Т6. A_0 - не заболели $P(A_0) = (1-p)^2$

A_1 - заболели однократно $P(A_1) = 2p(1-p)$

A_2 - заболели дважды $P(A_2) = p^2$

H_0: число заболеваний отдельного человека является случайной величиной, подчиняющейся биномиальному распр. с количеством испытаний $n=2$

$H_1 : \overline{H}_0$

	A_0	A_1	A_2
m	10	181	9

$\xi \sim Bi(2, p)$ p - вероятность заболеть

Оценим p по ОМПГ

$$L = ((1-p)^2)^{10}(2p(1-p))^{181}(p^2)^9$$

$$\ln L = 20\ln(1-p) + 181\ln(2p(1-p)) + 18\ln p = 20\ln(1-p) + 181\ln(2) + 181\ln p +$$
$$+ 181\ln(1-p) + 18\ln p = 201\ln(1-p) + 199\ln p + 181\ln 2$$

$$\frac{\delta \ln L}{\delta p} = \frac{-201}{1-p} + \frac{199}{p} = 0 \qquad \tilde{p} = \frac{199}{400}$$

$$\frac{\delta^2 \ln L}{\delta p^2} = -\frac{201}{(1-p)^2} - \frac{199}{p^2} < 0 \ - \ max$$

$$\tilde{\delta} = \sum_{i=0}^{2}\frac{(m_i - n\tilde{p}_i)^2}{n\tilde{p}_i} = \frac{\left(10 - 200\cdot\left(1-\frac{199}{400}\right)\right)^2}{200\cdot\left(1-\frac{199}{400}\right)^2} + \frac{\left(181 - 200\cdot 2\cdot\frac{199}{400}\left(1-\frac{199}{400}\right)\right)^2}{200\cdot 2\cdot\frac{199}{400}\left(1-\frac{199}{400}\right)} +$$
$$+ \frac{9 - 200\cdot\left(\frac{199}{400}\right)^2}{200\cdot\left(\frac{199}{400}\right)^2} = 131,235$$

$$\tilde{\delta} \sim \chi^2_{\infty}(1)$$

$$p\text{-value} = \int_{131,235}^{\infty} q_{\chi^2(1)}(t)dt = \int_{131,235} \frac{\sqrt{1/2}}{\Gamma(1/2)}\cdot t^{-\frac{1}{2}}\cdot e^{-\frac{1}{2}} \approx 3\cdot 10^{-28} \approx 0$$ отвергаем H_0

T7.

ξ - размер детали $\qquad H_0$: ξ и η - независимы

η - номер партии $\qquad H_1$: $\overline{H_0}$

Формирует полные группы событий:

$\eta \backslash \xi$	A_1	A_2	A_3	
B_1	25	50	25	$1/2$
B_2	52	41	7	$1/2$
	$\frac{77}{200}$	$\frac{91}{200}$	$\frac{32}{200}$	

A_1 - заниженный размер

A_2 - точный размер

A_3 - завышенный размер

$$\tilde{\Delta} = \sum \frac{(m_{ij} - np_j q_i)^2}{np_j q_i} = \frac{\left(25 - 200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{77}{200}\right)^2}{200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{77}{200}} + \frac{\left(50 - 200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{91}{200}\right)^2}{200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{91}{200}} + \frac{\left(25 - 200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{200}\right)^2}{200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{200}} +$$

$$+ \frac{\left(52 - 200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{77}{200}\right)^2}{200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{77}{200}} + \frac{\left(41 - 200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{91}{200}\right)^2}{200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{91}{200}} + \frac{\left(7 - 200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{200}\right)^2}{200 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{200}}$$

$$= 20{,}483$$

$$\tilde{\Delta} \sim \chi^2(2)$$

$$\text{p-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} \mid H_0) = \int_{20{,}483}^{\infty} q_{\chi^2(2)}(t)\,dt = 3.56 \cdot 10^{-5}$$

уверенно отвергаем H_0

T8

H_0: оба потока однородными

H_1: $\overline{H_0}$

A_1 - оценка 2

A_2 - оценка 3

A_3 - оценка 4

A_4 - оценка 5

	A_1	A_2	A_3	A_4	
1	33	43	80	144	300
2	39	35	72	154	300
	$\frac{72}{600}$	$\frac{78}{600}$	$\frac{152}{600}$	$\frac{298}{600}$	

$n = 600$

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^{k} \frac{(n_{ij} - n_i \tilde{P}(A_j))^2}{n_i \tilde{P}(A_j)}$$

$$\tilde{\Delta}_1 = \frac{\left(33 - 300 \cdot \frac{72}{600}\right)^2}{300 \cdot \frac{72}{600}} + \frac{\left(43 - 300 \cdot \frac{78}{600}\right)^2}{300 \cdot \frac{78}{600}} + \frac{\left(80 - 300 \cdot \frac{152}{600}\right)^2}{300 \cdot \frac{152}{600}} + \frac{\left(144 - 300 \cdot \frac{298}{600}\right)^2}{300 \cdot \frac{298}{600}} = 1{,}04$$

$$\tilde{\Delta}_2 = \frac{\left(39 - 300 \cdot \frac{72}{600}\right)^2}{300 \cdot \frac{72}{600}} + \frac{\left(35 - 300 \cdot \frac{78}{600}\right)^2}{300 \cdot \frac{78}{600}} + \frac{\left(72 - 300 \cdot \frac{152}{600}\right)^2}{300 \cdot \frac{152}{600}} + \frac{\left(154 - 300 \cdot \frac{298}{600}\right)^2}{300 \cdot \frac{298}{600}} = 1{,}04$$

$\tilde{\Delta} = 2{,}08$ $\quad \tilde{\Delta} \sim \chi^2(3)$

$p\text{-value} = \int_{2{,}08}^{\infty} q_{\chi^2(3)}(t)\,dt = 0{,}5641$ нет оснований отвергать H_0

Получается, оба потока можно считать однородными