

Тема 4. Логика предикатов

1. Найти истинностные значения следующих высказываний, где возможными значениями переменных являются действительные числа:

- а) $\forall x \exists y (x + y = 3)$;
- б) $\exists y \forall x (x + y = 7)$;
- в) $\exists x \exists y (x + y = 11)$
- г) $\forall x \exists y (x + y = 3) \Rightarrow (7 = 11)$
- д) $\forall x (\exists y (xy = 3) \equiv (a \neq 0))$;
- е) $\exists a \forall b \exists x (x^2 + ax + b = 0)$.

2. Пусть f — одноместный, g — двуместный, h — трехместный функциональные символы, а x, y, z — переменные. Определить, какие из следующих выражений являются термами:

- а) $f(g(x, y))$,
- б) $g(f(z, h(x, y, z)))$
- в) $f(g(x), h(x, y, z))$

3. Пусть f - одноместный, g — двуместный, h — трехместный функциональные символы, P - одноместный, Q — трехместный предикатные символы, а x, y, z — переменные. Определить, какие из следующих выражений являются атомными формулами:

- а) $P(f(g(x, y)))$,
- б) $Q(g(f(z), h(x, y, z)))$
- в) $Q(x, P(y), f(z))$

4. Указать свободные и связанные вхождения переменных в следующих формулах:

- а) $\exists y (P(z, y) \wedge \forall x (Q(z, x) \supset R(z)))$;
- б) $\forall x (P(z, y) \wedge \forall y (Q(y, x) \supset R(x)))$
- в) $\forall y \exists x (P(y, z) \wedge Q(z, x) \supset R(y))$;
- г) $\forall y \exists x (P(z, y) \wedge \forall z (Q(z, x) \supset R(y)))$

5. Записать в виде формул языка теории множеств:

- а) $x = \{y\}$;
- б) $x = \{y, z\}$
- в) $y = P(x)$ ($P(x)$ — семейство всех подмножеств множества x)
- г) $z = x \vee y$
- д) $z = x \wedge y$.

6. Записать в виде формул языка формальной арифметики:

- а) « x – четное число»;
- б) « x – нечетное число»;
- в) « x – простое число»;
- г) « x делится на y »;
- д) « z – наименьшее общее кратное чисел x и y »;
- е) « z – наибольший общий делитель чисел x и y »;
- ж) « z – остаток от деления числа x на число y »

7. Записать в виде формул языка упорядоченных множеств:

- а) « x – наименьший элемент»;
- б) « x – наибольший элемент»;
- в) « x – минимальный элемент»;
- г) « x – максимальный элемент».