

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Tesi di Laurea Magistrale

**Riduzione del grado di
controversia delle reti sociali
connettendo punti di vista opposti**



Relatore:
Giuseppe F. Italiano

Correlatore:
Nikos Parotsidis

Laureando:
Stefano AGOSTINI
matricola: 0234240

A.A. 2017/2018

Da inserire qui tutte le dediche della mia tesi...

Sommario

Esistono, e sono sempre esistiti, particolari temi, detti *controversi*, per i quali ognuno di noi si schiera come sostenitore o come oppositore; tali temi possono riguardare contesti politici, sociali o culturali. L'effetto quasi immediato è la divisione della popolazione in due gruppi che hanno visioni opposte sull'argomento *controverso* in considerazione e che difficilmente scambiano tra loro informazioni e punti di vista, non facendo altro che acutizzare la loro inconciliabilità di opinione: gruppi di individui di questo genere sono anche detti *echo chambers*. Gli individui facenti parte della stessa *echo chamber* hanno quindi le stesse credenze e lo stesso parere riguardo all'argomento *controverso*: essi rinforzano a vicenda le proprie opinioni e sono scarsamente esposti a punti di vista opposti ai propri (i.e. le opinioni che caratterizzano l'altra *echo chamber*). Non è immune da tale fenomeno il mondo dei *social media*. In particolare, *Twitter* identifica un particolare *topic* (i.e. argomento) mediante un *hashtag* (e.g. *#novax*) e la discussione riguardo a tale *topic* può essere descritta mediante un *endorsement graph*, ovvero un *grafo diretto* in cui ciascun nodo rappresenta un utente che partecipa alla discussione e vi è un arco diretto da un nodo x ad un nodo y se e solo se l'utente x approva l'opinione contenuta in un *tweet* dell'utente y (dove l'approvazione è espressa per mezzo dello strumento del *retweet*). Quando il *topic* in considerazione è *controverso*, la struttura dell'*endorsement graph* mette in luce la presenza di gruppi (di utenti) molto connessi al loro interno ma che comunicano poco tra loro: la distanza di opinione che separa tali gruppi (o *echo-chambers*)

viene quantificata mediante il così detto *indice di controversia* del grafo, che viene misurato, nel lavoro di tesi proposto, utilizzando una metrica basata sui *random walks*. *Endorsement graphs* con elevati *indici di controversia* sono caratterizzati da *echo chambers* poco connesse tra loro, in ciascuna delle quali è amplificata una visione univoca ed acritica sull'argomento *controverso* considerato.

Con l'obiettivo di ridurre efficacemente tale *indice di controversia*, è stato implementato un *framework*, utilizzando il linguaggio *Python* e con l'ausilio della libreria *NetworkX*, il quale:

1. acquisisce i dati necessari per costruire l'*endorsement graph* associato ad un *hashtag controverso*, presente nella *social network* di *Twitter*, fornito in input. Cattura la collezione dei dati necessari mediante la libreria *Python Tweepy* che accede all'*API* di *Twitter*;
2. esegue un algoritmo che identifica le *echo chambers*;
3. implementa un *edge-recommendation system* che permette di individuare k archi diretti (k fornito in *input*) che, se aggiunti al grafo, riducono il suo *grado di controversia*. Nella pratica si vuole esporre alcuni utenti al contenuto di altri sperando che lo approvino mediante *retweet*: l'effetto di questa approvazione nell'*endorsement graph* sarebbe la comparsa degli archi consigliati;
4. offre un *tool* di visualizzazione degli archi individuati all'interno del grafo.

Con riferimento al punto 3, il problema di ottimizzazione che si vorrebbe risolvere sarebbe quello di trovare il *set* di k archi diretti che, se aggiunti al grafo, minimizzano il *grado di controversia*. Poiché gli *endorsement graphs* delle *social networks* sono generalmente costituiti da un numero molto elevato di nodi (indicato con n), risolvere tale problema di ottimizzazione considerando tutte le possibili combinazioni degli

archi a gruppi di k (complessità $O(\binom{n^2}{k})$) (approccio *brute force*) è evidentemente molto costoso dal punto di vista computazionale e molto inefficiente anche per quanto riguarda i tempi di esecuzione. Pertanto l'approccio seguito è quello adottato nell'articolo "*Reducing controversy by connecting opposing views*"[4], che consiste nel considerare solo un sottoinsieme degli archi possibili (i.e. un sottoinsieme degli archi non ancora materializzati nell'*endorsement graph*) ed estrarre da questo sottoinsieme i k più promettenti. Chiaramente questa soluzione potrebbe restituire archi meno efficaci, per quanto riguarda la riduzione del *grado di controversia* che consentono, rispetto a quelli restituiti dall'approccio *brute force* ma apporta un miglioramento in termini di efficienza computazionale; in particolare, l'euristica che specifica la modalità di scelta del sottoinsieme degli archi candidati è cruciale. L'euristica utilizzata in questo lavoro di tesi è quella proposta nell'articolo [4], la quale consiste nel considerare solo gli archi diretti che permettono di connettere i vertici di grado alto della prima comunità (o *echo chamber*) con i vertici di grado alto della seconda comunità e viceversa: da questo sottoinsieme di archi vengono estratti i k più promettenti in termini di riduzione del *grado di controversia* che consentono. La bontà di tale euristica è stata valutata considerando due algoritmi alternativi, utilizzati per estrarre i k archi più promettenti dal sottoinsieme considerato:

- *non-greedy*: vengono scelti in un solo *step* i k archi che porterebbero al *grado di controversia* più basso qualora venissero aggiunti al grafo *individualmente*;
- *greedy*: vengono scelti k archi in k *steps*, in ognuno dei quali viene estratto l'arco migliore, tra quelli rimanenti, in termini di decremento del *grado di controversia* che apporterebbe se fosse aggiunto al grafo.

Nel lavoro di tesi verranno descritte le modalità di implementazione di tali algoritmi e successivamente verranno confrontati tra loro in termini di efficacia (ossia in termini del decremento del *grado di controversia* che consentono, qualora tutti

gli archi che consigliano venissero accettati) ed in termini di tempi di esecuzione ed efficienza computazionale: a tal fine sono stati condotti *tests* su tre *endorsement graphs* di *Twitter* corrispondenti ad *hashtags* particolarmente controversi (*#beef-ban*, *#russia_march*, *#indiana*), volutamente scelti da contesti sociali e culturali diversi in modo tale da ottenere un'analisi più attendibile.

L'algoritmo *greedy* si rivelerà più preciso in quanto ad ogni *step* si limita a proporre uno ed un solo arco, ossia l'arco migliore in termini del decremento del *grado di controversia* che consentirebbe se fosse accettato; inoltre, ad ogni *step* dell'algoritmo la scelta dell'arco migliore viene condotta solo dopo aver aggiunto al grafo tutti gli archi consigliati negli *steps* precedenti.

Al contrario, l'algoritmo *non-greedy* propone in un solo passo i k archi migliori utilizzando come metrica il decremento del *grado di controversia* che ciascuno di essi apporterebbe se fosse aggiunto *individualmente*: poichè viene valutato il loro impatto *individuale* e viene ignorato il fatto che tale impatto potrebbe decrementare rispetto a quanto valutato man mano che essi vengono aggiunti al grafo, quest'algoritmo rappresenta un'approssimazione dell'algoritmo *greedy* e consente, in generale, un decremento minore del *grado di controversia*. D'altra parte l'algoritmo *greedy* richiede di scansionare tutti gli archi considerati k volte (una volta per *step*) mentre l'algoritmo *non-greedy* una volta sola: questo si traduce in un sostanziale vantaggio dal punto di vista dei tempi di esecuzione, ottenibile utilizzando l'algoritmo *non-greedy*.

I test condotti sugli *endorsement graphs* di *Twitter* considerati mostreranno che, spesso, l'algoritmo *non-greedy* conduce a risultati confrontabili con quelli ottenuti dall'algoritmo *greedy* e, pertanto, vista la sua maggiore efficienza computazionale può risultare una scelta più vantaggiosa.

Per finire, va sottolineato che, in generale, gli archi che vengono scelti dall'*edge-recommendation system* nella realtà non sempre si materializzano (l'utente potrebbe

rigettare il consiglio) e per questo è opportuno considerare come metrica anche la *probabilità di accettazione*. Con il proposito di future estensioni, compresa l'introduzione di tale *probabilità*, il *framework* proposto è implementato in modo da prestarsi perfettamente all'aggiunta di altre metriche per la scelta degli archi¹.

¹Nel seguito verrà illustrata l'implementazione dell'algoritmo di *Fagin*, il quale permette di effettuare efficientemente l'ordinamento degli archi considerati secondo il prodotto della loro *probabilità di accettazione* con il decremento dell'*indice di controversia* associato.

Indice

Sommario	II
1 Introduzione	1
1.1 Organizzazione della tesi	7
2 Lo stato dell'arte	8
3 Teoria alla base del problema ed algoritmi per la risoluzione	9
3.1 Misura del grado di controversia	9
3.2 Definizione formale degli algoritmi per la risoluzione	15
3.3 Calcolo del decremento della controversia associato ad un arco	19
4 Raccolta dati ed implementazione	22
4.1 Raccolta dati	23
4.1.1 Twitter Api	23
4.2 Implementazione	24
5 Test dell'<i>edge-recommendation system</i> in modalità <i>greedy</i> e <i>non</i>	25
6 Conclusioni e sviluppi futuri	28
A An appendix	31

B Another appendix	34
Riferimenti bibliografici	37

Elenco delle figure

Elenco delle tabelle

Listings

Capitolo 1

Introduzione

Il fenomeno della *polarizzazione* degli utenti attorno a *topic controversi* che si propongono nei *social media* è ben noto ed il suo studio è già stato affrontato in alcuni articoli scientifici (tra cui [2][1]). Potremmo definire la *polarizzazione* come segue:

Situazione che determina la divisione della popolazione in gruppi con punti di vista opposti riguardo ad un certo argomento.

Molto spesso i *social media*, mediante algoritmi di *recommendation*, espongono gli utenti solo a contenuti che si addicono e sono conformi alle loro opinioni e, pertanto, non fanno altro che aggravare il loro stato di polarizzazione. Tutto ciò determina la formazione delle così detto *echo-chambers*, ossia:

Situazioni in cui individui che hanno lo stesso parere su un certo argomento rafforzano l'opinione reciproca ma non vengono esposti ad opinioni opposte alla propria.

Lo scopo di questa tesi è quello di sviluppare un sistema in grado far comunicare, nel modo più efficace possibile, queste *echo-chambers* così da esporre gli individui

a punti di vista opposti ai propri e ridurre la *controversia* della discussione. L'ambiente in cui opera il *framework* proposto è la *social network* di *Twitter*, in cui gli argomenti delle discussioni vengono identificati da *hashtags*, i contenuti relativi vengono espressi dagli utenti attraverso i *tweets* e le condivisioni di opinione attraverso i *retweets*. Una discussione nell'ambiente di *Twitter* può essere descritta mediante un *endorsement graph*, ossia un grafo i cui nodi sono utenti che hanno espresso almeno un'opinione mediante un *tweet* ed i cui archi rappresentano i *retweets*¹.

Il *framework* acquisisce da *Twitter* i dati necessari per elaborare *endorsement graphs* di *topic controversi*, ne analizza la struttura estraendone le *echo chambers* ed infine implementa un *edge-recommendation system* che ha lo scopo di ridurre il *grado di controversia* creando connessioni (*bridges*) tra utenti che hanno punti di vista opposti (appartengono a *echo chambers* distinte). Infatti la naturale propensione degli individui a dare credito solo a notizie e contenuti che si addicono al proprio parere fa sì che, in assenza di un intervento esterno di *edge-recommendation*, essi rafforzino sempre più la propria convinzione, anche qualora questa fosse sbagliata o acritica.

Il sistema proposto in questo lavoro di tesi si compone di più fasi successive, attraverso le quali raggiunge l'obiettivo preposto; nel seguito vengono descritte sinteticamente tali fasi, fornendo le nozioni teoriche e le assunzioni sulle quali si fonda la loro implementazione.

La prima fase si occupa dell'acquisizione dei dati da *Twitter* e quindi della costruzione dell'*endorsement graph* associato. Il *framework* utilizza la libreria *Python Tweepy* (che accede all'*API* di *Twitter*) per ottenere tutti i *tweets* e *retweets* emessi

¹Vi è un arco da un nodo u ad un nodo v se e solo se l'utente u ha *retweettato* almeno un *tweet* di v .

dagli utenti, riguardanti l'*hashtag* fornito in input, in un certo intervallo di tempo. Al termine della collezione di tali dati, essi vengono *parsati* per la costruzione dell'*endorsement graph* che descrive la discussione. Gli *endorsement graphs*, nel particolare ambiente di *Twitter*, prendono anche il nome di *retweet graphs*. Dato un *hashtag* controverso, viene a formarsi naturalmente una discussione a riguardo, nella quale gli utenti esprimono una propria opinione e possono approvare il punto di vista delle così dette *autorità*: nel caso particolare di *Twitter* questa *approvazione* si realizza mediante lo strumento del *retweet*, ossia se l'utente u fa *retweet* di un *tweet* prodotto dall'utente v allora ne approva l'opinione. Ne deriva la formazione di un grafo diretto $G(V, E)$ costituito da n nodi (gli utenti che partecipano alla discussione) ed i cui archi (*retweets*) esprimono relazioni di condivisione di punti di vista: proprio questo grafo rappresenta l'*output* di questa fase.

La seconda fase si occupa di rilevare le *echo-chambers* dell'*endorsement graph* in input e di calcolarne il *grado di controversia*. Le *echo-chambers* sono due sottoinsiemi dei nodi del grafo X, Y , ben separati tra loro (vi sono pochi archi che li congiungono) e tali che $X \cup Y = V$ e $X \cap Y = \emptyset$. Tale ripartizione dei nodi può essere ottenuta mediante l'utilizzo di un algoritmo di *graph-partitioning*. Nel lavoro proposto è stato utilizzato l'algoritmo di *Girvan-Newman*: esso è un metodo gerarchico usato per rilevare le comunità in sistemi complessi e la cui esecuzione produce un *dendrogramma*, le cui foglie sono i nodi del grafo. Individuate le *echo-chambers*, questa fase si occupa di quantificare la *controversia* della discussione.

Il sistema sviluppato utilizza una metrica basata sul concetto di *random walk* per misurare il *grado di controversia* associato al *topic* analizzato (attorno al quale si svolge la discussione nella *social network* di *Twitter*). Più precisamente, per misurare il *grado di controversia* della rete, viene utilizzata la funzione *Random-walk controversy score*:

$$RWC(G, X, Y) = (c_x - c_y)^T (r_x - r_y)^2$$

Dove c_x è un vettore di dimensione n (numero di vertici dell'*endorsement graph*) che ha valore 1 nelle coordinate corrispondenti ai vertici di grado alto dell'*echo-chamber* X e 0 altrove; similmente viene definito c_y . Infine r_x è il vettore di *PageRank* personalizzato per un *random walk* che parte dai nodi dell'*echo-chamber* X ; similmente viene definito r_y . Valori alti di $RWC(G, X, Y)$ indicano che, all'equilibrio del *random walk*, è bassa la probabilità di essere nell'*echo-chamber* opposta a quella di partenza: questo è indice di elevata *controversia*.

La terza fase ha lo scopo di ridurre il *grado di controversia* rilevato nella fase precedente mediante l'esecuzione di un *edge-recommendation system*. In particolare, il sistema implementato permette, utilizzando in alternativa un algoritmo *greedy* o uno *non-greedy*, di proporre k archi (che farebbero da *bridges* tra le due *echo chambers*) in grado di ridurre questo indice; l'*edge-recommendation system* proposto restituisce archi la cui efficacia approssima quella degli archi che sono soluzione del problema di ottimizzazione originario che, come detto precedentemente, ha una complessità di un livello troppo elevato ($O(\binom{n^2}{k})$) per essere risolto in tempi accettabili. Di seguito la definizione del problema di ottimizzazione originario:

$$\begin{aligned} & \underset{E_k}{\text{minimize}} && RWC(G(V, E \cup E_k), X, Y) \\ & \text{subject to} && E_k \subseteq V \times V \setminus E, |E_k| = k \end{aligned}$$

Ossia il problema originario consiste nel trovare l'insieme di k archi, considerando

²La definizione del *Random-walk controversy score* è tratta dall'articolo [4].

tutti gli archi non ancora presenti nel grafo, che se si materializzassero *minimizzerebbero l'indice di controversia*. L'euristica proposta in questo lavoro permette di restringere il dominio degli archi considerati, consentendo di ottenere risultati paragonabili con quelli ottenibili mediante la soluzione del problema di ottimizzazione appena descritto e con il vantaggio di avere una complessità computazionale di molto inferiore; essa, forniti in *input* i valori di k_1 e k_2 (interi positivi):

1. considera i k_1 vertici con *in-degree*³ più alto dell'*echo-chamber* X e i k_2 vertici con *in-degree* più alto dell'*echo-chamber* Y ;
2. costruisce il dominio degli archi considerati come l'insieme di tutti i possibili archi diretti, non presenti ancora nel grafo, che abbiano come estremi un vertice dell'insieme K_1 e uno dell'insieme K_2 ;

Gli algoritmi *greedy* e *non-greedy* operano entrambi a partire dal dominio così definito. Hanno lo scopo di proporre i k archi più promettenti del dominio in termini del decremento del grado di controversia $RWC(G, X, Y)$ che consentirebbero qualora si materializzassero nel grafo; la differenza sta nella modalità di selezione. In particolare:

1. l'algoritmo *greedy* sceglie *avidamente* ognuno dei k archi: esso impiega k passi, in ognuno dei quali sceglie l'arco più appetibile del dominio (ossia l'arco del dominio non ancora presente nel grafo associato al δRWC maggiore) e lo aggiunge al grafo.
2. l'algoritmo *non-greedy* ordina una sola volta tutti gli archi del dominio secondo il δRWC che ognuno consente e sceglie in un solo passo i k archi migliori. Ne deriva una maggiore efficienza nei tempi di esecuzione ma una minore precisione nella scelta degli archi da proporre.

³Il numero di archi del grafo che hanno come nodo di destinazione un nodo x è detto *in-degree* di x .

In pratica, per ridurre la *controversia*, si propone ad un certo insieme di utenti il contenuto (i.e. *tweets*) di utenti che hanno posizioni sull'argomento opposte rispetto alle proprie, sperando che la maggior parte di loro possa farne *endorsement* mediante lo strumento del *retweet*: ciò provocherebbe la formazione di nuovi archi tra le due comunità (*echo chambers*) con l'effetto di ridurre il *grado di controversia* dell'intero *retweet graph*.

Il *framework* implementato è stato testato su tre *retweet graphs* di tre *topics* (ossia *hashtags*) controversi di *Twitter*: *#beefban*, *#russia_march*, *#indiana*. I test sono stati prodotti seguendo l'approccio del *paper*[4], che ha lo scopo di mostrare il livello di *controversia* del grafo in funzione della quantità di archi al momento aggiunti. Tuttavia l'obiettivo dei test, in questa tesi, è in primo luogo quello di fornire un confronto dell'efficacia dell'*edge-recommendation system* basato sull'algoritmo *greedy* con l'efficacia dell'*edge-recommendation system* basato sull'algoritmo *non-greedy*. Per *efficacia* si intende:

Fissato come obiettivo il decremento del grado di controversia di una quantità ΔRWC , la quantità minima di archi, consigliati dal sistema, che gli utenti devono accettare per poter raggiungerlo.

In secondo luogo i test hanno lo scopo di fornire un raffronto dei tempi di esecuzione dei due algoritmi al variare dell'entità del grafo in input, entità espressa in termini del numero di nodi n e del numero di archi e .

Per terminare, il *framework* offre un *tool* per la visualizzazione degli archi proposti, evidenziando le caratteristiche dei nodi coinvolti tra cui l'*in degree* (ossia il grado

in ingresso); inoltre è utilizzato un algoritmo di *coloring*⁴ per classificare tali nodi colorandoli in modo diverso, in funzione dell'*echo-chamber* a cui appartengono.

Di seguito è illustrata brevemente l'organizzazione della tesi.

1.1 Organizzazione della tesi

L'esposizione del lavoro di tesi ha l'obiettivo di fornire *dettagli* riguardanti:

- *lo stato dell'arte;*
- *la teoria che è alla base del problema affrontato;*
- *la raccolta dei dati e l'implementazione del framework;*
- *le modalità in cui sono stati effettuati i test ed i risultati ottenuti;*
- *sviluppi futuri.*

Lo stato dell'arte verrà trattato nell'omonimo capitolo. Gli approfondimenti teorici verranno illustrati nel capitolo *Teoria alla base del problema ed algoritmi per la risoluzione*. Il capitolo *Raccolta dati ed implementazione* si occuperà di dare dettagli sulle tecnologie utilizzate per la raccolta dei dati e di illustrare i dettagli implementativi. I risultati sperimentali ottenuti dai test condotti (nelle modalità *greedy* e *non*) e le osservazioni ad essi riguardanti sono trattati nel capitolo *Test dell'edge-recommendation system in modalità greedy e non*. Il capitolo *Conclusioni e sviluppi futuri* tratterà le conclusioni tratte dai risultati dei test ed approfondirà le sfide ed i propositi di miglioramento del sistema implementato.

⁴Con *coloring* si intende una colorazione esatta dei vertici, cioè un'etichettatura dei vertici del grafo con colori tali che nessuna coppia di vertici che condividono lo stesso arco abbiano lo stesso colore.

Capitolo 2

Lo stato dell'arte

Nonostante il *Web* offra metodi immediati per accedere a qualsiasi tipo di informazione, molti studi (e.g. *Liao et al.*[\[6\]](#)) dimostrano che, quando un utente può scegliere, esso preferisce essere esposto a contenuti che non contrastano con la sua opinione. Questo fenomeno ha portato ad una maggiore frammentazione e polarizzazione online.

Capitolo 3

Teoria alla base del problema ed algoritmi per la risoluzione

3.1 Misura del grado di controversia

Prima di dare una definizione formale del *random-walk controversy score*, elenchiamo ed illustriamo i passi necessari per calcolarlo.

1. Fissato il *topic* t per il quale si vuole quantificare il grado di controversia, è possibile descrivere la discussione mediante l'*endorsement graph* $G(V, E)$. Nell'ambiente di *Twitter*, il *topic* t è identificato da un *hashtag* (e.g. *#hashtag*) ed i nodi del grafo rappresentano gli utenti che hanno preso parte alla discussione utilizzando almeno una volta tale *hashtag* nei loro *tweets*; gli archi del grafo identificano i *retweets* tra gli utenti, che esprimono relazioni di condivisione di opinione riguardo al *topic*.
2. Ipotizzando che il *topic* t sia controverso, è possibile partizionare i nodi del grafo $G(V, E)$ in due insiemi X, Y ben separati tra loro (i.e. vi sono pochi archi che li interconnettono). Tali insiemi quindi soddisfano le seguenti proprietà:

- (a) $X \cup Y = V$;
- (b) $X \cap Y = \emptyset$.

Gli insiemi X ed Y rappresentano i due lati della controversia (i.e. le *echo-chambers*).

Per identificare le *echo-chambers*, nell'implementazione proposta è stato utilizzato l'algoritmo di *graph-partitioning* di *Girvan-Newman*[5]. Tale algoritmo agisce rimuovendo progressivamente archi dal grafo originario: l'esecuzione viene arrestata quando la rimozione degli archi ha portato ad individuare due comunità distinte che non comunicano (i.e. non sono collegate da nessun arco). La metrica utilizzata da *Girvan-Newman* per identificare l'arco da rimuovere ad ogni passo è la così detta *edge-betweenness centrality*: dato un arco e , essa è definita come *il numero di cammini di costo minimo tra coppie di nodi del grafo che passano attraverso l'arco e* . Nel caso in cui vi sia più di un percorso di costo minimo tra una coppia di nodi, a ciascun percorso viene assegnato uguale peso in modo tale che il peso totale di tutti i percorsi sia uguale all'unità. Di seguito la formula che definisce questa metrica di centralità:

$$b(e) = \sum_{s \neq t} \frac{\sigma_{st}(e)}{\sigma_{st}} \quad (3.1)$$

Dove σ_{st} è il numero totale di percorsi di costo minimo dal nodo s al nodo t e $\sigma_{st}(e)$ è il numero di tali percorsi che passano attraverso l'arco e .

L'intuizione è: se la struttura del grafo è caratterizzata da due comunità di nodi connesse tra loro da pochissimi archi, allora tutti i percorsi tra queste due comunità dovranno passare attraverso questi archi. Ne consegue che quest'ultimi saranno caratterizzati da un'alta *betweenness centrality*. Sfruttando

la peculiarità di tali archi, l'algoritmo di *Girvan-Newman* si rivela un ottimo metodo per rilevare le *echo-chambers*.

3. A questo punto è possibile procedere con la definizione del *random-walk controversy score*. L'*RWC* è definito come la differenza della probabilità che un *random walk* che parte da una *echo-chamber* all'equilibrio vi permanga e la probabilità che invece tale *random walk* all'equilibrio finisca nell'*echo-chamber* opposta. Tale misura viene calcolata mediante l'utilizzo di due esecuzioni dell'algoritmo di *PageRank* personalizzato, le quali non sono altro che due *random walks* particolari.

PageRank è un algoritmo di analisi che assegna un peso numerico a ciascun nodo di un grafo diretto, con lo scopo di quantificare la sua importanza relativa. Le applicazioni più frequenti di *PageRank* riguardano l'ambito del *World Wide Web*, in cui i grafi hanno come nodi le pagine *web* e come archi i collegamenti ipertestuali. Ciò non toglie che *PageRank* sia uno strumento molto potente anche nell'ambito delle reti sociali, poiché riesce a quantificare l'importanza di utente nell'ambito di una discussione: tale importanza misura il suo grado di popolarità e di rilevanza.

Per il calcolo dell'*RWC* vengono utilizzate due esecuzioni distinte dell'algoritmo di *PageRank*, indicate con $page_x$ e $page_y$, ognuna delle quali opera sul *retweet graph* corrispondente al *topic t* in input ma inizia il suo *random-walk* partendo, rispettivamente, da uno dei nodi della *comunità X* e da uno dei nodi della *comunità Y* (*comunità* = *echo-chamber*). Inoltre, $page_x$ e $page_y$ ad ogni passo possono decidere di continuare il *random-walk* (potendo scegliere con uguale probabilità uno degli archi in uscita dal nodo in cui si trovano attualmente) o di ricominciare il proprio cammino (*restart*), tornando, rispettivamente, in uno dei nodi della *comunità X* ed in uno dei nodi della *comunità Y*: la seconda scelta viene compiuta con una probabilità detta di *restart* e,

chiaramente, la prima con una probabilità che ne è il complementare (i.e. la somma delle probabilità deve restituire 1).

Scendendo più nel dettaglio, siano:

- P la *matrice delle probabilità di transizione per colonna*¹ associata al *retweet graph* considerato;
- X^* e Y^* rispettivamente gli insiemi dei k_1 e k_2 nodi con *in-degree* più alto delle due comunità X e Y . Inoltre sia c_x un vettore di dimensione n avente valore 1 nelle coordinate corrispondenti ai nodi dell'insieme X^* e 0 altrove; similmente viene definito c_y ;
- r_x il vettore di *PageRank* personalizzato per il *random walk* che parte dalla comunità X . Sia inoltre $(1 - \alpha)$ la probabilità di *restart* di tale *random walk* (e dunque α è la probabilità di continuare) e sia $e_x = \text{Uniform}(X)$ il suo vettore di *restart*: ossia il *random walk*, ad ogni passo, decide di ricominciare il proprio cammino con probabilità $(1 - \alpha)$ e tra tutti i nodi della comunità X , con eguale probabilità, sceglie il nodo da cui ricominciare.

Simili considerazioni valgono per r_y .

Bisogna ora risolvere il problema dei vertici *dangling*, ossia i vertici del grafo che non hanno archi in uscita. Se un *random walk* dovesse casualmente finire in uno di questi nodi esso potrebbe non uscirne, compromettendo l'esecuzione di *PageRank*. Per evitare tale situazione, vengono utilizzate non una ma due *matrici delle probabilità di transizione per colonna* P_x e P_y , usate rispettivamente dal *random walk* che inizia dalla comunità X e dal *random walk* che

¹Se il *retweet graph* in considerazione ha N nodi, tale matrice ha dimensione $N \times N$ ed ogni suo elemento $P[i][j]$ è la probabilità di passare dal nodo j al nodo i in un solo passo, sapendo di essere attualmente nel nodo j .

inizia dalla comunità Y . Se il grafo non contiene vertici *dangling*, si ha banalmente $P_x = P_y = P$; se al contrario li contiene, le matrici P_x e P_y sono definite in modo tale che le probabilità di transizione dai vertici *dangling* sono uguali, rispettivamente, ai vettori di *restart* e_x ed e_y .

Il *PageRank* personalizzato per i due *random walks* che, rispettivamente, iniziano nella comunità X e Y è dato da:

$$r_x = \alpha P_x r_x + (1 - \alpha) e_x \quad (3.2)$$

$$r_y = \alpha P_y r_y + (1 - \alpha) e_y \quad (3.3)$$

Per il calcolo dei vettori di *PageRank* personalizzati (r_x e r_y), quindi, bisogna imporre una situazione di *stazionarietà* dei rispettivi *random walks*.

Possiamo finalmente definire il *random-walk controversy score*:

$$RWC(G, X, Y) = (c_x - c_y)^T (r_x - r_y) \quad (3.4)$$

Sostituendo le equazioni (3.2) e (3.3) nell'espressione (3.4) si ottiene:

$$RWC(G, X, Y) = (1 - \alpha)(c_x - c_y)^T (M_x^{-1} e_x - M_y^{-1} e_y) \quad (3.5)$$

Dove $M_x = (I - \alpha P_x)$ e $M_y = (I - \alpha P_y)$. Quest'ultima è la formula utilizzata nell'implementazione del sistema proposto. Ad ogni modo, riferendosi all'equazione (3.4) è possibile fare le seguenti osservazioni:

- (a) Innanzitutto occorre precisare che r_x è una *distribuzione stazionaria di probabilità* del *random walk* associato all'esecuzione di *PageRank* $page_x$: ognuno dei suoi elementi $r_x[i]$ ($\forall i = 0, \dots, n-1$) rappresenta la probabilità

che il *random walk* si trovi nel nodo i all'equilibrio. Simili considerazioni valgono per r_y ;

- (b) Qualora le due comunità (*echo-chambers*) X e Y fossero molto divise tra loro (i.e. pochissimi archi diretti che le connettono), ci si aspetterebbe un r_x con valori pressoché nulli nelle coordinate corrispondenti ai nodi di Y e non nulli altrove e, viceversa, parlando di r_y ². In tal caso l'espressione $(c_x - c_y)^T(r_x - r_y)$ assume il valore massimo, indice di un'elevata *controversia* nella rete.
- (c) Qualora le due comunità fossero invece sufficientemente connesse tra loro, ci si aspetterebbe un vettore r_x con valori abbastanza uniformi su tutte le sue coordinate; la stessa considerazione varrebbe per r_y . In tal caso il grafo non presenterebbe un'elevata controversia ($RWC(G, X, Y)$ assume valori bassi), e questo risultato sarebbe confermato dal fatto che le due comunità sono sufficientemente esposte l'una a l'altra.

Per terminare, si può affermare che l'indice $RWC(G, X, Y)$ riesce a descrivere perfettamente il grado di controversia della discussione in atto, in funzione del livello di esposizione reciproca delle due comunità (ossia i due punti di vista opposti): qualora tale livello fosse molto basso, l'indice di controversia sarebbe molto elevato e, pertanto, la scelta più efficace per attenuarlo sarebbe quella di cercare di esporre gli utenti a visioni opposte alle proprie.

Nel prossimo paragrafo saranno illustrati gli algoritmi utilizzati nel sistema proposto, i quali hanno come obiettivo proprio quello di esporre reciprocamente, *nel modo più efficace possibile*, i due lati della controversia.

²Ricordare che, essendo *distribuzioni di probabilità*, vale: $\sum_{i=0}^{n-1} r_x[i] = 1$ e $\sum_{j=0}^{n-1} r_y[j] = 1$.

3.2 Definizione formale degli algoritmi per la risoluzione

Il problema che si vorrebbe risolvere è il seguente:

Dato un endorsement graph $G(V, E)$ che descrive una discussione riguardo ad un certo topic controverso t , trovare l'insieme di k archi diretti non ancora presenti nel grafo che, qualora si materializzassero, minimizzerebbero il suo $RWC(G, X, Y)$.

Ovvero, formalmente:

$$\begin{aligned} & \underset{E_k}{\text{minimize}} && RWC(G(V, E \cup E_k), X, Y) \\ & \text{subject to} && E_k \subseteq V \times V \setminus E, |E_k| = k \end{aligned}$$

Risolvere tale problema, così come si presenta, richiederebbe di considerare tutti le possibili combinazioni degli archi ancora non presenti nel grafo presi a gruppi di k : queste combinazioni sono pari a $O\left(\binom{n^2}{k}\right)$, dove con n indichiamo il numero di nodi del grafo.

Come è facile immaginare, un algoritmo che considera tutte queste combinazioni di archi è molto inefficiente dal punto di vista computazionale, soprattutto alla luce del fatto che gli *endorsement graphs* delle reti sociali come quella di *Twitter* sono costituiti da alcune migliaia di nodi e migliaia di archi.

Si propone, pertanto, di restringere il dominio degli archi candidati: seguendo l'approccio dell'articolo [4] è possibile considerare solo gli archi tra vertici con *in-degree* alto di ciascuna *echo-chamber*. La scelta di questa euristica, come osservano gli autori dell'articolo [4], è giustificata dal fatto che la struttura degli *endorsement graph* spesso mette in luce la presenza di un piccolo numero di nodi *leader* (i.e. utenti

popolari) ed un gran numero di nodi *non leader* (i.e. utenti seguaci): i nodi *leader* ricevono molti archi in ingresso (ossia hanno alto *in-degree*) in quanto i loro *tweet* vengono *retweettati* da molti nodi *non leader* (ossia ricevono molta *approvazione* dai loro seguaci, i quali si fidano della loro opinione). Intuitivamente, qualora si riuscisse a convincere i nodi *leader* ad approvare contenuti che esprimono opinioni sul *topic controverso* opposte alla propria, i nodi *non leader* (i seguaci) sarebbero spinti a fare altrettanto. Questa osservazione suggerisce che gli archi tra vertici con *in-degree* alto di ciascuna *echo-chamber* sono buoni candidati per ottenere un abbassamento del *random-walk controversy score*³.

Mediante questo ridimensionamento del dominio degli archi candidati, ci si propone di ridurre l'*RWC* esponendo alcuni nodi *leader* di ciascuna *echo-chamber* ai contenuti di alcuni nodi *leader* dell'*echo-chamber* opposta.

Ora, con l'obiettivo di effettuare la scelta dei k archi migliori appartenenti al dominio così definito, vengono proposti due algoritmi: un *algoritmo non greedy* (indicato di seguito come *Algorithm 1*) ed un *algoritmo greedy*.

L'algoritmo *non greedy* ha un tempo di esecuzione pari a $O(k_1 \cdot k_2)$, che costituisce un ottimo *speedup* rispetto all'algoritmo *brute-force*, che considera invece tutte le combinazioni di archi. *Algorithm 1* si limita a scegliere dal dominio degli archi, ridimensionato come appena detto, i k archi migliori in termini del decremento dell'*RWC* che ciascuno consente se aggiunto *individualmente*. Tuttavia il *decremento dell'RWC* che un qualsiasi arco " e " consente individualmente (δRWC_e) si rivelerebbe tale solo se tale arco fosse aggiunto per primo al grafo; più precisamente $\forall E' \supseteq E, \forall e \in V \times V \setminus E'$ vale l'espressione (3.6).

$$RWC(G(V, E), X, Y) - RWC(G(V, E \cup \{e\}), X, Y) \geq RWC(G(V, E'), X, Y) - RWC(G(V, E' \cup \{e\}), X, Y) \quad (3.6)$$

³Si rimanda alla lettura del *Teorema 1.* dell'articolo [4].

Ovvero la somma dei δRWC dei k archi scelti dall'algoritmo *non greedy* non corrisponde al decremento *reale* dell' RWC che si osserverebbe se tali archi apparissero nel grafo, ma ne è un *upper-bound*. Questo significa che l'algoritmo *non greedy* è poco preciso nella scelta e potrebbe pertanto disattendere le aspettative di decremento della *controversia*.

L'alternativa è l'utilizzo di una versione *greedy* di tale algoritmo. L'algoritmo *greedy* non fa altro che effettuare la scelta dei k archi non in un solo *step* ma in k *step*. In ognuno dei k passi sceglie uno ed un solo arco, ossia l'arco migliore, tra quelli ancora disponibili, in termini del δRWC che consentirebbe se fosse aggiunto al grafo: l'arco scelto, infine, viene aggiunto al grafo con l'obiettivo di consentire una scelta più precisa dei restanti archi.

Si osserva che, per la versione *greedy*, è vero che la somma dei δRWC dei k archi scelti corrisponde al decremento *reale* dell' RWC che si osserverebbe se tali archi apparissero nel grafo. Nel capitolo relativo ai *test* sarà possibile osservare quanto la versione *greedy* riesca ad individuare archi migliori, in termini del decremento dell' RWC , rispetto a quelli individuati dalla versione *non greedy*.

Lo svantaggio della versione *greedy* riguarda il tempo di esecuzione. Il fatto che tale algoritmo sia sintetizzabile come un algoritmo *non greedy* eseguito k volte implica che il suo tempo di esecuzione sia pari a $O(k \cdot k_1 \cdot k_2)$, ovvero k volte il tempo di esecuzione della versione *non greedy*. Ad ogni modo, la scelta dell'algoritmo di *edge recommendation* da utilizzare dovrebbe sempre essere dettata da un giusto compromesso tra i risultati che consente di ottenere e l'efficienza nei tempi di esecuzione.

Nel prossimo paragrafo sarà illustrata una tecnica efficiente per calcolare il δRWC associato a ciascun arco considerato dagli algoritmi appena descritti.

Algorithm 1 Algoritmo *non greedy* per la scelta dei k archi

Require: Il grafo G e le comunità X, Y ; il numero di archi da proporre k ; i k_1 e k_2 vertici con *in-degree* più alto in X e Y , rispettivamente

Ensure: La lista dei k archi migliori, in termini del decremento dell' RWC che consentono se aggiunti individualmente

Initialization : Output \leftarrow lista vuota;

for $i = 1:k_1$ **do**

 nodo $u = X[i]$;

for $j = 1:k_2$ **do**

 nodo $v = Y[j]$;

 Calcola il decremento dell' RWC $\delta RWC_{u \rightarrow v}$ che si otterrebbe qualora l'arco (u, v) venisse aggiunto al grafo;

 Aggiungi $\delta RWC_{u \rightarrow v}$ alla lista *Output*;

 Calcola il decremento dell' RWC $\delta RWC_{v \rightarrow u}$ che si otterrebbe qualora l'arco (v, u) venisse aggiunto al grafo;

 Aggiungi $\delta RWC_{v \rightarrow u}$ alla lista *Output*;

end for

end for

Lista *Output* ordinata \leftarrow Ordina la lista *Output* secondo i δRWC (presi in modulo) in ordine decrescente;

return I migliori k dalla lista *Output* ordinata;

3.3 Calcolo del decremento della controversia associato ad un arco

Per ogni arco $e \in V \times V \setminus E$ appartenente al dominio dei $k_1 \times k_2$ archi considerati dagli algoritmi *non greedy* e *greedy*, si rende necessario calcolare il δRWC_e che esso consentirebbe qualora venisse aggiunto al grafo. Per effettuare questo calcolo verrebbe in mente di aggiungere l'arco " e " al grafo, calcolare il nuovo $RWC_{\{e\}}$, per poi ricavare:

$$\delta RWC_e = RWC - RWC_{\{e\}} \quad (3.7)$$

È bene ricordare che il calcolo dell' RWC è abbastanza oneroso e pertanto è meglio evitarlo quando possibile: se si utilizzasse la modalità (3.7), gli algoritmi di scelta dei k archi dovrebbero calcolare l' RWC un numero di volte pari a $k_1 \times k_2$, cagionando un degrado prestazionale non trascurabile.

Tuttavia, visto che siamo interessati solamente all'entità del decremento dell' RWC a seguito dell'aggiunta di un arco, possiamo utilizzare un'altra modalità di calcolo più efficiente. In particolare, considerando la *matrice delle probabilità di transizione per colonna* P , dopo l'aggiunta del generico arco diretto (i,j) solo una sua colonna ne è affetta: la colonna che corrisponde al vertice di origine " i " dell'arco (i,j) .

Di seguito è evidenziata la colonna i -esima prima e dopo l'aggiunta dell'arco diretto (i,j) :

$$P^T = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{q} & \frac{1}{q} & \dots & \frac{1}{q} & 0 & 0 & \dots & 0 & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Dove q è l'*out-degree* del nodo i . A seguito dell'aggiunta dell'arco diretto (i,j) la colonna i -esima diventa:

$$P'^T = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{q+1} & \frac{1}{q+1} & \dots & \frac{1}{q+1} & \frac{1}{q+1} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

L'elemento in posizione j -esima della colonna i -esima della nuova *matrice di transizione* P' passa da un valore pari a 0 ad un valore pari a $\frac{1}{q+1}$.

Sia ora u^T l' i -esimo vettore della base standard di \mathbb{R}^n (dove n è il numero di nodi del grafo); similmente, sia v^T il j -esimo vettore della base standard di \mathbb{R}^n .

Definiamo infine il vettore z^T come segue:

1. Se il vertice i non è un vertice *dangling*, $z^T = \frac{1}{q+1}[\frac{1}{q}, \frac{1}{q}, \dots, \frac{1}{q}, -1, \dots, 0, 0]$, con -1 nella posizione corrispondente al vertice di arrivo j ;
2. Se il vertice i è un vertice *dangling*, $z^T = e_x - v$ oppure $z^T = e_y - v$, rispettivamente se si considera la matrice P_x (*random walk* che parte dall'*echo-chamber* X) o la matrice P_y (*random walk* che parte dall'*echo-chamber* Y).

Si dimostra che la *matrice delle probabilità di transizione* aggiornata è data da:

$$P' = P - z \otimes u^T \tag{3.8}$$

Dove il simbolo \otimes indica che il prodotto tra i due vettori non è scalare ma *esterno*, il cui risultato è una matrice.

Ricordando dalla definizione dell'*RWC* (3.5) le formule che descrivono le matrici M_x

ed M_y e sostituendovi, rispettivamente, P'_x e P'_y (seguendo la formula (3.8)) si ottiene:

$$M'_x = M_x + \alpha z_x \otimes u^T \quad (3.9)$$

$$M'_y = M_y + \alpha z_y \otimes u^T \quad (3.10)$$

Nell'implementazione proposta, l'inversa delle matrici M'_x e M'_y (inversa che occorre per il calcolo dell' RWC) è calcolata usando la formula di *Sherman-Morrison*[3], vista la sua efficienza.

Ora, per l'equazione (3.5), l' RWC del grafo a seguito dell'aggiunta del nuovo arco diretto può essere scritto come:

$$RWC' = (1 - \alpha)(c_x - c_y)^T (M'^{-1}_x e_x - M'^{-1}_y e_y) \quad (3.11)$$

E, finalmente, il δRWC è dato da:

$$\begin{aligned} \delta RWC = RWC' - RWC = (1 - \alpha)(c_x - c_y)^T & \left(-\left(\frac{\alpha M_x^{-1} z_x \otimes u^T M_x^{-1}}{1 + \alpha u^T M_x^{-1} z_x} \right) e_x \right. \\ & \left. + \left(\frac{\alpha M_y^{-1} z_y \otimes u^T M_y^{-1}}{1 + \alpha u^T M_y^{-1} z_y} \right) e_y \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Quest'equazione, sebbene apparentemente ingombrante, permette di calcolare in modo molto efficiente il δRWC di ogni arco considerato, evitando di dover calcolare ogni volta il nuovo RWC (operazione molto costosa) per poi prendere la differenza rispetto all' RWC precedente.

Nel prossimo capitolo saranno presentate le tecnologie utilizzate per realizzare il sistema proposto e verranno illustrati i dettagli implementativi.

Capitolo 4

Raccolta dati ed implementazione

Questo capitolo si occuperà, prima di tutto, di fornire dettagli sulle tecnologie e sulle modalità di raccolta dei dati da *Twitter*, necessari alla costruzione di *retweet graphs* associati ad *hashtags* in *input*.

Infine verrà trattata puntualmente l'implementazione degli algoritmi, definiti rigorosamente nel capitolo precedente, e di tutte quelle tecniche che hanno permesso di raggiungere l'obiettivo preposto, ovvero l'implementazione di un *framework* che permetta di:

1. costruire ed analizzare *retweet graphs* associati ad *hashtags* di *Twitter* in *input*;
2. rilevare le *echo-chambers* che caratterizzano la discussione;
3. eseguire un algoritmo di *k-edge recommendation*, in modalità *greedy* o meno;
4. fornire strumenti per l'analisi degli archi consigliati e per la visualizzazione dei nodi coinvolti (i.e. i nodi estremi degli archi consigliati).

4.1 Raccolta dati

La raccolta dei dati è una fase indispensabile, una condizione *sine qua non*, senza la quale non è pensabile raggiungere alcun obiettivo tra quelli prefissati.

Poichè il *software* proposto si occupa di *endorsement graphs* della *social network* di *Twitter*, per la raccolta dei dati si è reso necessario l'utilizzo della *Twitter Api*. Inoltre, visto che il linguaggio utilizzato per l'implementazione è *Python*, sono state sfruttate le funzionalità della libreria *Tweepy*, una via di accesso alla *Twitter Api* di facile utilizzo.

Nel seguito saranno forniti dettagli sugli strumenti di *Twitter Api* e *Tweepy* e su altre tecniche che hanno permesso di *bypassare* importanti limitazioni temporali di *Twitter*.

4.1.1 Twitter Api

Twitter mette a disposizione degli sviluppatori delle *Api*, utili per l'acquisizione dei dati pubblicati dagli utenti. Per rendere possibile il loro utilizzo bisogna innanzitutto creare un *account Twitter* e poi effettuare l'iscrizione al *reparto sviluppatori di Twitter*. Questa procedura è molto rigida e qualora non fosse seguita in modo rigoroso non sarebbe possibile utilizzare le *Api*.

Una volta effettuata l'iscrizione al *reparto sviluppatori di Twitter*, è finalmente possibile procedere con la raccolta dei dati pubblicati dagli utenti, ma non prima di aver ottenuto le credenziali di accesso. Le credenziali vengono rilasciate a seguito della creazione di una *Twitter App*, che rappresenta un *progetto Twitter* dello sviluppatore: esse permetteranno di autenticarsi presso un *server di Twitter*, con il quale sarà possibile interagire *via streaming* mediante le *Twitter Api* per ottenere i dati richiesti. Le credenziali si dividono in *Token* e *Consumer*, i quali hanno le seguenti caratteristiche e funzioni:

- il *Token* permette l'accesso ai servizi che offre *Twitter*. Non è sufficiente per consentire lo *streaming* dei dati dal *server*. È costituito da:
 - *Access Token*;
 - *Access Secret*.
- il *Consumer* consente lo *streaming* dei dati richiesti dal *server*. È costituito da:
 - *Consumer Key*;
 - *Consumer Secret*.

Nell'ambito della stessa *Twitter App*, queste chiavi possono essere rigenerate a piacimento, anche con l'obiettivo di evitare problematiche relative alla sicurezza.

4.2 Implementazione

Capitolo 5

Test dell'*edge-recommendation* *system* in modalità *greedy* e *non*

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet,

consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec

ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Capitolo 6

Conclusioni e sviluppi futuri

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante

lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies

vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Appendice A

An appendix

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante

lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies

vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Appendice B

Another appendix

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante

lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies

vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Bibliografia

- [1] J. C. Losada R. M. Benito A. J. Morales J. Borondo. «Measuring Political Polarization: Twitter shows the two sides of Venezuela». In: (2015), pp. 1–10. DOI: [10.1063/1.4913758](https://doi.org/10.1063/1.4913758). URL: <https://arxiv.org/pdf/1505.04095.pdf>.
- [2] Charalampos E. Tsourakakis Cameron Musco Christopher Musco. «Minimizing Polarization and Disagreement in Social Networks». In: (2017), pp. 1–19. URL: <https://arxiv.org/pdf/1712.09948.pdf>.
- [3] C. F. Van Loan G. H. Golub. «Matrix computations». In: (2012).
- [4] Aristides Gionis Michael Mathioudakis Kiran Garimella Gianmarco De Francisci Morales. «Reducing Controversy by Connecting Opposing Views». In: (2017), pp. 1–10. DOI: [10.1145/3018661.3018703](https://doi.org/10.1145/3018661.3018703). URL: <https://melmeric.files.wordpress.com/2010/05/reducing-controversy-by-connecting-opposing-views.pdf>.
- [5] M. E. J. Newman M. Girvan. «Community structure in social and biological networks». In: (2001), pp. 1–6. URL: <http://www.pnas.org/content/pnas/99/12/7821.full.pdf>.
- [6] W.-T. Fu Q. V. Liao. «Beyond the filter bubble: interactive effects of perceived threat and topic involvement on selective exposure to information. In Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems». In: (2013), 2359–2368.