kauno technologijos universitetas
1922

Atsiskaitymo pavadinimas:	**Kontrolinis darbas**
Atsiskaitančiojo kodas (vidko):	C5211
Grupė: *IFF-9/5* Vardas:	Rokas
Pavardė:	Sičiovas

Studijų modulio pavadinimas, kodas: *Algoritmų sudarymas ir analizė, P170B400*

Atsiskaitymo laikas: 2021-05-14 Darbo atlikimo trukmė: 80 min (+20 min darbų įkėlimui)

INSTRUKCIJA ATSISKAITANČIAJAM

1. Studentas sprendžia ant savo tuščių pasiruoštų lapų, kurių kiekvieno puslapio viršuje privalo būti užrašyta: pilnas vardas ir pavardė, vidinis kodas iš akademinės sistemos, akademinė grupė, data, puslapio numeris, parašas.
2. Atlikus užduotis studentas nufotografuoja ar nuskanuoja visą puslapį ir jo visą atvaizdą įkelia į atsisiųstą ir užpildytą savo duomenimis užduoties dokumentą (Word). Kiekviena **pilno** puslapio nuotrauka keliama į vis naują dokumento puslapį maksimaliai ją išplečiant (išlaikant proporcijas). Fotografuoti statmenai į lapą (ne kampu!) užtikrinant pakankamą nuotraukos kokybę.
3. Iki teste nurodyto laiko studentas privalo atliktas užduotis (Word dokumentą) ir **neredaguotas** nuotraukas (arba skanus) patalpinti Moodle aplinkos vertinimo nuorodoje, kuri nurodyta testo aprašyme. Bylų pavadinimai privalo turėti sekančią struktūrą: „GGGGG PPPPP VVVVV KKKKK N“, čia GGGGG - akademinė grupė, PPPPP - pavardė, VVVVV - vardas, KKKKK - vidinis kodas iš akademinės sistemos, N - puslapio numeris (Word'o dokumentui nereikia; pvz.: „IFF 8_20 Makackas Dalius D4443.docx“, „IFF 8_20 Makackas Dalius D4443 1.jpg“, „IFF 8_20 Makackas Dalius D4443 2.jpg“ ...).
4. Visus popierinius atsakymų lapus ir nuotraukas privaloma saugoti iki semestro sesijos pabaigos.
5. Kontrolinį sudaro 4 uždaviniai (gali būti iš kelių dalių). Visi vertinami vienodai po 2,5 balo. Uždaviniui skiriama vidutiniškai po 20 minučių.
6. Užduočių sprendimai pateikiami nuosekliai, kaip ir pateikta užduotyje. Jei uždavinys nesprendžiamas taip ir pažymima. Uždavinio sprendimo pradžioje parašoma/nukopijuojama uždavinio formulavimas.
7. Kiekvienos užduoties sprendimo pabaigoje turi būti aiškiai suformuluotas gautas rezultatas ir pažymėtas kaip „Ats.:“.

UŽDUOTYS

1. Palyginti funkcijas:
   a. $f(n) = \log_3 n\,; g(n) = \log_2(n^2 + n);$
   b. $f(n) = n^2 \cdot 2^{\log_2 n^2}; g(n) = n \cdot \sqrt[3]{n^2}$

2. Išspręsti rekurentines lygtis – nurodyti viršutinius ir apatinius asimptotinius įverčius:
   a. $T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{3n}{5}\right) + n^2$
   b. $T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + n \cdot \log_3 n$

3. Suprastinti funkcionalus:
   a. $O\left(n^2 + \sqrt{n}\ln n\right)$
   b. $O\left(\sum_{i=1}^{n} 4^{\log_2 i} + n^2\right)$

4. Įvertinkite programinio kodo sudėtingumą geriausiu ir blogiausiu atveju:

a.

```
static int[] AA(int[] A, int m, int n){
    int p = (n - m) / 5;
    if (p > 5) {
        for (int i = 1; i < 6; i++)
            A = AA(A, m, m + p);
        for (int i = m; i < n; i++)
            A[i]= 2 * A[i];
    }
    return A;
```

b.

```
static int[] CC(int[] C,  int n){
    C[0] += 1;
    for(int i = 0; i < n; i++)
        if (C[i] < 5)
            for(int j = 1; j <= i; j++)
                C[j] = C[j] - 1;
    return C;
}
```

Sprendimai

1. A)

Robas Sičiovas C5211 IFF-9/5 2021-05-14 1

① a) $f(n) = \log_3 n$; $g(n) = \log_2(n^2+n)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\log_3 n}{\log_2(n^2+n)} = [L] = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\ln 3x}}{\frac{2x+1}{\ln 2\cdot(x^2+x)}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\ln 2\cdot(x^2+x)}{\ln 3x\cdot(2x+1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\ln 2x\cdot(x+1)}{\ln 3x(2x+1)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\ln 2x + \ln 2}{\ln 3\cdot(2x+1)} = [L] = \lim_{n\to\infty} \frac{\ln 2}{2\ln 3} = \frac{\ln 2}{2\ln 3}$$

Ats.: $\log_3 n = \Theta(\log_2(n^2+n))$

1. B)

Rokas Sicibvcas C5211 IFF-9/5 2021-05-14 2

1) b) $f(n) = n^2 \cdot 2^{\log_2 n^2}$; $g(n) = n \cdot \sqrt[3]{n^2}$

$$2^{\log_2 n^2} = n^2$$

$$f(n) = n^2 \cdot n^2 = n^4$$

$$g(n) = n \cdot n^{\frac{2}{3}} = n^{\frac{5}{3}} = n^{1\frac{2}{3}}$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n^2 \cdot 2^{\log_2 n^2}}{n \sqrt[3]{n^2}} = \lim_{n \to \infty} \frac{n^4}{n^{1\frac{2}{3}}} = \infty$$

Ats.: $n^2 \cdot 2^{\log_2 n^2} = \Omega(n \cdot \sqrt[3]{n^2})$

2. A)

Robert Sičiovas CS211 IFF-9/5 2021-05-14 9

② a)

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{3n}{5}\right) + n^2$$

n^2

$\frac{n^2}{3^2}$ $\frac{9n^2}{5^2}$

$\frac{n^2}{3^4}$ $\frac{9n^2}{3^2 \cdot 5^2}$ $\frac{9n^2}{3^2 \cdot 5^2}$ $\frac{81n^2}{5^4}$

$\frac{n^2}{3^6}$ $\frac{9n^2}{3^4 \cdot 5^2}$ $\frac{9n^2}{3^4 \cdot 5^2}$ $\frac{81n^2}{3^2 \cdot 5^4}$ $\frac{9n^2}{3^2 \cdot 5^4}$ $\frac{81n^2}{3^2 \cdot 5^4}$ $\frac{81n^2}{3^2 5^4}$ $\frac{729n^2}{5^6}$

n^2

$n^2\left(\frac{1}{3^2} + \frac{9}{5^2}\right)$

$n^2\left(\frac{1}{3^4} + 2\frac{9}{3^2 5^2} + \frac{81}{5^4}\right)$

$n^2\left(\frac{1}{3^6} + 3\frac{9}{3^4 \cdot 5^2} + \frac{3 \cdot 81}{3^2 \cdot 5^4} + \frac{729}{5^6}\right)$

$$n^2\left(\frac{1}{3^2} + \frac{9}{5^2}\right)^i = n^2\left(\frac{106}{225}\right)^i$$

$$T(n) = n^2 \sum_{i=0}^{n} \left(\frac{106}{225}\right)^i < n^2 \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{106}{225}\right)^i = \frac{n^2}{\frac{119}{225}} = \frac{225}{119} n^2$$

$$T(n) = O(n^2); \quad T(n) = n^2 \sum_{i=0}^{n} \left(\frac{106}{225}\right)^i \geq n^2 \sum_{i=0}^{\log_{\frac{5}{3}} n} \left(\frac{106}{225}\right)^i =$$

$$= n^2 \frac{\left(\frac{106}{225}\right)^{\log_{\frac{5}{3}} n+1} - 1}{\frac{106}{225} - 1} = \frac{225}{119} n^2 \left(1 - \left(\frac{106}{225}\right)^{\log_{\frac{5}{3}} n+1}\right)$$

$$T(n) = O(n^2)$$

$$T(n) = n^2 \sum_{i=0}^{n} \left(\frac{106}{225}\right)^i \geq n^2 \sum_{i=0}^{\log_{\frac{5}{3}} n} \left(\frac{106}{225}\right)^i = n^2 \frac{\left(\frac{106}{225}\right)^{\log_{\frac{5}{3}} n+1} - 1}{\frac{106}{225} - 1} =$$

$$= \frac{225}{119} n^2 \left(1 - \left(\frac{106}{225}\right)^{\log_{\frac{5}{3}} n+1}\right)$$

Kadangi $\left(\frac{106}{225}\right)^{\log_{\frac{5}{3}} n+1}$ mažėjanti f-ja, tai

$$1 - \left(\frac{106}{225}\right)^{\log_{\frac{5}{3}} n+1} > 1 - \left(\frac{106}{225}\right)^{\log_{\frac{5}{3}} 1+1} = \frac{119}{225}, \text{ kai } n > 1$$

Ats: $T(n) > \frac{225}{119} n^2 \cdot \frac{119}{225} = n^2$; $T(n) = \Omega(n^2)$

2. B)

Rokas Siciovas C5211 IFF-9/5 2021-05-14 4

(2) b) $T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + n \cdot \log_3 n$

$a = 9$; $b = 3$

I $f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon})$

$n \cdot \log_3 n = O(n^2)$

Ats.: $T(n) = \Theta(n^2)$

3. A)

Rokas Sieiovas C5211 IFF-9/5 2021-05-14 5

3. a) $O(n^2 + \sqrt{n}\ln n)$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n^2}{\sqrt{n}\ln n} = \frac{\infty}{\infty} = \frac{2n \cdot 2\sqrt{n}}{\ln n + 2} = \lim_{n \to \infty} \frac{4\ln\sqrt{n}}{\ln n + 2} =$$

$$= \frac{\infty}{\infty} = 6\sqrt{n} \cdot n = \infty$$, n^2 auga greičiau, todėl suprastinus:

Ats.: $O(n^2)$

3. B)

4. A)

Rokas Sičiovas C5211 IFF-9/5 2021-05-14

7

Geriausiu: log5(n)
Blogiausiu: log5(n)

a.

```
static int[] AA(int[] A, int m, int n){
   int p = (n - m) / 5;
   if (p > 5) {
       for (int i = 1; i < 6; i++)
           A = AA(A, m, m + p);
       for (int i = m; i < n; i++)
           A[i]= 2 * A[i];
   }
   return A;
```

Kaina	Kartai
c1	1
c2	1
c3	6
AA(A,m,m+p)	5
c5	n-m+1
c6	n-m
c7	1

4. B)

b.

```
static int[] CC(int[] C,  int n){
    C[0] += 1;
    for(int i = 0; i < n; i++)
        if (C[i] < 5)
            for(int j = 1; j <= i; j++)
                C[j] = C[j] - 1;
    return C;
}
```

Geriausiu atveju: O(n)

Blogiausiu atveju: O(n^2) arba O(n*m)

Kaina	Kartai
c1	1
c2	n+1
c3	n
c4	n*(i+1)
c5	n*i
c6	1