



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

QUALIFICAÇÃO DE MESTRADO

**FWI baseada em retro-iluminação por espalhadores:
Inversão alternada**

RAFAEL SIDÔNIO GIBSON GOMES

Belém
2020

RAFAEL SIDÔNIO GIBSON GOMES

**FWI baseada em retro-iluminação por espalhadores:
Inversão alternada**

Qualificação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Geofísica da Universidade Federal do Pará para ob-
tenção parcial do título de Mestre em Geofísica.

Área de Concentração: MODELAGEM E INVERSÃO
DE DADOS GEOFÍSICOS

Orientador: Dr. Jessé Carvalho Costa

Belém
2020

LISTA DE FIGURAS

2.1	As Figuras mostram os processos realizados para realizar a migração reversa no tempo: (a) é o processo que gera o campo de onda da fonte que evolui para frente no tempo e (b) mostra o processo que gera o campo de onda dos receptores que evolui para trás no tempo. Fonte : Autor	3
2.2	A Figura é composta por três sub-figuras, a primeira (topo) mostra o modelo exato, supomos que podemos decompor em duas partes, uma em plano suavizado (canto inferior esquerdo) e outra parte um plano com a parte da dispersão singular (canto inferior esquerdo). Portanto, gerando dois campos de onda referente aos modelos decompostos. Fonte : Macedo (2014)	7
2.3	A Figura mostra a redecomposição proposta por Macedo (2014), onde é realizado a decomposição do modelo de referência em duas partes (fundo e singular), e também, a decomposição da perturbação do modelo em outras duas partes (fundo e singular). Fonte Macedo (2014)	12
2.4	Contribuições de diferentes termos da equação 2.32 com informações de espalhamento/reflexões único ou múltiplo. A Figura (a) e (c) mostra as contribuições dos eventos de dispersão múltipla com a diferença do tipo de campo que é excitado a fonte secundária. A Figura (b) e (d) mostra as contribuições dos eventos de dispersão única com a diferença do operador da fonte secundária que utiliza informação do modelo de referência (parte de fundo). Fonte: Macedo (2014)	17
2.5	Sub-núcleos obtidos a partir da decomposição do núcleo de sensibilidade U para perturbação do modelo de velocidade. Fonte: (Macedo, 2014)	20
2.6	Significado físico dos subkernels. Cada um dos desenhos mostra três elementos: campo de ondas do lado da fonte; o operador que gera a fonte secundária; e o extrapolador do campo de ondas do lado do receptor. Sub-categorias indicam o novo nome e correspondência com a nomenclatura numerada anterior. Fonte: Macedo (2014)	22
3.1	Fluxograma mostrando as etapas do processo de inversão convencional. Fonte: Autor	27
3.2	Esquema da implementação da inversão alternada. São mostradas as 4 primeiras iterações. A linha tracejada vertical separa a modelagem (lado esquerdo) da retropropagação dos resíduos (lado direito). As setas <i>azuis</i> denotam injeção de resíduos. As setas <i>verdes</i> indicam correlação cruzada entre campos. As setas <i>pretas</i> representam a atualização do modelo e as em <i>vermelho</i> , por sua vez, indicam decomposição, ora do modelo, ora do campo. Fonte: Autor	28

3.3	A decomposição do modelo de referência em duas partes, parte de fundo (suavizado) e parte singular (perturbado). Fonte: Autor	30
4.1	Modelo de velocidade real para a realização da aquisição para obter os traços sísmicos dos dados observados.	31
4.2	Modelo de velocidade inicial para a realização da aquisição para obter os traços sísmicos dos dados modelados.	32
4.3	Modelos de velocidade gerados a partir do FWI convencional aplicado a um simples modelo utilizando o algoritmo de otimização LBFGS-B	32

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVO DO PROJETO	2
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	3
2.1	MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO	3
2.2	FWI BASEADO NA DECOMPOSIÇÃO DOS NÚCLEOS DE SENSIBILIDADE	4
2.3	INVERSÃO DE ONDA COMPLETA	4
2.4	NÚCLEO DE SENSIBILIDADE	5
2.4.1	Linearização e representação dos núcleos de sensibilidade	9
2.5	PERTURBAÇÃO DECOMPOSTA	10
2.5.1	Subnúcleo de sensibilidade	11
2.5.1.1	Fontes secundárias para o residual do campo de onda de fundo	13
2.5.1.2	Fontes secundárias para o residual do campo de onda singular	14
2.6	ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES DA REDECOMPOSIÇÃO	16
2.6.1	Contribuição da parte de fundo e singular	18
2.7	RETROPROJEÇÃO DOS RESÍDUOS NOS ESPAÇOS DOS MODELOS	21
3	METODOLOGIA	25
3.1	INVERSÃO CONVENCIONAL	25
3.2	INVERSÃO ALTERNADA	27
3.3	MODELOS DE VELOCIDADE	30
4	RESULTADOS	31
4.1	EXPERIMENTO 1 - INVERSÃO CONVENCIONAL	31
	REFERÊNCIAS	34
5	CRONOGRAMA DO PROJETO	37

1 INTRODUÇÃO

Ultimamente, como a indústria enfrenta áreas geologicamente mais complexas, os métodos de migração baseados na extrapolação dos campos de onda estão sendo aplicados (Claerbout, 1971; Symes, 2008). Mas, isso se tornou possível, devido às técnicas de aquisição que proporcionam uma melhor iluminação da subsuperfície e os recursos computacionais de alta tecnologia. Esses métodos de imageamento da subsuperfície requer modelos cada vez mais refinados, com isso, uma nova ferramenta de construção de modelos baseada na equação da onda foi estudada, na qual chama-se inversão de onda completa (FWI) (Fichtner and Trampert, 2011; Virieux and Operto, 2009; Tarantola, 2005, 1984). Esse estudo está cada vez mais se tornando um elemento estabelecido do fluxo de processamento sísmicos nos estágios de exploração e monitoramento da produção de óleo e gás por fornecer imagens de alta resolução ajudando, principalmente, na interpretação da subsuperfície estudada.

Na inversão sísmica, tem-se como objetivo recuperar o modelo da subsuperfície de modo “exato”. Mas, a inversão da forma de onda completa (FWI) convencional possui uma complexidade por ser um problema não-linear com muitos mínimos locais (Bunks et al., 1995), encontrados na função objetivo e, assim, dificulta-se técnicas de otimização iterativa de trabalhar efetivamente, o qual contribui para uma má recuperação de um bom modelo de velocidade. A presença desses mínimos locais dificulta a ação dos métodos baseados em gradientes de encontrar uma solução global, deste modo, obtém-se um péssimo modelo de velocidade estimado devido à má escolha do modelo inicial, o que gera grandes erros entre os dados observados e modelados. No entanto, várias abordagens foram desenvolvidas para reduzir o número de mínimos locais na função objetivo.

A inversão completa da onda (FWI) tem como idealização a abordagem da otimização, na qual consiste na minimização do funcional que realiza o ajuste entre os dados observados e modelados, esse funcional chama-se função objetivo. Mas, para utilizar técnicas de otimização, além da função objetivo, há também uma necessidade do cálculo do gradiente (direção de máximo crescimento da função objetivo) a partir dos métodos dos estados adjuntos (Plessix, 2006; Fichtner and Trampert, 2011; Tarantola, 2005). Esses métodos de otimização solucionam problemas para encontrar um valor mínimo ou máximo de uma função não-linear, que podem ser determinísticos ou probabilísticos para encontrar uma melhor solução para o problema proposto. Na literatura, há vários métodos que realizam a minimização, entre os mais utilizados são os métodos do gradiente conjugado (CG), método do gradiente, método de Newton e quase-Newton desenvolvidas nas obras publicadas por (Nocedal and Wright, 2006; Nocedal, 1980; Al-Baali et al., 2013; Polak and Ribiere,

1965; Hestenes and Stiefel, 1952; Fletcher and Reeves, 1964).

O FWI tem potencial para se tornar a principal ferramenta de construção de modelos da subsuperfície de alta resolução. Porém, é bem conhecido a sua sensibilidade à escolha do modelo inicial, devido à falta de informação de baixo comprimento de onda característico dos levantamentos sísmicos de reflexão. A proposta parte de estudo prévio, no qual é proposto a decomposição dos núcleos de sensibilidade do campo de onda acústico com respeito aos parâmetros do modelo em componentes de fundo e singular. Dessa maneira, as estimativas das perturbações para ambas componentes, de fundo e, principalmente, singular, são pré-determinadas a partir de subnúcleos, de ondas multiplamente espalhadas, de interesse para o cálculo do gradiente, que contém informações de baixa frequência (Macedo, 2014). O objetivo desta proposta é combinar os usos, de maneira alternada, dos núcleos de sensibilidade convencional e dos subnúcleos baseado em espalhamento no processo de inversão, buscando, assim, se beneficiar da autoiluminação complementar propiciada pelos espalhadores existentes no próprio meio.

1.1 OBJETIVO DO PROJETO

O objetivo central deste projeto é testar a efetividade da decomposição proposta em processo completo de inversão, adicionando as contribuições dos subnúcleos de interesse, logo, aproveitam-se as melhores estimativas da direção para o processo inversão. O caminho mais natural possível é combinar os usos, de maneira alternada, os núcleos de sensibilidade convencional baseados no espalhamento único com os subnúcleos baseados no multiespalhamento proposto por Macedo (2014), no processo de inversão, busca-se, assim, se beneficiar da autoiluminação complementar propiciada pelos espalhadores existentes no próprio meio. Nesta primeira etapa do projeto planejamos definir um número restrito de modelos 2D de complexidade estrutural variada, na qual separamos em dois modelos, de fundo obtido a partir da suavização do modelo real e o singular ou perturbação do modelo que será obtido a partir de três estratégias, uma delas é realizar o imageamento utilizando o RTM (“Reverse Time Migration”), outra obtida através da primeira atualização da inversão, que será a estimativa do gradiente ou perturbação do modelo e, por fim, a diferença entre o modelo real com o modelo suavizado. A segunda etapa trata-se de efetivar a utilização da nova metodologia de inversão alternada, com a seleção pré-determinada das contribuições dos subnúcleos obtidas nos resultados do trabalho produzido por Macedo (2014), em suma, será realizado apenas para poucas atualizações, a fim de realizar testes de acurácia dos códigos modelados. E por fim, realizar o processo de inversão completa da onda, de modo alternado, para determinar as melhores soluções para os problemas propostos.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO

Há muitos métodos de migração de dados sísmicos, mas um dos métodos mais preciosos é a migração reversa no tempo. A metodologia é capaz de lidar com diversas variações de velocidade, de modo que torna-se o método atrativo para o imageamento de estruturas complexas (Baysal et al., 1983). Entretanto, o intuito físico é que os campos de onda devem correlacionar nas interfaces refletoras, através dos campos de onda da fonte e dos receptores, essa metodologia é denominada de condição de imagem.

A condição de imagem tem como objetivo formar uma imagem, ponto a ponto, em cada intervalo temporal, para gerar uma imagem migrada a partir de uma correlação cruzada entre os campos (fonte e receptor). Matematicamente, esse método correlaciona os campos da fonte com os campos dos receptores no espaço e no tempo, então temos:

$$I(\mathbf{z}, \mathbf{x}) = \int_0^t dt \quad p_f(\mathbf{z}, \mathbf{x}; t) * p_r(\mathbf{z}, \mathbf{x}; t) \quad (2.1)$$

onde I é a imagem migrada, p_f é o campo de onda gerada pela fonte e p_r é o campo de onda gerado pelo receptor. O campo de onda gerado pela fonte, p_f , é gerado a partir de uma aquisição sísmica utilizando um modelo de velocidade pré-determinado observado na Figura 2.1(a), esse sinal recebido pelo receptor irá se tornar a fonte para gerar o campo de onda dos receptores, p_r , observado na Figura 2.1(b) e, assim, se propagar para correlacionar, ponto a ponto, para gerar a imagem.

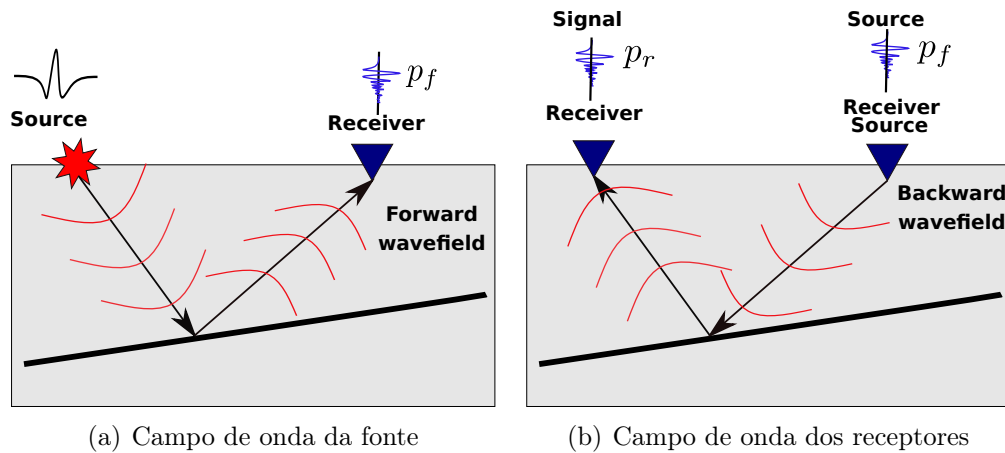


Figura 2.1: As Figuras mostram os processos realizados para realizar a migração reversa no tempo: (a) é o processo que gera o campo de onda da fonte que evolui para frente no tempo e (b) mostra o processo que gera o campo de onda dos receptores que evolui para trás no tempo. Fonte : Autor

Destarte, obtêm-se os dois campos de onda (“forward” e “backward”), logo, é necessário aplicar a condição de imagem (correlação cruzada) da equação 2.1 para extrair a imagem migrada da subsuperfície estudada. Portanto, o método RTM (“Reverse time migration” ou Migração reversa no tempo) é uma ótima ferramenta de imageamento da subsuperfície e ainda possui excelentes resultados para modelos de velocidade com variações laterais. No entanto, na literatura, existem muitas maneiras de aplicação desse método para obter um melhor imageamento da subsuperfície, como, por exemplo, uma aplicação é a aproximação de born, na qual essa metodologia faz com que os campos de onda tenha apenas reflexões primárias, dessarte, elimina-se múltiplas e outros dados não-essenciais.

2.2 FWI BASEADO NA DECOMPOSIÇÃO DOS NÚCLEOS DE SENSIBILIDADE

O intuito desse capítulo é descrever o papel da decomposição desses núcleos iterativos do FWI a partir da metodologia criada por Macedo (2014), na qual utiliza a abordagem da teoria do espalhamento para decompor os núcleos de sensibilidade (Tarantola, 1984). Essa decomposição é realizada para encontrar informações sobre o modelo de fundo a partir de um campo multiplamente espalhado, pois elas se propagam através do meio por tempo longo o bastante a ponto de carregar esse tipo de informação (Snieder et al., 2002).

Ademais, se tratando de inversão não-linear convencional baseado em gradientes, a escolha de um modelo inicial será limitada e causará uma insensibilidade no comprimento de onda longo (Gauthier et al., 1986; Mora, 1987; Claerbout, 1976; Jannane et al., 1989) e, assim, causando a existência de vários mínimos locais na função objetivo (Bunks et al., 1995), com isso, esses mínimos locais impedem que encontrem o mínimo global quando o modelo inicial está longe da solução global. Nos trabalhos de Jannane et al. (1989) e Claerbout (1976) mostram que as baixas frequências são sensíveis quando o modelo de fundo é perturbado e as altas frequências são sensíveis as perturbações do modelo de refletividade. Portanto, para contornar o problema de mínimos locais, será realizado a decomposição proposta, o que reparametriza o meio de referência em duas partes (fundo e singular), assim, gerando dois campos, um campo de onda de fundo sensível apenas ao modelo de fundo e um campo de onda singular sensível as duas partes do modelo e, também, dois resíduos dos campos de onda (fundo e singular) para aplicar a redecomposição para calcular os gradientes.

2.3 INVERSÃO DE ONDA COMPLETA

A inversão de onda completa (FWI) baseia-se na minimização de uma função objetivo que utiliza métodos de otimização para encontrar uma solução ótima que melhor descreva os dados observados. Os dados observados, d^{obs} , é obtido a partir de um modelo de parâmetros real, \mathbf{m} , que descreve a subsuperfície. Matematicamente, para obter o campo de excitação resultante, é necessário determinar o problema direto (Menke, 1989):

$$\mathbf{d} = \mathbf{L}(\mathbf{m}), \quad (2.2)$$

onde \mathbf{L} é o operador físico-matemático entre o campo de onda e o modelo. Na inversão convencional esse problema seria resolvido analiticamente encontrando o operador \mathbf{L}^{-1} , de modo que os parâmetros do modelo, \mathbf{m} , seria encontrado a partir do campo de excitação, \mathbf{d} , pela relação $\mathbf{m} = \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{d})$. Contudo, na inversão de dados sísmicos, o problema de inversão é altamente não-linear e, com isso, dificulta obter analiticamente o operador \mathbf{L}^{-1} .

Além disso, se tratando no contexto de exploração sísmica, o campo obtido ao longo do tempo a partir de um modelo que representa a subsuperfície, denominamos de dado observado, \mathbf{d}^{obs} . Geralmente, temos informações a priori que representaria as informações iniciais dos parâmetros do modelo, denominamos essas informações iniciais como modelo inicial, \mathbf{m}_0 . Realizando a modelagem do campo, ao longo do tempo, a partir da equação 2.2 utilizamos o modelo inicial, \mathbf{m}_0 , teremos os dados modelados, \mathbf{d}^{mod} . Com esses dados, podemos construir o problema do FWI, na qual consiste em encontrar uma estimativa do melhor modelo de velocidade a partir de sucessivas iterações, então podemos definir a função objetivo como:

$$\mathcal{F} = \|\mathbf{d}^{mod} - \mathbf{d}^{obs}\|_2^2 \quad (2.3)$$

onde $\|\cdot\|_2$ é a forma da norma l_2 . A partir da definição da função objetivo, o FWI tem como objetivo principal minimizar a função objetivo para obter uma melhor estimativa do modelo de velocidade.

2.4 NÚCLEO DE SENSIBILIDADE

Neste trabalho será abordado a equação da onda acústica, onde descreve a evolução do campo de onda através de um meio caracterizado por um ou dois parâmetros. Consideramos uma fonte pontual e adicionando condições iniciais, a equação da onda é definida por

$$\frac{1}{c^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 p(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} - \nabla^2 p(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) S(t) \quad (2.4)$$

onde \mathbf{x}_s indica a posição da fonte e $S(t)$ a história da fonte (wavelet). Por questão de simplicidade e simplificação, iremos considerar um operador do campo de onda \mathcal{L} que é definido por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{c^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (2.5)$$

onde $c(\mathbf{x})$ é a velocidade que descreve o meio e está presente no vetor parâmetro \mathbf{m} . Realizamos a substituição da equação 2.5 em 2.4, então

$$\mathcal{L} [p(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) S(t) \quad (2.6)$$

onde é uma representação da forma reduzida da equação 2.4 que usaremos na descrição teórica. A solução da equação da onda apresenta uma relação não-linear entre o funcional e vetor de parâmetros que pode ser representados por

$$p = f(\mathbf{m}) \quad (2.7)$$

onde f é o funcional relacionado ao campo de onda p e o vetor parâmetro m . Esse funcional irá depender do método utilizado para a problema direto e do modelo de velocidade.

Outrossim, utilizamos a teoria clássica do espalhamento, visto que o campo total p se propaga em um modelo de velocidade que descreve o meio, na qual é decomposto em duas componentes : um campo de onda de referência, p_0 , e um campo de onda disperso, p_s , de modo que, a soma das duas componentes teremos o campo total ($p = p_0 + p_s$). O campo de onda de referência é gerado pela fonte original referente a equação 2.6 e se propaga em um meio de referência ou meio de fundo que, geralmente, é um meio suavizado descrito por c_0 . O campo de onda disperso é gerado quando o campo de onda de referência se propaga na parte desconhecida ou dispersiva do meio, esse meio pode ser descrito por c_s , essas informações podem ser observadas na Figura 2.2. Na aplicação, é suposto que a parte conhecida do meio contém informações de baixa frequência e a parte desconhecida contém todas as informações de alta frequência.

Realizamos a decomposição do campo de onda e do parâmetro que descreve o meio,

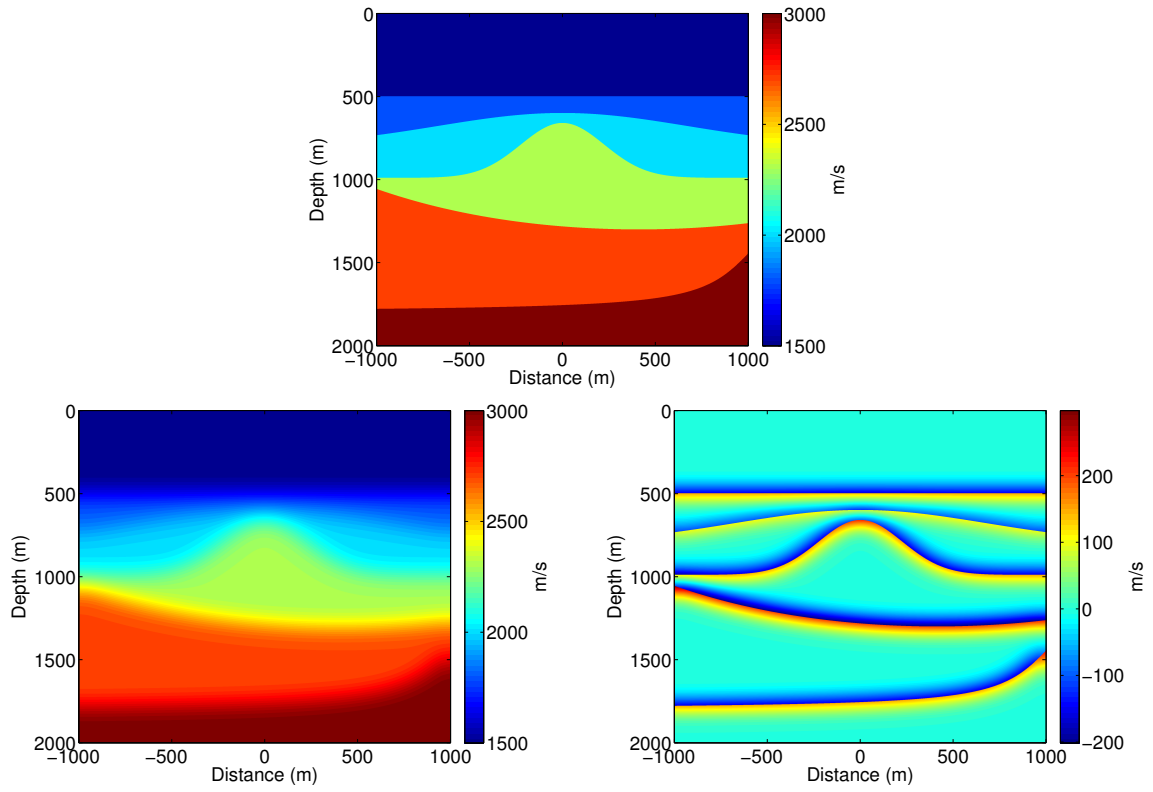


Figura 2.2: A Figura é composta por três sub-figuras, a primeira (topo) mostra o modelo exato, supomos que podemos decompor em duas partes, uma em plano suavizado (canto inferior esquerdo) e outra parte um plano com a parte da dispersão singular (canto inferior esquerdo). Portanto, gerando dois campos de onda referente aos modelos decompostos. Fonte : Macedo (2014)

na qual gera as seguintes equações diferenciais.

$$p = p_0 + p_S \quad c = c_0 + c_S$$

$$\mathcal{L}_0 [p_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)S(t) \quad (2.8)$$

$$\mathcal{L} [p_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = -\mathcal{V} [p_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] \quad (2.9)$$

onde

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{c_0^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (2.10)$$

onde \mathcal{L}_0 é o operador do campo de onda que é propagado em um meio de referência e \mathcal{V} é definido por

$$\mathcal{V} = \mathcal{L} - \mathcal{L}_0 = \left(\frac{1}{c^2(\mathbf{x})} - \frac{1}{c_0^2(\mathbf{x})} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

onde o operador de dispersão \mathcal{V} é definido pela diferença entre os operadores de onda que se propagam em um meio "completo" e um de referência definidos nas equações 2.5 e 2.10, respectivamente. É possível observar que as equações 2.8 e 2.6 é a mesma, pois utilizam a fonte original, já a equação 2.9 possui fontes secundárias que são excitadas pelo campo de referência. Outra forma de obter o campo de onda singular é adicionar o campo total ao contraste de iluminação que atuará como fontes secundárias, então

$$\mathcal{L} [p_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = -\mathcal{V} [p_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) + p_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] \quad (2.12)$$

$$\mathcal{L} [p_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = - \left(\frac{1}{c^2(\mathbf{x})} - \frac{1}{c_0^2(\mathbf{x})} \right) \left(\frac{\partial^2 p_0(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 p_S(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} \right)$$

onde a equação descreve a propagação do campo de onda disperso. As fontes secundárias podem ser propagadas com a ajuda da função de green, então

$$p_s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) = - \int_{\Omega} d^3 \mathbf{x}' \ G_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}') * \mathcal{V} [p_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}') + p_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}')] . \quad (2.13)$$

onde o símbolo $*$ é definido por convolução temporal, Ω é o volume que contém todas as dispersões e G_0 é o extrapolador do campo de onda de referência. A equação 2.13 é uma integral exata que descreve a equação do campo de onda dispersiva p_S que é o resultado da convolução do extrapolador do campo de onda de referência com as fontes secundárias em todo volume Ω . É possível assumir que o campo de onda disperso é muito pequeno, logo $p_s \ll p_0$, então é possível linearizar a solução da equação da onda a partir da aproximação de born , que substituirá o campo de onda total pelo o campo de onda de referência para aproximar o campo de onda disperso. É importante mencionar que a decomposição pode ser totalmente arbitrária, selecionando um modelo de referência, o potencial de dispersão é

definido e os campos são determinados, de modo que não há restrições quanto a amplitude do potencial de dispersão em relação ao modelo de referência.

2.4.1 Linearização e representação dos núcleos de sensibilidade

De um maneira simples para a realização da decomposição, basta considerar que as partes dispersivas do meio são pequenas perturbações no modelo de referência conhecido, se $p_S \ll p_0$ o problema pode ser linearizado (Symes, 2008). Para considerar as pequenas perturbações no campo, é preciso considerar uma pequena perturbação no meio, $\delta \mathbf{m}$, logo $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \delta \mathbf{m}$. Portanto, podemos escrever de acordo com a equação 2.7, então

$$p = p_0 + p_S = f(\mathbf{m}_0 + \delta \mathbf{m}) = f(\mathbf{m}_0) + \Psi \delta \mathbf{m} + O(\|\delta \mathbf{m}^2\|) \quad (2.14)$$

onde Ψ são as derivadas do campo de onda em relação aos parâmetros do modelo, também é conhecida como matriz de sensibilidade ou derivadas de Fréchet (Tröltzsch, 2010). Considerando apenas perturbações de primeira ordem, o campo de onda dispersivo é definido por

$$p_S \approx \delta p = \Psi \delta m \quad (2.15)$$

A expressão Ψ pode ser solucionada com a ajuda de fontes secundárias ou adjuntas. A ferramenta matemática que será utilizada é o método dos estados adjuntos, que permite encontrar a derivada do campo de onda em relação aos parâmetros do modelo sem a necessidade de construir a matriz de sensibilidade que é bastante dispendiosa computacionalmente. Sendo a sua forma discretizada definida por

$$\delta p = \Psi \delta m = U \delta c \quad (2.16)$$

onde U define as derivadas de Fréchet do campo de onda total em relação aos parâmetros do modelo.

As fontes secundárias são funções das perturbações, logo, as expressões obtidas pelas perturbações nos parâmetros do modelo, $c_S \approx \delta c$, assim, a solução será linearizada pela

aproximação de born para perturbações de primeira ordem, então temos que

$$\mathcal{L}[\delta p(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = \frac{2}{c_0(\mathbf{x})^3} \frac{\partial^2 p_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)}{\partial t^2} \quad (2.17)$$

De forma análoga em 2.13, a perturbação do campo de onda em um receptor \mathbf{x}_g pode ser representado usando a função de green , então

$$\delta p(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) = \int_{\Omega} d^3\mathbf{x}' \left[\frac{2}{c_0^3(\mathbf{x}')} G_0(\mathbf{x}_g, t, \mathbf{x}') * \frac{\partial^2 p_0(\mathbf{x}', t, \mathbf{x}_s)}{\partial t^2} \right] \delta c(\mathbf{x}') \quad (2.18)$$

onde foi utilizado a reciprocidade da função de Green, então a equação 2.18 é o campo de onda perturbado linearizado pela aproximação de born (Tarantola, 2005). Nessa equação, é possível perceber as parte em cochetes o núcleo do operador da derivada de Fréchet, ou seja, o núcleo de sensibilidade para o par fonte-receptor $(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g)$.

Como foi mencionado acima, a escolha dos modelos e dos campos podem ser arbitrários por conta da insensibilidade do método na escolha do modelo inicial, porém, a linearização é válida apenas quando o modelo de referência seja suficientemente proximo do modelo real. Portanto, problemas para validar a linearização pode aparecer devido a escolha desse modelo, pois em modelos com geologia complexa, a escolha convencional do modelo de referência e do modelo dispersivo podem falhar, assim como nos campos resultantes.

2.5 PERTURBAÇÃO DECOMPOSTA

Na descrição acima, a decomposição utilizada era decompor o modelo em duas partes, uma parte conhecida que contém baixas frequências e uma parte desconhecida contendo conteúdo com altas frequências, e assim, linearizando o problema inverso. Mas, para validar essa linearização, o modelo de referência tem que está próximo do modelo verdadeiro. Portanto um novo modo de decompor o modelo foi desenvolvido por Macedo (2014), onde permite a decomposição das perturbações do modelo em duas partes a partir das equações linearizadas descritas na seção anterior, e assim, aplicando essa nova metodologia de redecomposição.

A redecomposição pode ser realizada em várias partes, mas será considerado a mais básica, uma decomposição em duas partes, uma parte onde as componentes decompostas do modelo de referência são arbitrários, pois é conhecido totalmente o modelo de referência e a outra parte na decomposição da perturbação do modelo, também, em duas partes . A partir disso, o modelo de referência é decomposto em duas partes, um modelo de fundo (suavizado) e outro em uma estimativa do modelo singular.

$$c_0 = c_B + c_S \quad p_0 = p_B + p_S \quad (2.19)$$

onde c_B é a componente de fundo, c_S é a componente singular do modelo de referência, p_B é o campo de onda em relação a componente de fundo e p_S é o campo de onda em relação a componente singular do modelo de referência. A partir desta decomposição do modelo de referência, será aplicado, também, a decomposição da perturbação do modelo em duas partes. Então teremos mais duas novas componentes

$$\delta c = \delta c_B + \delta c_S \quad (2.20)$$

onde δc_B é a perturbação da componente de fundo e δc_S é a perturbação da componente singular do modelo de referência. Com isso, teremos quatro componentes do campo de onda, sendo os campo de onda de fundo e singular, e suas respectivas perturbações mostrados na Figura 2.3. Portanto, com a realização dessa decomposição, será aplicado as equações descritas, anteriormente, para observar como ela irá afetar esse conjunto de equações, e assim, realizar uma análise semelhante da seção anterior.

Então, as perturbações das componentes de fundo e singular do campo de onda podem ser descritas da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} \delta p_B \\ \delta p_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_B & 0 \\ U_S^B & U_S^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta c_B \\ \delta c_S \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

onde δc_B e δc_S é as versões discretizada das perturbações do modelo da parte de fundo e singular, respectivamente. Além disso, U_B é o núcleo de sensibilidade do campo de onda de fundo em relação ao modelo de fundo, U_S^B é o núcleo de sensibilidade do campo de onda singular em relação ao modelo de fundo e U_S^S é o núcleo de sensibilidade do campo de onda singular em relação ao modelo singular.

2.5.1 Subnúcleo de sensibilidade

Agora será realizado a decomposição do subnúcleo de sensibilidade em analogia a seção anterior. Então separando o campo de onda de referência em duas partes, parte de fundo

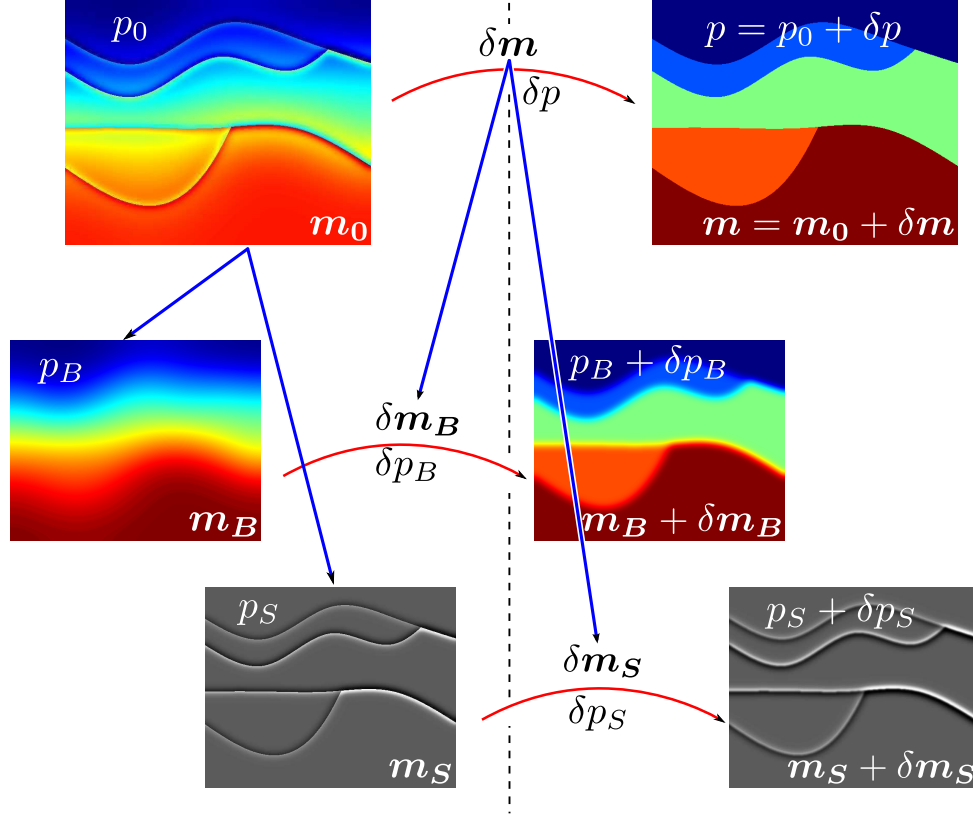


Figura 2.3: A Figura mostra a redecomposição proposta por Macedo (2014), onde é realizado a decomposição do modelo de referência em duas partes (fundo e singular), e também, a decomposição da perturbação do modelo em outras duas partes (fundo e singular). Fonte Macedo (2014)

e parte singular, temos

$$p_0 = p_B + p_S$$

Relacionamos essa equação para obter o campo de onda de fundo e singular, de forma análoga ao sistema de equação 2.8 e 2.9, então

$$\mathcal{L}_B [p_B(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)S(t) \quad (2.22)$$

$$\mathcal{L}_0 [p_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = -\mathcal{V}_0 [p_B(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] \quad (2.23)$$

onde

$$\mathcal{V}_0 = \mathcal{L}_0 - \mathcal{L}_B = \left(\frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c_B^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

é o potencial de dispersão de referência. Na mesma análise, o campo de onda de fundo p_B excita as fontes secundárias para o campo de onda singular p_S . A partir disso, usaremos a função de Green para um meio de referência G_0 , então o campo de onda singular é definido por

$$p_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_S) = - \int_{\Omega} d^3\mathbf{x}' G_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}') * \mathcal{V}_0 [p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_S)] \quad (2.24)$$

Para preencher cada linha da equação 2.48, precisamos introduzir perturbações nos campos de onda de fundo e singular anteriormente definidos. Isso nos levará as fontes secundárias do resíduo dos campos p_B e p_S .

2.5.1.1 Fontes secundárias para o residual do campo de onda de fundo

Para encontrar o resíduo do campo de onda de fundo, precisamos da equação mais básica para introduzir a perturbação, a equação 2.22 é uma equação básica do campo de onda de fundo, então de forma análoga na seção anterior, perturbando o campo de onda de fundo e linearizando pela aproximação de Born, temos

$$\mathcal{L}_B [\delta p_B(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_S)] = - \frac{2 \delta c_B(\mathbf{x})}{c_B^3(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 p_B(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_S)}{\partial t^2} \quad (2.25)$$

onde \mathcal{L}_B é o operador de onda aplicado a um meio de fundo, δp_B é a perturbação do campo de onda de fundo, c_B é a velocidade do meio de fundo e δc_B é uma perturbação no meio de fundo. Então a solução da equação 2.25 pode ser encontrada a partir da convolução com a função de Green, então podemos avaliar a solução do residual do campo de onda de fundo para uma função de Green de fundo G_B , temos

$$\delta p_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_S) = \int_{\Omega} d^3\mathbf{x}' \left[\frac{2}{c_B^3(\mathbf{x}')} G_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \frac{\partial^2 p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_S)}{\partial t^2} \right] \delta c_B(\mathbf{x}') \quad (2.26)$$

onde essa equação é representada pela primeira linha da equação 2.48, $\delta p_B = U_B \delta c_B$. A parte que está em chaves, é o núcleo de sensibilidade referente ao campo de onda de fundo em relação a parte do modelo de fundo para o par fonte-receptor $(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g)$.

2.5.1.2 Fontes secundárias para o residual do campo de onda singular

Para solucionar a segunda linha da equação 2.48, será preciso encontrar as fontes secundárias que excitam a perturbação do campo de onda singular, então partimos da equação 2.17 que já está linearizada, então

$$\mathcal{L}_0[\delta p(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = -\delta \mathcal{L}[p_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)]$$

onde

$$\delta \mathcal{L}[p_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)] = \frac{2}{c_0^3} \frac{\delta c}{\partial t^2} p_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s)$$

realizando a decomposição na perturbação do campo de onda total e do campo de onda de referência, e aplicando na equação 2.17, então

$$\delta p = \delta p_B + \delta p_S \quad p_0 = p_B + p_S$$

$$\mathcal{L}_0[\delta p_B + \delta p_S] = -\delta \mathcal{L}[p_B + p_S] \quad (2.27)$$

separando os operadores para os respectivos campos e realizando uma identidade $\mathcal{L}_0 = \mathcal{V}_0 + \mathcal{L}_B$ e utilizando a definição da equação 2.25, então

$$\mathcal{L}_0[\delta p_S] = -\delta \mathcal{L}[p_B] - \delta \mathcal{L}[p_S] - \mathcal{V}_0[\delta p_B] - \mathcal{L}_B[\delta p_B] \quad (2.28)$$

onde $\delta \mathcal{L}$ é o operador de onda linearizado. A perturbação do campo de onda singular depende de 4 fontes secundárias, onde explicitará os diferentes níveis de iteração contendo informações dispersas e refletidas em um único ou em vários dados. Para encontrar a solução da equação 2.28 utilizamos a função de Green com o extrapolador do campo de onda para o meio de referência G_0 e substituindo todas as fontes secundárias por Δs , então

$$\delta p_S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_S) = \int_{\Omega} d^3 \mathbf{x}' \quad G_0(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}') * \Delta s(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_S) \quad (2.29)$$

onde G_0 é a função de Green para o operador de onda de referência \mathcal{L}_0 . A partir dessa equação, iremos decompor também a função de Green, obtendo a sua parte de fundo e a sua parte singular, então

$$G_0 = G_B + G_S \quad (2.30)$$

onde G_B é a função Green para o meio de fundo que satisfaz a equação 2.25 como uma fonte impulsiva pontual e G_S é a função de Green para o meio singular que satisfaz a equação 2.23 como um fonte secundária excitada pela função de Green da parte de fundo G_B . A função de Green para a parte singular é definida por

$$G_S = G_0 - G_B \quad (2.31)$$

onde G_S será a diferença entre as funções de Green para o meio de referência e para o meio de fundo, respectivamente. Então substituindo a equação 2.30 em 2.29 e considerando todas as fontes secundárias, teremos 8 termos para o residual do campo de onda singular, então

$$\begin{aligned} \delta p_S(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) &= \sum_{i=1}^{n=8} \delta p_{S,i}(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) = \\ &- \int_{\mathbf{V}} d^3\mathbf{x}' G_S(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \mathcal{V}_0[\delta p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)] \\ &- \int_{\mathbf{V}} d^3\mathbf{x}' G_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \mathcal{V}_0[\delta p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)] \\ &- \int_{\mathbf{V}} d^3\mathbf{x}' G_S(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \delta \mathcal{L}[p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)] \\ &- \int_{\mathbf{V}} d^3\mathbf{x}' G_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \delta \mathcal{L}[p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)] \\ &- \int_{\mathbf{V}} d^3\mathbf{x}' G_S(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \delta \mathcal{L}[p_S(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)] \\ &- \int_{\mathbf{V}} d^3\mathbf{x}' G_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \delta \mathcal{L}[p_S(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)] \\ &+ \int_{\mathbf{V}} d^3\mathbf{x}' G_S(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \delta \mathcal{L}_B[p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)] \\ &+ \int_{\mathbf{V}} d^3\mathbf{x}' G_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \delta \mathcal{L}_B[p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)] \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde utilizamos a reciprocidade da função de Green para as duas últimas integrais, os termos são numerados de cima para baixo, onde o primeiro termo é representado por $\delta p_{s,1}$, e assim, sucessivamente. A equação 2.32 possui a mesma estrutura para todos os termos, uma convolução da função de Green (extrapolador de onda) com o termo da fonte secundária. Esse extrapolador leva a energia das fontes secundárias para o receptor e essa fonte é representada pelo operador de espalhamento $\delta \mathcal{L}$ e pelos campos de onda da fonte que excitou essa fonte. Analisando o último termo, $\delta p_{s,8}$, é a perturbação do campo de onda de fundo, temos

$$\delta p_S - \delta p_{S,8} = \delta p_S + \delta p_B = \delta p$$

$$\delta p(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) = \sum_{i=1}^{n=7} \delta p_{S,i}(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) \quad (2.33)$$

onde os 7 termos da perturbação do campo de onda singular produz a perturbação total dos campos de onda. A importância da decomposição do modelo de referência nos dar a possibilidade de analisar as contribuições individualmente e reconhecer a importância das contribuições das dispersões múltiplas da parte singular do modelo de referência.

2.6 ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES DA REDECOMPOSIÇÃO

Como descrito na seção anterior, a decomposição do modelo de referência permite analisar as contribuições de forma individual para o campo de onda para as componentes de fundo e singular. A parte mais importante são as contribuições das dispersões múltiplas geradas pela parte singular (desconhecida) do modelo de referência. A partir disso, vamos realizar uma interpretação física das contribuições de forma individual para a parte de fundo e singular.

Agora vamos observar os termos individuais dos resíduos dos campos de onda que apresentam termos apenas com dispersão única e termos com dispersão múltipla. Os termos com dispersão única é descrito por

$$\delta p_{S,4}(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) = - \int_{\Omega} d^3 \mathbf{x}' \quad \overbrace{G_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x})}^{\text{Estrapolador do campo de onda (fundo)}} \quad * \quad \overbrace{\delta \mathcal{L}[p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)]}^{\text{campo de onda excitado(fundo) fonte secundária total}} \quad (2.34)$$

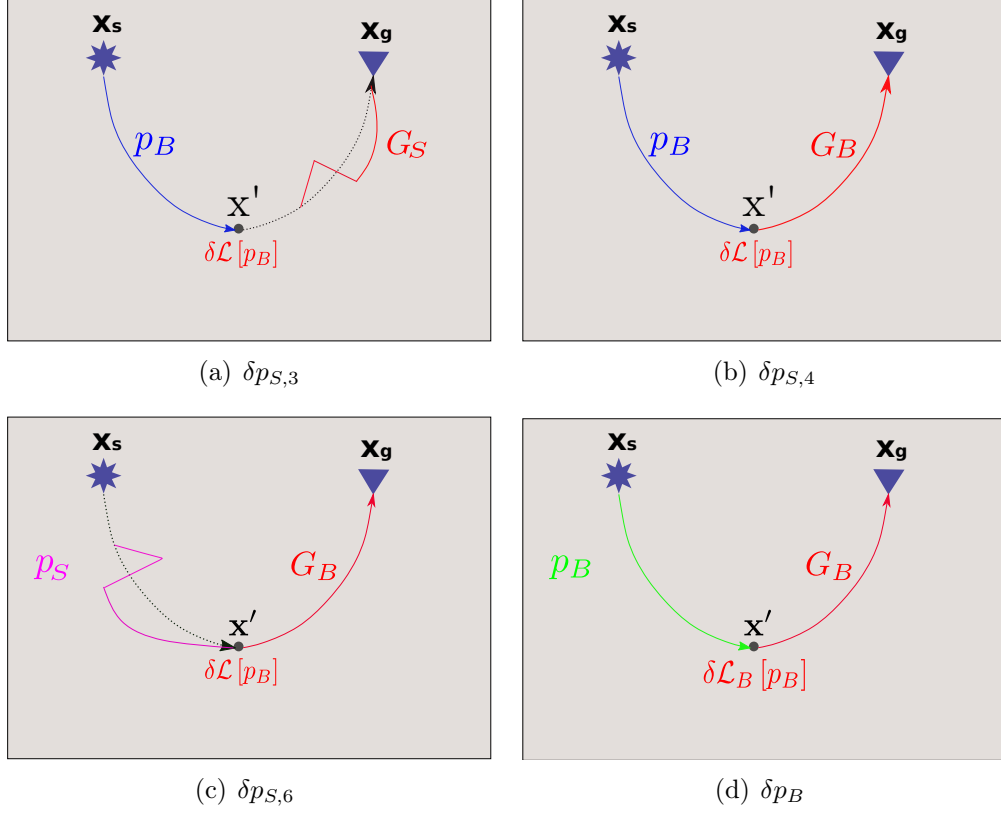


Figura 2.4: Contribuições de diferentes termos da equação 2.32 com informações de espalhamento/reflexões único ou múltiplo. A Figura (a) e (c) mostra as contribuições dos eventos de dispersão múltipla com a diferença do tipo de campo que é excitado a fonte secundária. A Figura (b) e (d) mostra as contribuições dos eventos de dispersão única com a diferença do operador da fonte secundária que utiliza informação do modelo de referência (parte de fundo). Fonte: Macedo (2014)

onde a parte em azul é o extrapolador do campo de onda utilizando a parte de fundo do modelo de referência e em vermelho é o campo de onda de fundo excitando a fonte secundária total. Outro termo apresentando informação de dispersão única é definido por

$$\delta p_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) = - \int_{\Omega} d^3 \mathbf{x}' \quad \overbrace{G_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x})}^{\text{Estrapolador do campo de onda (fundo)}} \quad * \quad \overbrace{\delta \mathcal{L}_B[p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)]}^{\text{campo de onda excitado(fundo) fonte secundária de fundo}} \quad (2.35)$$

onde a parte em verde é o extrapolador do campo de onda utilizando a parte de fundo do modelo de referência e em vermelho é o campo de onda de fundo excitando a fonte secundária da parte de fundo do modelo de referência. As Figuras 2.4(b) e 2.4(d) é representadas pelas equações 2.34 e 2.35, respectivamente. Já as Figuras 2.4(a) e 2.4(c) apresenta exemplos de termos com dispersão única e termos com dispersões múltiplas nas singularidades do modelo não perturbado. As equações que representam essas figuras são descritas por

$$\delta p_{S,3}(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) = - \int_{\Omega} d^3 \mathbf{x}' \quad \underbrace{\text{Estrapolador do campo de onda (singular)}}_{\textcolor{blue}{G}_S(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x})} * \underbrace{\text{campo de onda excitado(fundo) fonte secundária total}}_{\textcolor{red}{\delta \mathcal{L}} [p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)]} \quad (2.36)$$

onde a parte em azul é o extrapolador do campo de onda utilizando as singularidades do modelo de referência e em vermelho é o campo de onda de fundo excitando a fonte secundária total. Essa equação representa a dispersão única, já a equação que representa a dispersão múltipla é definida por

$$\delta p_{S,6}(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}_s) = - \int_{\Omega} d^3 \mathbf{x}' \quad \underbrace{\text{Estrapolador do campo de onda (fundo)}}_{\textcolor{blue}{G}_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x})} * \underbrace{\text{campo de onda excitado(singular) fonte secundária total}}_{\textcolor{red}{\delta \mathcal{L}} [p_s(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)]} \quad (2.37)$$

onde a parte em azul é o extrapolador do campo de onda utilizando a parte de fundo do modelo de referência e em vermelho é o campo de onda singular excitando a fonte secundária total. A dispersão múltipla é observada no campo de onda do lado da fonte, de acordo com a Figura 2.37. As análises podem ser realizadas de forma análoga para os outros termos que compõem as equações para $\delta p_{S,i}$, os termos que realizamos as análises foram para $i = 3, 4, 6, 8$. Essas equações podem ainda ser mais decompostas, pela contribuição da parte de fundo e da parte singular para as fontes secundárias total, e assim, observar de forma mais categórica os eventos de dispersão única e múltipla.

2.6.1 Contribuição da parte de fundo e singular

Para observar a contribuição de cada parte, precisamos buscar o operador de onda perturbado linearizado total $\delta \mathcal{L}$ que conhecemos como a fonte secundária de alguns termos da equação 2.32, então temos que

$$\delta \mathcal{L} = - \left\{ \left(\frac{2 (\delta c_B + \delta c_S)}{(c_B + c_S)^3} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \quad (2.38)$$

onde δc_B é a perturbação do modelo de referência da parte de fundo e δc_S é a pertur-

bação do modelo de referência da parte singular. A partir disso, separamos o operador perturbado em duas partes, então

$$\delta\mathcal{B} = - \left\{ \left(\frac{2 \delta c_B}{(c_B + c_S)^3} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \quad (2.39)$$

e

$$\delta\mathcal{S} = - \left\{ \left(\frac{2 \delta c_S}{(c_B + c_S)^3} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \quad (2.40)$$

As equações 2.39 e 2.40 é o potencial secundário para a contribuição das partes de fundo e singular, respectivamente. A soma dessas duas partes é o potencial secundário total $\delta\mathcal{L} = \delta\mathcal{B} + \delta\mathcal{S}$.

Aplicando essa decomposição nas perturbações do campo de onda da parte singular para o termo $i = 4$, então

$$\delta p_{S,4} = \delta p_{S,4B} + \delta p_{S,4S} \quad (2.41)$$

onde os dois termos são correspondentes as duas contribuições do potencial secundário $\delta\mathcal{B}$ e $\delta\mathcal{S}$. A partir disso, vamos encontrar a solução dessa equação para a contribuição da parte singular aplicando a função de Green, temos que

$$\delta p_{S,4S} = - \int_{\Omega} d^3\mathbf{x}' \left[\frac{2}{(c_B(\mathbf{x}') + c_S(\mathbf{x}'))^3} G_B(\mathbf{x}_g, t; \mathbf{x}') * \frac{\partial^2 p_B(\mathbf{x}', t; \mathbf{x}_s)}{\partial t^2} \right] \delta c_S(\mathbf{x}') \quad (2.42)$$

O termo em chaves descreve o núcleo de sensibilidade com a contribuição da parte singular do potencial secundário do termo $\delta p_{S,4}$ que é representado por $U_{S,4}^S$ da equação 2.48 e a matriz de sensibilidade para a contribuição da parte de fundo $U_{S,4}^B$. Para os termos que possui o potencial secundário ($i = 3, 5, 6$) é realizado de forma análoga para todas as contribuições. Portanto, a equação 2.48 pode ser reescrita, então

$$\begin{bmatrix} \delta p_B \\ \delta p_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_B & 0 \\ \sum_i U_{S,i}^B & \sum_j U_{S,j}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta c_B \\ \delta c_S \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

onde a contribuição com a parte de fundo possui 8 termos $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ e

a parte singular possui 4 termos $j = 3, 4, 5, 6$, mostrados na Figura 2.5. Esses são os subnúcleos para avaliar as perturbação dos campos de onda, um subnúcleo apenas para avaliar a parte de fundo da perturbação do campo de onda, δp_B , 8 subnúcleos com a contribuição da parte de fundo e 4 subnúcleos com a contribuição da parte singular para avaliar a perturbação do campo de onda singular, δp_S .

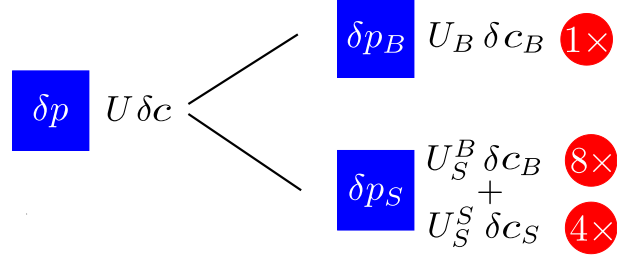


Figura 2.5: Sub-núcleos obtidos a partir da decomposição do núcleo de sensibilidade U para perturbação do modelo de velocidade. Fonte: (Macedo, 2014)

Essa notação numerada utilizada será substituída, pois para ter um melhor entendimento de qual ação física está ocorrendo no subnúcleo, e também, para ter uma melhor identificação do mesmo para utiliza-lo futuramente em algum experimento. Por esse motivo, é utilizada a renomeação proposta por Macedo (2014) para todos os termos com base na ação física como, por exemplo, $\delta p_{S,\alpha\beta\gamma}$, onde cada um desses subscritos α, β, γ represente a ação física envolvida na contribuição de cada subnúcleo.

Nessa proposta, o primeiro subscrito, α , corresponde ao campo de onda responsável pela propagação da contribuição no lado da fonte, o segundo subscrito, β , corresponde o operador potencial que representa as fontes secundárias, e por fim, o terceiro subscrito, γ , representa o campo de onda responsável pela propagação da contribuição no lado do receptor. Agora para identificar cada ação, começaremos pelo primeiro índice, α , que pode ser identificado por três tipos de contribuição, além da contribuição de fundo, B , e singular, S , tem-se a contribuição do residual do campo de onda devido à perturbação de fundo, δp_B , que será representado por b . O segundo índice, β , é responsável por quatro tipos de fontes secundárias, classificadas pelos operadores \mathcal{L} , \mathcal{B} , \mathcal{S} e \mathcal{V} , representando o potencial da contribuição da componente de fundo $\delta \mathcal{L}_B$, as contribuições da parte de fundo, $\delta \mathcal{B}$, e singular, $\delta \mathcal{S}$, do potencial secundário, e por fim, o potencial de espalhamento, \mathcal{V}_0 . Finalmente, o terceiro índice, γ , o subscrito que corresponde o campo de onda responsável pela propagação do lado da fonte, as contribuições será em duas partes representada por, B , devido a componente de fundo e S , devido a contribuição da componente singular do modelo.

Aplicando essa nomenclatura na equação 2.41, o termo dessa equação é separado em duas contribuições do operador potencial de fonte secundária. Para a contribuição de fundo

da fonte secundária termos o termo, $\delta p_{S,BBB}$, onde termos o primeiro que representa o campo de onda com a contribuição da componente de fundo, B , ao lado da fonte, o segundo representa a contribuição da componente de fundo do operador potencial da fonte secundária, B , e por fim, o terceiro representa a contribuição da componente de fundo, B , para a propagação do campo de onda ao lado do receptor. Para observar a interpretação física de todos os treze subnúcleos a partir da Figura 2.6, onde as sub-legendas são representadas pelas antigas nomenclaturas numéricas e substituídas pela nova nomenclatura proposta.

As substituições nas nomenclaturas nas derivadas de Fréchet pode ser representada de forma análoga aos termos mostrados na Figura 2.6. Mas, para as contribuições do operador potencial secundária, onde tem-se a separação das componentes que corresponde as contribuições na fonte secundárias serão consideradas iguais, tornado-os desnecessários na inclusão nas derivadas de Fréchet. Portanto, consideramos as seguintes definições em referência a equação 2.48:

$$\overline{U}_S^B = \sum_i \overline{U}_{S,i}, \quad (2.44)$$

$$\overline{U}_S^S = \sum_i \overline{U}_{S,j}, \quad (2.45)$$

onde $i = bVS, bVB, BS, BB, SS, SB, BLS, BLB$, e $j = BS, BB, SS, SB$. A partir dessa nomenclatura, podemos analisar as derivadas de Fréchet a partir das contribuições de cada índice descrito acima, então uma contribuição da componente singular da perturbação do campo de onda é definida como

$$\delta p_{S,bVS} = \overline{U}_{S,bVS} \overline{\delta c_B} \quad (2.46)$$

onde $\overline{U}_{S,bVS}$ herda os subscritos determinados pela nomenclatura de cada contribuição, sugerido pela proposta da análise interpretativa para cada termo. Portanto, as derivadas de Fréchet ou subnúcleos de sensibilidade serão interpretados de acordo com cada ação imposta na perturbação do campo de onda.

2.7 RETROPROJEÇÃO DOS RESÍDUOS NOS ESPAÇOS DOS MODELOS

Se tratando de inversão, afim de atualizar o modelo, é de grande importância retro-projetar os resíduos dos campos de onda contendo cada contribuição para utilizar na

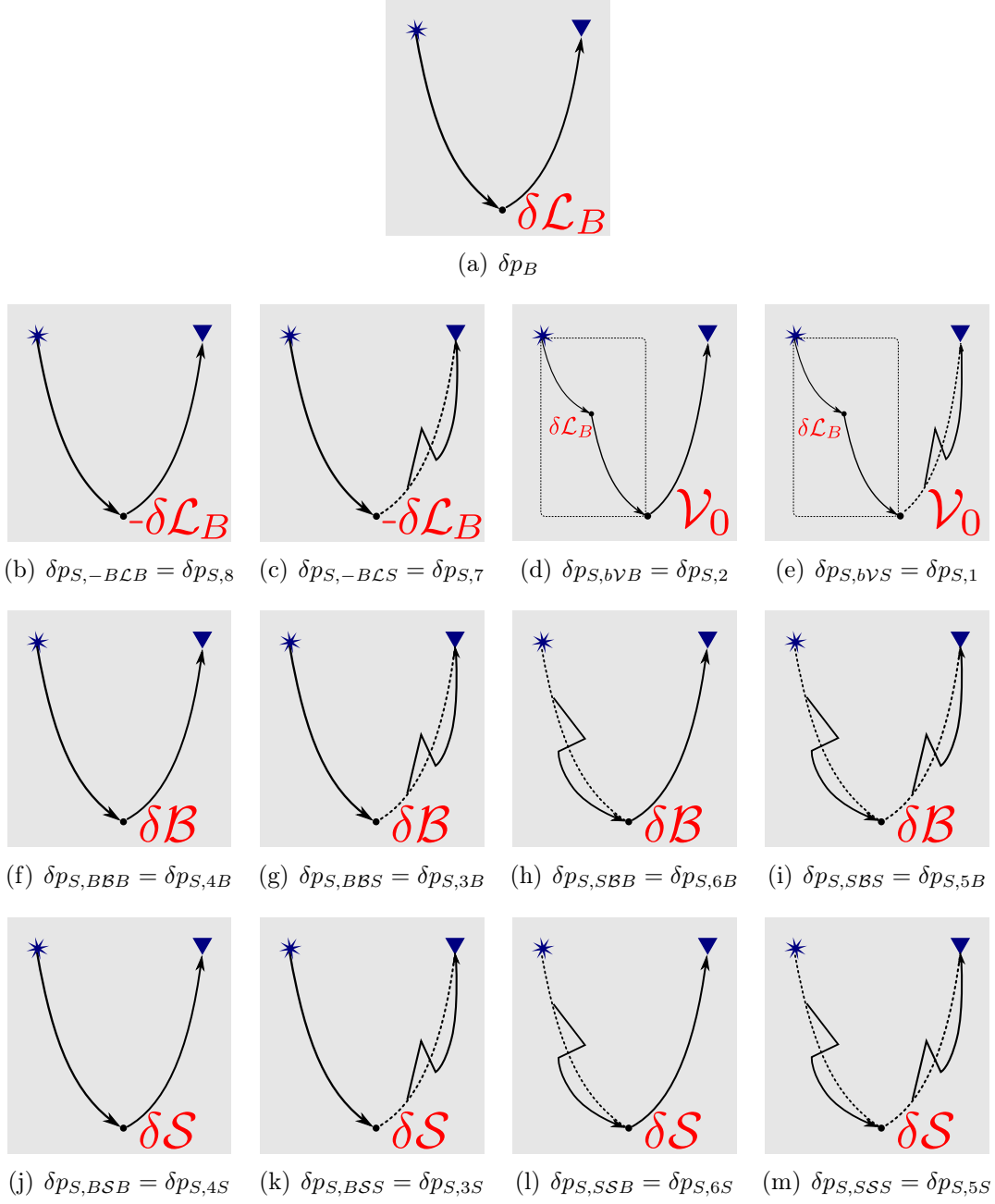


Figura 2.6: Significado físico dos subkernels. Cada um dos desenhos mostra três elementos: campo de ondas do lado da fonte; o operador que gera a fonte secundária; e o extrapolador do campo de ondas do lado do receptor. Subcategorias indicam o novo nome e correspondência com a nomenclatura numerada anterior. Fonte: Macedo (2014)

inversão linearizada. Para obter a retroprojeção dos resíduos nos espaço dos modelo, se faz necessário a utilização do método dos estados adjuntos (Fichtner and Trampert, 2011; Plessix, 2006; Fichtner, 2011; Virieux and Operto, 2009) que permite a projeção retroativa dos resíduos do campo de onda no espaço dos modelos com a ajuda dos núcleos de sensibilidade para estimar as perturbações do modelo.

Convencionalmente, utilizando o residual total do campo de onda, é possível estimar as

perturbações do modelo de velocidade, δc^{est} , que podem ser obtidos por meio do método adjunto. Com isso, podemos retrojetar o resíduo total do campo de onda de acordo com

$$\delta c^{est} = \overline{U}^\dagger \delta p \quad (2.47)$$

onde o subscrito \dagger determina o operador adjunto.

A partir da análise da retroprojeção do resíduo do campo de onda no espaço dos modelos, será possível realizar essa formulação para aplicar a forma decomposta dos resíduos e subnúcleos de sensibilidade. Sob a separação das componentes de fundo e singular proposto até aqui, é possível estimar as perturbações do modelo para as duas componentes através da projeção retroativa dos resíduos. Então, as estimativas das perturbações do modelo é dada como:

$$\begin{bmatrix} \delta c_B^{est} \\ \delta c_S^{est} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta c_{B,B}^{est} + \sum_i \delta c_{B,i}^{est} \\ \sum_j \delta c_{S,j}^{est} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{U}_B^\dagger & \sum_i \overline{U}_{S,i} \\ 0 & \sum_j \overline{U}_{S,j}^\dagger \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_B \\ \delta p_S \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

onde os índices de soma assumem novamente os valores $i = b\mathcal{V}S, b\mathcal{V}B, BS, BB, SS, SB, B\mathcal{L}S, B\mathcal{L}B$ e $j = BB, BS, SB, SS$.

Para encontrar o significado das expressões à uma forma representativa, conforme (Tarantola, 1984; Liu et al., 2015). Utilizaremos a equação 2.41 apenas para a contribuição da componente de fundo da perturbação no domínio da frequência, temos:

$$\hat{\delta p}_{S,BBB}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_s) = - \int_{\Omega} d^3 \mathbf{x}' \hat{G}_B(\mathbf{x}'; \mathbf{x}_s) \delta \mathcal{B}[\hat{p}_B(\mathbf{x}', \mathbf{x}_s)], \quad (2.49)$$

substituindo $\delta \mathcal{B}$ na equação 2.49, temos:

$$\hat{\delta p}_{S,BBB}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_s) = \int_{\Omega} d^3 \mathbf{x}' \frac{-2 \omega^2}{c_0^3(\mathbf{x}')} \hat{G}_B(\mathbf{x}'; \mathbf{x}_s) \hat{p}_B(\mathbf{x}', \mathbf{x}_s) \delta c_B(\mathbf{x}'), \quad (2.50)$$

discretizando essa equação com a integral volumétrica no domínio da frequência, temos

que:

$$\hat{\delta p}_{S,BBB}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_s) = \begin{bmatrix} \frac{-2}{c_0^3(\mathbf{x}'_1)} \omega^2 \hat{G}_B(\mathbf{x}'_1; \mathbf{x}_s) \hat{p}_B(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}_s) & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta c_B(\mathbf{x}'_1) \\ \vdots \\ \delta c_B(\mathbf{x}'_n) \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

onde o súb-núcleo de sensibilidade $\overline{U}_{B,BB}$ (primeira matriz) representa a derivada de Fréchet para a contribuição de fundo para encontrar o resíduo do campo de onda singular com a perturbação da componente de fundo do modelo, δc_B , em \mathbf{x}' .

Aplicando a retroprojeção do resíduo no espaço dos modelos a partir do operador adjuntos, temos

$$\overline{\delta c}_{B,BB}^{\text{est}}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_s) = \begin{bmatrix} \delta c_{B,BB}^{\text{est}}(\mathbf{x}'_1 | \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) \\ \vdots \\ \delta c_{B,BB}^{\text{est}}(\mathbf{x}'_N | \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_g) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{-2}{c_0^3(\mathbf{x}'_1)} \omega^2 \hat{G}_B^*(\mathbf{x}'_1; \mathbf{x}_s) \hat{p}_B^*(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}_s) \\ \vdots \\ \frac{-2}{c_0^3(\mathbf{x}'_N)} \omega^2 \hat{G}_B^*(\mathbf{x}'_N; \mathbf{x}_s) \hat{p}_B^*(\mathbf{x}'_N, \mathbf{x}_s) \end{bmatrix} \hat{\delta p}_s(\mathbf{x}_g; \mathbf{x}_s) \quad (2.52)$$

Por fim, a soma de todas as fontes e receptores dará estimativa geral da perturbação do modelo, conforme a equação 2.52. A partir dessa equação, mostraremos na forma integral a estimativa geral da perturbação do modelo, então:

$$\delta c_{B,BB}^{\text{est}}(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_s) = \sum_s \sum_g \int d\omega \frac{-2}{c_0^3(\mathbf{x})} \omega^2 \hat{p}_B^*(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_s) \hat{G}_B^*(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_g) \hat{\delta p}_S(\mathbf{x}_g, \omega; \mathbf{x}_s) \quad (2.53)$$

onde \hat{p}_B^* é o campo de onda direto e $\hat{G}_B^* \hat{\delta p}_S$ é a retroprojeção do resíduo. A correlação cruzada entre esses dois termos no domínio da frequência, dará uma estimativa da perturbação da componente de fundo do modelo de velocidade. Portanto, é possível observar que para a abordagem convencional utiliza-se p_0 e G_0 , assim como a abordagem decomposta p_B , G_B , p_S e G_S são conhecidos, porque todos eles são calculados a partir do meio de referência conhecido. Essa abordagem decomposta, nos dá direito em decompor o modelo em duas partes de forma arbitrária, sem depender de nenhuma aproximação.

3 METODOLOGIA

O processo de inversão é um processo de otimização não-linear, o que visa encontrar um modelo de velocidade estimado que melhor descrevem os dados observados. Dessa maneira, para implementar estes processos de inversão, utilizaremos a linguagem FORTRAN para todas as etapas, tanto para a inversão convencional, quanto para a inversão alternada. Na modelagem, será aplicado a borda de absorção CPML ("Convolutional perfectly matched layer") (Roland and Komatitsch, 2009; Pasalic and McGarry, 2010), além disso, para acelerar o processo de modelagem iremos paralelizar os códigos, da modelagem do campo de onda e do processo de otimização, utilizando o conjunto de rotinas (bibliotecas) do MPI separado com 8 "threads" para diminuir o tempo dos processos de modelagem.

Em primeiro plano, será realizado os testes das implementações da inversão convencional, da migração reversa no tempo e das estimativas das perturbações da contribuição do campos multiplamente espalhados. Os algoritmos de otimização estão disponíveis em domínio aberto, na qual utilizaremos o algoritmo do método quase-newton LBFGS-B e do método do gradiente conjugado não-linear. Dessa maneira, com essas implementações em mãos, poderemos realizar o acoplamento da inversão convencional, que calcula o gradiente considerando o espalhamento único, com as estimativas das perturbações a partir dos subnúcleos do campo multiplamente espalhados, o que obtém a inversão alternada proposto. Diante disso, realizaremos testes de acurácia para obter resultados dos erros a partir da escolha dos modelos de fundo e singular, e por fim, o processo completo de inversão para obter uma melhor estimativa do modelo.

3.1 INVERSÃO CONVENCIONAL

Na metodologia de inversão tradicional, as iterações do processo de atualização do modelo é determinada a partir de dois tipos de cálculos pré-determinados. O primeiro é o cálculo do gradiente via método dos estados adjuntos, como vimos anteriormente, e o cálculo do problema proposto conhecido como função objetivo que tem como propósito de quantificar a diferença entre os dados observados e modelados. A partir desses dois cálculos, essas informações serão acrescentadas em um determinado método de otimização, podendo aplicar os mais variados métodos existentes na literatura, porém, neste trabalho, irão ser aplicado os método do gradiente conjugado não-linear e o método quasi-Newton utilizando o algoritmo LBFGS-B (Morales and Nocedal, 2011).

O primeiro passo para a realização da inversão, é determinar um modelo de velocidade, o que pode ser sintético ou não, determinando-o como modelo real. A partir disso, podemos realizar a aquisição para encontrar os dados observados utilizando este modelo

de velocidade. As informações dos dados observados é de suma importância, pois ele será necessário para encontrar uma estimativa do modelo de velocidade no processo de inversão.

O segundo passo é suavizar o modelo de velocidade real e determina-lo como modelo inicial do processo de inversão, definido isso, podemos realizar a aquisição para encontrar os dados modelados, logo, com os dados obtidos é possível realizar o cálculo da função objetivo. Entretanto, depois de realizar a aquisição dos dados modelados, precisamos calcular o gradiente da função objetivo via método dos estados adjuntos, então será realizada a diferença entre os dados observados e modelados que irão servir como fonte adjunta para o processo da modelagem adjunta. Realizando a modelagem adjunta, é possível encontrar o gradiente da função objetivo a partir do cálculo da correlação cruzada entre o campo de onda modelado direto e o campo de onda adjunto.

O terceiro passo é adicionar as duas informações obtidas nos dois primeiros passos que vai servir de entrada para os métodos de otimização que serão aplicados neste trabalho. O processo de otimização irá atualizar o modelo de velocidade inicial, porém, para realizar uma atualização, é preciso avaliar se a função objetivo diminuiu ou não com a direção de busca e a pesquisa de linha proposta pelo método. Se a função objetivo não diminuiu, então será necessário avaliar novamente realizando as duas etapas de modelagem até o funcional diminuir. Se o funcional diminuir, então a proposta de atualização do modelo foi efetivo para que a função tenha um decréscimo, e então a atualização será realizada, com isso, será utilizado o modelo de velocidade atualizado para realizar novamente as modelagens até que esse processo tenha convergência. Observe o fluxograma de como é realizada o processo de inversão na Figura 3.1.

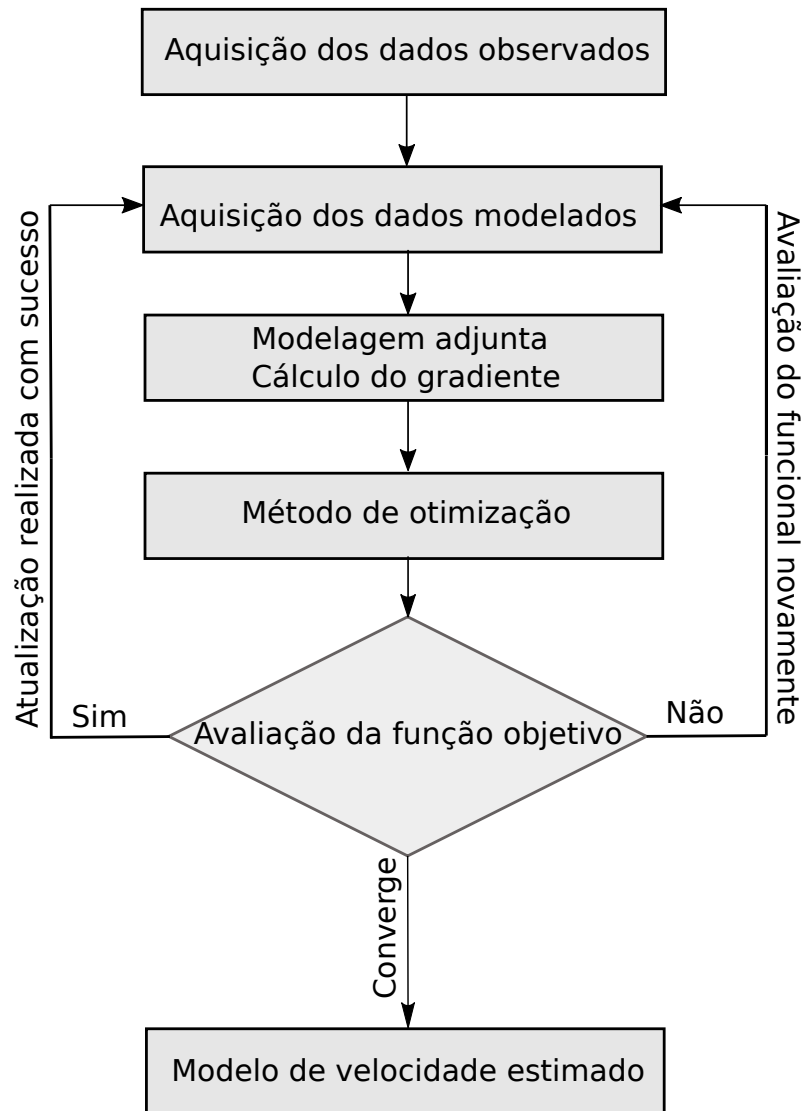


Figura 3.1: Fluxograma mostrando as etapas do processo de inversão convencional. Fonte: Autor

3.2 INVERSÃO ALTERNADA

Idealmente, as primeiras iterações no processo de inversão deveriam atualizar as componentes de baixa frequência e gradualmente incluir as informações do comprimento de onda cada vez mais curto a medida que o processo fosse feito. Mas como sabemos, cada iteração geram modelos de velocidade com potencial de gerarem ondas multiplamente espalhadas. Com o uso do subnúcleos podemos usar essa “desvantagem” a nosso favor.

A Figura 3.2 mostra um esquema simplificado de como seria implementado o processo de inversão alternada. São mostradas as quatro primeiras iterações que estão separadas por linhas horizontais cheias. A linha tracejada vertical separa, em cada iteração, as etapas de modelagem do campo direto (lado esquerdo) da retropropagação dos resíduos (lado direito). Em cada retropropagação, setas *azuis* indicam a injeção de resíduos. Já as setas *verdes* indicam correlação cruzada, relacionando quais campos modelado e re-

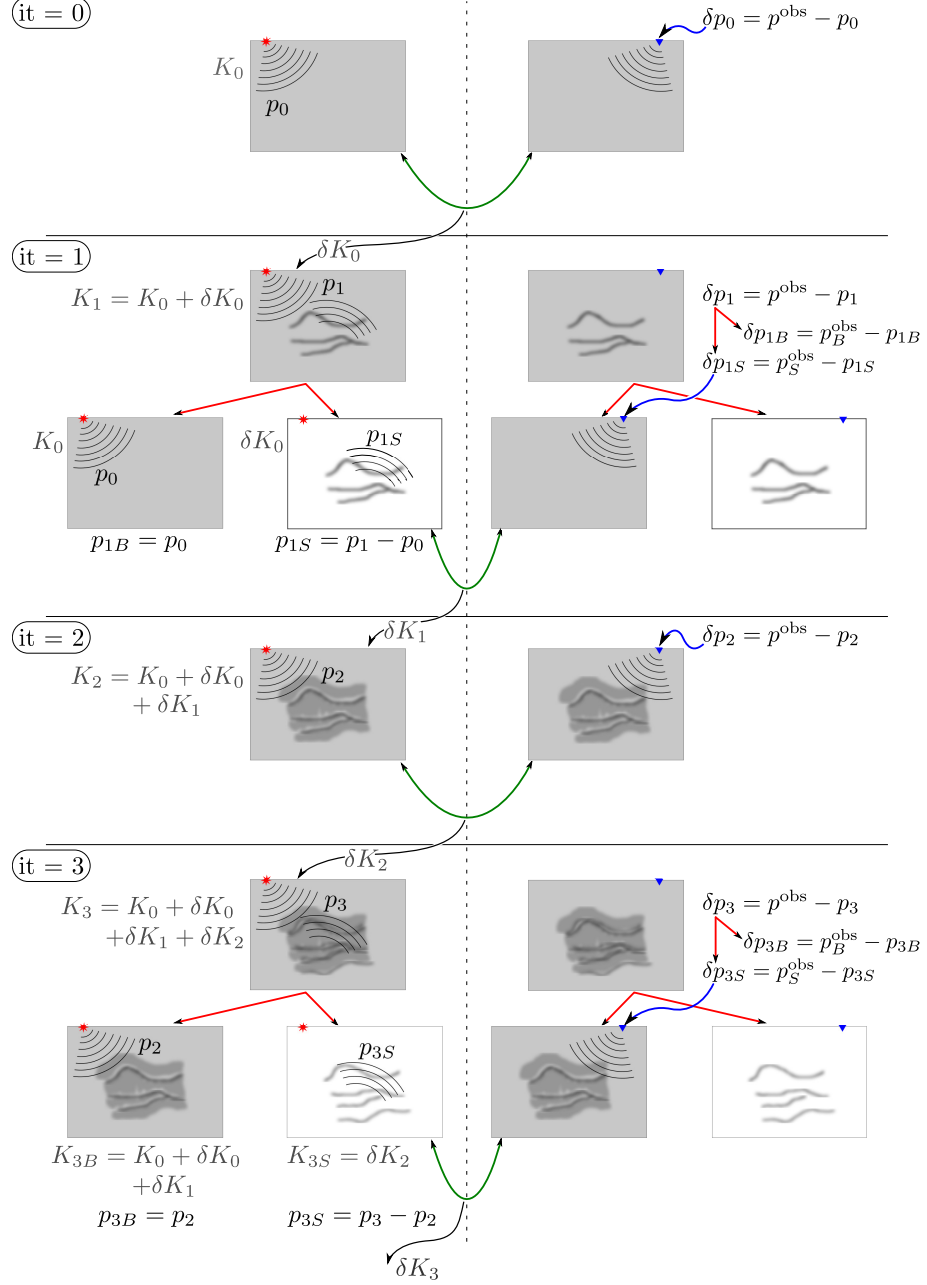


Figura 3.2: Esquema da implementação da inversão alternada. São mostradas as 4 primeiras iterações. A linha tracejada vertical separa a modelagem (lado esquerdo) da retropropagação dos resíduos (lado direito). As setas *azuis* denotam injeção de resíduos. As setas *verdes* indicam correlação cruzada entre campos. As setas *pretas* representam a atualização do modelo e as em *vermelho*, por sua vez, indicam decomposição, ora do modelo, ora do campo. Fonte: Autor

tropropagado serão usados na construção da direção de descida para aquela iteração. As setas *pretas* representam a atualização do modelo que é passada para a iteração seguinte e, finalmente, as setas *vermelhas* denotam uma decomposição, ora do modelo, ora de um campo (resíduo).

A primeira atualização é feita segundo a abordagem convencional: Os campos direto, p_0 , e dos resíduos, δp_0 , são propagados e retropropagados, respectivamente, no modelo inicial c_0 . Esta atualização basicamente funciona como uma migração e pode ser vista como a parte singular para a próxima iteração.

Na segunda iteração, usa-se um dos subnúcleos propostos de modo a tirar vantagem das ondas espalhadas geradas por essa componente que acabou de ser incluída no modelo de referência para gerar atualizações no modelo de fundo. O campo direto, p_1 é propagado no modelo atualizado $c_1 = c_0 + \delta c_0$ porém, extrai-se a componente $p_{1S} = p_1 - p_0$. É bom salientar que p_0 , portanto, deve ser armazenado da iteração anterior. Somente a componente singular será usada na correlação cruzada para definição da direção de descida. Já o campo retropropagado é modelado a partir da componente singular do resíduo $\delta p_{1S} = p_S^{\text{obs}} - p_{1S}$ no modelo de fundo para esta iteração, c_0 . O problema de separação de entre campos observados de fundo, p_B^{obs} , e espalhado, p_S^{obs} se impõe e soluções para diferentes cenários devem ser investigadas.

Na terceira iteração com a mais recente atualização do modelo de fundo, podemos usar o núcleo convencional para gerar outra atualização da parte singular. Alternando atualizações da parte singular com a parte de fundo do modelo, nós acreditamos que melhores resultados pode ser alcançados. Este esquema está baseado na utilização de um dos subnúcleos propostos. Para outros subnúcleos o esquema deve ser modificado. Porém, a idéia geral se mantém a mesma: alternar inversões que atualizam ora o modelo de fundo, ora o singular.

Portanto, será necessário definir os subnúcleos que serão utilizados para decompor o gradiente referente ao campo total. Dessa forma, a escolha dessas contribuições serão escolhidas a partir dos resultados obtidos do trabalho produzido por Macedo (2014), nos experimentos, ele aborda a decomposição e as respectivas interpretações referentes à cada contribuição. Logo, além de realizar o testes para as demais contribuições, será realizado, também, a combinação dos subnúcleos para reter o máximo de informação possível, o qual será de suma importância para a escolha da melhor direção para atualizar o modelo no processo de inversão.

3.3 MODELOS DE VELOCIDADE

A escolha dos modelos serão cruciais para realizar este trabalho, neste projeto iremos selecionar estratégias para definir os modelos de fundo e singular. A princípio, será realizado a decomposição do modelo de referência, m , em duas parte, uma parte sendo o modelo suavizado, m_B , e outra parte o modelo singular, m_S . Dessa maneira, é possível obter as informações do campo de onda singular a partir de três estratégias, a primeira será a diferença entre os modelos reais e suavizados, a segunda será definindo um modelo singular utilizando alguma técnica de imageamento dos refletores e a terceira é obtendo o gradiente da primeira atualização da inversão convencional. Na Figura 3.3, observa-se o esquema de separação dos modelos.

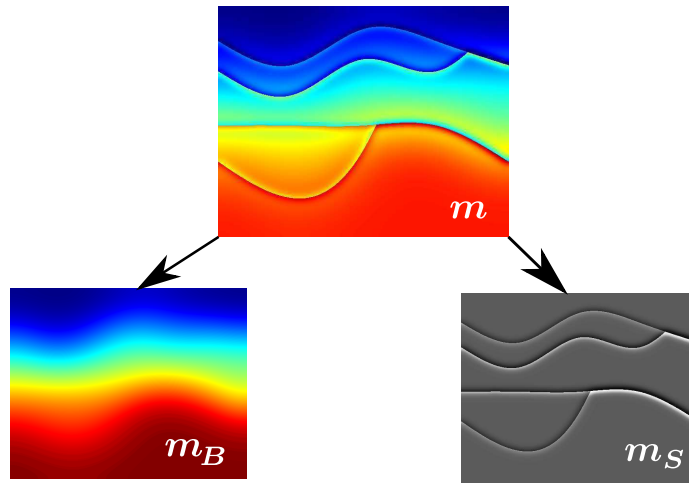


Figura 3.3: A decomposição do modelo de referência em duas partes, parte de fundo (suavizado) e parte singular (perturbado). Fonte: Autor

A estratégia para definir o modelo singular ou perturbado, m_s , por imageamento, será realizando a migração reversa no tempo (RTM), que contém informações das reflexões primárias a partir da utilização da aproximação de born. Assim, é possível obter apenas as informações de interesse, na qual consiste no conteúdo das delimitações das camadas onde o campo de onda perde energia e é espalhado. Portanto, no projeto iremos realizar essas três estratégias para realizar a inversão alternada e realizar uma análise qualitativa da acúrcia quanto à estratégia utilizada.

4 RESULTADOS

O primeiro experimento realizado tem como objetivo assegurar os resultados da implementação do FWI convencional, a partir de modelos simples e de pequena escala. Assim, garantindo a primeira fase de implementações necessárias para a realização do projeto.

4.1 EXPERIMENTO 1 - INVERSÃO CONVENCIONAL

O primeiro experimento consiste em uma inversão sísmica convencional sem pré-condicionadores a partir de um simples modelo de velocidade, na qual esse experimento consiste em uma malha 51×101 com espaçamento na horizontal e vertical de 10 m , o modelador contém a borda CPML com 30 pontos na horizontal e vertical na borda, a frequência utilizada é de 10 Hz e a wavelet é a Ricker. O código é implementado com paralelismo, utiliza-se o MPI separado em 8 processos para acelerar o tempo de modelagem. O modelo real contém duas anomalias gaussianas esféricas, sendo uma de alta velocidade e outra baixa velocidade, na Figura 4.1 é mostrado o modelo que será realizado a aquisição para ter os dados observados

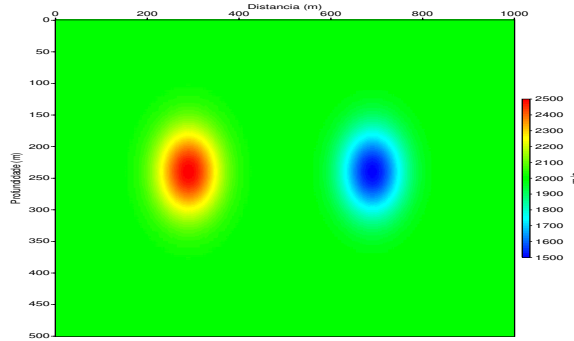


Figura 4.1: Modelo de velocidade real para a realização da aquisição para obter os traços sísmicos dos dados observados.

Após a aquisição, esse modelo será suavizado para obter o modelo de fundo, com isso, servir de modelo inicial para a realização da modelagem adquirindo os dados modelados, na Figura 4.2 mostra o modelo de entrada no FWI.

Após essa etapa, é necessário realizar a modelagem direta e retropropagando o campo adjunto, na qual será aplicado a condição de imagem para calcular o gradiente a partir correlação cruzada entre o campo modelado e o campo adjunto. A ultima etapa é a aplicação do método de otimização, na qual será incluído o código da modelagem do FWI, o código de otimização utilizado no experimento 1 foi o LBFGS-B, pois obteve os melhores resultados na convergência do modelo. Então, os dados de entrada para os códigos de otimização será o modelo de velocidade atual, a função objetivo e o gradiente construído

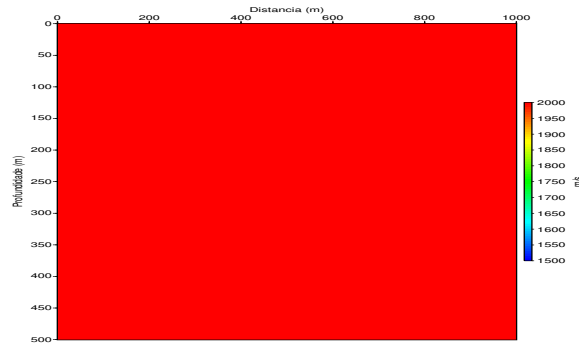


Figura 4.2: Modelo de velocidade inicial para a realização da aquisição para obter os traços sísmicos dos dados modelados.

pela modelagem conforme o fluxograma da Figura 3.1. Portanto, a partir do algoritmo LBFGS-B, obteve os seguintes resultados dos modelos de velocidade gerados pelo FWI mostrados na Figura 4.3.

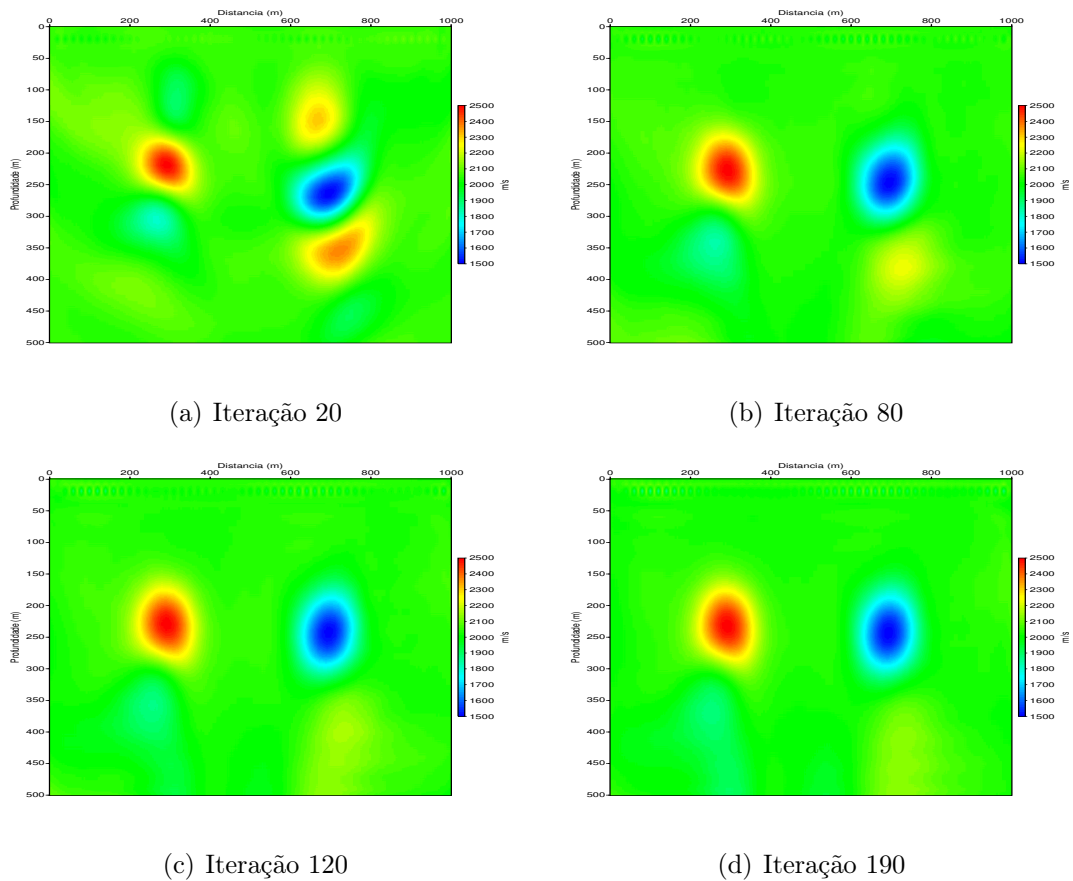


Figura 4.3: Modelos de velocidade gerados a partir do FWI convencional aplicado a um simples modelo utilizando o algoritmo de otimização LBFGS-B

As Figuras 4.3(a) e 4.3(b), mostram os dois modelos de velocidade gerados a partir do LBFGS-B, na iteração 20 mostra um modelo com vários artefatos devido à grande

quantidade de mínimos locais, quanto a iteração 80, o modelo melhora significativamente em relação a iteração 20, mas ainda há artefatos abaixo das anomalias de alta e baixa velocidade. Enquanto que nas Figuras 4.3(c) e 4.3(d), mostram os dois últimos modelos de velocidade gerados na iteração 120 e na iteração 190, respectivamente, esses dois modelos ainda possuem artefatos gerados pela inversão, não foi possível gerar mais iterações por conta de uma má direção de busca, na qual encontrou vários mínimos locais, pois no algoritmo LBFGS-B há limites para calcular a pesquisa de linha, se houver uma má direção, a pesquisa de linha ficará retida e a função objetivo não diminuirá.

Portanto, é possível observar que a implementação do FWI convencional trouxe resultados satisfatórios para esse experimento, o que podemos aplicar alguns pré-condicionadores para garantir uma melhor estimativa do gradiente. Logo, iremos acoplá-lo na utilização da inversão alternada e, assim, realizar-se outros novos testes.

REFERÊNCIAS

- Al-Baali, M., Spedicato, E. and Maggioni, F., 2013, Broyden's Quasi-Newton Methods for a Nonlinear System of Equations and Unconstrained Optimization: a Review and Open Problems. *Optimization methods & software*, doi:10.1080/10556788.2013.856909.
- Baysal, E., Kosloff, D. and Sherwood, J., 1983, Reverse-Time Migration. *Geophysics*, **48**, 1514–1524, doi:10.1190/1.1441434.
- Bunks, C., Saleck, F., Zaleski, S. and Chavent, G., 1995, Multiscale seismic Wave-Form inversion. *Geophysics*, **60**, 1457–1473, doi:10.1190/1.1443880.
- Claerbout, J.F., 1971, Toward a unified theory of reflector mapping. *GEOPHYSICS*, **36**(3), 467–481, doi:10.1190/1.1440185.
- Claerbout, J.F., 1976, Fundamentals of geophysical data processing: with applications to petroleum prospecting. McGraw-Hill.
- Fichtner, A., 2011, Full Seismic Waveform Modelling and Inversion. *Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, doi:10.1007/978-3-642-15807-0.
- Fichtner, A. and Trampert, J., 2011, Hessian kernels of seismic data functionals based upon adjoint techniques. *Geophysical Journal International*, **185**(2), 775–798.
- Fletcher, R. and Reeves, C.M., 1964, Function minimization by conjugate gradients. *The Computer Journal*, **7**(2), 149–154, doi:10.1093/7.2.149.
- Gauthier, O., Virieux, J. and Tarantola, A., 1986, Twodimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: Numerical results. *GEOPHYSICS*, **51**(7), 1387–1403, doi:10.1190/1.1442188.
- Hestenes, M.R. and Stiefel, E., 1952, Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems. *Journal Research of the National Bureau of Standarde*, **49**(6), 409–436.
- Jannane, M. et al., 1989, Wavelengths of earth structures that can be resolved from seismic reflection data. *GEOPHYSICS*, **54**(7), 906–910, doi:10.1190/1.1442719.
- Liu, Y., Yang, J., Chi, B. and Dong, L., 2015, An improved scattering-integral approach for frequency-domain full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, **202**(3), 1827–1842, doi:10.1093/gji/ggv254.
- Macedo, D.L., 2014, Scattering-based decomposition of sensitivity kernels of acoustic full waveform inversion. Unicamp repository.

- Menke, W., 1989, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Elsevier.
- Mora, P., 1987, Nonlinear twodimensional elastic inversion of multioffset seismic data. *GEOPHYSICS*, **52**(9), 1211–1228, doi:10.1190/1.1442384.
- Morales, J. and Nocedal, J., 2011, Remark on “Algorithm 778: L-BFGS-B: Fortran Subroutines for Large-Scale Bound Constrained Optimization”. *ACM Trans. Math. Softw.*, **38**, 7, doi:10.1145/2049662.2049669.
- Nocedal, J., 1980, Updating Quasi-Newton Matrices with Limited Storage. *Mathematics of Computation*, **35**(151), 773–782, doi:10.2307/2006193.
- Nocedal, J. and Wright, S.J., 2006, *Numerical Optimization*, vol. 2 de serie. Springer-Verlag New York, New York, United States, 2nd edn.
- Pasalic, D. and McGarry, R., 2010, Convolutional perfectly matched layer for isotropic and anisotropic acoustic wave equations. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2010*. SEG Technical Program Expanded Abstracts, Society of Exploration Geophysicists, 2925–2929, doi:10.1190/1.3513453.
- Plessix, R., 2006, A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, **167**(2), 495–503.
- Polak, E. and Ribiere, G., 1965, Note sur la convergence de méthodes de directions conjuguées. *ESAIM Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, **3**(1), 35–43.
- Roland, M. and Komatitsch, D., 2009, An unsplit convolutional perfectly matched layer technique improved at grazing incidence for the viscoelastic wave equation. *Geophysical Journal International*, **179**(1), 333–344.
- Snieder, R., Grêt, A., Douma, H. and Scales, J., 2002, Coda Wave Interferometry for Estimating Nonlinear Behavior in Seismic Velocity. *Science* (New York, N.Y.), **295**, 2253–5, doi:10.1126/science.1070015.
- Symes, W., 2008, Migration velocity analysis and waveform inversion. *Geophysical Prospecting*, **56**, 765–790, doi:10.1111/j.1365-2478.2008.00698.x.
- Tarantola, A., 1984, Linearized Inversion of Seismic Reflection Data*. *Geophysical Prospecting*, **32**(6), 998–1015, doi:10.1111/j.1365-2478.1984.tb00751.x.
- Tarantola, A., 2005, *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA.

- Tröltzsch, F., 2010, Optimal control of partial differential equations. Theory, methods and applications. **112**, doi:10.1090/gsm/112.
- Virieux, J. and Operto, S., 2009, An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geop*, **74**(6), WCC127, doi:10.1190/1.3238367.

5 CRONOGRAMA DO PROJETO



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN
1 - Referências Bibliográficas	x	x	x	x			x					
2 - Implementações	x	x	x	x		x		x	x	x		
3 - Criação de modelos							x	x	x			
4 - Experimentos computacionais								x	x	x	x	
5 - Interpretação de resultados								x	x	x	x	
6 - Complementação da dissertação								x	x	x	x	x
8 - Apresentação da dissertação												x

Tabela 1: Cronograma de dissertação de mestrado sob o título: FWI baseada em retro-iluminação por espalhadores: Inversão alternada