

به نام خدا

گزارش پایانی پروژه درس مباحث ویژه ماهواره (۴)

شبیه‌سازی دینامیک سنسور مرجع مایکروالکترومکانیکی برای اندازه‌گیری
گشتاور گرادیان جاذبه‌ای در مدار ارتفاع پایین زمین

سیاوش سبزی

۹۶۷۹۲۱۵۳

دکتر میثم فرج‌الهی

چکیده

در این پژوهش یک سنسور پیشنهاد شده است که از گشتاور گرادیان جاذبه‌ای زمین به عنوان مرجع برای تعیین وضعیت ماهواره در مدار ارتفاع پایین زمین^۱ استفاده می‌کند. با استفاده از فناوری سیستم‌های میکروالکترومکانیکی می‌توان سنسوری با جرم یک کیلوگرم و ابعاد یک دسی متر مکعب طراحی کرد که امکان تعیین وضعیت را فراهم آورد. این سیستم باید قادر باشد گشتاوری به اندازه 10^{-15} نیوتن متر را اندازه بگیرد. این سیستم باید به اندازه‌ای قوی و دقیق باشد که امکان تست روی زمین وجود داشته باشد و لرزش‌ها و شک‌های زمان پرتاب را نیز تحمل کند. مکانیزم‌های اندازه‌گیری هم باید ساده و قوی باشند. در این پژوهش نسل اول سنسورهایی مرجع گرادیان جاذبه‌ای که توسط قوسا معرفی شده است، با استفاده از نرم‌افزار متلب شبیه سازی می‌شود تا میزان گشتاور گرادیان جاذبه‌ای در مدار و همچنین توانایی سنسور در سنجش آن و پاسخ‌های وضعیتی سنسور، بررسی شوند.

واژگان کلیدی: گشتاور گرادیان جاذبه‌ای، سنسور مرجع زمین، تعیین وضعیت، سیستم میکروالکترومکانیکی

^۱LEO: Low Earth Orbit

فهرست مطالب

چکیده	۲
فهرست مطالب	۳
فهرست شکل‌ها	۵
فهرست جداول	۶
فصل ۱- مقدمه	۷
فصل ۲- گشتاور گرادیان جاذبه‌ای	۹
۲-۱- سنسورهای زمین	۹
۲-۲- سنسور مرجع مایکروالکترومکانیکی	۱۱
فصل ۳- تعیین وضعیت با استفاده از گشتاور گرادیان جاذبه‌ای	۱۲
۳-۱- قیود وارده	۱۴
۳-۲- فاکتورهای تاثیرگذار در حساسیت و عملکرد سنسور مرجع	۱۴
فصل ۴- طراحی سنسور گرادیان جاذبه‌ای زمین	۱۶
۴-۱- طراحی جرم یا proof mass	۱۶
۴-۲- طراحی فنر	۱۷
فصل ۵- دینامیک فضاپیما و سنسور گرادیان جاذبه‌ای زمین	۱۸
۵-۱- دینامیک موقعیت و وضعیت فضاپیما	۱۸
۵-۱-۱- معادلات دینامیک موقعیت	۱۸
۵-۱-۱-۱- دستگاه‌های مختصات:	۱۸
۵-۱-۱-۲- معادلات حرکت	۱۹
۵-۱-۲- دینامیک و سینماتیک وضعیت	۱۹

۲۰	۵- ۱- ۲- ۱- نمایش وضعیت فضاپیما
۲۱	۵- ۲- دینامیک سنسور گرادیان جاذبه‌ای زمین
۲۳	فصل ۶- شبیه سازی
۲۷	فصل ۷- نتایج و نتیجه گیری
۲۷	۷- ۱- نتایج
۳۰	۷- ۲- نتیجه گیری
۳۲	منابع

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲ دو جرم نقطه‌ای در مدار ۷۰۰ کیلومتری که عموداً به اندازه d از هم فاصله دارند..... ۱۱
- شکل ۱-۳ گشتاور گرادیان جاذبه‌ای وارد شده به یک جسم در مدار..... ۱۲
- شکل ۲-۳ چرخش جرم و خم شدن فنر به سبب گشتاور گرادیان جاذبه‌ای..... ۱۳
- شکل ۳-۳ استفاده از چهار سنسور مرجع برای اندازه‌گیری زوایای رول و پیچ ماهواره..... ۱۴
- شکل ۱-۴ ساختار جرم طراحی شده برای سنسور..... ۱۶
- شکل ۱-۷ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۵ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۲/۴ هرتز..... ۲۷
- شکل ۲-۷ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۱ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۲/۴ هرتز..... ۲۸
- شکل ۳-۷ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۱۵ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۲/۴ هرتز..... ۲۸
- شکل ۴-۷ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۳۰ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۰/۷۷ هرتز..... ۲۹
- شکل ۵-۷ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۳۰ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۷/۷ هرتز..... ۲۹
- شکل ۶-۷ زوایای چرخش سنسور برای سرعت دورانی ۳۰ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۷/۷ هرتز..... ۳۰
- شکل ۷-۷ زوایای چرخش سنسورها برای سرعت دورانی ۳۰ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۷/۷ هرتز در یک دوره مداری مدار مولنیا..... ۳۱

فهرست جداول

- جدول ۱-۱ سنسورهای معمولی مورد استفاده در ماهواره به جهت تعیین وضعیت ۷
- جدول ۱-۲ لیست سنسورهای زمین که امروزه مورد استفاده قرار می گیرند ۱۰
- جدول ۲-۲ اختلاف اندازه گرانش دو جرم نقطه‌ای در مدار ۷۰۰ کیلومتری ۱۱

فصل ۱- مقدمه

سنجش چرخش فضاپیما نسبت به چارچوب مشخص یا فریم معلوم را تعیین وضعیت می‌گویند از ابتدای عصر فضا یکی از مهم‌ترین قسمت‌های طراحی، تعیین وضعیت بوده است چراکه این زیر سیستم باید الزامات کنترل وضعیت را به جهت، جهت‌گیری درست آنتن‌ها صفحات خورشیدی دوربین‌ها و ... را فراهم آورد. در جدول ۱-۱ به صورت مقایسه‌ای انواع سنسورهایی که برای تعیین وضعیت ماهواره استفاده می‌شود، جمع‌آوری شده است.

جدول ۱-۱ سنسورهای معمولی مورد استفاده در ماهواره به جهت تعیین وضعیت

سنسور	مرجع سنجش وضعیت	دقت (درجه)	محدوده جرمی	محدودیت‌ها
سنسور ستاره	موقعیت ستاره‌های معین	۰/۰۰۳ تا ۰/۰۱	۵ - ۲ کیلوگرم	میدان دید محدود
سنسور خورشید	موقعیت خورشید	۰/۰۰۵ تا ۳	۰/۱ تا ۲ کیلوگرم	میدان دید محدود، ناتوان در سایه مداری
سنسور زمین	افق زمین	۰/۱ تا ۱	۱ تا ۴ کیلوگرم	میدان دید محدود، اشباع شدن توسط اجرام دیگر
مگنتومتر	میدان مغناطیسی زمین	۰/۵ تا ۳	۰/۳ تا ۱/۲ کیلوگرم	نیازمند اطلاعات موقعیت ماهواره است، برهم کنش توسط برد ماهواره

بهترین دقت را سنسور ستاره دارد، که البته از الزامات این سنسور توانایی سنجش تنها در نرخ چرخش پایین ماهواره است. مسلماً استفاده از سنسور دیگر به عنوان پشتیبان با دقت کمتر در این حالت الزامی است هرچند که در دیگر حالت‌ها مثل زمانی که از سنسور خورشید استفاده می‌شود، استفاده از پشتیبان نیز لازم و

ضروری است. چرا که در زمان‌های سایه مداری سنسور خورشید توانایی سنجش ندارد. پس هدف ما، بررسی دینامیک سنسور تعیین وضعیت است که از گرادیان جاذبه‌ای زمین استفاده می‌کند، کاربرد این سنسور برای ماهواره‌های ارتفاع پایین زمین است که سیستم کنترل آن‌ها سه محوره می‌باشد. با توجه به محدودیت‌های فیزیکی که دیگر سنسورها دارند، از جمله میدان دید کم، سنسورهای گرادیان جاذبه‌ای پتانسیل تعیین وضعیت را چه به عنوان سنسور پشتیبان در زمان جدایش ماهواره از پرتابگر و چه به عنوان سنسور مرجع زمین دارند.

فصل ۲- گشتاور گرادیان جاذبه‌ای

نیروی وارد شده به جرم یک کیلوگرمی در ارتفاع بالای سطح زمین از فرمول زیر قابل محاسبه است.

$$\mathbf{F} = \frac{Gm}{r^2} \mathbf{r} \quad (m/s^2) \quad (۲-۱)$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که مقدار این نیرو با فاصله از سطح زمین افزایش می‌یابد، همچنین می‌توان نتیجه گرفت که به قسمت‌های مختلف یک جسم در فضا نیروی متفاوتی از طرف زمین وارد می‌شود که با معکوس مربع فاصله از زمین متناسب است. در واقع این اختلاف، همان گرادیان جاذبه‌ای است. نیروی جاذبه همواره به سمت مرکز زمین است، پس از بردار ندیر می‌توان به عنوان مرجع استفاده کرد. به سبب همین نیرو یک جسم کشیده شده (طویل) تمایل دارد که در راستای این نیرو بماند و این به سبب گشتاور حاصل از گرادیان جاذبه‌ای است. این گشتاور همان گشتاور گرادیان جاذبه‌ای^۱ است. زمانی که جسم کاملاً در میدان گرانشی با بردار گرادیان جاذبه‌ای هم راستا می‌شود مقدار این گشتاور به صفر می‌رسد. تا قبل از قوسا [1]، از این گشتاور برای اندازه‌گیری جهت گرادیان جاذبه‌ای استفاده نشده است. هرچند که تاکنون کاربرد عملیاتی نداشته است، اما می‌توان با یک جرم و شکل مناسب آن، گشتاور گرادیان جاذبه‌ای را اندازه گرفت.

2-1- سنسورهای زمین

سنسورهای زمینی که از عکس‌برداری مادون قرمز زمین استفاده می‌کنند از سال ۱۹۵۷ که آغاز عصر فضا است مورد استفاده قرار گرفته‌اند [2]. پس از آن تلاش‌های زیادی برای افزایش طول عمر، قابلیت اعتماد و بهبود دقت این سنسورها به عمل آمده است اما اصول پایه‌ای حسگرها همانند قبل است. برای درک بهتر مزایای ممکن سنسورهای زمین که بر پایه گشتاور گرادیان جاذبه‌ای هستند، ویژگی‌های معمول سنسورهای

^۱GGT: Gravity Gradient Torque

جدول ۱-۲ لیست سنسورهای زمین که امروزه مورد استفاده قرار می گیرند

Sensor Name	IRES [3]	NES [4] (under development)	STD15 [5]	STD16 [6]
Manufacturer	Selex Galileo	Selex Galileo	Sodern	Sodern
Operational Domain	Medium Earth Orbit (MEO), Geostationary Orbit (GEO)	Low Earth Orbit (LEO), Medium Earth Orbit (MEO), Geostationary Orbit (GEO)	Geostationary Orbit (GEO)	Low Earth Orbit (LEO)
Field of view (FOV): Acquisition	+/-13° roll (GEO), +/-22° pitch (GEO)	+/-90° roll (LEO), +/-90° pitch (LEO)	+/-14.5° roll (GEO), +/-15.6° pitch (GEO)	+/-33° roll (LEO), +/-17° pitch (LEO)
Field of view (FOV): Pointing	+/-2.5° roll (GEO), +/-5.5° pitch (GEO)	+/-90° roll (LEO), +/-90° pitch (LEO)	+/-2.9° roll (LEO), +/-12° pitch (LEO)	+/-33° roll (LEO), +/-17° pitch (LEO)
Accuracy[°]	0.03° (GEO)	1° (LEO)	0.035° (GEO)	0.06° (LEO)
Mass[kg]	2.5	0.45	3.4	3.5
Dimensions and Volume	170 x 164 x 156 mm ³ 4.35 dm ³	target 140 x 125 x 95 mm ³ target 1.66 dm ³	206 x 206 x 168 mm ³ 7.13 dm ³	386 x 208 x 175 mm ³ 14.05 dm ³
Update rate	10 Hz	not available	1.25 hz	1 Hz

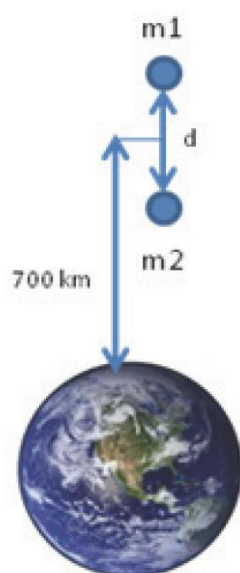
زمین در جدول ۱-۲ آمده است [1]. این سنسورها برای مدارهای مختلف هستند، که بر حسب ارتفاع دسته بندی شده اند. مدار ارتفاع پایین زمین مداری است که در ارتفاع بین ۱۶۰ تا ۲۰۰۰ کیلومتری سطح زمین قرار دارد و مدار زمین ثابت، مداری در ارتفاع ۳۵۷۸۶ کیلومتری سطح زمین است که سرعت زاویه ای چرخش ماهواره در این مدار با سرعت چرخش زمین به دور خودش برابر است و این خاصیت، ماهواره را نسبت به نقطه خاص روی سطح زمین ثابت کرده است. مدارهایی که ما بین مدارهای ارتفاع پایین زمین (لئو) و مدار زمین ثابت (ژئو) قرار دارند، مدارهای ارتفاع میانی زمین (مئو) هستند. بر اساس مشخصه های لیست شده در جدول ۱-۲ مزایا و معایب ممکن برای سنسورهای زمین که براساس گشتاور گرادیان جاذبه ای کار می کنند، در مقایسه با سنسورهایی که از مکانیزم عکس برداری استفاده می کنند عموماً به این صورت است که به سبب میدان دید ۱۸۰ +/- درجه ای سنسور گرادیان جاذبه ای زمین می تواند همواره در دسترس باشد، از سوی دیگر از این سنسور می توان برای تعیین وضعیت اولیه ماهواره پس از جدایش که در مود تامبلینگ قرار دارد استفاده کرد. برای ساخت چنین سنسورهایی از فناوری سیستم های مایکروالکترومکانیکی استفاده می شود.

2-2- سنسور مرجع مایکروالکترومکانیکی

فناوری سیستم‌های مایکروالکترومکانیکی یا به اختصار "ممز" در تلاش است که با استفاده و گسترش روش‌های میکروفابریکیشن^۱ برای طراحی و ساخت حسگرها و عملگرهای مختلف استفاده کند. کاهش اندازه، توان و قیمت که با استفاده از این روش‌ها ممکن شده است، امکان تولید حسگرهای مختلف را فراهم آورده است. نکته حائز اهمیت برای اندازه گیری شتاب ماهواره در مدار این است که زمانی که ماهواره در مدار است، از آن جایی که ماهواره در یک حرکت سقوط آزاد حول زمین است، و نیروی گرانشی مرکز گرا با نیروی گریز از مرکز ماهواره به سبب سرعت خطی خنثی شده است، شتاب گرانشی زمین توسط هیچ شتاب سنجی حس نخواهد شد. از طرفی اختلاف بین اندازه گشتاور بین دو نقطه به سبب فاصله عمودی و فاصله میانگین آن‌ها از سطح زمین، وجود دارد. به جدول ۲-۲ توجه نمایید.

جدول ۲-۲ اختلاف اندازه گرانش دو جرم نقطه‌ای در مدار ۷۰۰ کیلومتری

فاصله عمودی بین دو جرم	اختلاف گرانش دو جرم (۱ کیلوگرم)	اختلاف گرانش دو جرم (۰/۱ گرم)
۵۰ متر	1×10^{-4}	1×10^{-8}
۵ متر	1×10^{-5}	1×10^{-9}
۰/۵ متر	1×10^{-6}	1×10^{-10}
۰/۰۵ متر	1×10^{-7}	1×10^{-11}



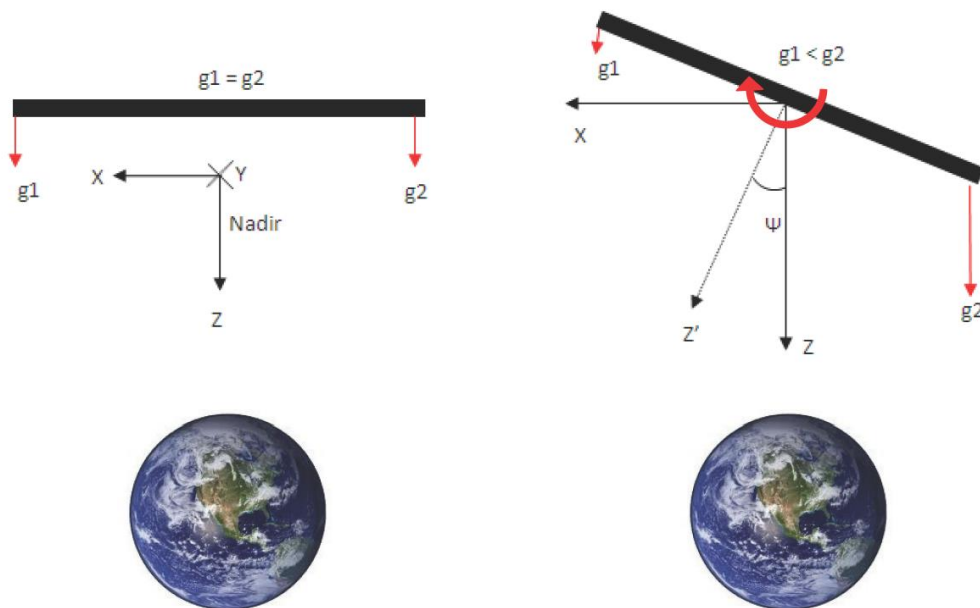
شکل ۲-۱ دو جرم نقطه‌ای در مدار ۷۰۰ کیلومتری که عموداً به اندازه d از هم فاصله دارند

فصل ۳- تعیین وضعیت با استفاده از گشتاور گرادیان جاذبه‌ای

معادله گشتاور گرادیان جاذبه‌ای برای جسمی که در مداری حول زمین است از قرار زیر است.

$$GGT = \frac{3\mu_0 |I_y - I_x| \sin 2\psi}{2R^3} \quad (۱-۳)$$

که در آن μ_0 ثابت گرانشی زمین است، I_x و I_y ممان‌های اینرسی حول محورهای x و y بدنه هستند و ψ زاویه بین محور z بدنه و بردار ندیر است و R شعاع مدار است. برای مدارهای دایروی می‌توان μ_0 و R را ثابت در نظر گرفت. از طرفی دیگر می‌توان با اندازه‌گیری گشتاور گرادیان جاذبه‌ای، زاویه ψ را محاسبه نمود. برای یک جسم ثابت گشتاور گرادیان جاذبه‌ای به مقادیر ممان اینرسی آن بستگی دارد. برای داشتن گشتاور گرادیان جاذبه‌ای بیشتر اختلاف حداکثری مطلوب است. با ثابت نگه داشتن جرم و کشیده‌تر کردن جسم



شکل ۱-۳ گشتاور گرادیان جاذبه‌ای وارد شده به یک جسم در مدار

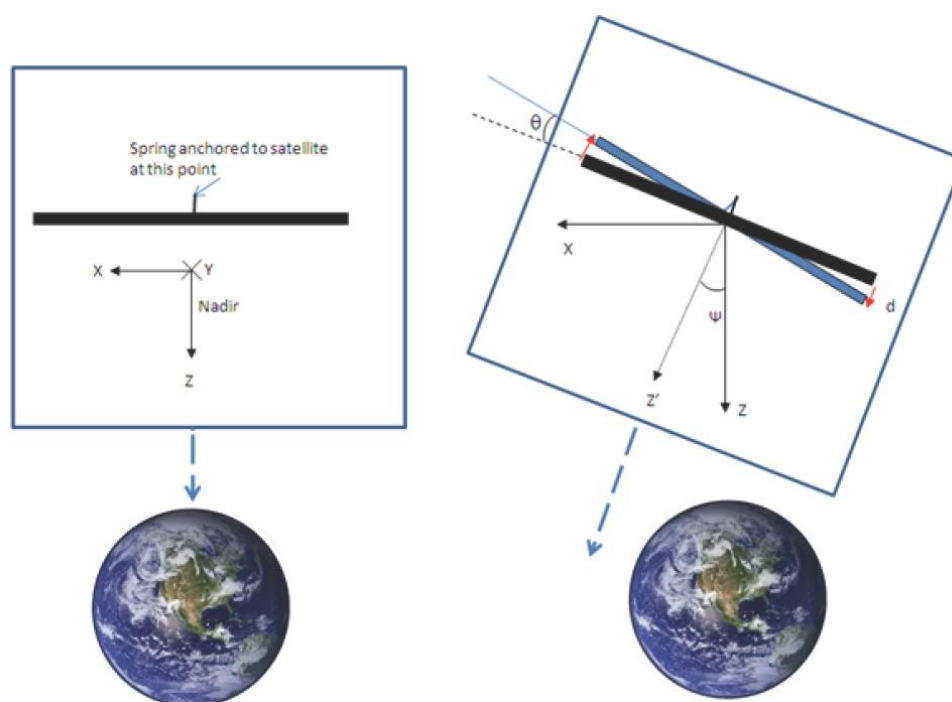
می‌توان به این مهم دست یافت. شکل ۳-۱ نشان می‌دهد که هرچه زاویه بین بردار ندیر و محور Z جسم بیشتر باشد گشتاور گرادیان جاذبه‌ای بیشتری به جسم وارد می‌شود.

اگر فرض کنیم که یک جسم کشیده شده با یک فنر به بدنه مهار شده است با چرخش بدنه ماهواره، گشتاور گرادیان جاذبه‌ای به جسم کشیده شده وارد می‌شود، این گشتاور فنر پیچشی را به اندازه‌ی θ می‌چرخاند، اگر k فنر ثابت باشد می‌توان با اندازه‌گیری θ مقدار گشتاور گرادیان جاذبه‌ای را اندازه‌گیری کرد و با اندازه‌گیری این گشتاور نهایتاً می‌توان مقدار ψ را اندازه گرفت، بدین صورت می‌توان نحوه‌ی چرخش ماهواره را حول همان محور تعیین نمود.

$$GGT = -k\theta \quad (۲-۳)$$

پس داریم:

$$-k\theta = \frac{3\mu_0 |I_y - I_x| \sin 2\psi}{2R^3} \quad (۳-۳)$$



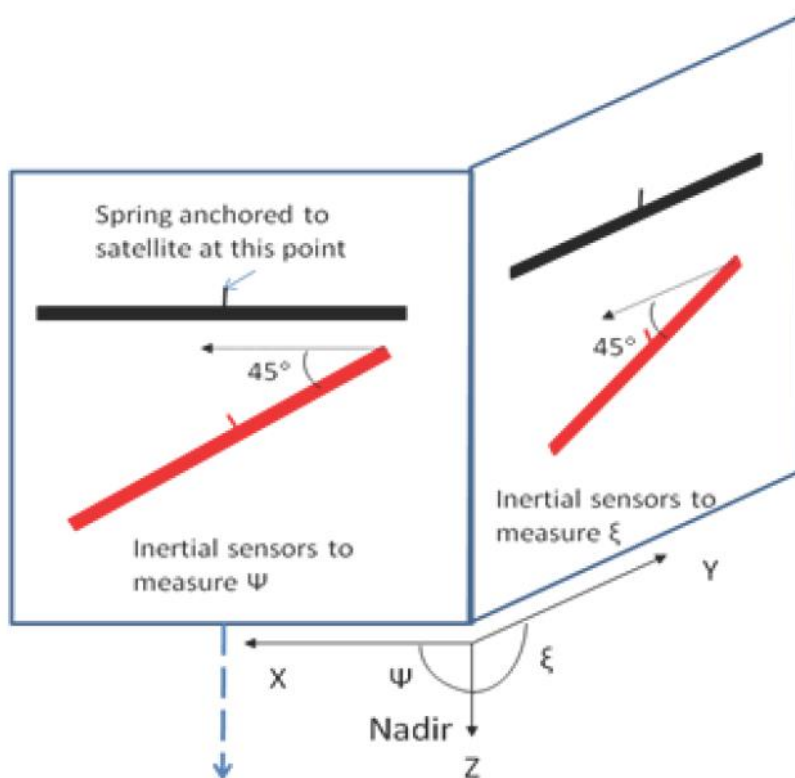
شکل ۳-۲ چرخش جرم و خم شدن فنر به سبب گشتاور گرادیان جاذبه‌ای

3-1- قیود وارده

از آنجایی که گشتاور گرادیان جاذبه‌ای با $\sin 2\psi$ رابطه‌ی مستقیم دارد، برای هر مقدار ما یک ابهام داریم، چرا که برای مثال $\psi = 30^\circ$ و $\psi = 60^\circ$ دارای مقادیر $\sin 2\psi$ برابر و گشتاور گرادیان جاذبه‌ای برابر هستند، برای رفع این ابهام از یک جسم کشیده شده دیگر با اختلاف فاز 45° استفاده می‌کنیم، در این حالت برای زوایای بین $0-180^\circ$ ابهام رفع می‌شود، اما هنوز برای مقادیر 30° و 210° مقادیر مساوی $\sin 2\psi$ داریم، در این حالت از یک شتاب سنج برای تعیین این که ψ بین $0-180^\circ$ یا $180-360^\circ$ است، استفاده می‌کنیم. همچنین از دو سنسور دیگر که روی صفحه دیگر هستند استفاده می‌کنیم. شکل ۳-۳ این مهم را به خوبی نشان می‌دهد.

3-2- فاکتورهای تاثیرگذار در حساسیت و عملکرد سنسور مرجع

از معادلات قبلی واضح است که برای این که سنسور بیشترین جابه‌جایی را نشان دهد لازم است که اختلاف ممان اینرسی بالا باشد و سختی فنر پایین باشد. هرچه اختلاف ممان اینرسی حول محور X و Y بدنه بالا باشد، برای زوایای ψ مشخص گشتاور گرادیان جاذبه‌ای بیشتر خواهد بود و هرچه ثابت فنر کمتر باشد، جابه‌جایی بیشتر خواهد بود. از آنجایی که برای اندازه‌گیری گشتاور گرادیان جاذبه‌ای، جابه‌جایی را اندازه



شکل ۳-۳ استفاده از چهار سنسور مرجع برای اندازه‌گیری زوایای رول و پیچ ماهواره

می‌گیریم، می‌توان گفت که هرچه جابه‌جایی بیشتر باشد، حساسیت سنسور بالاتر است در واقع می‌توان گفت که افزایش حساسیت سنسور در افزایش اختلاف ممان اینرسی و کاهش ثابت فنر است. سیستم جرم و فنر سنسور با چند منبع میرایی روبه‌رو خواهد شد، این منابع میرایی یکجا به عنوان یک منبع با فاکتور میرایی R در نظر گرفته می‌شوند، اندازه‌گیری حساسیت چنین سیستمی را می‌توان با معادلات اساسی فرکانس تشدید مکانیکی نشان داد. که از قرار زیر است.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I}} \quad (۴-۳)$$

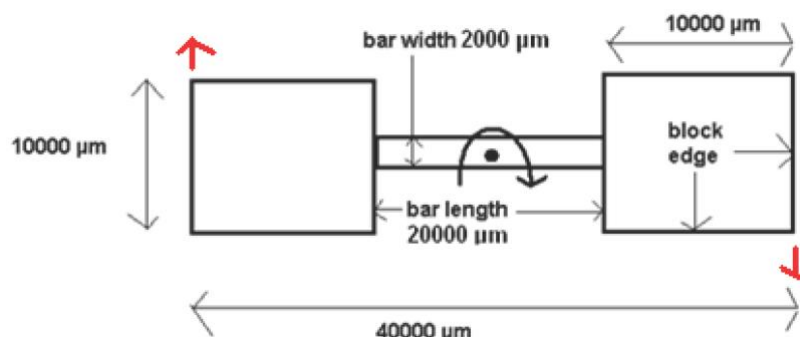
مقادیر f_0 به ممان اینرسی و سفتی فنر بستگی دارد، هرچه f_0 کمتر باشد k کمتر و ممان اینرسی بالاتر است. پس هرچه f_0 کمتر باشد سنسور حساس‌تر است، چرا که جابه‌جایی بیشتر از خود نشان خواهد داد. برای اندازه‌گیری گشتاور گرادیان جاذبه‌ای با دقت بیشتر باید f_0 را کاهش داد. از طرفی پاسخ سیستم به فرکانس تشدید بستگی دارد به این معنا که سنسور مرجع گرادیان جاذبه‌ای تنها تغییرات گرادیان جاذبه‌ای را می‌تواند دنبال کند که نرخ آنها کمتر از فرکانس تشدید مرتبه دوم سیستم باشد. پس برای اختیار کردن f_0 باید به این نکته نیز توجه داشت.

فصل ۴- طراحی سنسور گرادیان جاذبه‌ای زمین

در قسمت‌های قبل بحث نیاز به سنسور مرجع زمین مطرح شد، که در آن یک جرم کشیده شده از یک فنر آویزان است. فرکانس تشدید سیستم باید از مرتبه $1 - 10 \text{ Hz}$ باشد، شروع توسعه چنین ساختاری از سازمان فضایی اروپا شروع شد و به صورت مفهومی از ساختار جرم کشیده شده و فنر نرم استفاده می‌شود. از طرفی این بحث مطرح شد که ممان اینرسی بیشتر مورد نیاز است. اما به سبب قیود وارده از طرف فرآیند ساخت ضخامت جرم درگیر محدود خواهد بود. همچنین از دیدگاه دیگر که مربوط به هزینه ساخت است، ابعاد جرم نیز محدود می‌شود که نهایتاً منجر به محدود کردن ممان اینرسی و جرم می‌شود. از آنجایی که سنسور قرار است روی زمین تست شود باید به گونه‌ای طراحی شود که شتابهای سطح زمین را تحمل کند.

4-1 طراحی جرم یا proof mass

به جهت افزایش ممان اینرسی و کاهش سطح، از دو لایه که جداگانه فرآیند etch کردن را پشت سر گذاشته‌اند و سپس به هم متصل شده‌اند استفاده می‌شود، لایه نازک برای فنر است و لایه ضخیم‌تر به جهت افزایش ممان اینرسی طراحی شده است. در این راستا می‌توان از شکل باربل استفاده کرد چراکه با این که می‌توان همزمان با افزایش ممان اینرسی، جرم را کاهش داد، این ساختار به گونه‌ای است که می‌توان از یک ویفر سیلیکون ۶ عدد از آن تولید کرد. شکل ۴-۱ ابعاد جرم باربل شکل را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱ ساختار جرم طراحی شده برای سنسور

4-2- طراحی فنر

فنر طراحی شده باید به گونه‌ای باشد که از حرکت در راستای عمود بر صفحه چرخش جلوگیری کند، در حالی که حرکت حول محور چرخش بسیار نرم است. در بررسی‌های انجام شده مشخص شد که استفاده از یک تیر یک سر درگیر بهترین حالت است. سختی فنر برای جابه‌جایی‌های حاصل از گشتاور گرادیان جاذبه‌ای به صورت زیر است:

$$k = \frac{Ehw^3}{12l} \quad (۱-۴)$$

از طرفی:

$$\theta = \frac{GGT}{k} \quad (۲-۴)$$

فصل ۵- دینامیک فضاپیما و سنسور گرادیان جاذبه‌ای زمین

معادلات دینامیکی حاکم بر موقعیت مداری ماهواره که براساس قوانین نیوتن است، معادله دوجرمی بوده، که با معادلات وضعیت ماهواره، ترکیب شده‌اند، البته اثر ناهمگونی زمین (J_2)، در این معادلات به عنوان ترم اغتشاشی در نظر گرفته شده است، برای دقیق‌تر شدن محاسبات می‌توان اثر فشار تشعشعات خورشیدی و درگ اتمسفری را نیز در نظر گرفت، که این دو شتاب اغتشاشی، در قالب وضعیت ماهواره قابل بیان هستند، معادلات حاکم بر رفتار وضعیتی ماهواره معادلات گشتاور اولر هستند، در این معادلات گشتاور گرادیان جاذبه‌ای حاصل از نیروی گرانشی به عنوان اغتشاش و گشتاور خارجی در نظر گرفته شده است، این ترم در قالب موقعیت ماهواره در مدار بیان می‌شود، به بیان دیگر، این گشتاور که ناشی از گرانش زمین است، برحسب موقعیت ماهواره در مدار بیان می‌شود و بر وضعیت ماهواره تاثیرگذار است.

5-1- دینامیک موقعیت و وضعیت فضاپیما

۵-۱-۱- معادلات دینامیک موقعیت

۵-۱-۱-۱- دستگاه‌های مختصات:

به جهت بررسی حرکت در مدار و وضعیت ماهواره، دستگاه‌های مختصات راستگرد زیر تعریف می‌شوند:

(۱) دستگاه مختصات زمین مرکزی اینرسیال (ICS)^۱؛ سیستم J2000، با در نظر گرفتن صفحه استوا و اکلیپتیک متوسط در ساعت ۱۲ روز اول ژانویه سال ۲۰۰۰ میلادی تعریف شده است، با انتخاب استوا به عنوان صفحه اولیه، محور Z_I به سمت قطب شمال، محور X_I در راستای محور اعتدال بهاری و محور Y_I نیز به صورت راستگر تعریف می‌گردد [3].

^۱Inertial Coordinates System

(۲) سیستم مختصات مرجع مداری، مبدا این سیستم منطبق بر مرکز جرم ماهواره بوده و با حرکت ماهواره در مدار حرکت می‌کند، محور Z_R آن برداری به سمت مرکز جرم زمین است، محور X_R آن در صفحه مداری و عمود بر محور بردار Z_R است، که در جهت سرعت خطی ماهواره می‌باشد و محور Y_R ، محوری عمود بر صفحه مداری است، به طوری که سیستم مختصات را به یک سیستم مختصات راستگرد تبدیل کند.

(۳) سیستم مختصات بدنه که بر روی بدنه نصب شده است، مرکز آن منطبق بر مرکز جرم ماهواره می‌باشد، و محورهای آن معمولاً محورهای اساسی اینرسی ماهواره هستند.

۵-۱-۱-۲- معادلات حرکت

معادله حرکت ماهواره در سیستم مختصات اینرشیال با در نظر گرفتن اغتشاش غالب که همان اثر ناهمگونی زمین است به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}\dot{x}_I &= v_{xI} \\ \dot{y}_I &= v_{yI} \\ \dot{z}_I &= v_{zI} \\ \dot{v}_{xI} &= -\left(\frac{\mu}{r^3}\right)x_I + \left(\frac{3}{2}\right)J_2\left(\frac{\mu R_e^2}{r^5}\right)x_I\left(1 - \frac{5z_I^2}{r^2}\right) \\ \dot{v}_{yI} &= -\left(\frac{\mu}{r^3}\right)y_I + \left(\frac{3}{2}\right)J_2\left(\frac{\mu R_e^2}{r^5}\right)y_I\left(1 - \frac{5z_I^2}{r^2}\right) \\ \dot{v}_{zI} &= -\left(\frac{\mu}{r^3}\right)z_I + \left(\frac{3}{2}\right)J_2\left(\frac{\mu R_e^2}{r^5}\right)z_I\left(1 - \frac{5z_I^2}{r^2}\right)\end{aligned}\quad (۱-۵)$$

که در آن $r = \sqrt{x_I^2 + y_I^2 + z_I^2}$ شعاع کره زمین در استوا، μ ، حاصل ضرب ثابت جهانی گرانش در مجموع جرم ماهواره و زمین و ω_z سرعت چرخش زمین است. J_2 ، هارمونیک منطقه‌ای از مرتبه دوم است، که اغتشاش غالب بوده و بر اثر ناهمگونی زمین است، این ثابت برای هر سیاره مقدار به‌خصوصی دارد، که مقدار آن برای کره زمین برابر با 1.08263×10^{-3} است [4].

۵-۱-۲- دینامیک و سینماتیک وضعیت

همانطور که در بخش‌های قبلی گفته شد، معادلات حاکم بر وضعیت ماهواره، معادلات گشتاور اولر هستند، که به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$I\dot{\omega} = -\omega \times (I\omega) + T \quad (۲-۵)$$

$$\dot{\omega} = I^{-1}(\Omega(\omega)I\omega + T) \quad (3-5)$$

$$T = T_d + T_c \quad (4-5)$$

که در آن ω ، سرعت دورانی محورهای ماهواره نسبت به سیستم مختصات اینرشیال است، I ، ماتریس ممان اینرسی ماهواره و T حاصل جمع گشتاورهای کنترلی و اغتشاشی است. $\Omega(\omega)$ ماتریس شبه متقارن از ω است، که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\Omega(\omega) = [\omega^X] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

که در آن ω_x ، ω_y و ω_z مولفه‌های بردار سرعت دورانی ω هستند [2].

۵-۱-۲-۱- نمایش وضعیت فضاییما

برای نمایش وضعیت ماهواره در هر زمان می‌توان از ماتریس کسینوس‌های هادی استفاده کرد که اساسی‌ترین روش نمایش وضعیت است، این ماتریس در واقع ماتریس تبدیل از دستگاه مختصات مرجع به دستگاه مختصات بدنه ماهواره است. هر سطر ماتریس کسینوس هادی کسینوس زاویه بین هر یک از محورهای دستگاه مختصات بدنه نسبت به همه‌ی محورهای دستگاه مختصات مرجع است. این روش نمایش برای ماتریس تبدیل دارای شش پارامتر اضافه است و برای انجام شبیه‌سازی‌ها مناسب نیست، وضعیت ماهواره را می‌توان با زوایای اولر نیز بیان کرد، بهترین روش برای تحلیل و طراحی سیستم کنترل و همچنین بررسی‌های تحلیلی، به کار بردن زوایای اولر است اما استفاده از این روش بدلیل ایجاد تکینگی در روند محاسبات توصیه نمی‌شود. بنابراین از کواترنیون‌ها برای پرهیز از رخ دادن تکینگی استفاده شده است. این روش یک روش مطلوب در روند شبیه‌سازی می‌باشد. برای بیان وضعیت ماهواره بر حسب کواترنیون‌ها از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\dot{q}_{vec} = -\frac{1}{2}\Omega q_{vec} + \frac{1}{2}q_4\omega \quad (6-5)$$

$$\dot{q}_4 = \omega^T q_{vec}$$

که در آن:

$$\begin{aligned} q_1 &= e_x \sin(\phi/2) \\ q_2 &= e_y \sin(\phi/2) \\ q_3 &= e_z \sin(\phi/2) \\ q_4 &= \cos(\phi/2) \end{aligned} \quad (7-5)$$

که در آن e_x ، e_y و e_z مولفه‌های بردار واحد محور اولر در فریم مرجع هستند و ϕ زاویه چرخش ماهواره حول محور اولر است. هر بردار در سیستم مختصات اینرشیاال قابل تبدیل به سیستم مختصات بدنه است و این عمل به عکس هم امکان پذیر است، ماتریس تبدیل از سیستم مختصات مرجع (اینرشیاال) به بدنه را می‌توان بر حسب مولفه‌های کواترنیون به صورت زیر نوشت [5]:

$$A_{BI} = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_4) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (۸-۵)$$

5-2- دینامیک سنسور گرادیان جاذبه‌ای زمین

سنسور گرادیان جاذبه‌ای که در این تحقیق بررسی شد شامل یک جرم (proof mass) و یک فنر پیچشی است، مسلماً از مدل جرم فنر می‌توان برای سنسور استفاده کرد:

$$I\ddot{\theta} + k_t\theta = GGT \quad (۹-۵)$$

که در آن I ممان اینرسی جرم و θ میزان چرخش جرم حول محور جرم و فنر است. GGT نیز گشتاور گرادیان جاذبه‌ای است. زمانی که از چهار سنسور استفاده می‌کنیم برای هر کدام از سنسورها باید یک معادله دینامیکی جداگانه نوشت که به هم شبیه هستند با این تفاوت که گشتاور وارده به آنها متفاوت است و وابسته به زاویه نصب آنها و همچنین موقعیت ماهواره در مدار است.

$$I\ddot{\theta}_1 + k_t\theta_1 = GGT_1 \quad (۱۰-۵)$$

برای سنسور یک که محور چرخش آن محور رول ماهواره است و زاویه نصب آن نسبت به محور رول صفر است.

$$I\ddot{\theta}_2 + k_t\theta_2 = GGT_2 \quad (۱۱-۵)$$

برای سنسور دو که محور چرخش آن محور رول ماهواره است و زاویه نصب آن نسبت به محور رول ۴۵ درجه است. از آنجایی که سنسورها یکسان هستند، سختی فنر و ممان اینرسی جرم برای آنها یکسان است.

$$I\ddot{\theta}_3 + k_t\theta_3 = GGT_3 \quad (۱۲-۵)$$

برای سنسور سه که محور چرخش آن محور پیچ ماهواره است و زاویه نصب آن نسبت به محور پیچ صفر است.

$$I\ddot{\theta}_4 + k_t\theta_4 = GGT_4 \quad (۱۳-۵)$$

برای سنسور چهار که محور چرخش آن محور پیچ ماهواره است و زاویه نصب آن نسبت به محور پیچ ۴۵ درجه است.

فصل ۶- شبیه سازی

برای انجام شبیه سازی از نرم افزار متلب استفاده می کنیم و تمامی معادلات همبسته مداری و وضعیت فضاپیما و معادلات دینامیکی فنر را به صورت معادلات دیفرانسیل مرتبه اول مرتب می کنیم:

```
function ds = test29(t,s)
ds = zeros(21,1);
Tc1=0;Td1=0;Tc2=0;Td2=0;Tc3=0;Td3=0;
I=[0.017,0,0;0,0.055,0;0,0,0.055];
deltaIs = 6.9*10^-17.5;
ks = 6.9*10^-14;
mu=398576.0576;
RE=6400;
J2=1.08263*10^-3;
q=[s(4) s(5) s(6) s(7)];
A= quat2dcm(q); %Inertial to body Transformation
r=[s(8);s(9);s(10)];
rb=A*r;
rbx=hankel(rb,rb(end:-1:1));
rbx(eye(numel(rb))~=1) = rb(1);
Tg=(3*mu/(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^5))*rbx*I*rb;
%GravityGradientTorque due to Moment of inertia
ds(1) = Tc1 + Td1 + Tg(1,1) + ( - s(2) * s(3) * ( I(3,3) - I(2,2)
))/I(1,1);
ds(2) = Tc2 + Td2 + Tg(2,1) + ( - s(1) * s(3) * ( I(1,1) - I(3,3)
))/I(2,2);
ds(3) = Tc3 + Td3 + Tg(3,1) + ( - s(1) * s(2) * ( I(2,2) - I(1,1)
))/I(3,3);
ds(4) = 0.5*( s(3)*s(5) - s(2)*s(6) + s(1)*s(7));
ds(5) = 0.5*(-s(3)*s(4) + s(1)*s(6) + s(2)*s(7));
ds(6) = 0.5*( s(2)*s(4) - s(1)*s(5) + s(3)*s(7));
ds(7) = 0.5*(-s(1)*s(4) - s(2)*s(5) - s(3)*s(6));
ds(8) = s(11);
ds(9) = s(12);
ds(10)= s(13);
ds(11)= (-mu/(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^3))*s(8) +
(3*mu*J2*(RE^2)/(2*(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^5)))*...
* (5*((s(10)^2/(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^2))-1))*s(8);
ds(12)= (-mu/(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^3))*s(9) +
(3*mu*J2*(RE^2)/(2*(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^5)))*...
* (5*((s(10)^2/(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^2))-1))*s(9);
ds(13)= (-mu/(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^3))*s(10) +
(3*mu*J2*(RE^2)/(2*(sqrt(s(8)^2+s(9)^2+s(10)^2)^5)))*...
```

```

* (5 * ((s(10)^2 / (sqrt(s(8)^2 + s(9)^2 + s(10)^2))^2)) - 1) * s(10) - 2 * s(10));
R = sqrt(s(8)^2 + s(9)^2 + s(10)^2);
[r, p, y] = quat2angle(q);
GGTr = (3*mu)*deltaIs*sin(2*r)/(2*R^3);
GGTr45 = (3*mu)*deltaIs*sin(2*(r+45*pi/180))/(2*R^3);
GGTp = (3*mu)*deltaIs*sin(2*p)/(2*R^3);
GGTp45 = (3*mu)*deltaIs*sin(2*(p+45*pi/180))/(2*R^3);
ds(14) = s(15);
ds(15) = (-ks*s(14) + GGTr)/deltaIs;
ds(16) = s(17);
ds(17) = (-ks*s(16) + GGTr45)/deltaIs;
ds(18) = s(19);
ds(19) = (-ks*s(18) + GGTP)/deltaIs;
ds(20) = s(21);
ds(21) = (-ks*s(20) + GGTP45)/deltaIs;

```

تابعی که در بالا تعریف شده است، موقعیت و وضعیت فضاپیما و همچنین جابه‌جایی سنسورها را مدل می‌کند. که در آن $ds(1)$ تا $ds(3)$ مربوط به سرعت‌های زاویه‌ای حول سه محور، $ds(4)$ تا $ds(7)$ مربوط به وضعیت ماهواره و $ds(8)$ تا $ds(13)$ مربوط به موقعیت ماهواره با در نظر گرفتن اغتشاشات غالب است، $ds(14)$ تا $ds(21)$ مربوط به سنسورها می‌باشد. نرم‌افزار متلب می‌تواند این تابع را با دستوری مثل ode45 یا ode23tb حل کند، البته دستورات دیگری برای حل وجود دارد که اغلب آنها از روش رونگ کوتاه برای انتگرال‌گیری عددی از تابع ذکر شده استفاده می‌کنند.

حال برای حل تابع مذکور و اعمال شرایط اولیه و همچنین نمایش جواب‌ها از دستورات زیر استفاده

می‌کنیم.

```

clear
clc
deltaIs = 6.9*10^-17.5; % |I_y - I_x|
ks = 6.9*10^-14; % spring stiffness
time0 = [2018 09 14 12 00 00]; % Satellite Start Mission
mu = 398576.0576; % Gravitational Coe.
RE = 6371; % in km
alt = 200; % altitude in km
a0 = (alt+RE); % a = semi-major axis, km
e0 = 0; % e = eccentricity
i0 = 98.6; % i = inclination, deg
Raan0 = -15; % Raan = big omega = right ascension
of the ascending node, deg
aop0 = 0; % aop = little omega = argument of
periapse, deg
ta0 = 0; % ta = true anomaly, deg
p0 = a0*(1-e0^2); % p0
Torbit = 2*pi*sqrt((a0^3)/mu); % Torbit = Period of Orbit
[R0,V0] = COE2RV(e0,i0,Raan0,aop0,ta0,p0,mu); % position Transformation
from classic2R,v

```



```

s01=[0.2 2 0 1 0 0 0 R0(1,1) R0(2,1) R0(3,1) V0(1,1) V0(2,1) V0(3,1) 0 0 0
0 0 0 0 0]; % Initial
t01=datetime(time0):0.005:datetime(time0)+20; % initial Time
[t,s]=ode23tb(@test29,t01,s01);
q = [s(:,4) s(:,5) s(:,6) s(:,7)];
R = sqrt(s(:,8).^2+s(:,9).^2+s(:,10).^2);
thetar = s(:,14); thetar45 = s(:,16) ; thetap = s(:,18); thetap45 =
s(:,20);
[roll, pitch, yaw] = quat2angle(q);
r = -0.5.*asin((-ks.*thetar .*2.*R.^3)/(3*mu*deltaIs));
r45 = 0.5.*asin((-ks.*thetar45 .*2.*R.^3)/(3*mu*deltaIs));
p = -0.5.*asin((-ks.*thetap .*2.*R.^3)/(3*mu*deltaIs));
p45 = 0.5.*asin((-ks.*thetap45 .*2.*R.^3)/(3*mu*deltaIs));

```

که در آن ثابت‌های موجود و همچنین شرایط حاکم در ابتدا آمده است، $s01$ ماتریس شرایط اولیه است و $t01$ ماتریس زمان است که حاوی زمان اولیه طول گام زمانی و زمان نهایی است. $[t,s]=ode23tb(@test29,t01,s01)$ دستور حل تابع است که با اعمال شرایط اولیه در زمان مشخص تابع را حل می‌کند. نهایتاً خروجی چهار زاویه r و $r45$ و p و $p45$ است، که به ترتیب برای سنسورهای یک تا چهار هستند. حال قسمت نمایش خروجی‌ها که برای چهار سنسور نیاز به تنظیم دارد:

```

%% Sensor tuning
for i=1:numel(t01)
    if pitch(i,1) >= 45*pi/180
        pitchm(i,1) = p45(i)+45*pi/180;
    elseif pitch(i,1) <= -45*pi/180
        pitchm(i,1) = -p45(i)-45*pi/180;
    else
        pitchm(i,1) = p(i);
    end
end
for i=1:numel(t01)
    if pitch(i,1) >= 90*pi/180
        pitchm(i,1) = -p(i)+90*pi/180;
    elseif pitch(i,1) <= -90*pi/180
        pitchm(i,1) = -p(i)-90*pi/180;
    else
        pitchm(i,1) = pitchm(i,1);
    end
end
for i=1:numel(t01)
    if pitch(i,1) >= 135*pi/180
        pitchm(i,1) = -p45(i)+135*pi/180;
    elseif pitch(i,1) <= -135*pi/180
        pitchm(i,1) = +p45(i)-135*pi/180;
    else
        pitchm(i,1) = pitchm(i,1);
    end
end
for i=1:numel(t01)

```

```

if roll(i,1) >= 45*pi/180
    rollm(i,1) = r45(i)+45*pi/180;
elseif roll(i,1) <= -45*pi/180
    rollm(i,1) = -r45(i)-45*pi/180;
else
    rollm(i,1) = r(i);
end
end
for i=1: numel(t01)
    if roll(i,1) >= 90*pi/180
        rollm(i,1) = -r(i)+90*pi/180;
    elseif roll(i,1) <= -90*pi/180
        rollm(i,1) = -r(i)-90*pi/180;
    else
        rollm(i,1) = rollm(i,1);
    end
end
for i=1: numel(t01)
    if roll(i,1) >= 135*pi/180
        rollm(i,1) = -r45(i)+135*pi/180;
    elseif roll(i,1) <= -135*pi/180
        rollm(i,1) = +r45(i)-135*pi/180;
    else
        rollm(i,1) = rollm(i,1);
    end
end
end

```

حلقه‌ها و شروط بالا نحوه‌ی گرفتن خروجی از چهار زاویه بدست آمده از سنسورها را به صورت صحیح اعمال می‌کنند. در واقعیت این کار برای زوایای بیشتر از ۱۸۰ درجه توسط یک شتاب سنج صورت می‌گیرد که نشان می‌دهد آیا زاویه رول یا پیچ بیشتر از ۱۸۰ درجه است یا خیر.

نهایتاً دستور چاپ خروجی به صورت زیر است:

```

figure
subplot(2,1,1);
plot(t01-datetime(time0),roll*180/pi,t01-datetime(time0),rollm*180/pi);
hold on
xlabel('time(sec)');
ylabel('roll(deg)');
grid on
legend('roll(deg)', 'roll sensor')
subplot(2,1,2);
plot(t01-datetime(time0),pitch*180/pi,t01-datetime(time0),pitchm*180/pi);
hold on
xlabel('time(sec)');
ylabel('pitch(deg)');
grid on
legend('pitch(deg)', 'pitch sensor')

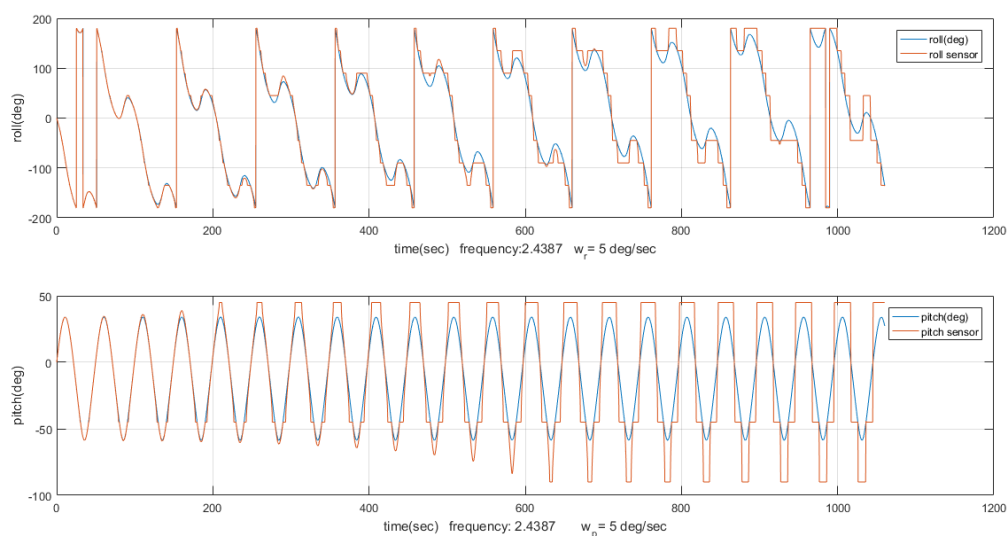
```

فصل ۷- نتایج و نتیجه‌گیری

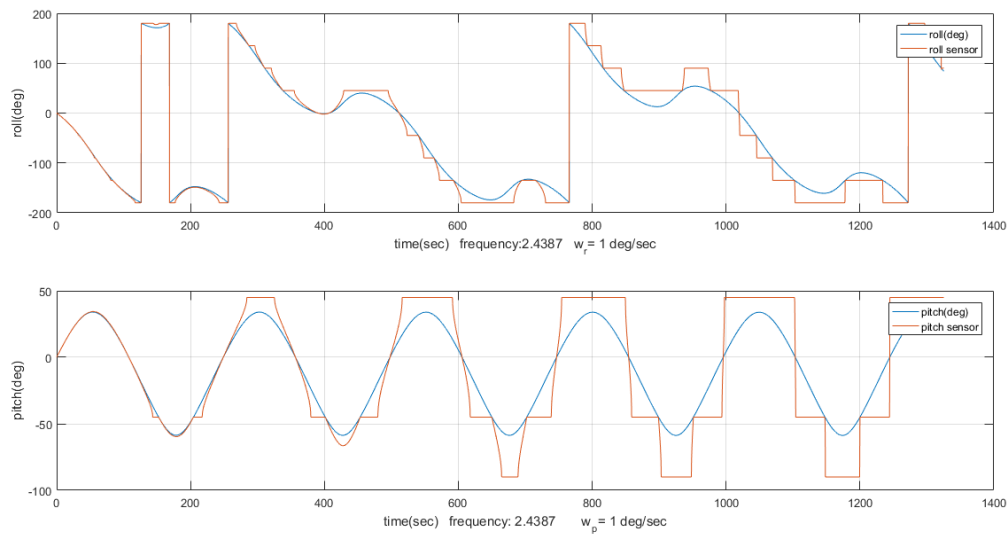
در ابتدا برای شرایط اولیه مداری آنچه در قسمت شبیه سازی آمده بود را وارد می‌کنیم، سپس برای ممان اینرسی جرم مقدار 6.9×10^{-8} را وارد می‌کنیم این مقدار از شکل و جرم proof mass بدست آمده است. از آنجایی که قرار است فرکانس طبیعی سنسور از مرتبه یک تا ده هرتز باشد، پاسخ سیستم را برای سختی فنرهای مختلف بررسی می‌کنیم، سپس تاثیر تغییر ممان اینرسی و همچنین سرعت دورانی فضاپیما را بررسی می‌کنیم، نهایتاً پاسخ سیستم را برای مدارهای ارتفاع بالا هم خواهیم دید.

7-1- نتایج

در ابتدای شبیه سازی سرعت دورانی ۵ درجه بر ثانیه حول هر سه محور وارد می‌کنیم، سپس ۱ درجه بر ثانیه، که محدوده‌ی دیتامبلینگ است و سپس برای سرعت دورانی ۱۵ درجه بر ثانیه شبیه سازی را اجرا می‌کنیم، سرعت‌های دورانی بیشتر از ۱۰ درجه بر ثانیه مود تاملینگ فضاپیما است.



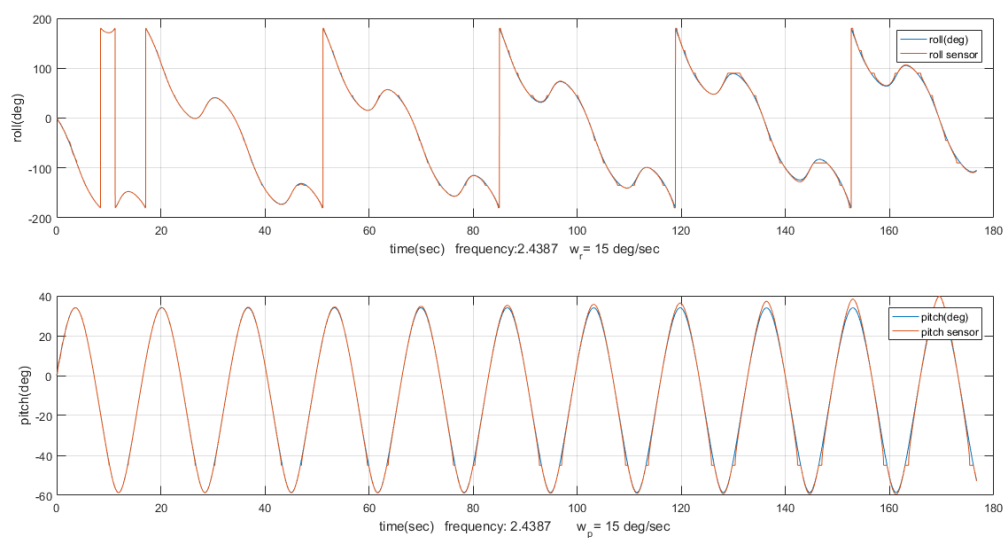
شکل ۷-۱ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۵ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۲/۴ هرتز



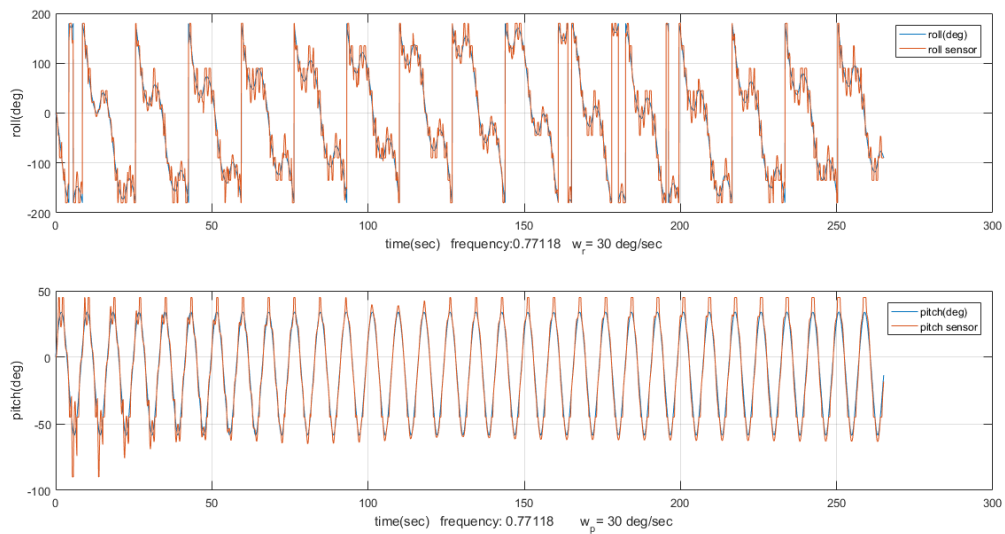
شکل ۷-۲ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۱ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۲/۴ هرتز

شکل ۷-۱ پاسخ سنسور را برای زوایای رول و پیچ ماهواره نشان می‌دهد، این مود احتمالا یک مود گذرا برای ماهواره می‌باشد، همچنین از این شکل می‌توان دریافت که در ابتدا پاسخ بسیار نزدیک است و با پیشروی ماهواره در مدار پاسخ سنسور دارای خطای بیشتر خواهد شد، و البته در شبیه سازی برای بازه‌ی زمانی بیشتر دیده شد که پاسخ ماهواره در نزدیک شدن به جواب واقعی به صورت دوره‌ای عمل می‌کند.

شکل ۷-۲ پاسخ سنسور را برای سرعت دورانی پایین نشان می‌دهد، در قیاس با شکل ۷-۱ متوجه این واقعیت می‌شویم که پاسخ سنسور با کاهش سرعت دورانی ماهواره، بدتر می‌شود و از مقدار واقعی بیشتر فاصله

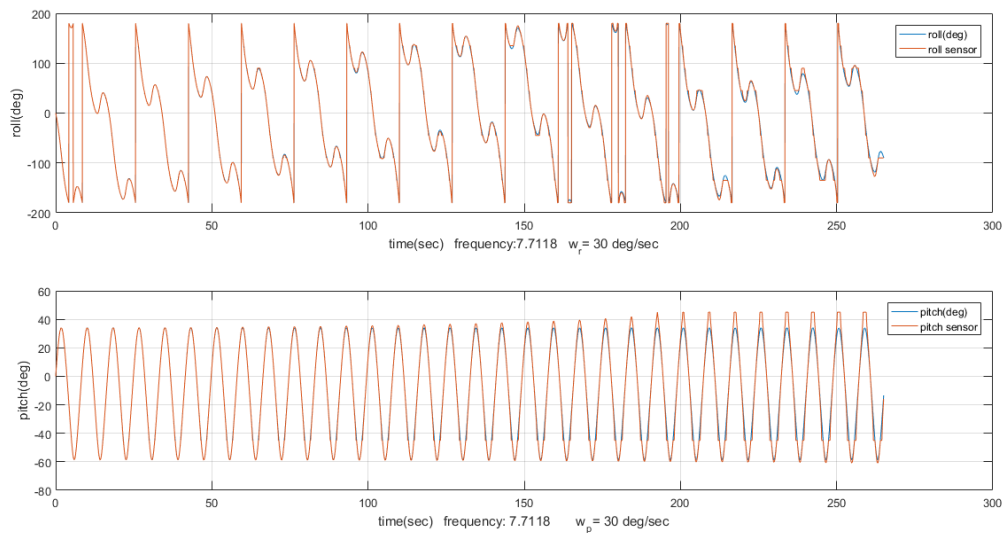


شکل ۷-۳ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۱۵ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۲/۴ هرتز

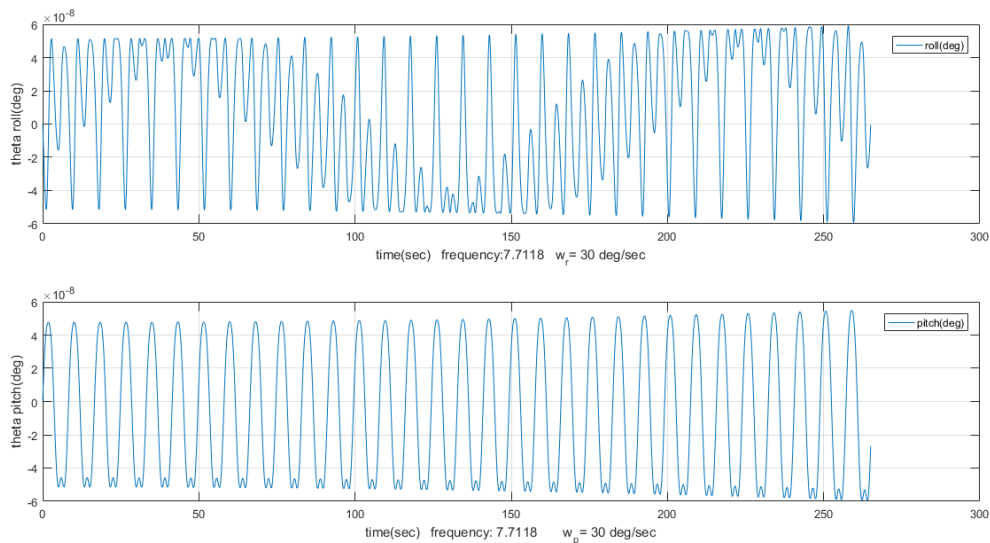


شکل ۴-۷ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۳۰ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۰/۷۷ هرتز

می‌گیرد. شکل ۳-۷ نیز این ادعا را اثبات می‌کند، در این شکل پاسخ سنسور برای سرعت زاویه بالاتر آمده است و نشان می‌دهد که سنسور در این سرعت دورانی پاسخی بسیار نزدیک به مقدار واقعی نشان می‌دهد. حال برای بررسی تاثیر فرکانس طبیعی سنسور بر پاسخ آن، شکل ۴-۷ را می‌بینیم که در آن فرکانس طبیعی نزدیک به یک هرتز است، و اختلاف پاسخ سنسور و مقادیر واقعی چشم‌گیر است در مقابل در شکل ۴-۷ فرکانس طبیعی سیستم ۷/۷ هرتز است و می‌بینیم که پاسخ سیستم به مقدار واقعی بسیار نزدیک است.



شکل ۵-۷ زوایای رول و پیچ ماهواره و سنسور برای سرعت دورانی ۳۰ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۷/۷ هرتز

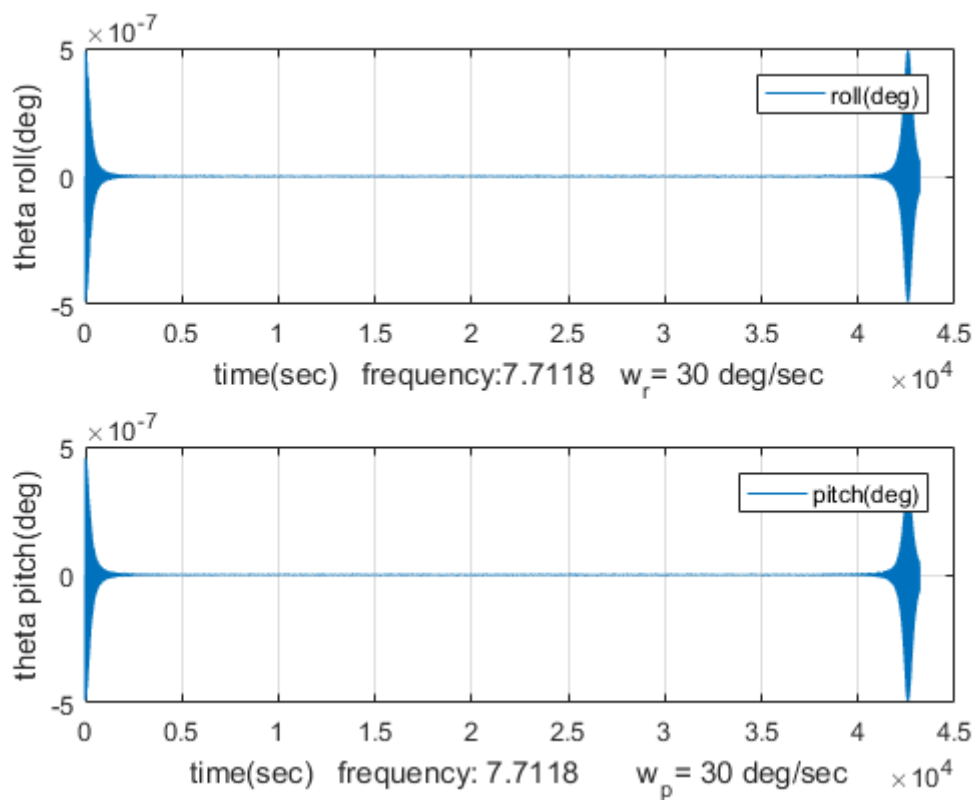


شکل ۷-۶ زوایای چرخش سنسور برای سرعت دورانی ۳۰ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۷/۷ هرتز

۷-۲- نتیجه‌گیری

در بررسی‌های نشان داده شده مشخص شد که سنسور پیشنهاد شده زمانی قادر به اندازه‌گیری گشتاور است که سیستم اندازه‌گیری بتواند زاویه چرخش فنر را با دقت قابل قبول اندازه بگیرد. شکل ۷-۶ چرخش سنسورهای یک و دو را برای یک حالت خاص نشان می‌دهد، می‌بینیم که این جابه‌جایی بسیار پایین و از مرتبه میکرو درجه و کمتر است، و باید از سیستم‌های اندازه‌گیری دقیق برای این سنسور استفاده کرد. از طرفی در نتایج بیان شده دیدیم که با افزایش فرکانس طبیعی سیستم، پاسخ سیستم بهتر شده است، و همچنین دیدیم که پاسخ سیستم با افزایش سرعت دورانی ماهواره بهتر می‌شود و سنسور در سرعت‌های دورانی بالاتر ماهواره پاسخ بهتر دارد. این خود تاییدی بر کارایی سنسور پس از جدایش ماهواره است که سرعت دورانی ماهواره زیاد است.

برای مقایسه زوایای چرخش چهار سنسور در مدارهای مختلف، این سنسور را برای یک مدار مولنیا که در ارتفاع‌های مختلف قرار دارد برای یک دوره مداری شبیه سازی می‌کنیم، شکل ۷-۷ نتایج شبیه سازی را برای یک دوره کامل مداری برای زوایای چرخش سنسورهای یک و دو نشان می‌دهد، از این شکل واضح است که با افزایش ارتفاع، جابه‌جایی سنسور شدیداً کاهش می‌یابد و از این سنسور در ارتفاعات بیشتر از ۲۰۰۰ کیلومتر به سختی می‌توان استفاده کرد، حتی اگر سیستم اندازه‌گیری بتواند دقیقاً مقدار اندازه‌گیری را گزارش دهد، پاسخ سنسور هم از مقدار واقعی فاصله دارد.



شکل ۷-۷ زوایای چرخش سنسورها برای سرعت دورانی ۳۰ درجه بر ثانیه و فرکانس سنسور ۷/۷ هرتز در یک دوره مداری مدار مولنیا

منابع

- [1] K. Ghose and H. R. Shea, "Using a MEMS pendulum to measure the gravity gradient in orbit: a new concept for a miniaturized Earth sensor," *Procedia Chem.*, vol. 1, no. 1, pp. 548–551, 2009.
- [2] J. R. Wertz, *Spacecraft Attitude Determination And Control*. 1978.
- [3] G. R. Hintz, "Orbital mechanics and astrodynamics : techniques and tools for space missions." 2015.
- [4] inc. Space Technology Laboratories and R. W. WOLVERTON, *Flight Performance Handbook for Orbital Operations. Orbital mechanics and astrodynamic formulae, theorems, techniques and applications. (Revised and corrected printing. Edited by: Raymond W. Wolverton.)*. John Wiley & Sons: New York & London, 1963.
- [5] F. L. MARKLEY, *Fundamentals of spacecraft attitude determination and control*. [Place of publication not identified]: SPRINGER, 2016.