

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

Введение . . . . . 3

Постановка задачи . . . . . 4

1. Общая информация о криптосистеме Эль-Гамала . . . . . 5

    1.1 Алгоритм создания открытого и закрытого ключей . . . . . 6

    1.2 Шифрование и расшифрование . . . . . 6

    1.3 Дешифрование . . . . . 7

2. Алгоритмы решения задачи дискретного логарифмирования . . . . . 8

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в вузах Российской Федерации базовые стандарты обучения для ряда специальностей включают в себя разделы, связанные с изучением методов и средств защиты информации. Для успешного освоения данных тем необходимо понимание принципов и знание основных элементов криптографического преобразования информации.

В Интернете можно найти десятки описаний лабораторных работ, посвященных криптографической системе Эль Гамала [1 – 3]. К сожалению, подавляющее большинство из них содержат задания и примеры реализации схемы Эль Гамала без учета особенностей длинной арифметики, не требуя обоснований алгоритмов и использования обучающих программ, не затрагивая вопросы криптоанализа. Известно несколько компьютерных обучающих программ, позволяющих быстро и достаточно полно ознакомиться с алгоритмами шифрования и расшифрования данных, используемыми в традиционных симметричных и современных асимметричных криптосистемах. К сожалению, эти программы, представленные в сети Интернет, не сопровождаются исходными текстами, ограничиваются краткой справочной информацией и содержат большое число ошибок и недочетов. В связи с этим и было принято решение: разработать алгоритм и реализовать свою электронную обучающую программу для изучения криптосистемы Эль Гамала. Предлагаемый вариант лабораторной работы позволяет, на мой взгляд, преодолеть указанные недостатки.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1. Провести анализ криптографического алгоритма Эль Гамала.
2. Разработать сценарий выполнения лабораторной работы по изучению алгоритма Эль Гамала.
3. Разработать и реализовать обучающую компьютерную программу "El-Gamal\_Tutor".

# 1. ОБЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ О КРИПТОСИСТЕМЕ

## ЭЛЬ-ГАМАЛЯ

Схема Эль-Гамала (Elgamal) — криптосистема с открытым ключом, основанная на трудности вычисления дискретных логарифмов в конечном поле. Криптосистема включает в себя алгоритм шифрования и алгоритм цифровой подписи. Схема Эль-Гамала лежит в основе бывших стандартов электронной цифровой подписи в США (DSA) и России (ГОСТ Р 34.10-94, ГОСТ Р 34.10-2001). Схема была предложена Тахером Эль-Гамалем в 1985 году. Эль-Гамаль разработал один из вариантов алгоритма Диффи-Хеллмана. Он усовершенствовал систему Диффи-Хеллмана и получил два алгоритма, которые использовались для шифрования и для обеспечения аутентификации. В отличие от RSA алгоритм Эль-Гамала не был запатентован и, поэтому, стал более дешевой альтернативой, так как не требовалась оплата взносов за лицензию. Считается, что алгоритм попадает под действие патента Диффи-Хеллмана. Криптографические системы с открытым ключом используют так называемые односторонние функции, которые обладают следующим свойством:

- Если известно  $x$ , то  $f(x)$  вычислить относительно просто
- Если известно  $y = f(x)$ , то для вычисления  $x$  нет простого (эффективного) пути.

Под односторонностью понимается не теоретическая однонаправленность, а практическая невозможность вычислить обратное значение, используя современные вычислительные средства, за обозримый интервал времени. В основу криптографической системы Эль-Гамала положена сложность задачи дискретного логарифмирования в конечном поле. Для шифрования используется операция возведения в степень по модулю большого числа. Для дешифрования за разумное время необходимо уметь вычислять дискретный логарифм в конечном поле по простому модулю, что является вычислительно трудной задачей. В криптографической системе с открытым ключом каждый участник располагает как открытым ключом (англ. public key), так и закрытым ключом (англ. private key). В криптографической

системе Эль-Гамала открытый ключ состоит из тройки чисел, а закрытый ключ состоит из одного числа. Каждый участник создаёт свой открытый и закрытый ключ самостоятельно. Закрытый ключ каждый из них держит в секрете, а открытые ключи можно сообщать кому угодно или даже публиковать их.

## 1.1 Алгоритм создания открытого и закрытого ключей

Ключи в схеме Эль-Гамала генерируются следующим образом:

1. Генерируется случайное простое число  $p$ .
2. Выбирается целое число  $g$  — первообразный корень  $p$ .
3. Выбирается случайное целое число  $x$ , такое, что  $1 < x < p$ .
4. Вычисляется  $y = g^x \bmod p$ .
5. Открытым ключом является тройка  $(p, g, y)$ , закрытым ключом — число  $x$ .

## 1.2 Шифрование и расшифрование

Предположим, пользователь А хочет послать пользователю Б сообщение. Сообщениями являются целые числа в интервале от 0 до  $p - 1$ . Алгоритм для шифрования:

1. Взять открытый ключ пользователя Б
2. Взять открытый текст  $M$
3. Выбрать сессионный ключ — случайное целое число  $k$  такое, что  $1 < k < p - 1$
4. Зашифровать сообщение с использованием открытого ключа пользователя Б, то есть вычислить числа:  $a = g^k \bmod p$ , и  $b = y^k M \bmod p$ .

Алгоритм для расшифрования:

1. принять зашифрованное сообщение  $(a, b)$  от пользователя А
2. Взять свой закрытый ключ  $M$
3. Применить закрытый ключ для расшифрования сообщения:  $M = b(a^x)^{-1} \bmod p$
4. При этом нетрудно проверить, что  $(a^x)^{-1} \equiv g^{-kx} \pmod{p}$ , и поэтому  $b(a^x)^{-1} \equiv (y^k M)g^{-xk} \equiv (g^{xk} M)g^{-xk} \equiv M \pmod{p}$ .

### 1.3 Дешифрование

Дешифрование - получение открытых данных по зашифрованным в условиях, когда алгоритм расшифрования и его секретные параметры не являются полностью известными и расшифрование не может быть выполнено обычным путем. Алгоритм для дешифрования криптосистемы Эль-Гамала:

1. Перехватить зашифрованное сообщение  $(a, b)$ .
2. Взять открытый ключ  $p, g, y$
3. Решить относительно  $x$  уравнение  $y \equiv g^x \pmod{p}$
4. Расшифровать сообщение по формуле  $M = b(a^x)^{-1} \bmod p$

Собственно, самый главный вопрос из этого алгоритма – как по данным  $(p, g, y)$  найти  $x$ . Эта задача называется задачей дискретного логарифмирования [2].

## 2. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИСКРЕТНОГО ЛОГАРИФМИРОВАНИЯ



Рис. 1: Ну это типа Хеллман короч