MOKYKLINĖS KOMBINATORIKOS KARTOJIMAS

1 pratybos

KOMBINATORINĖS SUDĖTIES IR DAUGYBOS TAISYKLĖS

- Jeigu *vieną* elementą galima pasirinkti iš baigtinės aibės *A*, turinčios ***m*** elementų, **arba** *vieną* elementą iš baigtinės aibės *B*, turinčios ***n*** elementų ir abiejose aibėse nėra vienodų elementų, tai to elemento pasirinkimo galimybių yra ***m* + *n***.

- Jeigu *vieną* elementą galima pasirinkti iš aibės *A* , turinčios ***m*** elementų **ir** *vieną* iš aibės *B*, turinčios ***n*** elementų ir tos aibės tarpusavio porose neturi bendrų elementų, tai tų elementų pasirinkimo galimybių yra ***m·n***.

PAVYZDŽIAI (SUDĖTIES IR DAUGYBOS TAISYKLĖS)

1. Knygų lentynoje yra 20 skirtingų algebros knygų ir 12 skirtingų geometrijos knygų. Kiek galimybių yra išsirinkti:

a) vieną knygą?

b) vieną algebros ir vieną geometrijos knygą?

2. Vienoje dėžeje yra 20 skirtingų geltonų kamuoliukų; kitoje dėžėje yra 10 skirtingų raudonų kamuoliukų; trečioje dėžėje yra 5 skirtingi žali kamuoliukai. Kiek būdų yra parinkti:

a) Raudoną kamuoliuką?

b) Žalią ir geltoną kamuoliuką?

c) Žalią arba geltoną kamuoliuką?

d) Bet kokios spalvos vieną kamuoliuką?

e)Tris skirtingų spalvų kamuoliukus?

KĖLINIAI. Tokie junginiai, kurie skiriasi vienas nuo kito tik elementų išdėstymo tvarka.
Be pasikartojimų Aibėje $A=(a_1;a_2;\ldots;a_n)$ nėra vienodų elementų. Sudaromi junginiai iš visų aibės A elementų, jie skiriasi tik elementų išdėstymo tvarka. $P_n = n!$
Su pasikartojimais Aibėje A yra vienodų elementų, kurie kartojasi $n_1;n_2;\ldots$ kartų. Sudaromi junginiai iš visų aibės A elementų, jie skiriasi tik elementų išdėstymo tvarka. $P_n(n_1;n_2;\ldots n_k)=\dfrac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot\ldots n_k!}$

PAVYZDŽIAI (KĖLINIAI)

1. Keliais būdais galima išdėstyti 6 skirtingas knygas lentynoje?
2. Keliais būdais 5 lenktynėse dalyvaujantys sportininkai gali pasiskirstyti penkias pirmas vietas?
3. Kiek “žodžių” galima sudaryti iš žodžio ,,BARNIS“ raidžių?
4. Kiek “žodžių” galima sudaryti iš žodžio ,,TIKIMYBĖ“ raidžių?
5. Kiek “žodžių” galima sudaryti iš žodžio ,,ANANASAS“ raidžių
6. Kelias būdais galima susodinti ant suolo 5 vaikus, jei du iš jų (Onutė ir Jonas) nori sėdėti greta?
7. Kelias būdais galima susodinti ant suolo 5 vaikus, jei du iš jų (Onutė ir Jonas) nenori sėdėti greta?

GRETINIAI
Gretiniai iš n elementų po m elementų yra tokie junginiai, kurie vienas nuo kito skiriasi arba pačiais elementais, arba jų išsidėstymo tvarka.
Be pasikartojimų
Aibėje $A=(a_1;a_2;\ldots;a_n)$ nėra vienodų elementų. Sudaromi junginiai iš m aibės A elementų, junginiai skiriasi elementais arba jų išdėstymo tvarka. $$A_n^m=\frac{n!}{(n-m)!}$$
Su pasikartojimais
Kiekvieną aibės $A=(a_1;a_2;\ldots;a_n)$ elementą galime imti m kartų, elementų išdėstymo tvarka svarbi. $$\overline{A}_n^m=n^m$$

PAVYZDŽIAI (GRETINIAI)

1. Direktoriaus ir pavaduotojo pareigoms siūlomi 6 kandidatai. Keliais būdais jie gali pasiskirstyti pareigomis?

2. Varžybose dalyvavo 8 komandos. Keliais būdais jos gali pasiskirstyti pirmąsias 3 vietas?

3. Iš skaitmenų 2;3;6;7;9 sudarykite skaičius, kuriuose būtų 4 skaitmenys. Keliais būdais tai galima padaryti, jei skaitmenys a) negali kartotis; b) gali kartotis?

4. Kiek trispalvių vėliavų (horizontalių) galime padaryti

a) iš žalio, geltono, raudono, rudo, balto ir mėlyno audinio juostų.

b) Kiek vėliavų galime padaryti iš šių juostų, jei viršuje turi būti geltona?

c) Kiek vėliavų galime padaryti iš šių juostų, jei viršuje turi būti geltona, o viduryje žalia?

5. Kiek galima sudaryti gretinių iš raidžių *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, grupuojant jas po keturias, kad:

a) raidė *a* būtų kiekviename gretinyje;

b) kiekvienas gretinys prasidėtų raide *a*;

c) raidės galėtų kartotis?

DERINIAI

Deriniais iš *n* elementų po *m* elementų vadinami junginiai, kurie vienas nuo kito skiriasi tik pačiais elementais (tvarka nėra svarbi).

Be pasikartojimų

Aibėje $A = (a_1; a_2; \ldots; a_n)$ nėra vienodų elementų. Sudaromi junginiai iš m aibės A elementų, elementų išdėstymo tvarka nesvarbi.

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

Su pasikartojimais

Kiekvieną aibės $A = (a_1; a_2; \ldots; a_n)$ elementą galime imti m kartų, elementų išdėstymo tvarka nesvarbi.

$$\overline{C}_n^m = C_{n+m-1}^m = \frac{(n+m-1)!}{(n-1)! \cdot m!}$$

PAVYZDŽIAI (DERINIAI)

1. Klasėje 15 vaikų. Keliais būdais galime sudaryti 5 vaikų komandą?

2. Iš 36 kortų kaladės, kurioje yra 4 tūzai, traukiamos 6 kortos. Keliais būdais galime išrinkti: a) vieną tūzą; b) du tūzus; c) bent vieną tūzą; d) bent du tūzus?

3. Pažymėta 10 apskritimo taškų. Kiek stygų galima nubrėžti per šiuos taškus?

4. Kiek komisijų po 5 žmones galima sudaryti iš 20 žmonių, kurių 2 iš anksto skiriami į kiekvieną komisiją?

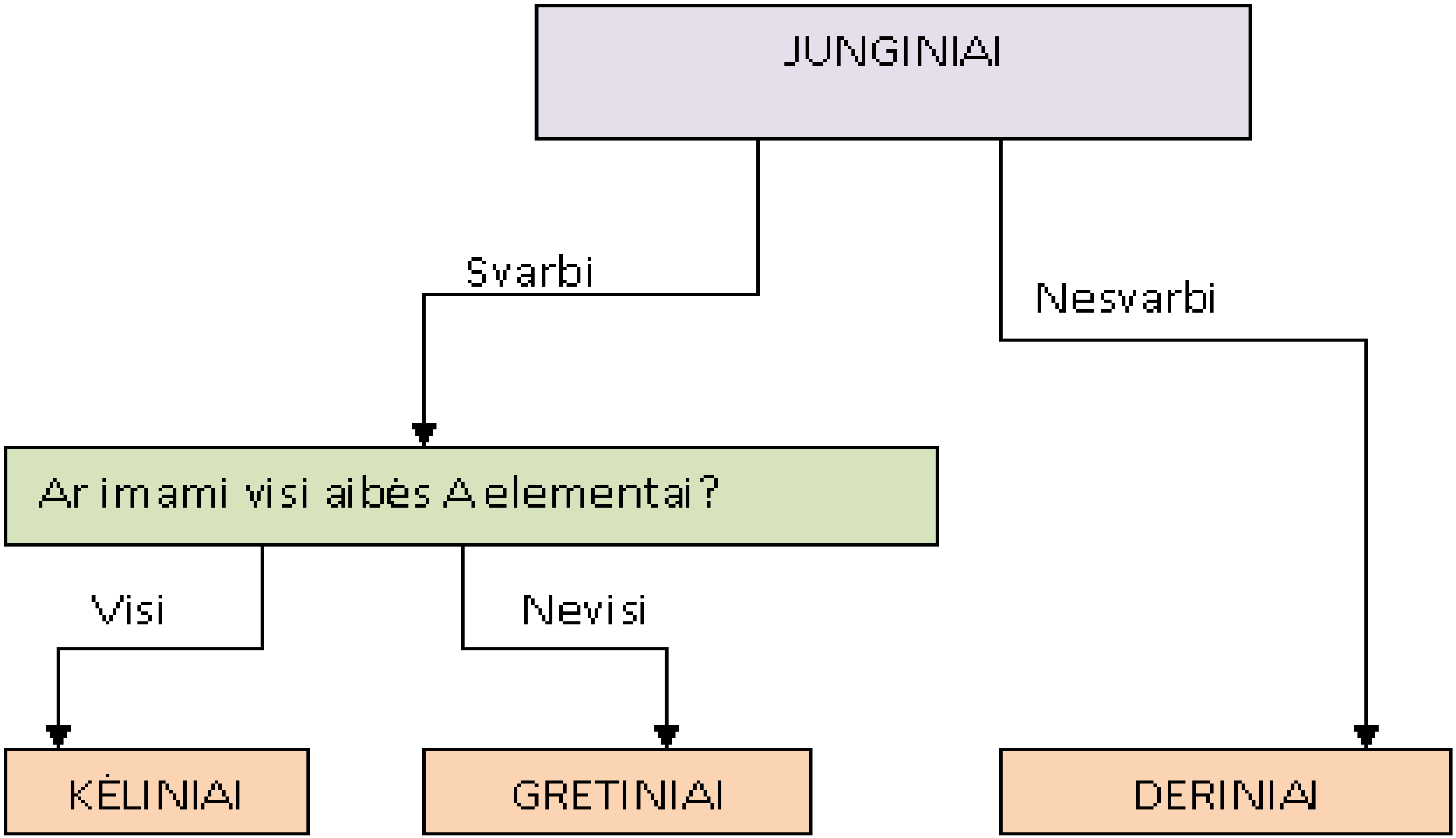
5. Dėžėje sudėti 9 balti ir 7 juodi rutuliai. Kiek palankių atvejų nežiūrint paimti:

a) vieną baltą ir 2 juodus; b) vieną juodą ir 2 baltus; c) visus tris baltus; d) visus tris vienodos spalvos?

6. Iš skaitmenų 1 ir 2 sudarykite triženklius skaičius, kurie skirtųsi vienas nuo kito bent vienu skaitmeniu?

7. Kiek penkių gėlių puokščių gali būti surišta iš dviejų gėlių rūšių (pvz. rožės ir bijūno), kurios skirtųsi viena nuo kitos?

APIBENDRINIMAS



Įvairūs uždaviniai

1. Kiek yra penkiaženklių skaičių su skirtingais skaitmenimis, kurių pirmas skaitmuo 7, antras skaitmuo nedidesnis už 2 ir visi skaitmenys skirtingi?

2. Vilkas, šuo ir penki ožiukai išrikiuojami eilėje. Kiek galimybių yra tai padaryti, jei vilko dėl suprantamų priežasčių negalima pastatyti šalia ožiuko?

3.Vyras nupirko tris vanilinių, dvi šokoladinių, keturias braškinių ir penkias kokosinių ledų porcijas. Keliais būdais jis gali paskirstyti šias porcijas savo keturiolikai vaikų?

4. Verutė ir Vytautas po tris įrėmintas, kiekvieno iš savo keturių proanūkių nuotraukas. Jie nori po vieną kiekvieno proanūkio nuotrauką pakabinti svetainėje virš pianino. Keliasi būdais jie gali pakabinti nuotraukas, jei nori jas išdėstyti nuo jauniausio iki vyriausio?

5. Interneto prieiga reikalauja slaptažodžio susidedančio iš keturių simbolių (jų eilės tvarka svarbi). Vartotojas gali pasirinkti simbolį ir 10 raidžių ir 10 skaitmenų, bet slaptažodyje būtinai turi būti bent vienas skaitmuo. Kiek slaptažodžių galima sudaryti?

6. a) Kiek keturženklių skaičių galima užrašyti skaitmenimis 0, 1, 2, 3, 4, jei nei vienas skaitmuo skaičiuje nesikartoja?

b) Kiek keturženklių skaičių galima užrašyti skaitmenimis 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 jei skaitmenys gali kartotis?

7. Iš komandos, kurioje yra 10 moterų ir 10 vyrų reikia parinkti ir sudaryti keturias mišrias poras varžyboms. Kelias skirtingais būdais tai galima padaryti?

8. Posėdyje dalyvauja 8 vyrai ir 9 moterys. Kiek galimybių yra iš šių darbuotojų sudaryti 4 asmenų komisiją, kuriai priklausytų nedaugiau kaip 2 vyrai?

9. Kiek yra keturženklių natūraliųjų skaičių kurių bent vienas skaitmuo yra lyginis?

10. Aštuonis žmones reikia suskirstyti į dvi komandas taip, kad kiekvienoje būtų bent 3 žmonės. Keliais būdais galima tai padaryti?