### UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Tesi di Laurea Magistrale

### Studio e sviluppo di strategie per la riduzione del random-walk controversy score tra echo chambers dei social networks



Relatore:
-----------

Giuseppe F. Italiano

Correlatore:

Nikos Parotsidis

Laureando:

Stefano Agostini matricola: 0234240

A.A. 2017/2018



#### Sommario

Esistono, e sono sempre esistiti, particolari temi, detti *controversi*, per i quali ognuno di noi si schiera come sostenitore o come oppositore; tali temi possono riguardare contesti politici, sociali o culturali. L'effetto quasi immediato è la divisione della popolazione in due gruppi che hanno visioni opposte sull'argomento controverso in considerazione e che difficilmente scambiano tra loro informazioni e punti di vista, non facendo altro che acutizzare la loro inconciliabilità di opinione: gruppi di individui di questo genere sono anche detti echo chambers. Gli invidui facenti parte della stessa echo chamber hanno quindi le stesse credenze e lo stesso parere riguardo all'argomento controverso: essi rinforzano a vicenda le proprie opinioni e sono scarsamente esposti a punti di vista opposti ai propri (i.e. le opinioni che caratterizzano l'altra echo chamber). Non è immune da tale fenomeno il mondo dei social media. In particolare, Twitter identifica un particolare topic (i.e. argomento) mediante un hashtaq (e.g. #novax) e la discussione riguardo a tale topic può essere descritta mediante un endorsement graph, ovvero un grafo diretto in cui ciascun nodo rappresenta un utente che partecipa alla discussione e vi è un arco diretto da un nodo x ad un nodo y se e solo se l'utente x approva l'opinione contenuta in un tweet dell'utente y (dove l'approvazione è espressa per mezzo dello strumento del retweet). Quando il topic in considerazione è controverso, la struttura dell'endorsement graph mette in luce la presenza di gruppi (di utenti) molto connessi al loro interno ma che comunicano poco tra loro: la distanza di opinione che separa tali gruppi (o echo-chambers)

viene quantificata mediante il così detto *indice di controversia* del grafo, che viene misurato, nel lavoro di tesi proposto, utilizzando una metrica basata sui *random walks. Endorsement graphs* con elevati *indici di controversia* sono caratterizzati da *echo chambers* poco connesse tra loro, in ciascuna delle quali è amplificata una visione univoca ed acritica sull'argomento *controverso* considerato.

Con l'obiettivo di ridurre efficacemente tale *indice di controversia*, è stato implementato un *framework*, utilizzando il linguaggio *Python* e con l'ausilio della libreria *NetworkX*, il quale:

- 1. acquisisce i dati necessari per costruire l'endorsement graph associato ad un hashtag controverso, presente nel social network di Twitter, fornito in input. Cattura la collezione dei dati necessari mediante la libreria Python Tweepy che accede all'API di Twitter;
- 2. esegue un algoritmo che identifica le echo chambers;
- 3. implementa un edge-recommendation system che permette di individuare k archi diretti (k fornito in input) che, se aggiunti al grafo, riducono il suo grado di controversia. Nella pratica si vuole esporre alcuni utenti al contenuto di altri sperando che lo approvino mediante retweet: l'effetto di questa approvazione nell'endorsement graph sarebbe la comparsa degli archi consigliati;
- 4. offre un tool di visualizzazione degli archi individuati all'interno del grafo.

Con riferimento al punto 3, il problema di ottimizzazione che si vorrebbe risolvere sarebbe quello di trovare il set di k archi diretti che, se aggiunti al grafo, minimizzano il grado di controversia. Poiché gli endorsement graphs dei social networks sono generalmente costituiti da un numero molto elevato di nodi (indicato con n), risolvere tale problema di ottimizzazione considerando tutte le possibili combinazioni degli

archi a gruppi di k (complessità  $O(\binom{n^2}{k})$ ) (approccio brute force) è evidentemente molto costoso dal punto di vista computazionale e molto inefficiente anche per quanto riguarda i tempi di esecuzione. Pertanto l'approccio seguito è quello adottato nell'articolo "Reducing controversy by connecting opposing views" [4], che consiste nel considerare solo un sottoinsieme degli archi possibili (i.e. un sottoinsieme degli archi non ancora materializzati nell'endorsement qraph) ed estrarre da questo sottoinsieme i k più promettenti. Chiaramente questa soluzione potrebbe restituire archi meno efficaci, per quanto riguarda la riduzione del grado di controversia che consentono, rispetto a quelli restituiti dall'approccio brute force ma apporta un miglioramento in termini di efficienza computazionale; in particolare, l'euristica che specifica la modalità di scelta del sottoinsieme degli archi candidati è cruciale. L'euristica utilizzata in questo lavoro di tesi è quella proposta nell'articolo [4], la quale consiste nel considerare solo gli archi diretti che permettono di connettere i vertici di grado alto della prima comunità (o echo chamber) con i vertici di grado alto della seconda comunità e viceversa: da questo sottoinsieme di archi vengono estratti i kpiù promettenti in termini di riduzione del grado di controversia che consentono. La bontà di tale euristica è stata valutata considerando due algoritmi alternativi, che si occupano di estrarre i k archi più promettenti dal sottoinsieme considerato:

- non-greedy: vengono scelti in un solo step i k archi che porterebbero al grado di controversia più basso qualora venissero aggiunti al grafo individualmente;
- greedy: vengono scelti k archi in k steps, in ognuno dei quali viene estratto l'arco migliore, tra quelli rimanenti, in termini di decremento del grado di controversia che apporterebbe se fosse aggiunto al grafo.

Nel lavoro di tesi verranno descritte le modalità di implementazione di tali algoritmi e successivamente verranno confrontati tra loro in termini di efficacia (ossia in termini del decremento del grado di controversia che consentono, qualora tutti

gli archi che consigliano venissero accettati) ed in termini di tempi di esecuzione ed efficienza computazionale: a tal fine sono stati condotti tests su tre endorsement graphs di Twitter corrispondenti ad hashtags particolarmente controversi (#beefban,#russia\_march,#indiana), volutamente scelti da contesti sociali e culturali diversi in modo tale da ottenere un'analisi più attendibile.

L'algoritmo greedy si rivelerà più preciso in quanto ad ogni step si limita a proporre uno ed un solo arco, ossia l'arco migliore in termini del decremento del grado di
controversia che consentirebbe se fosse accettato; inoltre, ad ogni step dell'algoritmo
la scelta dell'arco migliore viene condotta solo dopo aver aggiunto al grafo tutti gli
archi consigliati negli steps precedenti.

Al contrario, l'algoritmo non-greedy propone in un solo passo i k archi migliori utilizzando come metrica il decremento del  $grado\ di\ controversia$  che ciascuno di essi apporterebbe se fosse aggiunto individualmente: poiché viene valutato il loro impatto individuale e viene ignorato il fatto che tale impatto potrebbe decrementare rispetto a quanto valutato man mano che essi vengono aggiunti al grafo, quest'algoritmo rappresenta un'approssimazione dell'algoritmo greedy e consente, in generale, un decremento minore del  $grado\ di\ controversia$ . D'altra parte l'algoritmo greedy richiede di scansionare tutti gli archi considerati k volte (una volta per step) mentre l'algoritmo non-greedy una volta sola: questo si traduce in un sostanziale vantaggio dal punto di vista dei tempi di esecuzione, ottenibile utilitzzando l'algoritmo non-greedy.

Per finire, va sottolineato che, in generale, gli archi che vengono scelti dall'edgerecommendation system nella realtà non sempre si materializzano (l'utente potrebbe rigettare il consiglio) e per questo sarebbe opportuno considerare come metrica
anche la probabilità di accettazione. Con il proposito di future estensioni, compresa
l'introduzione di tale probabilità, il framework proposto è implementato in modo da
prestarsi perfettamente all'aggiunta di altre metriche per la scelta degli archi.

### Indice

Sommario				
1	Intr	oduzi	one	1
	1.1	Organ	nizzazione della tesi	. 7
2	Teo	ria alla	a base del problema ed algoritmi per la risoluzione	8
	2.1	Misur	a del grado di controversia	. 8
	2.2	Defini	izione formale degli algoritmi per la risoluzione	. 14
	2.3	Calco	lo del decremento della controversia associato ad un arco	. 18
3	Rac	colta	dati ed implementazione	21
	3.1	Racco	olta dati	. 22
		3.1.1	Twitter Api	. 22
		3.1.2	Tweepy	. 24
		3.1.3	GetOldTweets	. 25
		3.1.4	Processo di raccolta dati	. 26
	3.2	Imple	mentazione	. 31
		3.2.1	Creazione del retweet graph	. 32
		3.2.2	Individuazione delle echo-chambers	. 35
		3.2.3	Calcolo dell' $RWC$	. 37
		3.2.4	Implementazione degli algoritmi proposti	. 39

		3.2.5 Strumento per la visualizzazione degli archi consigliati	43			
4	Tes	t dell'edge-recommendation system in modalità greedy e non	46			
	4.1	Discesa dell' $RWC$	47			
	4.2	Qualità degli archi proposti	51			
	4.3	Tempi di esecuzione	56			
5	Con	nclusioni e sviluppi futuri	64			
$\mathbf{R}^{\mathbf{i}}$	Riferimenti bibliografici					

## Elenco delle figure

3.1	Processo di raccolta dati	30
3.2	Esempio di file che descrive un retweet graph	30
3.3	Pipeline implementativa	31
3.4	Processo di calcolo del random-walk controversy score di un retweet	
	graph	37
3.5	Output tipico del tool di visualizzazione	45
4.1	Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di greedy sul	
	retweet graph #beefban	58
4.2	Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di non greedy	
	sul retweet graph #beefban	59
4.3	Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di greedy sul	
	retweet graph #indiana	60
4.4	Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di non greedy	
	sul retweet graph #indiana	61
4.5	Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di greedy sul	
	retweet graph #russia_march	62
4.6	Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di non greedy	
	sul retweet graph #russia_march	63

#### Capitolo 1

#### Introduzione

Il fenomeno della *polarizzazione* degli utenti attorno a *topic controversi* che si propongono nei *social media* è ben noto ed il suo studio è già stato affrontato in alcuni articoli scientifici (tra cui [2][1]). Potremmo definire la *polarizzazione* come una situazione che determina la divisione della popolazione in gruppi con punti di vista opposti riguardo ad un certo argomento.

Molto spesso i social media, mediante algoritmi di recommendation, espongono gli utenti solo a contenuti che si addicono e sono conformi alle loro opinioni e, pertanto, non fanno altro che aggravare il loro stato di polarizzazione. Tutto ciò determina la formazione delle così dette echo-chambers, ossia situazioni in cui individui che hanno lo stesso parere su un certo argomento rafforzano l'opinione reciproca ma non vengono esposti ad opinioni opposte alla propria.

Lo scopo di questa tesi è quello di sviluppare un sistema in grado far comunicare, nel modo più efficace possibile, queste echo-chambers così da esporre gli individui a punti di vista opposti ai propri e ridurre la controversia della discussione. L'ambiente in cui opera il framework proposto è il social network di Twitter, in cui gli argomenti delle discussioni vengono identificati da hashtags, i contenuti relativi vengono espressi dagli utenti attraverso i tweets e le condivisioni di opinione attraverso i

retweets. Una discussione nell'ambiente di *Twitter* può essere descritta mediante un endorsement graph, ossia un grafo i cui nodi sono utenti che hanno espresso almeno un'opinione mediante un tweet ed i cui archi rappresentano i retweets<sup>1</sup>.

Il framework acquisisce da Twitter i dati necessari per elaborare endorsement graphs di topic controversi, ne analizza la struttura estraendone le echo chambers ed infine implementa un edge-recommendation system che ha lo scopo di ridurre il grado di controversia creando connessioni (bridges) tra utenti che hanno punti di vista opposti (appartengono a echo chambers distinte). Infatti la naturale propensione degli individui a dare credito solo a notizie e contenuti che si addicono al proprio parere fa sì che, in assenza di un intervento esterno di edge-recommendation, essi rafforzino sempre più la propria convinzione, anche qualora questa fosse sbagliata o acritica.

Il sistema proposto in questo lavoro di tesi si compone di più fasi successive, attraverso le quali raggiunge l'obiettivo preposto; nel seguito vengono descritte sinteticamente tali fasi, fornendo le nozioni teoriche e le assunzioni sulle quali si fonda la loro implementazione.

La prima fase si occupa dell'acquisizione dei dati da Twitter e quindi della costruzione dell'endorsement graph associato. Il framework utilizza la libreria Python Tweepy (che accede all'API di Twitter) per ottenere tutti i tweets e retweets emessi dagli utenti, riguardanti l'hashtag fornito in input, in un certo intervallo di tempo. Al termine della collezione di tali dati, essi vengono parsati per la costruzione dell'endorsement graph che descrive la discussione. Gli endorsement graphs, nel particolare ambiente di Twitter, prendono anche il nome di retweet graphs. Dato un

 $<sup>^1{\</sup>rm Vi}$ è un arco da un nodo uad un nodo vse e solo se l'utente uha retweettatoalmeno un tweet di v.

hashtag controverso, viene a formarsi naturalmente una discussione a riguardo, nella quale gli utenti esprimono una propria opinione e possono approvare il punto di vista delle così dette autorità: nel caso particolare di Twitter questa approvazione si realizza mediante lo strumento del retweet, ossia se l'utente u fa retweet di un tweet prodotto dall'utente v allora ne approva l'opinione. Ne deriva la formazione di un grafo diretto G(V,E) costituito da n nodi (gli utenti che partecipano alla discussione) ed i cui archi (retweets) esprimono relazioni di condivisione di punti di vista: proprio questo grafo rappresenta l'output di questa fase.

La seconda fase si occupa di rilevare le echo-chambers dell'endorsement graph in input e di calcolarne il grado di controversia. Le echo-chambers sono due sottoinsiemi dei nodi del grafo X, Y, ben separati tra loro (vi sono pochi archi che li congiungono) e tali che  $X \cup Y = V$  e  $X \cap Y = \emptyset$ . Tale ripartizione dei nodi può essere ottenuta mediante l'utilizzo di un algoritmo di graph-partitioning. Nel lavoro proposto è stato utilizzato l'algoritmo di Girvan-Newman: esso è un metodo gerarchico usato per rilevare le comunità in sistemi complessi e la cui esecuzione produce un dendrogramma, le cui foglie sono i nodi del grafo. Individuate le echo-chambers, questa fase si occupa di quantificare la controversia della discussione.

Il sistema sviluppato utilizza una metrica basata sul concetto di random walk per misurare il grado di controversia associato al topic analizzato (attorno al quale si svolge la discussione nel social network di Twitter). Più precisamente, per misurare il grado di controversia della rete, viene utilizzata la funzione Random-walk controversy score:

$$RWC(G,X,Y) = (c_x - c_y)^T (r_x - r_y)^2$$

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>La definizione del *Random-walk controversy score* è tratta dall'articolo [4].

Dove  $c_x$  è un vettore di dimensione n (numero di vertici dell'endorsement graph) che ha valore 1 nelle coordinate corrispondenti ai vertici di grado alto dell'echo-chamber X e 0 altrove; similmente viene definito  $c_y$ . Infine  $r_x$  è il vettore di PageRank personalizzato per un random walk che parte dai nodi dell'echo-chamber X; similmente viene definito  $r_y$ . Valori alti di RWC(G,X,Y) indicano che, all'equilibrio del random walk, è bassa la probabilità di essere nell'echo-chamber opposta a quella di partenza: questo è indice di elevata controversia.

La terza fase ha lo scopo di ridurre il  $grado\ di\ controversia$  rilevato nella fase precedente mediante l'esecuzione di un  $edge\text{-}recommendation\ system$ . In particolare, il sistema implementato permette, utilizzando in alternativa un algoritmo greedy o uno non-greedy, di proporre k archi (che farebbero da bridges tra le due  $echo\ chambers$ ) in grado di ridurre questo indice; l' $edge\text{-}recommendation\ system$  proposto restituisce archi la cui efficacia approssima quella degli archi che sono soluzione del problema di ottimizzazione originario che, come detto precedentemente, ha una complessità di un livello troppo elevato  $O(\binom{n^2}{k})$  per essere risolto in tempi accettabili. Di seguito la definizione del problema di ottimizzazione originario:

Ossia il problema originario consiste nel trovare l'insieme di k archi, considerando tutti gli archi non ancora presenti nel grafo, che se si materializzassero minimizze-rebbero l'indice di controversia. L'euristica proposta in questo lavoro permette di restringere il dominio degli archi considerati, consentendo di ottenere risultati paragonabili con quelli ottenibili mediante la soluzione del problema di ottimizzazione

appena descritto e con il vantaggio di avere una complessità computazionale di molto inferiore; essa, forniti in input i valori di  $k_1$  e  $k_2$  (interi positivi):

- 1. considera i  $k_1$  vertici con in- $degree^3$  più alto dell'echo-chamber <math>X e i  $k_2$  vertici con in-degree più alto dell'echo-chamber <math>Y;
- 2. costruisce il dominio degli archi considerati come l'insieme di tutti i possibili archi diretti, non presenti ancora nel grafo, che abbiano come estremi un vertice dell'insieme  $K_1$  e uno dell'insieme  $K_2$ ;

Gli algoritmi greedy e non-greedy operano entrambi a partire dal dominio così definito. Hanno lo scopo di proporre i k archi più promettenti del dominio in termini del decremento del grado di controversia RWC(G,X,Y) che consentirebbero qualora si materializzassero nel grafo; la differenza sta nella modalità di selezione. In particolare:

- 1. l'algoritmo greedy sceglie avidamente ognuno dei k archi: esso impiega k passi, in ognuno dei quali sceglie l'arco più appetibile del dominio (ossia l'arco del dominio non ancora presente nel grafo associato al  $\delta RWC$  maggiore) e lo aggiunge al grafo.
- 2. l'algoritmo non-greedy ordina una sola volta tutti gli archi del dominio secondo il  $\delta RWC$  che ognuno consente e sceglie in un solo passo i k archi migliori. Ne deriva una maggiore efficienza nei tempi di esecuzione ma una minore precisione nella scelta degli archi da proporre.

In pratica, per ridurre la *controversia*, si propone ad un certo insieme di utenti il contenuto (i.e. *tweets*) di utenti che hanno posizioni sull'argomento opposte rispetto alle proprie, sperando che la maggior parte di loro possa farne *endorsement* mediante

 $<sup>^3 {\</sup>rm II}$ numero di archi diretti del grafo che hanno come nodo di destinazione un nodo x è detto in-degree di x.

lo strumento del *retweet*: ciò provocherebbe la formazione di nuovi archi tra le due comunità (*echo chambers*) con l'effetto di ridurre il *grado di controversia* dell'intero *retweet graph*.

Il framework implementato è stato testato su tre retweet graphs di tre topics (ossia hashtags) controversi di Twitter: #beefban, #russia\_march, #indiana. I test sono stati prodotti seguendo l'approccio del paper[4], che ha lo scopo di mostrare il livello di controversia del grafo in funzione della quantità di archi al momento aggiunti. Tuttavia l'obiettivo dei test, in questa tesi, è in primo luogo quello di fornire un confronto tra l'efficacia dell'edge-recommendation system basato sull'algoritmo greedy e l'efficacia dell'edge-recommendation system basato sull'algoritmo non-greedy.

Per efficacia si intende, fissato come obiettivo il decremento del grado di controversia di una quantità  $\Delta RWC$ , la quantità minima di archi, consigliati dal sistema, che gli utenti devono accettare per poter raggiungerlo.

In secondo luogo i test hanno lo scopo di fornire un raffronto dei tempi di esecuzione dei due algoritmi al variare dell'entità del grafo in input, entità espressa in termini del numero di nodi n e del numero di archi e.

Per terminare, il framework offre un tool per la visualizzazione degli archi proposti, evidenziando le caratteristiche dei nodi coinvolti tra cui l'in degree (ossia il grado in ingresso); inoltre è utilizzato un algoritmo di coloring<sup>4</sup> per classificare tali nodi colorandoli in modo diverso, in funzione dell'echo-chamber a cui appartengono.

Di seguito è illustrata brevemente l'organizzazione della tesi.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Con *coloring* si intende una colorazione esatta dei vertici, cioè un'etichettatura dei vertici del grafo con colori tali che nessuna coppia di vertici che condividono lo stesso arco abbiano lo stesso colore.

#### 1.1 Organizzazione della tesi

L'esposizione del lavoro di tesi ha l'obiettivo di fornire dettagli riguardanti:

- la teoria che è alla base del problema affrontato;
- la raccolta dei dati e l'implementazione del framework;
- le modalità in cui sono stati effettuati i test ed i risultati ottenuti;
- sviluppi futuri.

Gli approfondimenti teorici verranno illustrati nel capitolo Teoria alla base del problema ed algoritmi per la risoluzione. Il capitolo Raccolta dati ed implementazione si occuperà di fornire dettagli sulle tecnologie utilizzate per la raccolta dei dati e sull'implementazione del framework. I risultati sperimentali ottenuti dai test condotti (nelle modalità greedy e non) e le osservazioni ad essi riguardanti sono trattati nel capitolo Test dell'edge-recommendation system in modalità greedy e non. Il capitolo Conclusioni e sviluppi futuri trarrà le conclusioni a partire dai risultati dei test ed approfondirà le sfide ed i propositi di miglioramento del sistema implementato.

### Capitolo 2

# Teoria alla base del problema ed algoritmi per la risoluzione

#### 2.1 Misura del grado di controversia

Prima di dare una definizione formale del *random-walk controversy score*, elenchiamo ed illustriamo i passi necessari per calcolarlo.

- 1. Fissato il topic t per il quale si vuole quantificare il grado di controversia, è possibile descrivere la discussione mediante l'endorsement graph G(V,E). Nell'ambiente di Twitter, il topic t è identificato da un hashtag (e.g. #hashtag) ed i nodi del grafo rappresentano gli utenti che hanno preso parte alla discussione utilizzando almeno una volta tale hashtag nei loro tweets; gli archi del grafo identificano i retweets tra gli utenti, che esprimono relazioni di condivisione di opinione riguardo al topic.
- 2. Ipotizzando che il  $topic\ t$  sia controverso, è possibile partizionare i nodi del grafo G(V,E) in due insiemi X,Y ben separati tra loro (i.e. vi sono pochi archi che li interconnettono). Tali insiemi quindi soddisfano le seguenti proprietà:

- (a)  $X \cup Y = V$ ;
- (b)  $X \cap Y = \emptyset$ .

Gli insiemi X ed Y rappresentano i due lati della controversia (i.e. le echo-chambers).

Per identificare le echo-chambers, nell'implementazione proposta è stato utilizzato l'algoritmo di graph-partitioning di Girvan-Newman[5]. Tale algoritmo agisce rimuovendo progressivamente archi dal grafo originario: l'esecuzione viene arrestata quando la rimozione degli archi ha portato ad individuare due comunità distinte che non comunicano (i.e. non sono collegate da nessun arco). La metrica utilizzata da Girvan-Newman per identificare l'arco da rimuovere ad ogni passo è la così detta edge-betweenness centrality: dato un arco e, essa è definita come il numero di cammini di costo minimo tra coppie di nodi del grafo che passano attraverso l'arco e. Nel caso in cui vi sia più di un percorso di costo minimo tra una coppia di nodi, a ciascun percorso viene assegnato uguale peso in modo tale che il peso totale di tutti i percorsi sia uguale all'unità. Di seguito la formula che definisce questa metrica di centralità:

$$b(e) = \sum_{s \neq t} \frac{\sigma_{\rm st}(e)}{\sigma_{\rm st}} \tag{2.1}$$

Dove  $\sigma_{st}$  è il numero totale di percorsi di costo minimo dal nodo s al nodo t e  $\sigma_{st}(e)$  è il numero di tali percorsi che passano attraverso l'arco e.

L'intuizione è: se la struttura del grafo è caratterizzata da due comunità di nodi connesse tra loro da pochissimi archi, allora tutti i percorsi tra queste due comunità dovranno passare attraverso questi archi. Ne consegue che quest'ultimi saranno caratterizzati da un'alta betweenness centrality. Sfruttando

la peculiarità di tali archi, l'algoritmo di *Girvan-Newman* si rivela un ottimo metodo per rilevare le *echo-chambers*.

3. A questo punto è possibile procedere con la definizione del random-walk controversy score. L'RWC è definito come la differenza della probabilità che un random walk che parte da una echo-chamber all'equilibrio vi permanga e la probabilità che invece tale random walk all'equilibrio finisca nell'echo-chamber opposta. Tale misura viene calcolata mediante l'utilizzo di due esecuzioni dell'algoritmo di PageRank personalizzato, le quali non sono altro che due random walks particolari.

PageRank è un algoritmo di analisi che assegna un peso numerico a ciascun nodo di un grafo diretto, con lo scopo di quantificare la sua importanza relativa.

Le applicazioni più frequenti di PageRank riguardano l'ambito del World Wide

Web, in cui i grafi hanno come nodi le pagine web e come archi i collegamenti
ipertestuali. Ciò non toglie che PageRank sia uno strumento molto potente
anche nell'ambito delle reti sociali, poiché riesce a quantificare l'importanza di
utente nell'ambito di una discussione: tale importanza misura il suo grado di
popolarità e di rilevanza.

Per il calcolo dell'RWC vengono utilizzate due esecuzioni distinte dell'algoritmo di PageRank, indicate con  $page_x$  e  $page_y$ , ognuna delle quali opera sul  $retweet\ graph$  corrispondente al  $topic\ t$  in input ma inizia il suo random-walk partendo, rispettivamente, da uno dei nodi della  $comunità\ X$  e da uno dei nodi della  $comunità\ Y$  ( $comunità\ = echo-chamber$ ). Inoltre,  $page_x$  e  $page_y$  ad ogni passo possono decidere di continuare il random-walk (potendo scegliere con uguale probabilità uno degli archi in uscita dal nodo in cui si trovano attualmente) o di ricominciare il proprio cammino (restart), tornando, rispettivamente, in uno dei nodi della  $comunità\ X$  ed in uno dei nodi della  $comunità\ Y$ : la seconda scelta viene compiuta con una probabilità detta di restart e,

chiaramente, la prima con una probabilità che ne è il complementare (i.e. la somma delle probabilità deve restituire 1).

Scendendo più nel dettaglio, siano:

- P la matrice delle probabilità di transizione per colonna<sup>1</sup> associata al retweet graph considerato;
- $X^*$  e  $Y^*$  rispettivamente gli insiemi dei  $k_1$  e  $k_2$  nodi con *in-degree* più alto delle due comunità X e Y. Inoltre sia  $c_x$  un vettore di dimensione n avente valore 1 nelle coordinate corrispondenti ai nodi dell'insieme  $X^*$  e 0 altrove; similmente viene definito  $c_y$ ;
- r<sub>x</sub> il vettore di PageRank personalizzato per il random walk che parte dalla comunità X. Sia inoltre (1 α) la probabilità di restart di tale random walk (e dunque α è la probabilità di continuare) e sia e<sub>x</sub> = Uniform(X) il suo vettore di restart: ossia il random walk, ad ogni passo, decide di ricominciare il proprio cammino con probabilità (1 α) e tra tutti i nodi della comunità X, con eguale probabilità, sceglie il nodo da cui ricominciare.

Simili considerazioni valgono per  $r_y$ .

Bisogna ora risolvere il problema dei vertici dangling, ossia i vertici del grafo che non hanno archi in uscita. Se un  $random\ walk$  dovesse casualmente finire in uno di questi nodi esso potrebbe non uscirne, compromettendo l'esecuzione di PageRank. Per evitare tale situazione, vengono utilizzate non una ma due  $matrici\ delle\ probabilità\ di\ transizione\ per\ colonna\ P_x\ e\ P_y$ , usate rispettivamente dal  $random\ walk$  che inizia dalla comunità X e dal  $random\ walk$  che

 $<sup>^1</sup>$ Se il  $retweet\ graph$  in considerazione ha N nodi, tale matrice ha dimensione  $N\times N$  ed ogni suo elemento P[i][j] è la probabilità di passare dal nodo j al nodo i in un solo passo, sapendo di essere attualmente nel nodo j.

inizia dalla comunità Y. Se il grafo non contiene vertici dangling, si ha banalmente  $P_x = P_y = P$ ; se al contrario li contiene, le matrici  $P_x$  e  $P_y$  sono definite in modo tale che le probabilità di transizione dai vertici dangling sono uguali, rispettivamente, ai vettori di restart  $e_x$  ed  $e_y$ .

Il PageRank personalizzato per i due  $random\ walks$  che, rispettivamente, iniziano nella  $comunità\ X\ e\ Y$  e dato da:

$$r_x = \alpha P_x r_x + (1 - \alpha)e_x \tag{2.2}$$

$$r_y = \alpha P_y r_y + (1 - \alpha) e_y \tag{2.3}$$

Per il calcolo dei vettori di PageRank personalizzati  $(r_x \ e \ r_y)$ , quindi, bisogna imporre una situazione di stazionarietà dei rispettivi  $random\ walks$ .

Possiamo finalmente definire il random-walk controversy score:

$$RWC(G, X, Y) = (c_x - c_y)^{T}(r_x - r_y)$$
(2.4)

Sostituendo le equazioni (2.2) e (2.3) nell'espressione (2.4) si ottiene:

$$RWC(G, X, Y) = (1 - \alpha)(c_x - c_y)^{\mathrm{T}}(M_x^{-1}e_x - M_y^{-1}e_y)$$
 (2.5)

Dove  $M_x = (I - \alpha P_x)$  e  $M_y = (I - \alpha P_y)$ . Quest'ultima è la formula utilizzata nell'implementazione del sistema proposto. Ad ogni modo, riferendosi all'equazione (2.4) è possibile fare le seguenti osservazioni:

(a) Innanzitutto occorre precisare che  $r_x$  è una distribuzione stazionaria di probabilità del random walk associato all'esecuzione di PageRank page<sub>x</sub>: ognuno dei suoi elementi  $r_x[i]$  ( $\forall i=0,...,n-1$ ) rappresenta la probabilità

che il  $random\ walk$  si trovi nel nodo i all'equilibrio. Simili considerazioni valgono per  $r_y$ ;

- (b) Qualora le due comunità (echo-chambers) X e Y fossero molto divise tra loro (i.e. pochissimi archi diretti che le connettono), ci si aspetterebbe un  $r_x$  con valori pressoché nulli nelle coordinate corrispondenti ai nodi di Y e non nulli altrove e, viceversa, parlando di  $r_y^2$ . In tal caso l'espressione  $(c_x c_y)^{\mathrm{T}}(r_x r_y)$  assume il valore massimo, indice di un'elevata controversia nella rete.
- (c) Qualora le due comunità fossero invece sufficientemente connesse tra loro, ci si aspetterebbe un vettore  $r_x$  con valori abbastanza uniformi su tutte le sue coordinate; la stessa considerazione varrebbe per  $r_y$ . In tal caso il grafo non presenterebbe un'elevata controversia (RWC(G,X,Y) assume valori bassi), e questo risultato sarebbe confermato dal fatto che le due comunità sono sufficientemente esposte l'una a l'altra.

Per terminare, si può affermare che l'indice RWC(G,X,Y) riesce a descrivere perfettamente il grado di controversia della discussione in atto, in funzione del livello di esposizione reciproca delle due comunità (ossia i due punti di vista opposti): qualora tale livello fosse molto basso, l'indice di controversia sarebbe molto elevato e, pertanto, la scelta più efficace per attenuarlo sarebbe quella di cercare di esporre gli utenti a visioni opposte alle proprie.

Nel prossimo paragrafo saranno illustrati gli algoritmi utilizzati nel sistema proposto, i quali hanno come obiettivo proprio quello di esporre reciprocamente, nel modo più efficace possibile, i due lati della controversia.

 $<sup>^2</sup>$ Ricordare che, essendo distribuzioni di probabilità, vale:  $\sum_{i=0}^{n-1} r_x[i] = 1$ e  $\sum_{j=0}^{n-1} r_y[j] = 1$ .

### 2.2 Definizione formale degli algoritmi per la risoluzione

Il problema che si vorrebbe risolvere è il seguente:

Dato un endorsement graph G(V,E) che descrive una discussione riguardo ad un certo topic controverso t, trovare l'insieme di k archi diretti non ancora presenti nel grafo che, qualora si materializzassero, minimizzerebbero il suo RWC(G,X,Y).

Ovvero, formalmente:

$$\begin{aligned} & \underset{E_{\mathbf{k}}}{\text{minimize}} & & RWC(G(V, E \cup E_{\mathbf{k}}), X, Y) \\ & \text{subject to} & & E_{\mathbf{k}} \subseteq V \times V \setminus E, |E_{\mathbf{k}}| = k \end{aligned}$$

Risolvere tale problema, così come si presenta, richiederebbe di considerare tutti le possibili combinazioni degli archi ancora non presenti nel grafo presi a gruppi di k: queste combinazioni sono pari a  $O(\binom{n^2}{k})$ , dove con n indichiamo il numero di nodi del grafo.

Come è facile immaginare, un algoritmo che considera tutte queste combinazioni di archi è molto inefficiente dal punto di vista computazionale, soprattutto alla luce del fatto che gli *endorsement graphs* delle reti sociali come quella di *Twitter* sono costituiti da alcune migliaia di nodi e migliaia di archi.

Si propone, pertanto, di restringere il dominio degli archi candidati: seguendo l'approccio dell'articolo [4] è possibile considerare solo gli archi tra vertici con *in-degree* alto di ciascuna *echo-chamber*. La scelta di questa euristica, come osservano gli autori dell'articolo [4], è giustificata dal fatto che la struttura degli *endorsement graph* spesso mette in luce la presenza di un piccolo numero di nodi *leader* (i.e. utenti

popolari) ed un gran numero di nodi non leader (i.e. utenti seguaci): i nodi leader ricevono molti archi in ingresso (ossia hanno alto in-degree) in quanto i loro tweet vengono retweettati da molti nodi non leader (ossia ricevono molta approvazione dai loro seguaci, i quali si fidano della loro opinione). Intuitivamente, qualora si riuscisse a convincere i nodi leader ad approvare contenuti che esprimono opinioni sul topic controverso opposte alla propria, i nodi non leader (i seguaci) sarebbero spinti a fare altrettanto. Questa osservazione suggerisce che gli archi tra vertici con in-degree alto di ciascuna echo-chamber sono buoni candidati per ottenere un abbassamento del random-walk controversy score<sup>3</sup>.

Mediante questo ridimensionamento del dominio degli archi candidati, ci si propone di ridurre l'*RWC* esponendo alcuni nodi *leader* di ciascuna *echo-chamber* ai contenuti di alcuni nodi *leader* dell'*echo-chamber* opposta.

Ora, con l'obiettivo di effettuare la scelta dei k archi migliori appartenenti al dominio così definito, vengono proposti due algoritmi: un algoritmo non greedy (indicato di seguito come Algorithm 1) ed un algoritmo greedy.

L'algoritmo non greedy ha un tempo di esecuzione pari a  $O(k_1 \cdot k_2)$ , che costituisce un ottimo speedup rispetto all'algoritmo brute-force, che considera invece tutte le combinazioni di archi. Algorithm 1 si limita a scegliere dal dominio degli archi, ridimensionato come appena detto, i k archi migliori in termini del decremento dell'RWC che ciascuno consente se aggiunto individualmente. Tuttavia il decremento dell'RWC che un qualsiasi arco "e" consente individualmente ( $\delta RWC_e$ ) si rivelerebbe tale solo se tale arco fosse aggiunto per primo al grafo; più precisamente  $\forall E' \supseteq E, \forall e \in V \times V \setminus E'$  vale l'espressione (2.6).

$$RWC(G(V, E), X, Y) - RWC(G(V, E \cup \{e\}), X, Y) \ge RWC(G(V, E'), X, Y) - RWC(G(V, E' \cup \{e\}), X, Y)$$
(2.6)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Si rimanda alla lettura del *Teorema 1.* dell'articolo [4].

Ovvero la somma dei  $\delta RWC$  dei k archi scelti dall'algoritmo non greedy non corrisponde al decremento reale dell'RWC che si osserverebbe se tali archi apparissero nel grafo, ma ne è un upper-bound. Questo significa che l'algoritmo non greedy è poco preciso nella scelta e potrebbe pertanto disattendere le aspettative di decremento della controversia.

L'alternativa è l'utilizzo di una versione greedy di tale algoritmo. L'algoritmo greedy non fa altro che effettuare la scelta dei k archi non in un solo step ma in k step. In ognuno dei k passi sceglie uno ed un solo arco, ossia l'arco migliore, tra quelli ancora disponibili, in termini del  $\delta$ RWC che consentirebbe se fosse aggiunto al grafo: l'arco scelto, infine, viene aggiunto al grafo con l'obiettivo di consentire una scelta più precisa dei restanti archi.

Si osserva che, per la versione greedy, è vero che la somma dei  $\delta RWC$  dei k archi scelti corrisponde al decremento reale dell'RWC che si osserverebbe se tali archi apparissero nel grafo. Nel capitolo relativo ai test sarà possibile osservare quanto la versione greedy riesca ad individuare archi migliori, in termini del decremento dell'RWC, rispetto a quelli individuati dalla versione  $non\ greedy$ .

Lo svantaggio della versione greedy riguarda il tempo di esecuzione. Il fatto che tale algoritmo sia sintetizzabile come un algoritmo non greedy eseguito k volte implica che il suo tempo di esecuzione sia pari a  $O(k \cdot k_1 \cdot k_2)$ , ovvero k volte il tempo di esecuzione della versione non greedy. Ad ogni modo, la scelta dell'algoritmo di edge recommendation da utilizzare dovrebbe sempre essere dettata da un giusto compromesso tra i risultati che consente di ottenere e l'efficienza nei tempi di esecuzione.

Nel prossimo paragrafo sarà illustrata una tecnica efficiente per calcolare il  $\delta RWC$  associato a ciascun arco considerato dagli algoritmi appena descritti.

#### $\overline{\mathbf{Algorithm}}$ 1 Algoritmo non greedy per la scelta dei k archi

**Require:** Il grafo G e le comunità X, Y; il numero di archi da proporre k; i  $k_1$  e  $k_2$  vertici con *in-degree* più alto in X e Y, rispettivamente

**Ensure:** La lista dei k archi migliori, in termini del decremento dell'RWC che consentono se aggiunti individualmente

```
Initialization : Output \leftarrow lista vuota; for i=1:k_1 do nodo u=X[i]; for j=1:k_2 do nodo v=Y[j]; Calcola il decremento dell'RWC \delta RWC_{u \to v} che si otterrebbe qualora l'arco (u,v) venisse aggiunto al grafo; Aggiungi \delta RWC_{u \to v} alla lista Output; Calcola il decremento dell'RWC \delta RWC_{v \to u} che si otterrebbe qualora l'arco (v,u) venisse aggiunto al grafo; Aggiungi \delta RWC_{v \to u} alla lista Output; end for end for
```

Lista Output ordinata  $\leftarrow$  Ordina la lista Output secondo i  $\delta RWC$  (cambiati di segno) in ordine decrescente;

**return** I migliori k dalla lista Output ordinata;

# 2.3 Calcolo del decremento della controversia associato ad un arco

Per ogni arco  $e \in V \times V \setminus E$  appartenente al dominio dei  $2 \times k_1 \times k_2$  archi diretti considerati dagli algoritmi non greedy e greedy, si rende necessario calcolare il  $\delta RWC_e$  che esso consentirebbe qualora venisse aggiunto al grafo. Per effettuare questo calcolo verrebbe in mente di aggiungere l'arco "e" al grafo, calcolare il nuovo  $RWC_{\{e\}}$ , per poi ricavare:

$$\delta RWC_e = RWC - RWC_{\{e\}} \tag{2.7}$$

È bene ricordare che il calcolo dell'RWC è abbastanza oneroso e pertanto è meglio evitarlo quando possibile: se si utilizzasse la modalità (2.7), gli algoritmi di scelta dei k archi dovrebbero calcolare l'RWC un numero di volte pari a  $2 \times k_1 \times k_2$ , cagionando un degrado prestazionale non trascurabile.

Tuttavia, visto che siamo interessati solamente all'entità del decremento dell'RWC a seguito dell'aggiunta di un arco, possiamo utilizzare un'altra modalità di calcolo più efficiente. In particolare, considerando la matrice delle probabilità di transizione per colonna P, dopo l'aggiunta del generico arco diretto (i,j) solo una sua colonna ne è affetta: la colonna che corrisponde al vertice di origine "i" dell'arco (i,j).

Di seguito è evidenziata la colonna i-esima prima e dopo l'aggiunta dell'arco diretto (i,j):

Dove q è l'out-degree del nodo i. A seguito dell'aggiunta dell'arco diretto (i,j) la colonna i-esima diventa:

L'elemento in posizione j-esima della colonna i-esima della nuova matrice di transizione P' passa da un valore pari a  $\theta$  ad un valore pari a  $\frac{1}{q+1}$ .

Sia ora  $u^T$  l'*i-esimo* vettore della base standard di  $\mathbb{R}^n$  (dove n è il numero di nodi del grafo); similmente, sia  $v^T$  il *j-esimo* vettore della base standard di  $\mathbb{R}^n$ .

Definiamo infine il vettore  $z^T$  come segue:

- 1. Se il vertice i non è un vertice dangling,  $z^T = \frac{1}{q+1} [\frac{1}{q}, \frac{1}{q}, ..., \frac{1}{q}, -1, ..., 0,0,0]$ , con -1 nella posizione corrispondente al vertice di arrivo j;
- 2. Se il vertice i è un vertice dangling,  $z^T = e_x v$  oppure  $z^T = e_y v$ , rispettivamente se si considera la matrice  $P_x$  (random walk che parte dall'echo-chamber X) o la matrice  $P_y$  (random walk che parte dall'echo-chamber Y).

Si dimostra che la matrice delle probabilità di transizione aggiornata è data da:

$$P' = P - z \otimes u^T \tag{2.8}$$

Dove il simbolo  $\otimes$  indica che il prodotto tra i due vettori non è scalare ma esterno, il cui risultato è una matrice.

Ricordando dalla definizione dell'RWC (2.5) le formule che descrivono le matrici  $M_x$ 

ed  $M_y$  e sostituendovi, rispettivamente,  $P_x'$  e  $P_y'$  (seguendo la formula (2.8)) si ottiene:

$$M_x' = M_x + \alpha z_x \otimes u^T \tag{2.9}$$

$$M_y' = M_y + \alpha z_y \otimes u^T \tag{2.10}$$

Nell'implementazione proposta, l'inversa delle matrici  $M'_x$  e  $M'_y$  (inversa che occorre per il calcolo dell'RWC) è calcolata usando la formula di Sherman-Morrison[3], vista la sua efficienza.

Ora, per l'equazione (2.5), l'RWC del grafo a seguito dell'aggiunta del nuovo arco diretto può essere scritto come:

$$RWC' = (1 - \alpha)(c_x - c_y)^{\mathrm{T}}(M_x'^{-1}e_x - M_y'^{-1}e_y)$$
(2.11)

E, finalmente, il  $\delta$ RWC è dato da:

$$\delta RWC = RWC' - RWC = (1 - \alpha)(c_x - c_y)^{\mathrm{T}} \left( -\left(\frac{\alpha M_x^{-1} z_x \otimes u^T M_x^{-1}}{1 + \alpha u^T M_x^{-1} z_x}\right) e_x + \left(\frac{\alpha M_y^{-1} z_y \otimes u^T M_y^{-1}}{1 + \alpha u^T M_y^{-1} z_y}\right) e_y \right)$$
(2.12)

Quest'equazione, sebbene apparentemente ingombrante, permette di calcolare in modo molto efficiente il  $\delta RWC$  di ogni arco considerato, evitando di dover calcolare ogni volta il nuovo RWC (operazione molto costosa) per poi prendere la differenza rispetto all'RWC precedente.

Nel prossimo capitolo saranno presentate le tecnologie utilizzate per realizzare il sistema proposto e verranno illustrati i dettagli implementativi.

### Capitolo 3

### Raccolta dati ed implementazione

Questo capitolo si occuperà, prima di tutto, di fornire dettagli sulle tecnologie e sulle modalità di raccolta dei dati da *Twitter*, necessari alla costruzione di *retweet graphs* associati ad *hashtags* in *input*.

Infine verrà trattata puntualmente l'implementazione degli algoritmi, definiti rigorosamente nel capitolo precedente, e di tutte quelle tecniche che hanno permesso di raggiungere l'obiettivo preposto, ovvero l'implementazione di un *framework* che permetta di:

- 1. costruire ed analizzare retweet graphs associati ad hashtags di Twitter in input;
- 2. rilevare le *echo-chambers* che caratterizzano la discussione;
- 3. eseguire un algoritmo di k-edge recommendation, in modalità greedy o meno;
- 4. fornire strumenti per l'analisi degli archi consigliati e per la visualizzazione dei nodi coinvolti (i.e. i nodi estremi degli archi consigliati).

#### 3.1 Raccolta dati

La raccolta dei dati è una fase indispensabile, una condizione *sine qua non*, senza la quale non è pensabile raggiungere alcun obiettivo tra quelli prefissati.

Poiché il software proposto si occupa di endorsement graphs del social network di Twitter, per la raccolta dei dati si è reso necessario l'utilizzo della Twitter Api. Inoltre, visto che il linguaggio utilizzato per l'implementazione è Python, sono state sfruttate le funzionalità della libreria Tweepy, una via di accesso alla Twitter Api di facile utilizzo.

Nel seguito saranno forniti dettagli sugli strumenti di Twitter Api e Tweepy e su altre tecniche che hanno permesso di bypassare importanti limitazioni temporali delle Api di Twitter.

#### 3.1.1 Twitter Api

Twitter mette a disposizione degli sviluppatori delle Api, utili per l'acquisizione dei dati pubblicati dagli utenti. Per rendere possibile il loro utilizzo bisogna innanzitutto creare un  $account\ Twitter$  e poi effettuare l'iscrizione al  $reparto\ sviluppatori\ di\ Twitter$ . Questa procedura è molto rigida e qualora non fosse seguita in modo rigoroso non sarebbe possibile utilizzare le Api.

Una volta effettuata l'iscrizione al reparto sviluppatori di Twitter, è finalmente possibile procedere con la raccolta dei dati pubblicati dagli utenti, ma non prima di aver ottenuto le credenziali di accesso. Le credenziali vengono rilasciate a seguito della creazione di una Twitter App, che rappresenta un progetto Twitter dello sviluppatore: esse permetteranno di autenticarsi presso un server di Twitter, con il quale sarà possibile interagire via streaming mediante le Twitter Api per ottenere i dati richiesti. Le credenziali si dividono in Token e Consumer, i quali hanno le seguenti caratteristiche e funzioni:

- il *Token* permette l'accesso ai servizi che offre *Twitter*. Non è sufficiente per consentire lo *streaming* dei dati dal *server*. È costituito da:
  - Access Token;
  - Access Secret.
- il Consumer consente lo streaming dei dati di Twitter dal server. È costituito da:
  - Consumer Key;
  - Consumer Secret.

Nell'ambito della stessa *Twitter App*, queste chiavi possono essere rigenerate a piacimento, anche con l'obiettivo di evitare problematiche relavite alla sicurezza. Qualunque sia il linguaggio di programmazione utilizzato per lo sviluppo del *software* (nel caso in esame *Python*), per utilizzare le *Api* da codice è sempre necessario prima autenticarsi, fornendo tutti e quattro i codici appena elencati: le interfacce d'accesso alle *Api* di *Twitter* tuttavia dipendono dal linguaggio di programmazione e, nel nostro caso, sono realizzate mediante la libreria di *Python Tweepy*, della quale parleremo nel seguito della trattazione.

Ad ogni modo, bisogna sottolineare che lo streaming dei dati viene limitato da Twitter per evitare che gli sviluppatori utilizzino in modo sconveniente i dati pubblicati dagli utenti: uno sviluppatore, pur essendo dotato di tutte le credenziali necessarie, non può effettuare più di 100 richieste ogni 15 minuti. Durante il tempo di pausa, che viene fatto scattare in corrispondenza del superamento della soglia di richieste, lo sviluppatore può decidere di aspettare che esso si esaurisca o, al contrario, può decidere deliberatamente di violarlo ed effettuare una nuova richiesta: in tal caso le sue credenziale verrebbero bloccate e non gli sarebbe permesso di comunicare con il server mediante le Api per circa un'ora.

Un'altra limitazione che impone l'Api ufficiale di Twitter riguarda l'impossibilità di ottenere tweets più vecchi di una settimana: questa limitazione è molto forte ed ha costituito, nel processo di sviluppo del framework proposto, un problema molto ingente, la cui risoluzione è dovuta alla libreria GetOldTweets di Python, della quale parleremo presto.

Per terminare, i dati che lo sviluppatore richiede al server mediante la Twitter Api vengono restituiti in un file JSON: esso conterrà tutti i metadati necessari, i quali dipendono dal criterio della query, come ad esempio il testo del tweet, gli hashtags, lo username dell'utente che l'ha pubblicato e gli utenti che l'hanno retweettato.

#### 3.1.2 Tweepy

Tweepy è una libreria di Python che permette di accedere agevolmente alle Api di Twitter. Gestisce l'autenticazione dello sviluppatore presso il server di streaming utilizzando i seguenti metodi:

- tweepy.OAuthHandler(CONSUMER\_KEY, CONSUMER\_SECRET):
   una volta forniti Consumer Key e Consumer Secret validi, restituisce un codice
   di autenticazione auth;
- 2. auth.set\_access\_token(ACCESS\_TOKEN, ACCESS\_TOKEN\_SECRET): permette di impostare il codice auth con gli Access Token e Access Token Secret (validi);
- 3. tweepy. API(auth): restituisce, in caso di corretta autenticazione, un oggetto Api attraverso il quale può finalmente avvenire il processo di streaming dal server.

Inoltre *Tweepy* permette di gestire vari tipi di errore tra cui *RateLimitError*, che insorge quando viene superata la soglia di traffico di 100 richieste ogni 15 minuti.

#### 3.1.3 GetOldTweets

Come precedentemente detto, l'Api ufficiale di Twitter rende impossibile, con un semplice account gratuito, l'acquisizione di tweets più vecchi di una settimana. Questa limitazione, nel caso del sistema proposto, è intollerabile, visto che, per costruire retweet graphs di dimensioni sufficienti a condurre un'analisi significativa, bisogna utilizzare un intervallo di osservazione abbastanza ampio. Superare tale limitazione continuando ad utilizzare l'Api ufficiale vorrebbe dire pagare per ottenere un account Enterprise, cosa che non siamo disposti a fare.

La libreria GetOldTweets permette di bypassare l'Api ufficiale e di ottenere tweets più vecchi di una settimana semplicemente sfruttando la funzione scroll della pagina di Twitter: facendo scroll verso il fondo pagina è possibile ottenere, tramite chiamate successive ad un provider JSON, tweets (relativi all'hashtag che si sta cercando) via via più vecchi, evitando di incorrere a limitazioni temporali. Tale libreria mette a disposizione un gran numero di criteri di ricerca, utilizzati poi come parametri dell'indirizzo http. Nel caso in esame sono stati utilizzati i seguenti parametri:

- Since: una data limite inferiore per limitare la ricerca;
- *Until*: una data limite superiore per limitare la ricerca;
- QuerySearch: il testo di query desiderato. Nel caso in esame, come query viene sempre specificato un hashtag, il quale identifica una discussione, e vengono considerati tutti e soli i tweets creati nell'intervallo temporale specificato e che recano tale hashtag.

Una volta costruito un oggetto tweetCriteria, specificando le informazioni sopra elencate, esso viene passato come parametro al metodo getTweets della classe Tweet-Manager, il quale si occupa di recuperare tutti i tweets che soddisfano i criteri di ricerca. In particolare questo metodo, una volta costruita la url contenente tutti i

parametri di ricerca specificati, acquisisce la pagina web contenente tutti i tweets che soddisfano i criteri e converte il risultato in un formato JSON. Le informazioni che, nel caso specifico dell'implementazione proposta, vengono estratte dai tweets risultanti sono due:

- *ID* del *tweet*;
- Username dell'autore del tweet.

Gli *ID* dei *tweets* verranno utilizzati per recuperare tutti i *retweets* associati, i quali sono indispensabili per costruire il *retweet graph*.

#### 3.1.4 Processo di raccolta dati

Descritte le caratteristiche e le peculiarità degli strumenti utilizzati per effettuare la raccolta dei dati, ora occorre analizzare il processo che permette di acquisirli e di renderli persistenti. Con tale obiettivo è stata implementata la classe *TwittersRetweets*. Essa fornisce metodi per:

- 1. Specificare i parametri di ricerca (i.e. Since, Until, QuerySearch);
- 2. Recuperare dal *social network di Twitter* tutti i *tweets* che soddisfano i parametri di ricerca specificati al punto 1., insieme agli utenti che li hanno prodotti;
- 3. Recuperare tutti i *retweets* che sono stati prodotti verso i *tweets* recuperati al punto 2.;
- 4. Organizzare i dati ottenuti in un file e renderli persistenti.

Un oggetto della classe TwittersRetweets ha pertanto i seguenti attributi:

• since, ossia la data di inizio ricerca;

- *until*, ossia la data di fine ricerca;
- query, utilizzato, nel caso in esame, per specificare un hashtag;
- twittapi, ossia l'oggetto api, senza il quale è impossibile eseguire lo streaming, ottenuto a seguito dell'autenticazione presso un server di Twitter mediante l'utilizzo della libreria Tweepy.

Il processo di raccolta dati viene eseguito mediante l'invocazione del metodo *computeRetweets(path)* su un oggetto della classe *TwittersRetweets* che ha come attributi proprio i parametri di ricerca (i.e. *since*, *until*, *query*) e l'oggetto *twittapi*. L'esecuzione del metodo *computeRetweets(path)* si articola in tre fasi, come è possibile evincere dalla figura 3.1. Più precisamente:

- 1. Il metodo computeRetweets(path) innanzittutto si occupa di recuperare tutti i tweets che soddisfano i parametri di ricerca e gli utenti che li hanno creati. Per fare questo, viste le limitazioni temporali che impone l'Api ufficiale di Twitter, si rende necessario l'utilizzo della libreria GetOldTweets: vengono specificati i criteri di ricerca dei tweets da recuperare ed infine il TweetManager si occupa di cercarli nella pagina html di Twitter, per poi restituirli. I tweets restituiti sono caratterizzati da due importanti parametri: tweetid, ossia l'identificativo univoco del tweet, e lo username, ossia l'utente che l'ha emesso. Per mezzo di questi parametri, in questa fase vengono costruiti due oggetti, ossia:
  - dictio Twitters: un dizionario che ha come chiavi gli usernames degli utenti che hanno emesso i tweets recuperati e come valori dei dizionari della forma {'tweetcount': x}, dove x è il numero dei tweets recuperati (e che quindi soddisfano i criteri di ricerca) che sono attribuibili ad un certo username;

tweetids: una lista che ha come elementi dei dizionari della forma {tweetid
tweetuser}, dove tweetid identifica un certo tweet e tweetuser identifica
l'utente che l'ha emesso.

Questi oggetti vengono opportunamente popolati e poi forniti come *input* alla fase successiva.

2. La fase 2 si occupa di scansionare la lista tweetids, restituita dalla fase precedente, per individuare tutti i retweets emessi nei confronti dei tweets che soddisfano i criteri di ricerca. A fine scansione, questa fase restituisce il dizionario dictioRetweets, che ha come chiavi delle tuple del tipo (retweetuser, tweetuser), dove retweetuser è lo username di un utente che ha retweettato almeno un tweet emesso dall'utente identificato da tweetuser, e come valori dei dizionari del tipo {'retweetcount': x}, dove x è il numero di volte che l'utente retweetuser ha retweettato dei contenuti dell'utente tweetuser.

Questa volta, tuttavia, tali retweets sono ottenuti per mezzo dell'Api ufficiale di Twitter. In particolare, per ogni elemento {tweetid : tweetuser} della lista tweetids:

- (a) mediante l'invocazione del metodo retweets, messo a disposizione dalla Twitter Api, vengono recuperati tutti i retweets emessi nei confronti del tweet identificato dal tweetid. Tali retweets vengono restituiti sotto forma di una lista di status objects, un formato particolare che viene gestito dalla Twitter Api;
- (b) per ogni status object, che corrisponde ad un particolare retweet, viene recuperato il JSON che lo descrive, da cui viene estratto lo username dell'utente che ha effettuato il retweet stesso (accedendo opportunamente ai campi del JSON), che chiamiamo retweetuser. Se la tupla (retweetuser, tweetuser) esiste già come chiave nel dizionario dictioRetweets allora

viene semplicemente aggiornato il valore del campo 'retweetcount' corrispondente, altrimenti tale tupla viene aggiunta al dizionario come sua nuova chiave con valore {'retweetcount': 1}.

Infine, se lo username retweetuser non è presente come chiave nel dizionario dictio Twitters, viene aggiunta la nuova chiave retweetuser con valore  $\{'tweetcount': 0\}$ , in quanto retweetuser non ha mai emesso tweets contenenti l'hashtag specificato.

Il blocco di codice che implementa le azioni descritte nei precedenti punti (a) e (b) è opportunamente gestito da una clausola try: in effetti, come precedentemente detto, l'invocazione del metodo retweets della Twitter Api, in caso di superamento della soglia di 100 richieste ogni 15 minuti, potrebbe causare il sollevamento dell'eccezione tweepy.error.RateLimitError. Tale eccezione verrebbe gestita nella clausola except immediatamente successiva, mettendo in pausa il processo di acquisizione dei retweets per 15 minuti, in modo tale da non incorrere al blocco di un'ora delle credenziali;

3. Acquisite le informazioni necessarie alla costruzione del retweet graph corrispondente alla query (ossia all'hashtag) ed all'intervallo temporale since-until forniti in input, è possibile procedere con il loro salvataggio in memoria. Infatti, giunto a questa fase, il metodo computeRetweets(path) si occupa di rendere persistenti i dati collezionati nel dizionario dictioRetweets. Innanzitutto apre il file di testo corrispondente al path fornito in input e successivamente, per ogni chiave key in dictioRetweets, si occupa di salvarvi le informazioni nel formato "key[0],key[1],retweetcount", andando a capo per ogni entry inserita. Ricordiamo che key[0] è retweetuser, key[1] è tweetuser e retweetcount è il numero di volte che retweetuser ha retweettato tweets di tweetuser.

In figura 3.2 è possibile osservare un esempio di tale file di testo.

Bisogna sottolineare che questo formato di salvataggio dei dati è stato scelto anche per motivi di compatibilità con lo schema utilizzato dall'articolo [4], in modo tale da poterne riprodurre facilmente i test.

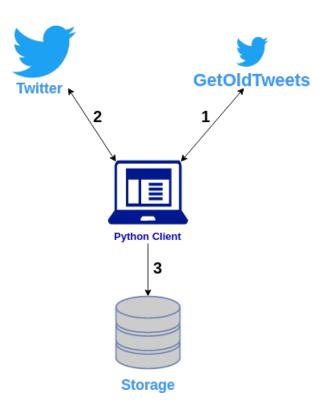


Figura 3.1: Processo di raccolta dati.

- 1 karlfrisch, castonchris, 2.0
- 2 karlfrisch, servantonice, 2.0
- 3 karlfrisch, hattieknuff, 2.0
- 4 karlfrisch, dgjewel, 2.0
- 5 rtv6, marcmullins1, 3.0
- 6 rtv6,ericrtv6,2.0

Figura 3.2: Esempio di file che descrive un retweet graph.

## 3.2 Implementazione

In questo paragrafo verrà descritta l'implementazione di tutte quelle fasi che sono successive alla raccolta dati. Fissato un certo *hashtag* che identifica una discussione che ha luogo su *Twitter* ed un intervallo di osservazione, i dati vengono raccolti come illustrato nel paragrafo precedente, per poi essere convertiti in un vero e proprio *retweet graph*, per il quale è possibile:

- 1. rilevere le *echo-chambers* e calcolare l'*RWC*;
- 2. eseguire i due algoritmi di k-edge recommendation.

In figura 3.3 è sintetizzato tutto il processo al quale viene sottoposto il grafo, che infine conduce ai risultati derivanti dall'applicazione dei due algoritmi alternativi proposti.

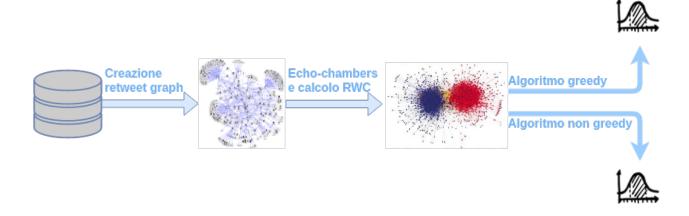


Figura 3.3: *Pipeline* implementativa.

Nel seguito della trattazione verranno illustrati tutti i dettagli implementativi delle fasi di cui si compone la *pipeline* in figura, iniziando dalla fase di creazione del retweet graph.

### 3.2.1 Creazione del retweet graph

Per eseguire agevolmente tutte le operazioni di manipolazione ed analisi dei grafi utili al raggiungimento degli obiettivi sopra menzionati, è necessario rappresentare i retweet graphs con un formato facilmente gestibile dal linguaggio Python. La fase di raccolta dati, illustrata nel paragrafo precedente, al termine della sua esecuzione si preoccupa di rendere persistenti le informazioni raccolte. Tali informazioni sono certamente sufficienti a descrivere il retweet graph a cui si riferiscono ma sono caratterizzate da un formato non facilmente manipolabile via codice: occorre rappresentare tali informazioni mediante una struttura dati.

A tale scopo, la classe *EndorsementGraph*, che ha come attributi il *path* del file di testo in input ed il suo nome, permette di:

- 1. parsare il contenuto del file di testo in input, creato nella fase di raccolta dati, per ottenere una struttura dati che rappresenti il retweet graph corrispondente;
- 2. serializzare la struttura dati creata e rendere persistente il risultato della serializzazione.

In sintesi, la classe *EndorsementGraph* permette di modellare un *retweet graph*, corrispondente a determinati criteri di ricerca (querySearch,since,until) e le cui informazioni sono state già raccolte ed organizzate in un file, con una struttura dati direttamente manipolabile da codice. Il core della classe *EndorsementGraph* è il metodo buildEGraph, il quale si occupa di costruire tale struttura dati e di serializzarla, per poi memorizzare il risultato della serializzazione nella directory il cui path è specificato come parametro.

Il metodo buildEGraph demanda al  $package\ NetworkX$  la creazione della struttura dati che descrive il  $retweet\ graph$  considerato e la sua manipolazione. In particolare, NetworkX è un pacchetto Python per la creazione, la manipolazione e lo studio della struttura, delle dinamiche e delle funzioni di reti complesse. Tra le altre features, in

particolare offre strumenti per lo studio della struttura e della dinamica delle reti sociali, biologiche e infrastrutturali, strumenti che sono stati largamente sfruttati nel lavoro di tesi proposto.

Scendiamo ora nei dettagli implementativi del metodo buildEGraph(destination\_dir). Esso viene invocato su un oggetto della classe EndorsementGraph, caratterizzato dagli attributi input\_dir e input\_name, ossia, rispettivamente, la directory e il nome del file di testo che descrive il retweet graph in considerazione, file creato nella fase di raccolta dati.

Il metodo buildEGraph costruisce un DiGraph (i.e. grafo diretto) di NetworkX a partire dalle informazioni collezionate nel file input name attraverso i seguenti passi:

#### 1. Crea tre dizionari:

- dictio\_nodes\_convert, in cui ogni chiave è l'username di un utente che ha partecipato alla discussione ed il valore corrispondente è un suo identificativo univoco;
- dictio\_nodes, in cui ogni chiave è l'username di un utente che ha partecipato alla discussione ed il valore corrispondente è il numero di volte che tale utente ha effettuato un retweet sul topic in questione;
- dictio\_edges, in cui ogni chiave identifica una relazione di endorsement (source, dest), dove source e dest sono due usernames, ed il valore corrispondente è il numero di volte che l'utente source ha effettuato un retweet nei confronti dell'utente dest.
- 2. Popola tali dizionari *parsando* il file *input\_name*, riga per riga, dove ogni riga ha la forma "source, dest, retweet count", in modo tale che, al termine del parsing:
  - sia possibile associare ad ogni *username* di utenti che hanno partecipato alla discussione un identificativo, ossia *dictio\_nodes\_convert/username*];

- sia possibile associare ad ogni arco (source, dest) una tupla di identificativi (dictio\_nodes\_convert[source], dictio\_nodes\_convert[dest]);
- sia possibile associare ad ogni tupla (dictio\_nodes\_convert[source], dictio\_nodes\_convert[dest]) una probabilità di retweet pari a:

$$P[(source, dest)] = \frac{dictio\_edges[(source, dest)]}{dictio\_nodes[source]} \tag{3.1}$$

- 3. Utilizzando le informazioni ottenute al passo precedente, il metodo buildEGraph popola il DiGraph con dei nodi, identificati da un intero univoco e che
  hanno come attributi il proprio retweetcount (i.e. il numero di volte che l'utente corrispondente al nodo ha effettuato un retweet sul topic in questione)
  ed il proprio username, e degli archi diretti, che hanno come unico attributo
  una probabilità di retweet, ricavata dalla formula (3.1);
- 4. Serializza il DiGraph ottenuto mediante l'utilizzo del modulo Pickle, il quale implementa i protocolli binari per la serializzazione e la de-serializzazione di una struttura di oggetti Python. Infine si preoccupa di rendere persistente il risultato della serializzazione: ciò consente di riutilizzare in futuro il retweet graph creato, evitando di dover rieseguire il parsing, semplicemente invocando l'operazione di unpickling sulla versione serializzata, ottenendo nuovamente l'oggetto originario.

Bisogna sottolineare il fatto che la probabilità di retweet (3.1), seppur presente come attributo degli archi del DiGraph, non è stata utilizzata nell'implementazione proposta ma è stata comunque inserita per permettere futuri sviluppi del framework.

### 3.2.2 Individuazione delle echo-chambers

Il metodo computeData del modulo utilities si occupa di individuare le echo-chambers del retweet graph in input, le quali sono indispensabili per ricavare tutti i componenti necessari al calcolo del random-walk controversy score ed all'esecuzione degli algoritmi di k-edge recommendation.

Come detto nel capitolo precedente, le echo-chambers vengono individuate mediante l'esecuzione dell'algoritmo di Girvan-Newman, la cui implementazione è resa disponibile dal package NetworkX. Tale implementazione richiede di convertire il grafo in input nella sua versione non diretta (i.e. grafo non orientato), ma nulla vieta in futuro di estendere il codice in modo tale che riesca a gestire anche grafi diretti. Il risultato dell'esecuzione dell'algoritmo di Girvan-Newman viene gestito dal metodo computeData con l'ausilio dei seguenti dizionari:

- communities, in cui ogni chiave corrisponde all'indice di una delle comunità rilevate dall'algoritmo ed il valore corrispondente altro non è che la lista dei nodi del grafo che appartengono a tale comunità;
- partitions, in cui ogni chiave è un nodo del grafo ed il valore corrispondente è l'indice della comunità a cui tale nodo appartiene.

I dizionari communities e partitions permettono di partizionare perfettamente l'insieme dei nodi del grafo, in modo tale che ciascuno di essi venga associato all'echochamber a cui appartiene, ossia al lato della controversia per il quale si schiera. Nei paragrafi a seguire, sarà possibile notare quanto tali dizionari siano largamente usati ed indispensabili per l'esecuzione del sistema proposto.

È necessario precisare che la scelta dell'algoritmo di *Girvan-Newman* non è stata immediata ma, al contrario, precedentemente è stato valutato un algoritmo di *community detection* alternativo, ossia l'algoritmo di *Louvain*.

Al contrario dell'algoritmo di Girvan-Newman, il metodo di Louvain non agisce

rimuovendo ad ogni passo l'arco caratterizzato dall'edge betweenness più alta ma è incentrato sull'ottimizzazione della modularità, che misura la densità dei collegamenti all'interno delle comunità rispetto ai collegamenti tra le comunità. L'algoritmo inizia assegnando ciascun nodo alla propria comunità e consiste in due fasi:

- 1. modularity optimization: in questa fase, per ciascun nodo l'algoritmo esamina quanto cambierebbe la modularità se il nodo venisse rimosso dalla sua comunità e aggiunto alla comunità di ciascuno dei suoi vicini. Il nodo viene quindi inserito nella comunità in cui viene massimizzato il guadagno in modularità. Questo processo viene ripetuto per ciascuno dei nodi fino a quando non è possibile ottenere ulteriori miglioramenti;
- 2. community aggregation: l'algoritmo ora crea una nuova rete i cui nodi sono le comunità trovate nella prima fase.

Queste fasi vengono ripetute in modo iterativo fino al raggiungimento della modularità massima. In sintesi, è possibile dire che l'approccio di *Louvain* si basa su un processo di *aggregazione* della rete mentre l'approccio di *Girvan-Newman* si basa su un processo di *decomposizione* della rete.

Tuttavia il processo di aggregazione di Louvain è volto all'ottimizzazione della modularità e quindi nel momento in cui si arresta potrebbe aver rilevato un numero di comunità maggiore di due; al contrario Girvan-Newman, essendo caratterizzato da un processo di decomposizione, può essere arrestato nel momento in cui rileva esattamente due comunità.

Questo è sostanzialmente il motivo che ha condotto alla scelta dell'algoritmo di Girvan-Newman, non tralasciando le motivazioni addotte nel precedente capitolo Teoria alla base del problema ed algoritmi per la risoluzione.

### 3.2.3 Calcolo dell'*RWC*

Una volta rilevate le echo-chambers del retweet graph in input, ossia il DiGraph ricavato nella precedente fase di "creazione del retweet graph", è possibile ottenere tutte le componenti utili al calcolo dell'indice di controversia RWC, le quali dipendono proprio dalla struttura delle comunità.

Il processo di calcolo dell'*RWC* del grafo in input è illustrato in figura 3.4.

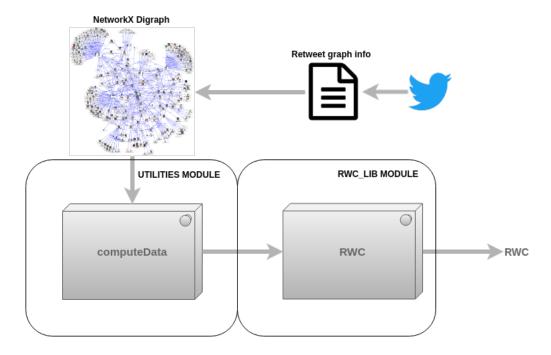


Figura 3.4: Processo di calcolo del random-walk controversy score di un retweet graph.

Come illustrato in figura, il *DiGraph di NetworkX* ottenuto nella fase di "creazione del retweet graph" viene fornito come input al metodo computeData il quale, dopo averne individuato le echo-chambers, produce<sup>1</sup>:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Oltre ai dati elencati, il metodo *computeData* produce anche i dizionari *communities,partitions* e le liste dei nodi delle due comunità *sorted\_x,sorted\_y*, ordinate secondo l'*in degree* dei nodi stessi. Ad ogni modo questi dati non sono utili al calcolo dell'*RWC* e pertanto per il momento non verranno considerati.

- i vettori di restart  $e_x$  ed  $e_y$ , dove X,Y indicano le due echo-chambers del DiGraph;
- i vettori  $c_x \in c_y$ ;
- le matrici di transizione  $P_x$  e  $P_y$  e quindi le matrici  $M_x^{-1}$  ed  $M_y^{-1}$ .

Per chiarimenti riguardo il significato di questi vettori e matrici si consiglia la lettura del capitolo precedente.

Il metodo *rwc* del modulo *rwc\_lib* ha il compito di utilizzare questi dati per calcolare finalmente il *random-walk controversy score* del *DiGraph* in input, applicando la seguente espressione:

$$RWC(G, X, Y) = (1 - \alpha)(c_x - c_y)^{\mathrm{T}}(M_x^{-1}e_x - M_y^{-1}e_y)$$
(3.2)

Dove  $\alpha$ , fornito come parametro al metodo rwc, è la probabilità di continuare il <math>random-walk e quindi  $(1-\alpha)$  è la restart probability.

Come già precedentemente affermato, i due algoritmi alternativi di k-edge recommendation sono stati implementati perseguendo anche l'obiettivo di limitare l'invocazione del metodo computeData, poiché esso presenta un peso computazionale piuttosto ingente dovuto, tra le altre cose, al calcolo delle matrici inverse  $M_x^{-1}$  ed  $M_y^{-1}$ .

L'esecuzione di entrambi gli algoritmi di k-edge recommendation proposti richiede di calcolare, per ogni arco scansionato, il  $\delta RWC$  che esso apporterebbe se fosse aggiunto al grafo. Se non si utilizzasse una strategia di calcolo più efficiente, per ottenere tale  $\delta RWC$  bisognerebbe misurare l'RWC del grafo a seguito dell'aggiunta dell'arco in considerazione, per poi effettuare la differenza con l'RWC prima dell'aggiunta. Ciò renderebbe necessaria l'invocazione del metodo computeData per un numero di volte pari al numero di archi scansionati, con l'effetto di un degrado prestazionale

non trascurabile.

Con l'obiettivo di ovviare a tutto ciò, l'implementazione proposta di entrambi gli algoritmi di k-edge recommendation utilizza la tecnica di Sherman-Morrison, già illustrata nel capitolo precedente, la quale permette di evitare di invocare continuamente il metodo computeData per il calcolo dei  $\delta RWC$ .

### 3.2.4 Implementazione degli algoritmi proposti

Entrambi gli algoritmi di k-edge recommendation implementati, ossia non greedy e greedy, scelgono i k archi più promettenti, in termini del decremento dell'RWC che consentirebbero se fossero aggiunti al grafo, partendo dallo stesso dominio. Tale dominio è costituito da tutti gli archi diretti, non ancora materializzati nel retweet graph considerato, che connettono i  $k_1$  vertici con in degree più alto dell'echo-chamber X con i  $k_2$  vertici con in degree più alto dell'echo-chamber Y e viceversa, dove  $k_1$  e  $k_2$  devono essere forniti come input.

I due algoritmi, come precedentemente affermato, differiscono tra loro solo per la modalità di selezione dei k archi: questa differenza è facilmente deducibile dallo pseudo-codice dei metodi che li implementano.

```
Algorithm 2 non\_greedy\_alg(g, data, X, Y, \alpha, k_1, k_2, k)
sorted\_x \leftarrow sort\_nodes(g, X);
sorted\_y \leftarrow sort\_nodes(g, Y);
domain\_edges \leftarrow get\_domain\_edges(g, \alpha, k_1, k_2, sorted\_x, sorted\_y, data);
sorted\_edges \leftarrow sort\_by\_delta\_rwc(domain\_edges);
best\_edges \leftarrow sorted\_edges[0:k];
return best\_edges;
```

Osservando Algorithm 2 e Algorithm 3, risulta subito evidente la minore complessità dello pseudo-codice dell'algoritmo non-greedy che, vedremo nei test, corrisponde ad una maggiore efficienza per quanto concerne i tempi di esecuzione ma anche ad una minore efficacia per quanto concerne il decremento dell'RWC, rispetto a ciò che invece consente l'algoritmo qreedy.

Poniamo ora l'attenzione sullo *pseudo-codice* dell'algoritmo *non-greedy* e cerchiamo di analizzarlo, iniziando dai parametri in input:

- $g \in I$  DiGraph in input, ossia il retweet graph (caratterizzato da un certo hashtaq) di cui si vuole ridurre il random-walk controversy score;
- data è l'insieme di vettori e matrici restituiti dal metodo computeData, come osservato precedentemente;
- X, Y sono le due comunità (i.e. echo-chambers) del grafo, anch'esse restituite dal metodo computeData ed individuate mediante l'esecuzione dell'algoritmo di Girvan-Newman;
- α, k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub> e k sono, rispettivamente, la probabilità di continuare il random-walk,
   il numero di vertici con in degree più alto della comunità X da considerare, il numero di vertici con in degree più alto della comunità Y da considerare ed il numero di archi da consigliare.

Come è possibile osservare dal suo pseudo-codice, la modalità di selezione dei k archi utilizzata dall'algoritmo non-qreedy si compone dei seguenti passi:

- 1. sorting dei nodi della comunità X e sorting dei nodi della comunità Y rispetto al loro in degree;
- 2. costruzione del dominio dei  $2 \times k_1 \times k_2$  archi diretti che collegano i  $k_1$  vertici con in degree più alto dell'echo-chamber X con i  $k_2$  vertici con in degree più alto dell'echo-chamber Y e viceversa, tra i quali verranno scelti i k più promettenti per la riduzione dell'RWC. Bisogna sottolineare che tale dominio potrebbe contenere meno di  $2 \times k_1 \times k_2$  archi, qualora qualcuno di essi fosse già presente nel grafo. Nello pseudo-codice questo passo viene espletato

da  $get\_domain\_edges$ , alla cui implementazione è richiesto anche di associare ad ogni arco del dominio il proprio  $\delta RWC$ , calcolato mediante la tecnica di Sherman-Morrison;

- 3. sorting degli archi del dominio individuato al punto precedente in ordine decrescente dei loro  $\delta RWC$ , cambiati di segno. Nello pseudo-codice questo passo viene espletato da  $sort\_by\_delta\_rwc$ ;
- 4. return dei top-k archi dell'insieme ordinato al punto precedente, ossia i best\_edges.

### **Algorithm 3** $greedy\_alg(g, data, X, Y, \alpha, k_1, k_2, k)$

```
Initialization : best_edges \leftarrow [];

for i = 0:k do

sorted_x \leftarrow sort_nodes(g, X);

sorted_y \leftarrow sort_nodes(g, Y);

domain_edges \leftarrow get_domain_edges(g, \alpha, k_1, k_2, sorted_x, sorted_y, data);

sorted_edges \leftarrow sort_by_delta_rwc(domain_edges);

g.add_edge(sorted_edges[0]);

data \leftarrow compute_data(g, \alpha, X, Y);

best_edges.append(sorted_edges[0]);

end for

return best_edges;
```

La versione greedy dell'algoritmo di k-edge recommendation è caratterizzata dagli stessi parametri in input della versione non-greedy ma, come si osserva dal suo pseudo-codice, differisce da quest'ultima per quanto riguarda la modalità di scelta dei k archi da proporre. In particolare, si nota che in ognuno dei k passi impiegati per individuare i k archi esegue le seguenti operazioni:

1. sorting dei nodi della comunità X e sorting dei nodi della comunità Y rispetto al loro in degree;

- 2. costruzione del dominio dei  $2 \times k_1 \times k_2$  archi diretti, come descritto al punto 2 dell'algoritmo non-greedy;
- 3. sorting degli archi del dominio individuato al punto precedente, come descritto al punto 3 dell'algoritmo non-greedy;
- 4. aggiunta al grafo g dell'arco diretto migliore, individuato al punto precedente. Per migliore si intende in termini del  $\delta RWC$  associato. Nello pseudo-codice questo passo viene espletato da add-edge;
- 5. ricalcolo dell'oggetto data, mediante l'invocazione del metodo computeData, necessario a seguito dell'aggiunta del nuovo arco al grafo g. Come è possibile notare dallo pseudo-codice, in questo caso al metodo computeData vengono passate come parametri anche le due echo-chambers X, Y. L'algoritmo greedy, infatti, assume che le due comunità X, Y restino invariate a seguito delle aggiunte degli archi al grafo: per permettere questo, l'implementazione di computeData consente di scegliere se specificare o meno le echo-chambers come parametri in input e, in caso vengano specificate, esse non vengono ricalcolate nuovamente.

Oltretutto, l'esigenza dell'algoritmo greedy di fissare le echo-chambers consente di ottenere un vantaggio prestazionale, visto che permette di non eseguire continuamente l'algoritmo di Girvan-Newman<sup>2</sup>, il quale risulta oneroso soprattutto per grafi con molti nodi ed archi, come nel caso in esame;

6. aggiornamento della lista best\_edges mediante l'aggiunta dell'arco diretto individuato al punto 3 (i.e. sorted\_edges[0]).

 $<sup>^{2}</sup>$ In caso contrario, sarebbe stato necessario invocare l'algoritmo di *Girvan-Newman* un numero di volte pari a k, con l'effetto di un degrado prestazionale inaccettabile.

Al termine del loop, l'algoritmo greedy restituisce la lista dei k archi costruita in k passi, ovvero la lista  $best\_edges$ .

Come già osservato precedentemente, l'algoritmo greedy è senz'altro più lento dell'algoritmo non-greedy di un fattore k, visto che impiega k passi per scegliere k archi. Questa caratteristica, tuttavia, fa sì che la modalità di selezione degli archi adottata dalla versione greedy sia più precisa e permetta, a parità di archi aggiunti, un maggiore decremento del random-walk controversy score del grafo rispetto a quanto permette la versione non-greedy. Il capitolo relativo ai test dimostrerà l'attendibilità di queste osservazioni.

### 3.2.5 Strumento per la visualizzazione degli archi consigliati

Sarebbe interessante confrontare i due algoritmi di k-edge recommendation non solo dal punto di vista del decremento dell'RWC che, a parità di archi proposti, consentono ma anche dal punto di vista delle caratteristiche dei nodi estremi (i.e. endpoints) dei k archi che scelgono. Infatti, poiché i due algoritmi differiscono per la modalità di scelta dei k archi, anche i nodi (ossia gli utenti del social network) che essi coinvolgono saranno, in generale, diversi.

Pertanto la visualizzazione di tali nodi, e di alcune loro caratteristiche tra cui l'indegree, l'out-degree e l'username dell'utente al quale corrispondono, potrebbe essere uno strumento ausiliario per individuare le cause che fanno sì che un algoritmo sia più efficace dell'altro.

A tale scopo, il sistema proposto implementa un tool di visualizzazione dei k archi scelti e dei loro nodi estremi, descritti dal corrispondente username e dal loro in e out-degree. In particolare, il tool ha l'obiettivo di evidenziare i k archi risultanti dal processo di selezione dell'algoritmo di recommendation considerato e di filtrare tutti i nodi del grafo che non sono endpoints di nessuno di tali archi. A tal proposito, il tool effettua una sorta di differenza tra:

- 1. il retweet graph a seguito dell'esecuzione dell'algoritmo di recommendation<sup>3</sup>;
- 2. il retweet graph prima dell'esecuzione dell'algoritmo di recommendation.

Pertanto, il grafo differenza, se si considerano solo i k archi proposti, rientra nella classe dei grafi bipartiti<sup>4</sup>, in quanto è possibile partizionare l'insieme dei suoi nodi in due sottoinsiemi tali che ogni nodo di una di queste due parti è collegato solo a nodi dell'altra. Potendo trattare il grafo differenza come un grafo bipartito, è possibile colorare tutti i suoi nodi con soli due colori, in modo tale che non esista nessuna coppia di nodi adiacenti caratterizzati dallo stesso colore.

In sintesi, quindi, il tool proposto opera mediante i seguenti passi:

- 1. ricava il grafo differenza appena descritto;
- colora i nodi del grafo differenza, sfruttando la struttura bipartita, ed evidenzia
   i k archi proposti;
- 3. per ogni nodo del grafo differenza, inserisce lo *username* corrispondente, il suo *in-degree* ed *out-degree*.

Il coloring dei nodi del grafo differenza viene eseguito dal metodo di NetworkX bipartite.color(bipartite\_graph), dove bipartite\_graph è un grafo diretto i cui archi sono tutti e soli i k archi scelti dall'algoritmo di recommendation considerato ed i cui nodi sono tutti e soli i nodi che sono endpoints di almeno uno tra tali archi. Evitando di scendere troppo nei dettagli implementativi, inseriamo di seguito un esempio di output tipico del tool proposto, che aiuta a chiarire quanto già detto (figura 3.5).

 $<sup>^3</sup>$ Si ipotizza che tutti i k archi consigliati vengano accettati e che quindi compaiano nel grafo. Quest'assunzione verrebbe meno se si considerasse anche la probabilità di accettazione.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Infatti i k archi diretti proposti, per definizione degli algoritmi di k-edge recommendation, non possono congiungere nodi appartenenti alla stessa echo-chamber.

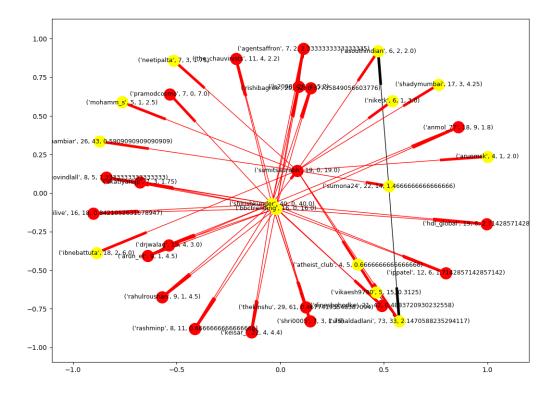


Figura 3.5: Output tipico del tool di visualizzazione.

I nodi gialli appartengono ad una comunità ed i nodi rossi all'altra; gli archi evidenziati in rosso sono i k archi diretti scelti dall'algoritmo di k-edge recommendation utilizzato. Si può notare come ad ogni nodo venga associato, nell'ordine, l'username corrispondente, il suo in degree, out degree ed il rapporto  $\frac{indegree}{outdegree+1}$ .

## Capitolo 4

# Test dell'edge-recommendation system in modalità greedy e non

Il sistema implementato è stato sottoposto a vari test con lo scopo di valutare i due algoritmi di k-edge recommendation alternativi, ovvero greedy e non greedy, ed in modo tale da poterli confrontare tra loro in termini di:

- decremento totale dell'RWC che ciascuno di essi consente di apportare ad un certo  $retweet\ graph$  in input, a parità di numero di archi proposti k;
- qualità dei k archi scelti, in termini del  $\delta RWC$  associato a ciascuno di essi;
- tempi di esecuzione.

I retweet graphs utilizzati come input dei test corrispondono alle discussioni attorno agli hashtags controversi #beefban, #indiana, #russia\_march, le cui informazioni (i.e. tweets e retweets emessi nel periodo di osservazione) sono reperibili presso il repository degli autori dell'articolo [4]. Pertanto, in questo caso, non è stato necessario eseguire il processo di raccolta dati descritto nel capitolo precedente ma, per ciascuno degli hashtags appena menzionati, è bastato parsare il relativo file dei

retweets (disponibile nel repository) e creare il retweet graph corrispondente.

I retweet graphs creati, relativi agli hashtags di cui sopra, hanno le seguenti caratteristiche:

Hashtag	$ \mathbf{V} $	$ \mathbf{E} $
#beefban	1610	1978
#indiana	2467	3143
#russia_march	2134	2951

I parametri del sistema sono stati impostati con i seguenti valori:

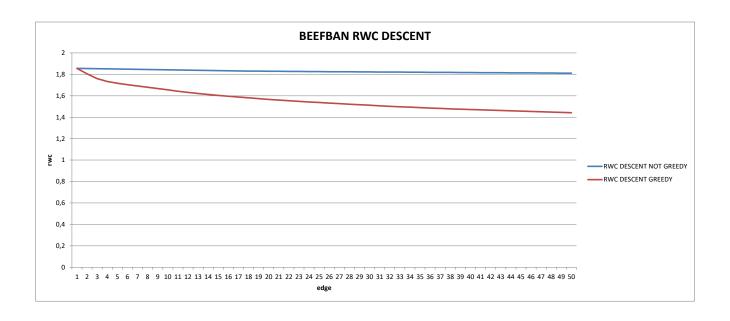
- $\alpha = 0.85$ ;
- $k_1 = 20;$
- $k_2 = 20;$
- k = 50.

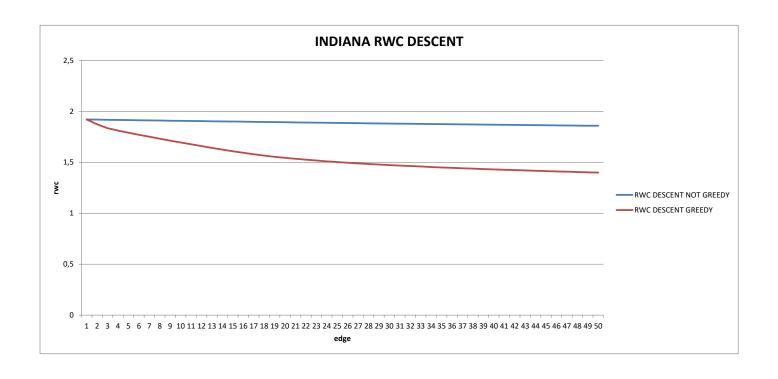
Nel prossimo paragrafo, per ciascuno dei tre *retweet graphs* in input, verranno mostrati e commentati i risultati dei test relativi alla discesa dell'*RWC* ottenuta a seguito dell'applicazione di ciascuno dei due algoritmi di *recommendation* proposti.

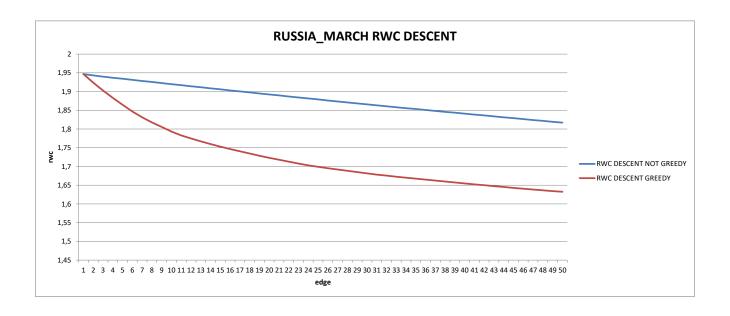
## 4.1 Discesa dell'RWC

Di seguito inseriamo i grafici che mostrano la discesa dell'*RWC* dei *retweet graphs* relativi agli *hashtags* considerati, nell'ordine:

- 1. #beefban;
- 2. #indiana;
- $3. \#russia\_march.$







Ciascuno dei tre grafici, uno per retweet graph, ha l'obiettivo di porre a confronto i decrementi dell'RWC che rispettivamente i due algoritmi di edge recommendation consentono di raggiungere a parità di archi proposti.

In particolare, fissato un retweet graph g, il grafico corrispondente mostra due funzioni, rispettivamente di colore rosso e di colore blu, con valori nel dominio  $0 < j \le k$ :

- $RWC(g,j)_{greedy}$ , ovvero l'RWC che caratterizzerebbe il  $retweet\ graph\ g$  qualora i primi j archi proposti dall'algoritmo greedy si materializzassero nel grafo;
- $RWC(g,j)_{non\text{-}greedy}$ , ovvero l'RWC che caratterizzerebbe il  $retweet\ graph\ g$  qualora i primi j archi proposti dall'algoritmo non-greedy si materializzassero nel grafo.

Come si nota immediatamente dai grafici, per ogni retweet graph g considerato vale:

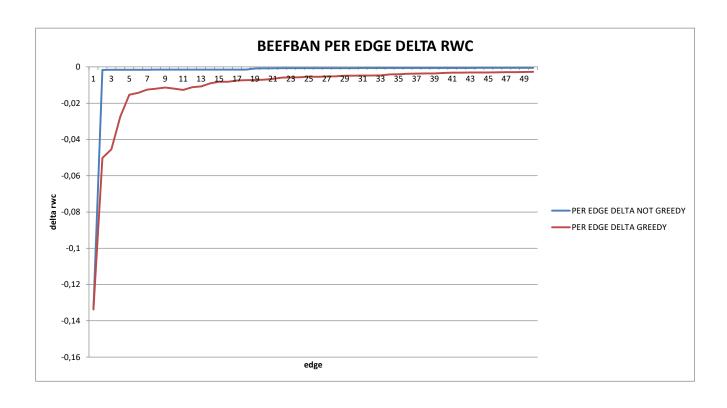
$$RWC(g,j)_{qreedy} \leq RWC(g,j)_{non-qreedy}, \forall j = 1,..,k$$

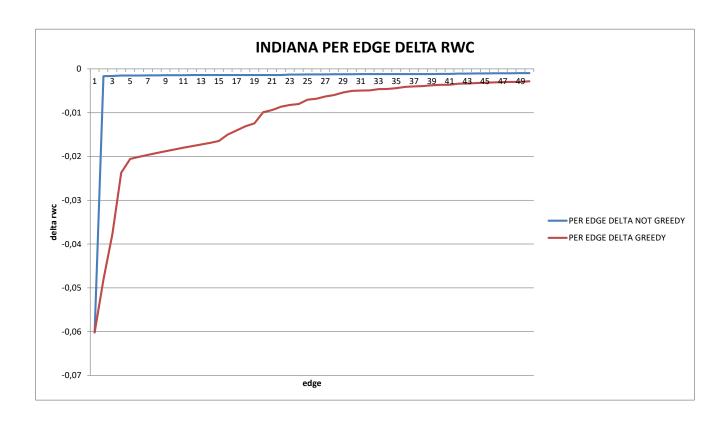
Ovvero, a parità di archi proposti, l'algoritmo greedy consente sempre di raggiungere un decremento dell'RWC maggiore o uguale, per ciascun grafo g. Questa maggiore efficacia dell'algoritmo greedy non soprende, viste la considerazioni e le analisi condotte nei capitoli precedenti, e deriva sostanzialmente dalla maggiore qualità, in termini di decremento del grado di controversia, di ciascun arco che propone.

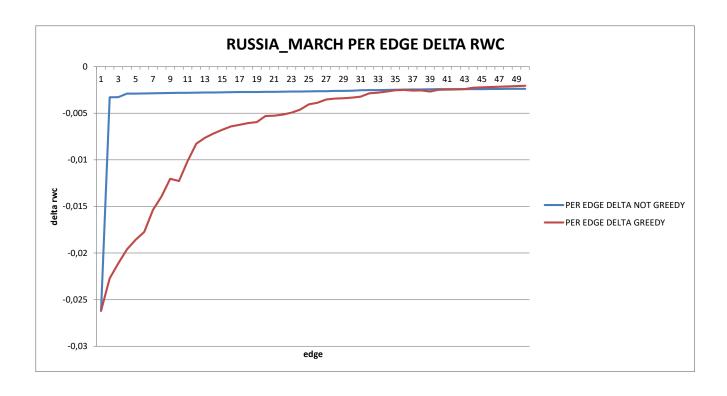
Il paragrafo a seguire si occuperà proprio di confrontare gli archi proposti dai due algoritmi greedy e non-greedy, in termini dei  $\delta RWC$  corrispondenti.

## 4.2 Qualità degli archi proposti

Ognuno dei seguenti grafici, corrispondenti ai tre retweet graphs considerati, associa ad ogni arco, proposto da ognuno dei due algoritmi, il relativo  $\delta RWC$ .







Questa volta ciascuno dei tre grafici, uno per  $retweet\ graph$ , ha l'obiettivo di porre a confronto i  $\delta RWC$  associati ai k archi che rispettivamente i due algoritmi di  $edge\ recommendation$  propongono.

Più precisamente, fissato un retweet graph g, il grafico corrispondente mostra due funzioni, rispettivamente di colore rosso e di colore blu, con valori nel dominio  $0 < i \le k^1$ :

- $\delta RWC(g,i)_{greedy}$ , ovvero il  $\delta RWC$  che l'*i-esimo* arco proposto dall'algoritmo greedy consentirebbe di ottenere qualora si materializzasse successivamente a tutti gli archi proposti con indici da 1 a i-1;
- $\delta RWC(g,i)_{non-greedy}^2$ , ovvero il  $\delta RWC$  che l'*i-esimo* arco proposto dall'algoritmo non-greedy consentirebbe di ottenere qualora si materializzasse successivamente a tutti gli archi proposti con indici da 1 a i-1.

Anche in questo caso è evidente che, per ogni retweet graph g considerato e  $\forall i = 1, ..., k$ , vale:

$$\delta RWC(g,i)_{greedy} \leq \delta RWC(g,i)_{non-greedy}$$

Ovvero, nell'ipotesi che tutti gli archi precedentemente proposti vengano accettati, il  $\delta RWC$  associato all'i-esimo arco proposto dall'algoritmo greedy è minore o uguale al  $\delta RWC$  associato all'i-esimo arco proposto dall'algoritmo non-greedy,  $\forall i=1,..,k$ . Quest'osservazione implica che, generalmente, gli archi scelti da greedy sono migliori qualitativamente rispetto a quelli scelti da non-greedy, poiché determinano un maggior decremento dell'RWC associato al retweet graph in input.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Ovvero l'*i-esimo* arco proposto.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Ciascun  $\delta RWC(g,i)_{non\text{-}greedy}$  non è il  $\delta RWC$  utilizzato dall'algoritmo non-greedy come criterio di scelta dell'*i*-esimo arco ma è l'effettivo decremento dell'RWC che l'*i*-esimo arco proposto apporterebbe se si materializzasse secondo l'ordine di scelta.

I risultati sinora ottenuti derivano senz'altro dalla maggior precisione del criterio di scelta degli archi dell'algoritmo greedy rispetto a quello dell'algoritmo non-greedy. A tal proposito, è possibile utilizzare il tool di visualizzazione introdotto nel capitolo precedente per analizzare, per ogni retweet graph in input, le caratteristiche dei k archi scelti da ciascuno dei due algoritmi e dei nodi coinvolti: quest'analisi potrebbe chiarire ulteriormente le cause che rendono un algoritmo più efficace dell'altro.

A fine capitolo inseriamo gli *outputs* del *tool*, ciascuno dei quali descrive i risultati dell'applicazione di uno dei due algoritmi di *edge recommendation* su un *retweet graph* in input.

Con riferimento alle figure da 4.1 a 4.6, si nota che generalmente i k archi scelti dall'algoritmo non greedy tendono a formare una struttura a stella: infatti la maggior parte di essi condivide uno stesso nodo endpoint. Ciò è dovuto al fatto che l'algoritmo non greedy utilizza come metrica di scelta degli archi il  $\delta RWC$  che ciascuno di essi apporterebbe se fosse aggiunto individualmente al grafo, ignorando la potenziale diminuzione dell'efficacia individuale causata dalla loro interazione reciproca. In generale, si osserva che maggiore è la tendenza degli archi scelti a condividere uno stesso endpoint e minore è il decremento dell'RWC che collettivamente riescono ad apportare: questo è spesso il caso degli archi proposti dall'algoritmo non greedy e determina il suo deficit di efficacia.

## 4.3 Tempi di esecuzione

Questo paragrafo ha lo scopo di mostrare e commentare i tempi di esecuzione dei due algoritmi di k-edge recommendation, espressi in funzione del retweet graph in input. Si consideri la seguente tabella:

Hashtag	$\mathbf{greedy}$	non greedy
#beefban	$7252 \sec$	149 sec
#indiana	$17580~{\rm sec}$	$352  \sec$
#russia_march	$12720  \sec$	$253  \sec$

Come era facile intuire, i tempi di esecuzione di entrambi gli algoritmi crescono all'aumentare della complessità del retweet graph in input, complessità espressa in termini del numero di nodi e del numero di archi. Addirittura l'algoritmo greedy con input il retweet graph #indiana, che è il grafo più ingente tra i tre esaminati, necessita di quasi 5 ore di esecuzione.

Il tempo di esecuzione è anche funzione dell'algoritmo di k-edge recommendation utilizzato: infatti i test hanno confermato le osservazioni riportate nel capitolo 2, nelle quali si asseriva che, a parità di valori dei parametri di sistema  $(\alpha, k_1, k_2, k)$  e del retweet graph in input, l'algoritmo greedy è circa k volte più lento dell'algoritmo non-greedy. Nei casi in esame:

- $7252 \sec \simeq k \times 149 \sec$ ;
- $17580 \sec \simeq k \times 352 \sec;$
- $12720 \sec \simeq k \times 253 \sec$ .

Dove k è il numero di archi da proporre ed in questo caso vale 50.

La maggiore precisione e, quindi, la maggiore efficacia dell'algoritmo greedy si paga con il suo tempo di esecuzione, il quale può risultare addirittura proibitivo nel caso di grafi molto ingenti. Pertanto, la scelta dell'algoritmo da utilizzare va effettuata caso per caso e dipende dalle esigenze che si vogliono soddisfare, che riguardino i tempi di esecuzione o l'efficacia degli archi proposti.

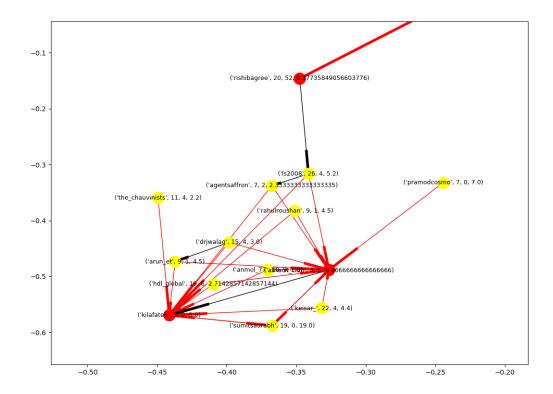


Figura 4.1: Porzione dell'output del toola seguito dell'esecuzione di greedy sul  $retweet\ graph\ \#beefban.$ 

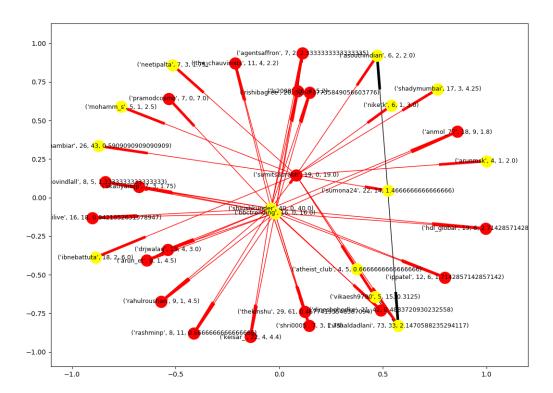


Figura 4.2: Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di non greedy sul retweet graph #beefban.

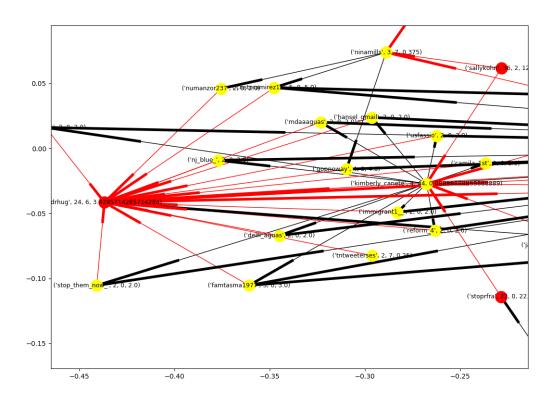


Figura 4.3: Porzione dell'output del toola seguito dell'esecuzione di greedy sul  $retweet\ graph\ \#indiana.$ 

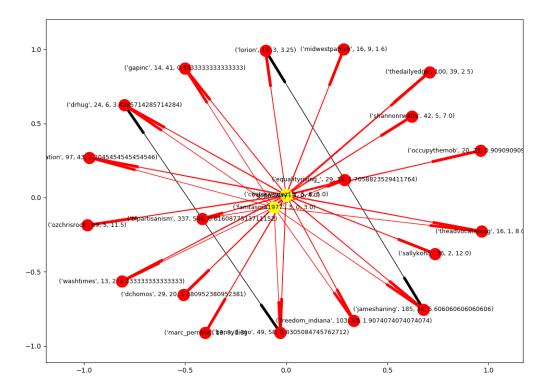


Figura 4.4: Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di non greedy sul retweet graph #indiana.

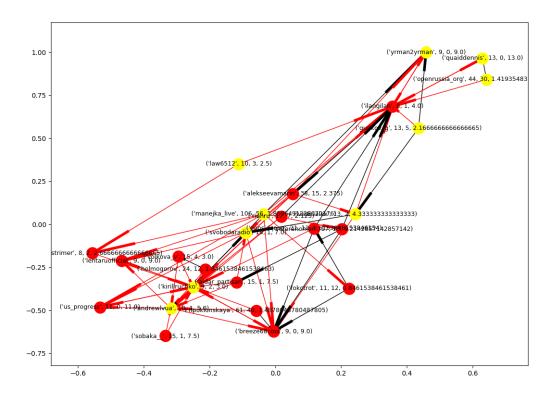


Figura 4.5: Porzione dell'output del toola seguito dell'esecuzione di greedy sul  $retweet\ graph\ \#russia\_march.$ 

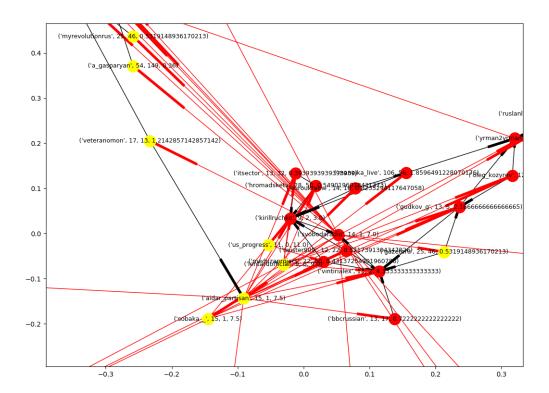


Figura 4.6: Porzione dell'output del tool a seguito dell'esecuzione di non greedy sul retweet graph  $\#russia\_march$ .

## Capitolo 5

# Conclusioni e sviluppi futuri

Entrambi gli algoritmi di k-edge recommendation implementati hanno l'obiettivo di ridurre la controversia di una discussione che ha luogo nel social network di Twitter connettendo tra loro utenti che hanno opinioni e punti di vista opposti a riguardo. Tuttavia, la modalità di scelta degli utenti da coinvolgere nel processo di bridging delle echo-chambers che rispettivamente adottano li rende tra loro alternativi. Come è possibile dedurre dai risultati dei test, le loro differenze riguardano:

- i tempi di esecuzione, a parità di archi da proporre;
- l'efficacia, in termini del decremento del grado di controversia, che a parità di archi da proporre riescono a garantire.

Pertanto, la scelta dell'algoritmo da utilizzare deve essere dettata dalla particolare esigenza che si vuole soddisfare. Se i requisiti sui tempi di esecuzione sono molto stringenti è opportuno optare per la versione non-greedy, a maggior ragione se il retweet graph in input è costituito da un numero molto elevato di nodi e di archi; al contrario, se si intende privilegiare il fattore efficacia degli archi proposti allora è opportuno scegliere la versione greedy. Per questo il framework implementato

permette all'utente di scegliere liberamente l'algoritmo da utilizzare in fase di recommendation.

Bisogna sottolineare che entrambi gli algoritmi implementati non considerano il fattore probabilità di accettazione durante la scelta dei k archi da proporre: tale probabilità, se fosse introdotta, terrebbe conto del fatto che non sempre gli utenti approvano mediante retweet contenuti che esprimono opinioni opposte alle proprie e, pertanto, ognuno dei k archi scelti non si materializza nel retweet graph con probabilità 1.

In particolare, sarebbe possibile associare ad ogni arco la propria probabilità di accettazione, calcolata mediante un opportuno link predictor, e modificare leggermente gli algoritmi di recommendation implementati in modo tale che non scelgano i k archi da proporre solamente in funzione del decremento dell'RWC che ciascuno di essi apporterebbe al retweet graph se si materializzasse ma anche in funzione di tale probabilità.

In sintesi, in questo modo, ad ogni arco considerato bisognerebbe associare il proprio  $\delta RWC$  atteso, definito come:

$$E(\delta RWC_e) = p_e \times \delta RWC_e$$

Dove e è l'arco diretto considerato e  $p_e$  è la probabilità che esso si materializzi nel grafo (i.e. la probabilità di accettazione).

L'inclusione di tale probabilità nei due algoritmi di recommendation proposti rappresenta senz'altro un importante sviluppo futuro del framework: sarebbe possibile rilevare e scartare tutti quegli archi che sono promettenti dal punto di vista del proprio  $\delta RWC$  ma sono caratterizzati da una probabilità di accettazione molto bassa, cosa che gli algoritmi attualmente implementati non riescono a fare. Sarebbe inoltre interessante condurre nuovamente tutti i test illustrati nel capitolo precedente con

l'obiettivo di confermare o confutare la tesi per cui l'algoritmo greedy propone archi più efficaci rispetto a quelli proposti dall'algoritmo non-greedy.

Per terminare, la scelta di considerare solo archi diretti che connettono i  $k_1$  vertici con in degree più alto di una echo-chamber con i  $k_2$  vertici con in degree più alto dell'altra (e viceversa) non è da ritenersi la migliore in assoluto ma, al contrario, lascia spazio ad altre possibili euristiche, a patto che queste permettano di individuare archi più efficaci in termini del decremento del grado di controversia della discussione in atto che sono in grado di apportare. Risulta evidente che la ricerca di tali euristiche costituisce un altro ambito di sviluppo futuro, oltre all'ambito della probabilità di accettazione già illustrato.

# Ringraziamenti

- Alla mia famiglia, che mi ha dato la possibilità di intraprendere la carriera universitaria e ha fatto di me ciò che oggi sono.
- A Marisa e Tonino, i quali mi hanno dimostrato un affetto ed un sostegno ineguagliabili.
- A Denise, che ha creduto sempre in me e mi ha aiutato a superare i momenti più difficili.
- A Paolo e Alessandro, con i quali ho condiviso gioie e momenti di difficoltà durante gli anni della magistrale.
- Al Prof. Italiano, il quale mi dimostrato la sua continua disponibilità e mi ha fornito un aiuto prezioso per la realizzazione del lavoro di tesi.

# Bibliografia

- [1] J. C. Losada R. M. Benito A. J. Morales J. Borondo. «Measuring Political Polarization: Twitter shows the two sides of Venezuela». In: (2015), pp. 1–10. DOI: 10.1063/1.4913758. URL: https://arxiv.org/pdf/1505.04095.pdf.
- [2] Charalampos E. Tsourakakis Cameron Musco Christopher Musco. «Minimizing Polarization and Disagreement in Social Networks». In: (2017), pp. 1–19. URL: https://arxiv.org/pdf/1712.09948.pdf.
- [3] C. F. Van Loan G. H. Golub. «Matrix computations». In: (2012).
- [4] Aristides Gionis Michael Mathioudakis Kiran Garimella Gianmarco De Francisci Morales. «Reducing Controversy by Connecting Opposing Views». In: (2017), pp. 1–10. DOI: 10.1145/3018661.3018703. URL: https://melmeric.files.wordpress.com/2010/05/reducing-controversy-by-connecting-opposing-views.pdf.
- [5] M. E. J. Newman M. Girvan. «Community structure in social and biological networks». In: (2001), pp. 1-6. URL: http://www.pnas.org/content/pnas/ 99/12/7821.full.pdf.
- [6] W.-T. Fu Q. V. Liao. «Beyond the filter bubble: interactive effects of perceived threat and topic involvement on selective exposure to information. In Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems». In: (2013), 2359–2368.