

Atsiskaitymo pavadinimas:	<b>Kontrolinis darbas</b>
Atsiskaitančiojo kodas (vidko):	C5211
Grupė: <u>IFF-9/5</u> Vardas:	Rokas
Pavardė:	Sičiovas

Studijų modulio pavadinimas, kodas: Algoritmų sudarymas ir analizė, P170B400  
 Atsiskaitymo laikas: 2021-05-14 Darbo atlikimo trukmė: 80 min (+20 min darbų įkėlimui)

### INSTRUKCIJA ATSISKAITANČIAJAM

- Studentas sprendžia ant savo tuščių pasiruostų lapų, kurių kiekvieno puslapio viršuje privalo būti užrašyta: pilnas vardas ir pavardė, vidinis kodas iš akademinės sistemos, akademinė grupė, data, puslapio numeris, parašas.
- Atlikus užduotis studentas nufotografuoja ar nuskanuoja visą puslapį ir jo visą atvaizdą įkelia į atsisiųstą ir užpildytą savo duomenimis užduoties dokumentą (Word). Kiekviena **pilno** puslapio nuotrauka keliama į vis naują dokumento puslapį maksimaliai ją išplečiant (išlaikant proporcijas). Fotografuoti statmenai į lapą (ne kampu!) užtikrinant pakankamą nuotraukos kokybę.
- Iki teste nurodyto laiko studentas privalo atliktas užduotis (Word dokumentą) ir **neredaguotas** nuotraukas (arba skanus) patalpinti Moodle aplinkos vertinimo nuorodoje, kuri nurodyta testo aprašyme. Bylų pavadinimai privalo turėti sekančią struktūrą: „GGGGG PPPPP VVVVV KKKKK N“, čia GGGGG - akademinė grupė, PPPPP - pavardė, VVVVV - vardas, KKKKK - vidinis kodas iš akademinės sistemos, N - puslapio numeris (Word'o dokumentui nereikia; pvz.: „IFF 8\_20 Makackas Dalius D4443.docx“, „IFF 8\_20 Makackas Dalius D4443 1.jpg“, „IFF 8\_20 Makackas Dalius D4443 2.jpg“ ...).
- Visus popierinius atsakymų lapus ir nuotraukas privaloma saugoti iki semestro sesijos pabaigos.
- Kontrolinį sudaro 4 uždaviniai (gali būti iš kelių dalių). Visi vertinami vienodai po 2,5 balo. Uždaviniui skiriama vidutiniškai po 20 minučių.
- Užduočių sprendimai pateikiami nuosekliai, kaip ir pateikta užduotyje. Jei uždavinys nesprenžiamas taip ir pažymima. Uždavinio sprendimo pradžioje parašoma/nukopijuojama uždavinio formulavimas.
- Kiekvienos užduoties sprendimo pabaigoje turi būti aiškiai suformuluotas gautas rezultatas ir pažymėtas kaip „Ats.:“.

### UŽDUOTYS

- Palyginti funkcijas:
  - $f(n) = \log_3 n; g(n) = \log_2(n^2 + n);$
  - $f(n) = n^2 \cdot 2^{\log_2 n^2}; g(n) = n \cdot \sqrt[3]{n^2}$
- Išspręsti rekurentines lygtis – nurodyti viršutinius ir apatinius asimptotinius įverčius:
  - $T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{3n}{5}\right) + n^2$
  - $T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + n \cdot \log_3 n$
- Suprastinti funkcionalus:
  - $O(n^2 + \sqrt{n} \ln n)$
  - $O\left(\sum_{i=1}^n 4^{\log_2 i} + n^2\right)$

4. Įvertinkite programinio kodo sudėtingumą geriausiu ir blogiausiu atveju:

a.

```
1. static int[] AA(int[] A, int m, int n){
2.     int p = (n - m) / 5;
3.     if (p > 5) {
4.         for (int i = 1; i < 6; i++)
5.             A = AA(A, m, m + p);
6.         for (int i = m; i < n; i++)
7.             A[i] = 2 * A[i];
8.     }
9.     return A;
```

b.

```
10. static int[] CC(int[] C, int n){
11.     C[0] += 1;
12.     for(int i = 0; i < n; i++)
13.         if (C[i] < 5)
14.             for(int j = 1; j <= i; j++)
15.                 C[j] = C[j] - 1;
16.     return C;
17. }
```

## Sprendimai

1. A)

Robertas Sierėnas C5211 IFF-915 2021-08-14 1

① a)  $f(n) = \log_3 n$ ;  $g(n) = \log_2 (n^2 + n)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_3 n}{\log_2 (n^2 + n)} = [L] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\ln 3x}}{\frac{2x+1}{\ln 2 \cdot (x^2+x)}} =$$
$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2 \cdot (x^2+x)}{\ln 3x \cdot (2x+1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln 2x \cdot (x+1)}{\ln 3x \cdot (2x+1)} =$$
$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2x + \ln 2}{\ln 3 \cdot (2x+1)} = [L] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2}{2 \ln 3} = \frac{\ln 2}{2 \ln 3}$$

Ats.:  $\log_3 n = \Theta(\log_2 (n^2 + n))$

① b)  $f(n) = n^2 \cdot 2^{\log_2 n^2}$ ;  $g(n) = n \cdot \sqrt[3]{n^2}$

$$2^{\log_2 n^2} = n^2$$

$$f(n) = n^2 \cdot n^2 = n^4$$

$$g(n) = n \cdot n^{\frac{2}{3}} = n^{\frac{5}{3}} = n^{1\frac{2}{3}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot 2^{\log_2 n^2}}{n \sqrt[3]{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4}{n^{1\frac{2}{3}}} = \infty$$

Ans.:  $n^2 \cdot 2^{\log_2 n^2} = \Omega(n \cdot \sqrt[3]{n^2})$

(2) a)

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{3n}{5}\right) + n^2$$

$$n^2 \left( \frac{1}{3^2} + \frac{9}{5^2} \right)$$

$$\begin{array}{c} n^2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{n^2}{3^2} \quad \frac{9n^2}{5^2} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \frac{n^2}{3^4} \quad \frac{9n^2}{3^2 \cdot 5^2} \quad \frac{9n^2}{3^2 \cdot 5^2} \quad \frac{81n^2}{5^4} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \frac{n^2}{3^6} \quad \frac{9n^2}{3^4 \cdot 5^2} \quad \frac{9n^2}{3^4 \cdot 5^2} \quad \frac{81n^2}{3^2 \cdot 5^4} \quad \frac{81n^2}{3^2 \cdot 5^4} \quad \frac{729n^2}{5^6} \end{array}$$

$$n^2 \left( \frac{1}{3^4} + \frac{9}{3^2 \cdot 5^2} + \frac{81}{5^4} \right)$$

$$n^2 \left( \frac{1}{3^6} + \frac{9}{3^4 \cdot 5^2} + \frac{81}{3^2 \cdot 5^4} + \frac{729}{5^6} \right)$$

$$n^2 \left( \frac{1}{3^2} + \frac{9}{5^2} \right)^i = n^2 \left( \frac{106}{225} \right)^i$$

$$T(n) = n^2 \sum_{i=0}^{\infty} \left( \frac{106}{225} \right)^i < n^2 \sum_{i=0}^{\infty} \left( \frac{106}{225} \right)^i = \frac{n^2}{1 - \frac{106}{225}} = \frac{225}{119} n^2$$

$$T(n) = O(n^2); \quad T(n) = n^2 \sum_{i=0}^{\log_3 n} \left( \frac{106}{225} \right)^i \geq n^2 \sum_{i=0}^{\log_3 n} \left( \frac{106}{225} \right)^i =$$

$$= n^2 \left( \frac{106}{225} \right)^{\log_3 n + 1} \frac{1 - \left( \frac{106}{225} \right)^{\log_3 n + 1}}{1 - \frac{106}{225}} = \frac{225}{119} n^2 \left( 1 - \left( \frac{106}{225} \right)^{\log_3 n + 1} \right)$$

$$T(n) = O(n^2)$$

$$T(n) = n^2 \sum_{i=0}^{\log_3 n} \left( \frac{106}{225} \right)^i \geq n^2 \sum_{i=0}^{\log_3 n} \left( \frac{106}{225} \right)^i = n^2 \left( \frac{106}{225} \right)^{\log_3 n + 1} \frac{1 - \left( \frac{106}{225} \right)^{\log_3 n + 1}}{1 - \frac{106}{225}} =$$

$$\text{Kadangi } \left( \frac{106}{225} \right)^{\log_3 n + 1}$$

maeëjandi f-jä, tai

$$1 - \left( \frac{106}{225} \right)^{\log_3 n + 1} > 1 - \left( \frac{106}{225} \right)^{\log_3 1 + 1}$$

$$\text{Alsi } T(n) > \frac{225}{119} n^2 \cdot \frac{119}{225} = n^2 \quad T(n) = \Omega(n^2)$$



2. B)

Rokas Sierovys CS211

1F-8/5

2021-05-14

4

~~Ans~~

$$\textcircled{2} \quad b) \quad T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + n \cdot \log_3 n$$

$$a = 9; \quad b = 3$$

$$\text{I} \quad f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon})$$

$$n \cdot \log_3 n = O(n^2)$$

$$\underline{\text{Ans.}}: \quad T(n) = O(n^2)$$

3. A)

Robas Sierovus

CB211

1FF-915

2001-05-14

5

~~Robas~~

3. a)  $O(n^2 + \sqrt{n} \ln n)$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sqrt{n} \ln n} = \frac{\infty}{\infty} = \frac{2n \cdot 2\sqrt{n}}{\ln n + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \ln \sqrt{n}}{\ln n + 2} =$$

$$= \frac{\infty}{\infty} = 6\sqrt{n} \cdot n = \infty, \quad n^2 \text{ auga greičiau,}$$

todėl suprasčius:

Ats.  $\therefore O(n^2)$

3. B)

#### 4. A)

Rokas Sičiovas

C5211

IFF-9/5

2021-05-14

7

Geriausiai:  $\log_5(n)$   
 Blogiausiai:  $\log_5(n)$

a.

```
1. static int[] AA(int[] A, int m, int n){
2.     int p = (n - m) / 5;
3.     if (p > 5) {
4.         for (int i = 1; i < 6; i++)
5.             A = AA(A, m, m + p);
6.         for (int i = m; i < n; i++)|
7.             A[i] = 2 * A[i];
8.     }
9.     return A;
```

Kaina	Kartai
c1	1
c2	1
c3	6
AA(A,m,m+p)	5
c5	n-m+1
c6	n-m
c7	1



## 4. B)

	Kaina	Kartai
b.		
10. <code>static int[] CC(int[] C, int n){</code>		
11. <code>  C[0] += 1;</code>	c1	1
12. <code>  for(int i = 0; i &lt; n; i++)</code>	c2	n+1
13. <code>    if (C[i] &lt; 5)</code>	c3	n
14. <code>      for(int j = 1; j &lt;= i; j++)</code>	c4	n*(i+1)
15. <code>        C[j] = C[j] - 1;</code>	c5	n*i
16. <code>  return C;</code>		
17. <code>}</code>	c6	1
Geriausiu atveju: $O(n)$		
Blogiausiu atveju: $O(n^2)$ arba $O(n*m)$		