

# 基于 Lucy-Richardson 算法的图像复原

闫 河<sup>1</sup>, 闫卫军<sup>2</sup>, 李唯唯<sup>1</sup>

(1. 重庆理工大学计算机学院, 重庆 400054; 2. 中国冶金地质总局西北地质勘探院, 西安 710061)

**摘 要:** 针对 Lucy-Richardson(LR)复原算法存在的噪声放大问题, 提出一种新的 LR 图像复原算法, 通过正则化处理分离原 LR 算法迭代过程中的噪声残差, 并采用非下采样轮廓波变换域局部邻域相关性方法对噪声进行处理, 从而弥补原 LR 算法噪声存在的缺陷。对比实验结果表明, 该算法复原视觉效果良好。

**关键词:** 图像复原; Lucy-Richardson 算法; 非下采样轮廓波变换; 局部邻域相关性去噪

## Image Restoration Based on Lucy-Richardson Algorithm

YAN He<sup>1</sup>, YAN Wei-jun<sup>2</sup>, LI Wei-wei<sup>1</sup>

(1. College of Computer Science, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054;

2. Northwest Geological Exploration Institute, China Metallurgical and Geological Bureau, Xi'an 710061)

**【Abstract】** A new Lucy-Richardson(LR) image restoration algorithm is proposed to avoid the noise amplification problem of the original LR algorithm. The problem is solved via regular method for separating the residual noise in the original LR iterative process and Nonsubsampled Contourlet Transform(NSCT) domain local neighborhood correlation denoising method. Comparative experimental results show the algorithm can obtain satisfactory restoration visual effects.

**【Key words】** image restoration; Lucy-Richardson(LR) algorithm; Nonsubsampled Contourlet Transform(NSCT); local neighborhood correlation denoising

### 1 概述

图像复原就是利用退化现象的某种先验知识来恢复退化的原始图像的过程, 其根本目的就是改善图像质量, 便于进一步读解图像信息。由于引起图像退化的因素很多, 且性质各不相同, 众多研究人员采用不同的处理技巧和估计准则提出了不同的复原方法, 如早期的以逆滤波、维纳滤波为代表的频域复原和当前受到广泛关注的小波域图像复原、基于贝叶斯分析图像复原等。由于小波变换具有多分辨特性和时频局部化特性, 小波域图像复原能分别在变换域低频和高频采用不同的复原策略。根据小波变换域采用的复原策略不同, 小波域图像复原又分为小波域迭代正则化图像复原方法<sup>[1]</sup>和小波域贝叶斯统计模型图像复原法<sup>[2]</sup>等。特别是后者, 它充分利用原始图像退化的概率和先验信息, 在变换域采用合理的贝叶斯统计模型, 最大限度地逼近真实信号, 从而复原过程中能较好地保护图像边缘信息。但是, 受小波基函数缺乏方向选择性和小波变换缺乏平移不变性的限制, 小波不再是表示图像的最优基<sup>[3]</sup>, 小波域各种图像复原方法其复原性能仍需进一步改善。贝叶斯分析图像复原是一种非线性随机统计恢复方法, 其基本思想是假设图像是一个随机场, 利用原始图像和退化图像的某些先验概率, 采用最大后验概率法或最大似然法求解原始图像的后验概率, 从而实现原始图像的最佳估计。其中, Lucy-Richardson(LR)算法<sup>[4]</sup>假设图像服从 Poission 分布, 采用最大似然法进行估计, 是一种基于贝叶斯分析的迭代算法。该算法在噪声影响可忽略或较小的情况下具有唯一解, 但尚未涉及噪声对复原结果的影响, 经多次迭代, 尤其是在低信噪比情况下, 重建图像可能会出现一些斑点, 这些斑点并不代表图像的真实结构, 是输出图像过于

逼近噪声所产生的结果。因此, 对于实际应用中常见的低信噪图像, LR 算法存在放大噪声的缺陷, 难以获得较好的复原效果。

针对小波变换和 LR 算法的缺陷, 本文提出一种将非下采样轮廓波变换域邻域相关性去噪和 LR 算法相结合的图像恢复算法, 从而实现 LR 算法迭代过程对噪声残差进行抑制, 解决原 LR 算法噪声放大的问题。

### 2 改进的 Lucy-Richardson 复原算法

图像复原的目的就是在已知退化图像  $g(x, y)$  和其他先验知识的条件下求出原图像  $f(x, y)$ , 一般情况下,  $f(x, y)$  和  $g(x, y)$  存在以下线性退化关系:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + \xi(x, y) \quad (1)$$

其中,  $h(x, y)$  为点扩散函数;  $\xi(x, y)$  为加性噪声; “\*” 代表二维线性卷积运算。

Lucy-Richardson(LR)算法<sup>[4]</sup>假设图像服从 Poission 分布, 采用最大似然法进行估计, 是一种基于贝叶斯分析的迭代算法。其估计迭代方程为

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} \left[ \left( \frac{g}{f^{(k)} \otimes h} \right) \oplus h \right] \quad (2)$$

其中,  $\otimes$  和  $\oplus$  分别为卷积运算和相关运算;  $k$  为迭代次数,

**基金项目:** 重庆市科委自然科学基金资助项目(CSTC,2008BB 2340); 重庆理工大学科研启动基金资助项目(2009ZD12)

**作者简介:** 闫 河(1972—), 男, 副教授、博士, 主研方向: 多尺度几何分析, 图像处理, 数据库技术; 闫卫军, 工程师; 李唯唯, 讲师、硕士

**收稿日期:** 2009-12-21 **E-mail:** cqyanhe@163.com

可以令  $f^0 = g$  进行迭代, 可以证明, 若噪声可以忽略, 当  $k$  不断增大时,  $f^{(k+1)}$  会依概率收敛于  $f$ , 从而恢复出原始图像。

当噪声不可忽略时, 把式(1)代入式(2)可得到:

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} \left[ \left( \frac{f \otimes h + \xi}{f^{(k)} \otimes h} \right) \oplus h \right] \quad (3)$$

从上式可看出, 若噪声  $\xi$  不可忽略, 则以上过程的收敛性将难以保证, 即 LR 存在放大噪声的缺陷。因此, 处理噪声项是 LR 算法应用于低信噪比图像复原的关键。

令  $g^{(k)} = h \otimes f^{(k)}$ , 并定义每次迭代的残差为

$$r^{(k)} = f \otimes h - h \otimes f^{(k)} + \xi \quad (4)$$

则式(3)可写成:

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} \left[ \left( \frac{g^{(k)} + r^{(k)}}{g^{(k)}} \right) \oplus h \right] \quad (5)$$

其中, 残差  $r^{(k)}$  中的噪声项  $\xi$  正是造成 LR 算法在迭代过程中噪声放大的原因, 因此, 可通过对  $r^{(k)}$  中的噪声进行抑制达到正则化的目的。运用多尺度几何分析在图像去噪中的优势, 本文在每次迭代时先对  $r^{(k)}$  进行降噪, 然后再进行迭代过程。

设  $r^{(k)}$  的某种多尺度几何分析变换为  $R^{(k)} = M[r^{(k)}]$ , 这里  $M$  是某种多尺度几何分析变换算子, 如果选定阈值  $\delta$ , 对  $R^{(k)}$  进行阈值降噪, 可得:

$$R_{\delta}^{(k)} = T_{\delta}[R^{(k)}] \quad (6)$$

其中,  $T_{\delta}$  为阈值处理算子, 因此, 降噪后的残差为

$$\bar{r}^{(k)} = M^{-1}[R_{\delta}^{(k)}] = M^{-1}\{T_{\delta}[M(r^{(k)})]\} \quad (7)$$

则用式(7)中的  $\bar{r}^{(k)}$  代替式(5)中的  $r^{(k)}$ , 可得到正则化的 LR 算法, 本文称为基于多尺度几何分析的 LR 复原算法, 其迭代方程为

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} \left[ \left( \frac{g^{(k)} + \bar{r}^{(k)}}{g^{(k)}} \right) \oplus h \right] \quad (8)$$

### 3 非下采样轮廓波变换域局部邻域相关性去噪

文献[5]提出一种非下采样轮廓波变换(Nonsampled Contourlet Transform, NSCT), 它在继承图像多尺度几何分析的各向异性和多方向性分解特性的同时, 具有完全的平移不变性, 避免了在重构图像中出现严重模糊的现象<sup>[5-6]</sup>。

文献[5]的实验表明, NSCT 非常有利于图像去噪和图像复原等应用。因此, 本文在式(7)中消除噪声残差的多尺度几何去噪算子选用 NSCT, 并考虑信号系数在层内局部邻域相关性强而噪声系数无层内相关性的特点, 本文参照文献[7]提出局部邻域相关性零均值高斯模型对含噪系数进行估计, 以下简要叙述其思想。

设被噪声污染的图像经 NSCT 后分解为:  $\{a_L[i, j], y_l^{(d)}[i, j]\}$ , 其中,  $L$  为最大分解尺度,  $a_L[i, j]$  为逼近子图的系数;  $y_l^{(d)}[i, j]$  表示  $l$  ( $l \geq 1$ ) 尺度  $d$  方向子图的系数。去噪的目的就是从被噪声污染的系数  $y_l^{(d)}[i, j]$  中恢复出实际图像系数  $w_l^{(d)}[i, j]$ , 然后通过 NSCT 反变换得到降噪后的图像。若  $n_l^{(d)}[i, j]$  表示  $l$  ( $l \geq 1$ ) 尺度  $d$  方向子图中噪声的系数, 则存在:  $y_l^{(d)}[i, j] = w_l^{(d)}[i, j] + n_l^{(d)}[i, j]$ 。

设  $N(i, j)$  是以  $y_l^{(d)}[i, j]$  为中心的  $3 \times 3$ 、 $5 \times 5$  或  $7 \times 7$  大小的邻域窗,  $M$  为邻域窗中系数的个数。  $\sigma_n^2[i, j]$  为  $l$  尺度  $d$  方向子图  $[i, j]$  位置邻域窗中噪声方差, 可通过下式进行估计:

$$\sigma_n[i, j] = \frac{\text{Median}(|y[i, j]|)}{0.6745}, \quad y[i, j] \in N(i, j) \quad (9)$$

其中,  $\sigma^2$  为邻域窗内信号方差, 参照文献[7], 对信号方差进行二次估计可得到为

$$\hat{\sigma}^2[i, j] = \max \left( 0, \frac{M}{4\lambda} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{8\lambda}{M^2} \sum_{[k, j] \in N[i, j]} y^2[i, j]} \right] - \sigma_n^2 \right) \quad (10)$$

在局部区域内, 可认为  $w$  服从均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的高斯分布, 则实际图像  $l$  尺度  $d$  方向子图的系数依据层内局部区域相关性的 MAP 估计为

$$\hat{w}_l^{(d)}[i, j] = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_n^2} \cdot y_l^{(d)}[i, j] \quad (11)$$

其中, 信号方差  $\sigma^2$  可由式(10)进行估计, 噪声方差  $\sigma_n^2$  可由式(9)估计。

### 4 实验分析

选择大小为  $512 \times 512$  的标准测试图像 Barbara, 采用点扩散函数为  $7 \times 7$  窗口均匀模糊, 噪声标准差为 20 降质条件下, 分别采用维纳、LR 和本文算法进行复原实验, 本文复原算法中, NSCT 采用 3 层分解, 各层方向数位[4,8,8], 局部邻域窗大小为  $5 \times 5$ 。采用 PSNR 指标来评价恢复图像的逼近程度。表 1 列出了不同复原算法的 PSNR 值和耗时对比(CPU Intel Duo T5800, 内存 2 GB)。图 1 为不同算法的图像复原结果(裁剪为  $256 \times 256$  大小)。

表 1 不同复原算法的 PSNR 值和耗时对比

指标	退化图像	维纳复原	LR 复原	本文算法
PSNR/dB	19.42	22.38	19.15	24.20
耗时/s	—	3	12	849



图 1 各种算法对 Barbara 的复原效果

从图 1 可看出, 维纳复原和 LR 复原效果均差。维纳复原后图像的边缘和轮廓不够清楚, 且存在较明显的噪声。LR 算法由于存在噪声放大的缺陷, 复原后图像出现较严重的“斑点噪声”, 视觉效果最差, 说明 LR 算法不适于低信噪比图像复原。本文的改进 LR 算法, 充分利用 NSCT 的多尺度、多方向选择性和移不变性, 并结合变换域层内局部邻域信号系数相关性强而噪声系数无相关性的特点, 在每次迭代前最大限度的消除了噪声的干扰, 因而获得了较满意的复原视觉效果, 同时复原后图像的 PSNR 值也有明显提高。从表 1 可看出, 本文算法非常耗时, 达到 849 s, 远高于维纳复原的 3 s 和 LR 复原的 12 s, 这是由于本文算法采用的 NSCT 冗余度较大, 每次迭代复原中采用 NSCT 域局部相关性去噪非常耗时, 从而造成整体复原效率低。(下转第 210 页)