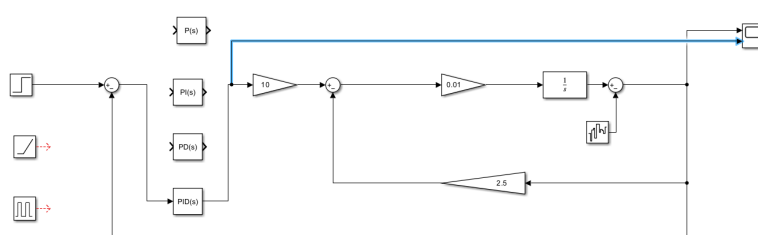
شکل ۲۸.۱: تنظیم کنترلر مشتق گیر



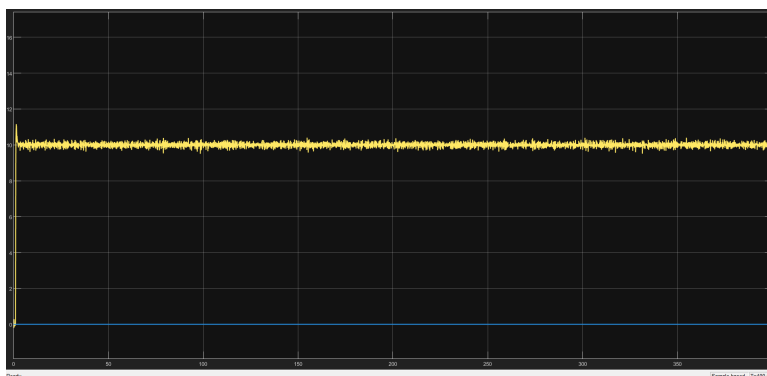
شکل ۲۹.۱: تنظیم کنترلر PID

۷.۱ تحلیل اثر نویز و اختشاش بر عملکرد سیستم

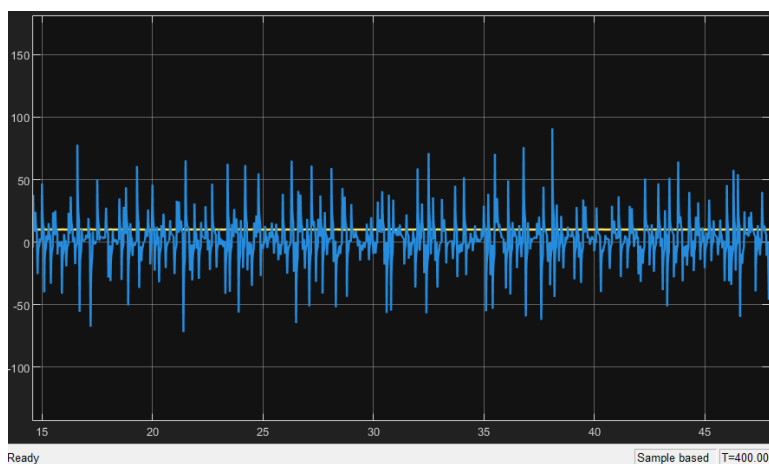
با افزودن نویز گوسی به مدل، مشاهده شد که ترم مشتق‌گیر در کنترلر PID باعث تقویت نوسانات فرکانس بالا و لرزش شدید در شیر ورودی می‌شود. برای مقابله با این پدیده، استفاده از فیلتر پایین‌گذر پیشنهاد گردید که وظیفه حذف مولفه‌های مزاحم نویز را بر عهده دارد. با این حال، افزودن این فیلتر منجر به ایجاد تاخیر فاز در حلقه بسته شده و حاشیه فاز سیستم را کاهش می‌دهد که این امر نمایانگر یک مصالحه میان حذف نویز و حفظ پایداری و سرعت پاسخ است. به عبارت دیگر، استفاده از فیلتر با فرکانس قطع پایین اگرچه نویز را به خوبی مهار می‌کند، اما باعث شدن پاسخ سیستم و افزایش زمان نشست می‌گردد که باید در تنظیمات نهایی کنترلر مورد توجه قرار گیرد.



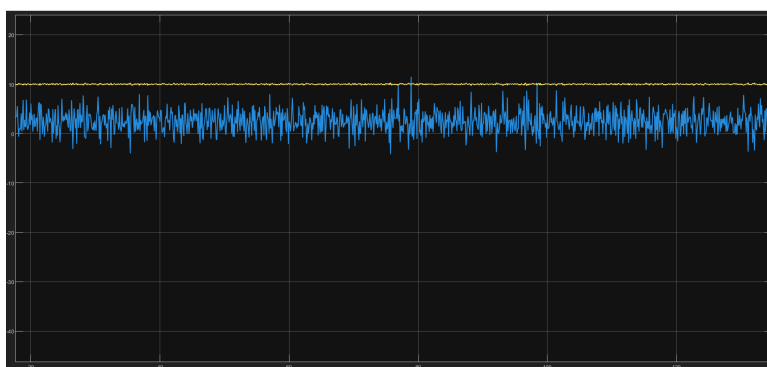
شکل ۳۰.۱: نحوه وارد کردن نویز به سنسور ارتفاع خروجی



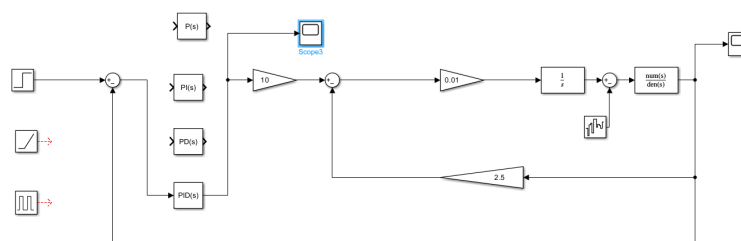
شکل ۳۱.۱: خروجی دارای نویز



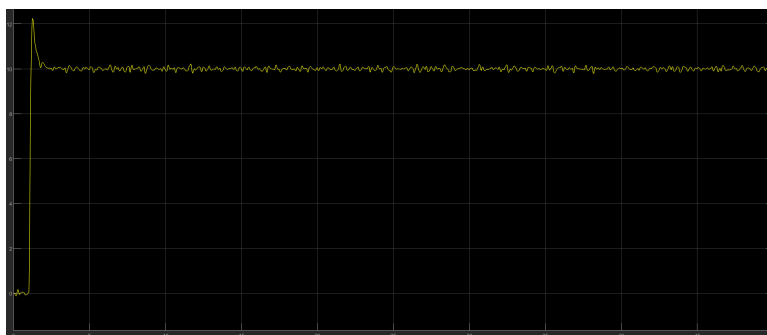
شکل ۳۲.۱: سیگنال شیر ورودی با کنترلر pid



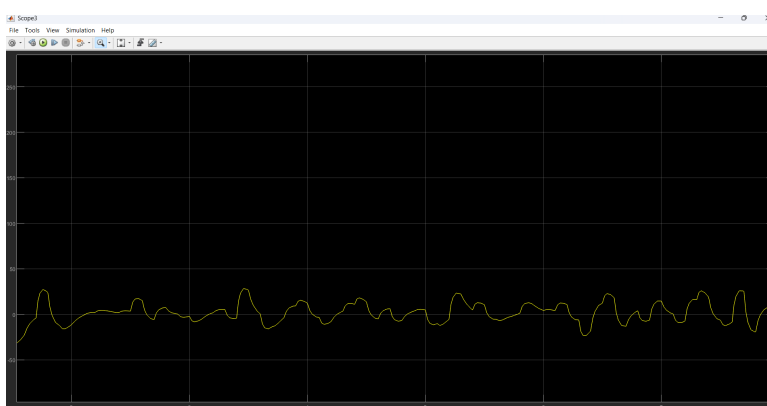
شکل ۳۳.۱: سیگنال شیر ورودی با کنترلر pi



شکل ۳۴.۱: سیستم با اضافه شدن فیلتر پایین گذر برای کاهش نویز

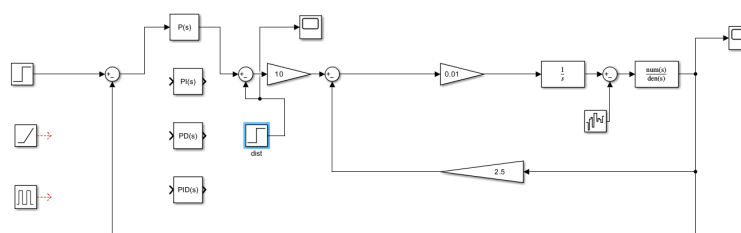


شکل ۳۵.۱: خروجی سیستم با کنترلر pid

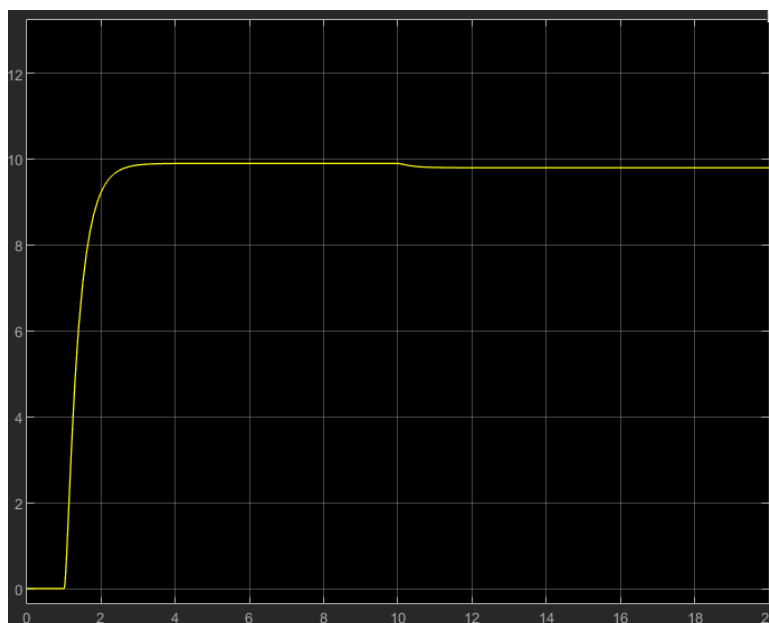


شکل ۳۶.۱: سیگنال شیر ورودی با کنترلر pid

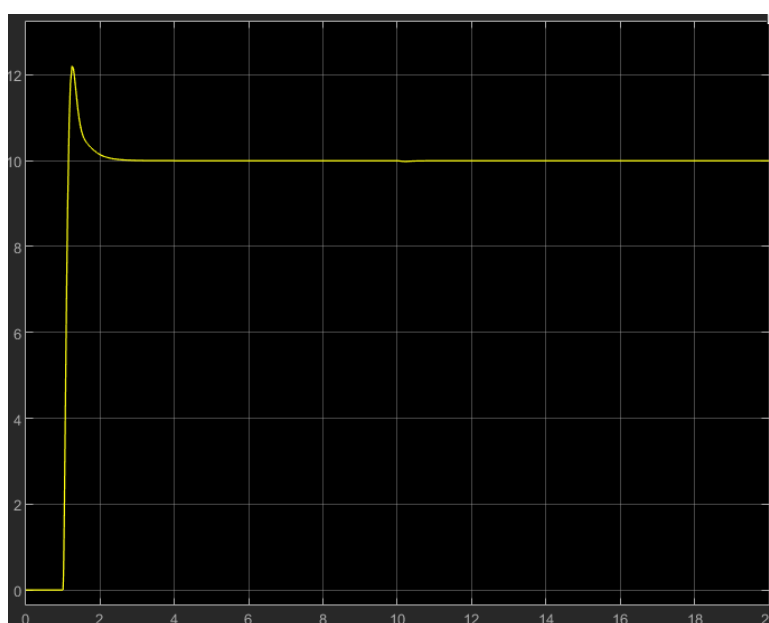
در ادامه یک اغتشاش بصورت پله که در ثانیه دهم فعال می شود به سیستم وارد کرده و در نتایج در صورت استفاده از کنترلر تناسبی خطای ماندگار غیر صفر مشاهده می شود. در صورت استفاده از کنترلر pid خطای ماندگار نیز صفر می شود.



شکل ۳۷.۱: نحوه وارد کردن نویز



شکل ۳۸.۱: خروجی با کنترلر تناسبی



شکل ۳۹.۱: خروجی با کنترلر pid

۸.۱ بررسی ثابت زمانی و پیشنهادات اصلاحی

تغییر پارامترهای کنترلر به تنهایی کافی نیست. اگرچه افزایش بهره کنترلی (K_p) تلاش می‌کند سرعت را زیاد کند، اما شیر ورودی محدودیت دارد و نمی‌تواند بیشتر از ۱۰۰ درصد باز شود. وقتی شیر تا انتها باز باشد، سرعت پر شدن دیگر به کنترلر ربطی ندارد و فقط به حجم تانک وابسته است. بنابراین، پیشنهاد نهایی و عملی این است که برای داشتن یک سیستم بسیار سریع، باید سطح مقطع تانک را کاهش داد. با باریک کردن مخزن، با همان مقدار جریان ورودی، ارتفاع آب با سرعت بسیار بیشتری تغییر کرده و ثابت زمانی سیستم به هدف ۱ ثانیه نزدیک می‌شود.