

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАЗАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А.Н. Туполева-КАИ»

Институт радиоэлектроники и телекоммуникаций

Кафедра радиоэлектронных и телекоммуникационных систем

Отчет
учебная практика
Вид практики: преддипломная

Направление 110402 Инфокоммуникационные технологии и системы
связи

Магистерская программа Communication and signal processing

Срок практики с _____ по _____

Отчет принял с оценкой _____

Рук. пр. от КНИТУ-КАИ _____

Обучающийся _____ Б.М.Валеев

Казань 2016

Оглавление

1. Введение	2
1.1. Обработка сигналов основанная на тензорной алгебре	3
1.1.1. PARATUCK2	6
1.2. Обобщенное частотное разделение каналов	8
1.2.1. Принцип конструирования низкочастотного фильтра	9
2. ОбЧРК в системе с одной передающей и одной приемной антенной	16
2.1. Модель системы	16
2.2. Полу-слепой приемник для оценки канала с памятью	19
2.2.1. Приближенное устранение влияния канала	19
2.2.2. Полу-слепой приемник	22
2.3. Результаты моделирования	27
2.4. Заключение	30
Литература	32

Глава 1.

Введение

В настоящее время радио частоты становятся все более дорогим ресурсом из-за большого количества работающих радиотехнических систем. Разумные пути для выделения радио ресурсов становятся все более и более важными в беспроводных технологиях. Методы совместного использования спектра являются одним из таких путей[1]. Однако подобные технологии должны быть реализованы очень аккуратно, для того что удерживать интерференцию на низком уровне для других легально работающих систем[2][3]. Четвертое поколение мобильной связи было основано на ОЧРК модуляции. Однако ОЧРК не предоставляло необходимого уровня межсистемной интерференции и недостаточно эффективно использовало радио ресурсы. Данный недостаток был связан с ортогональностью между всеми поднесущими частотами [2] [4]. В следующем поколении систем мобильной связи был предложен более эффективный путь для использования частотного ресурса. Новая техника названа Обобщенное частотное разделение каналов. Она основана на неортогональном расположении поднесущих частот. Передатчик располагает поднесущие частоты таким образом чтобы спектры данных работали с некоторым перекрытием между собой. Система обеспечивает такое поведение при помощи фильтров с характеристикой "Корень приподнятого косинуса" вместо использования согласованного фильтра. Выбранный подход позволяет уменьшить излучение вне рабочей полосы частот. Однако интерференция внутри системы значительно уменьшает производительность выбранного метода модуляции. При этом взаимное пе-

рекрытие в системе является настраиваемым параметром и таким образом система может выбирать компромисс между влиянием на чужие системы и производительностью своей системы. Так же новая система передачи данных значительно увеличивает сложность организации приемника. Это связано с тем что приемник обязан найти символы как во временной так и в частотной области. Данная задача имеет достаточно большую вычислительную сложность и увеличит размеры и энергопотребление приемного устройства. Более того для того чтобы обеспечить тот же уровень ошибок на бит приемник должен быть значительно сложнее и использовать совершенные алгоритмы расчета. При этом данную систему можно описать при помощи тензорной алгебры для того чтобы выразить ее в более естественной форме.

1.1. Обработка сигналов основанная на тензорной алгебре

Тензор это много размерный массив данных. Другими словами N мерный тензор является матрицей у которой существуют элементы по N разным измерениям (1.1)[5]. Тензоры первого и второго порядка являются векторами и матрицами соответственно. Тензоры которые имеют количество измерений более двух считаются тензорами высоких порядков[6].

$$\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \cdots I_N} \quad (1.1)$$

Порядок тензора это число измерений по которым тензор имеет различные элементы. В данной работе скалярные значения обозначены как прописные символы например a . Векторы обозначены как прописные символы полужирного шрифта например \mathbf{a} . Матрицы записаны как заглавные полужирные символы например \mathbf{A} . Тензоры высокого порядка обозначены как заглавные символы каллиграфического шрифта например \mathcal{A} . Тензоры позволяют описать данные в более естественной форме в случае если количество их естественных измерений больше двух. Описание данных при помощи тензоров позволяет учитывать многие зависимости между различными

размерностями в данных. Развертка N -ого порядка является соединением тензора с фиксированной точкой одной размерности(1.2)(1.3)(1.4)(1.5)[7]. При этом для каждого столбца все размерности за исключением одного являются фиксированными. Развертка N -ого порядка имеет то же количество строк сколько имеет элементов по пространству v . Запись по столбцам может отличаться по порядку. Отличают запись по Матлаб и запись по Латауеру. Запись по Матлаб идет начиная от первого измерения к концу[8], в то время как по Латауеру от последнего измерения к первому. В данной работе используется запись по Матлаб во всех вычислениях, если явно не указано иное.

$$\mathcal{X}_{:, :, 1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathcal{X}_{:, :, 2} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

$$\mathcal{X}_{[1]} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\mathcal{X}_{[2]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$\mathcal{X}_{[3]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

N -мерный тензор имеет ранг один если он может быть представлен как внешнее произведение N векторов[5]. Разложение тензоров на тензоры ранга один было предложено Хичкоком в 1927 г[9]. Он описал тензор высшего порядка как сумму тензоров ранга один. Тензор может быть разложен на некоторое количество тензоров ранга один. Такое разложение называют "Каноническое разложение"или "Параллельная факторизация"(1.6)(1.7). Каноническое разложение раскладывает тензор на сумму тензоров ранга

един. Данная сумма может быть представлена в иной форме.

$$\mathcal{X} = \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r \quad (1.6)$$

$$\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3} \mathbf{a}_r \in \mathbb{C}^{I_1 \times 1} \mathbf{b}_r \in \mathbb{C}^{I_2 \times 1} \mathbf{c}_r \in \mathbb{C}^{I_3 \times 1} \quad (1.7)$$

Векторы соответствующие тому же пространству при тензорах ранга один могут быть собраны в одну матрицу для каждой из размерностей(1.8). Такая запись называется матричная факторизация. При помощи записанных матриц развертки каждого из порядков можно записать в значительно более простой форме(1.10)(1.11)(1.12).

$$\mathcal{X} = \mathbf{A} \circ \mathbf{B} \circ \mathbf{C} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 \cdots \mathbf{a}_R \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

$$\mathcal{X}_{[1]} = \mathbf{A}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{B})^T \quad (1.10)$$

$$\mathcal{X}_{[2]} = \mathbf{B}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{A})^T \quad (1.11)$$

$$\mathcal{X}_{[3]} = \mathbf{C}(\mathbf{A} \diamond \mathbf{B})^T \quad (1.12)$$

Существует много путей разложить тензор, один из самых распространенных алгоритмов является метод ПМНК. Алгоритм описан ниже[10].

- Установка стартовых матриц $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ как случайных комплексных матриц фиксированного размера
- Решение СЛАУ с данными матрицами \mathbf{B}, \mathbf{C} и обновлением матрицы \mathbf{A}

- Решение СЛАУ с данными матрицами \mathbf{A} , \mathbf{C} и обновлением матрицы \mathbf{B}
- Решение СЛАУ с данными матрицами \mathbf{A} , \mathbf{B} и обновлением матрицы \mathbf{C}
- Проверка уменьшения значения функции невязки. В случае если уменьшение больше порога, повторить с алгоритм с пункта 2.

1.1.1. PARATUCK2

Модель *PARATUCK2*[11] является комбинацией между *PARAFAC*[5] и *TUCKER3*[5] моделями разложения тензоров. Модель позволяет разложить один трехмерный тензор на 5 различных матриц. В общем случае модель может быть записана в скалярной форме при помощи следующего выражения(1.13) [12].

$$x_{i_1, i_2, t} = \sum_{f=1}^F \sum_{t_s=1}^{T_s} a_{i_1, f} c_{t, f}^{[a]} s_{f, t_s} c_{f, t_s}^{[b]} b_{i_2, t_s} \quad (1.13)$$

$$\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times T} \quad \mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times F} \quad \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{I_2 \times T_s}$$

$$\mathbf{C}^{[a]} \in \mathbb{C}^{T \times F} \quad \mathbf{C}^{[b]} \in \mathbb{C}^{T \times T_s}$$

В указанном выше выражении $x_{i_1, i_2, t}$ является (i_1, i_2, t) элементом тензора $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times T}$. Матрица \mathbf{S} является матрицей-основой для *PARATUCK2* модели. Матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} обеспечивают связь между соответствующей размерностью тензора \mathcal{X} и матрицы-основы \mathbf{S} [11]. Матрицы $\mathbf{C}^{[a]}$ и $\mathbf{C}^{[b]}$ являются взвешивающими коэффициентами для матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} в каждом из слоев третьей размерности тензора \mathcal{X} . Модель может быть записана в двух формах: послойная тензорная нотация(1.14) и векторизованная форма для тензора \mathcal{X} . В послойной форме записи тензор \mathcal{X} записывается отдельным выражением для каждого слоя третьей размерности. Подобная запись позволяет описать модель при помощи линейной алгебры с минимальными из-

менениями в выражении для различных слоев. Матрицы $\mathbf{C}^{[a]}$ и $\mathbf{C}^{[b]}$ в таком случае записаны как тензор с элементами на главной диагонали между первым и вторым измерением. В таком случае послойная запись для модели *PARATUCK2* может быть выражена как послойное произведение между матрицей \mathbf{A} и \mathbf{B} с коэффициентами для соответствующих строк и столбцов для матрицы $\mathbf{C}^{[a]}$ и $\mathbf{C}^{[b]}$ для соответствующего слоя третьего измерения[11].

$$\mathbf{X}_{::,i} = \mathbf{A} \cdot \text{diag}(\mathbf{C}^{[a]}_{:,i}) \cdot \mathbf{S} \cdot \text{diag}(\mathbf{C}^{[b]}_{:,i}) \cdot \mathbf{B} \quad (1.14)$$

Векторизованная форма тензора \mathcal{X} является второй формой для записи модели. Возможно использовать данную запись в трех формах[5], в виде произведения матрицы с векторизованной матрицей \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{S} . Таким образом можно найти каждую из матриц \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{S} используя векторизованную модель тензора \mathcal{X} и генерирующую матрицу для каждой из форм записи. Однако важно заметить, что векторизованная модель требует знания размерностей тензора \mathcal{X} так как вектор не позволяет узнать соответствующие размерности[9].

$$\text{vec}(\mathcal{X}) = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}^{[a]\mathbf{T}} \diamond \mathbf{C}^{[b]\mathbf{T}})^T \diamond (\text{vec}(\mathbf{A}_{1,:}) \otimes \mathbf{B}) \\ (\mathbf{C}^{[a]\mathbf{T}} \diamond \mathbf{C}^{[b]\mathbf{T}})^T \diamond (\text{vec}(\mathbf{A}_{2,:}) \otimes \mathbf{B}) \\ \vdots \\ (\mathbf{C}^{[a]\mathbf{T}} \diamond \mathbf{C}^{[b]\mathbf{T}})^T \diamond (\text{vec}(\mathbf{A}_{I_1,:}) \otimes \mathbf{B}) \end{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{S}) \quad (1.15)$$

$$\text{vec}(\mathcal{X}) = (\mathbf{I} \otimes (((\mathbf{B} \diamond \mathbf{C}^{[b]}) \cdot \mathbf{S}^T) \odot \mathbf{C}^{[a]})) \text{vec}(\mathbf{A}) \quad (1.16)$$

$$\text{vec}(\mathcal{X}) = (\mathbf{I} \otimes (((\mathbf{A} \diamond \mathbf{C}^{[a]}) \cdot \mathbf{S}) \odot \mathbf{C}^{[b]})) \text{vec}(\mathbf{B}) \quad (1.17)$$

Векторизованная модель записи может быть упрощена в случае если матрица \mathbf{A} и матрица \mathbf{B} являются векторами, а не матрицами. В данном случае модель выраженная при помощи произведений Хатри-Рао и Адамара упрощаются до значительно меньшего количества операций, и произведение Кронекера исключается. Упрощенная форма записывается для

всех трех матриц в следующей форме.

$$vec(\mathcal{X})^T = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{C}^{[a]T} \odot (\mathbf{S} \cdot (\mathbf{C}^{[b]} \diamond \mathbf{b}^T)^T)) \quad (1.18)$$

$$vec(\mathcal{X})^T = \mathbf{b}^T \cdot (\mathbf{C}^{[b]T} \odot (\mathbf{S}^T \cdot (\mathbf{C}^{[a]} \diamond \mathbf{a})^T)) \quad (1.19)$$

$$vec(\mathcal{X}) = (((\mathbf{a} \diamond \mathbf{C}^{[a]}) \cdot \mathbf{S}) \odot \mathbf{C}^{[b]})\mathbf{b} \quad (1.20)$$

$$vec(\mathcal{X}) = (((\mathbf{b}^T \diamond \mathbf{C}^{[b]}) \cdot \mathbf{S}^T) \odot \mathbf{C}^{[a]})\mathbf{a}^T \quad (1.21)$$

$$\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{1 \times 1 \times T} \mathbf{a} \in \mathbb{C}^{1 \times F} \mathbf{b} \in \mathbb{C}^{T_s \times 1}$$

$$\mathbf{C}^{[a]} \in \mathbb{C}^{T \times F} \mathbf{C}^{[b]} \in \mathbb{C}^{T \times T_s} \mathbf{S} \in \mathbb{C}^{F \times T_s}$$

Модель будет использована для описания выраженной ниже системы модуляции ОбЧРК. Данная модель позволяет описать систему передачи данных в достаточно простой форме.

1.2. Обобщенное частотное разделение каналов

Основной принцип работы ОбЧРК является организация блока передачи в котором используется несколько поднесущих и несколько символов на каждой из поднесущих. При этом символы на поднесущих проходят низкочастотную фильтрацию для уменьшения межканальной интерференции. В системах с обобщенное частотное разделение каналов используется два основных вида фильтров во временной области: фильтр с характеристикой "Приподнятый косинус" либо фильтр с характеристикой корень приподнятого косинуса. В системе ортогонального частотного разделения каналов используется согласованный фильтр, обеспечивающий ортогональность различных поднесущих. В системах передачи данных с ОбЧРК под-

несущие не ортогональны друг другу. По этой причине возникает наложение различных поднесущих друг на друга, что увеличивает меж символную и меж канальную интерференцию. Однако подобный подход позволяет плотнее располагать поднесущие между собой и эффективнее использовать спектр.

1.2.1. Принцип конструирования низкочастотного фильтра

Как было сказано выше в ОбЧРК используется два основных вида фильтров во временной области: фильтр с характеристикой "Приподнятый косинус" либо фильтр с характеристикой корень приподнятого косинуса. Оба фильтра имеют одну переменную значение которой можно изменять для изменения перекрытия в частотной области между каналами α . При этом значению переменной $\alpha = 0$ соответствует минимальное перекрытие между соседними поднесущими, в то время как при значении $\alpha = 1$ перекрытие является максимальным. При увеличении α значительно увеличивается меж-символьная и меж-канальная интерференция. В системе ОбЧРК происходит усложнение структуры приемника по сравнению с ОЧРК. Приемник должен обеспечивать прием даже в условиях меж-канальной интерференции и иметь механизмы для ее устранения. Фильтр с характеристикой "Приподнятый косинус" является усовершенствованием согласованного фильтра, его характеристики широко освещены в литературе. Выражение для импульсной характеристики представлено в (1.22) и взято из источника [13]. В выражении переменная T является длительностью одного символа в шкале временных отсчетов, α как и было описано является переменной. Импульсная характеристика для различных величин α представлена на рис. Соответствующая частотная характеристика для величин α представлена на рис.

$$h(t) = \begin{cases} \frac{\pi \operatorname{sinc}(\frac{1}{2\alpha})}{4} & t = \pm \frac{T}{2\alpha} \\ \operatorname{sinc}(1/T) \frac{\cos(\pi \alpha t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.22)$$

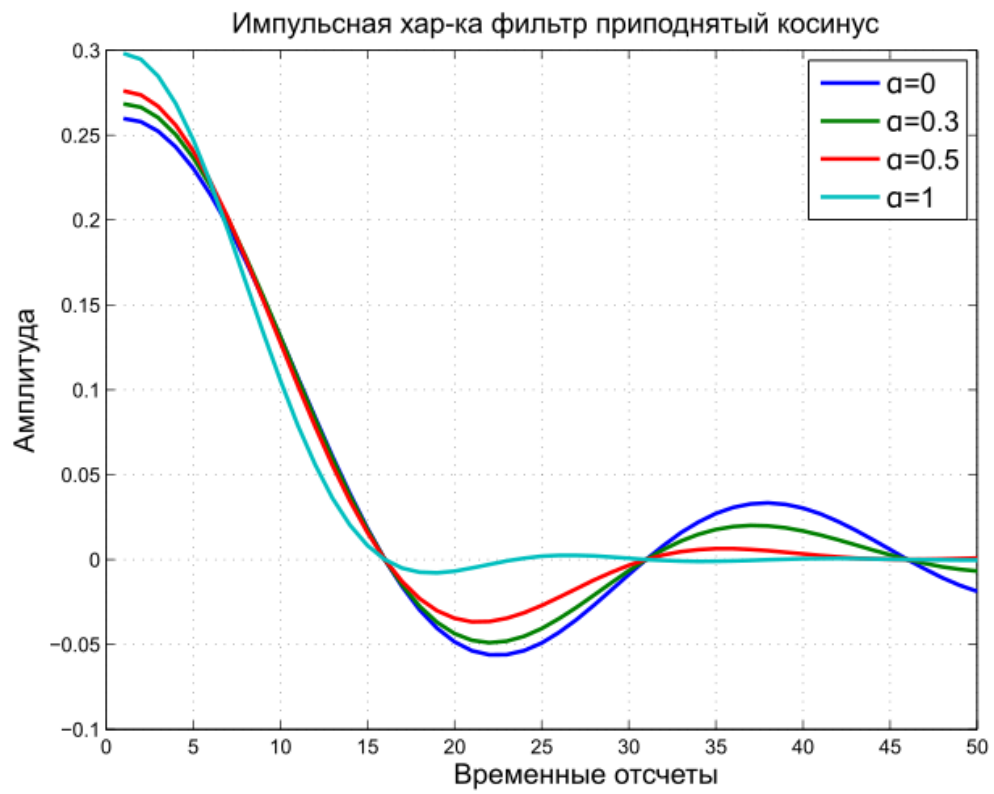


Рис. 1.1. Импульсная характеристика фильтра типа Приподнятый косинус в зависимости от коэффициента α

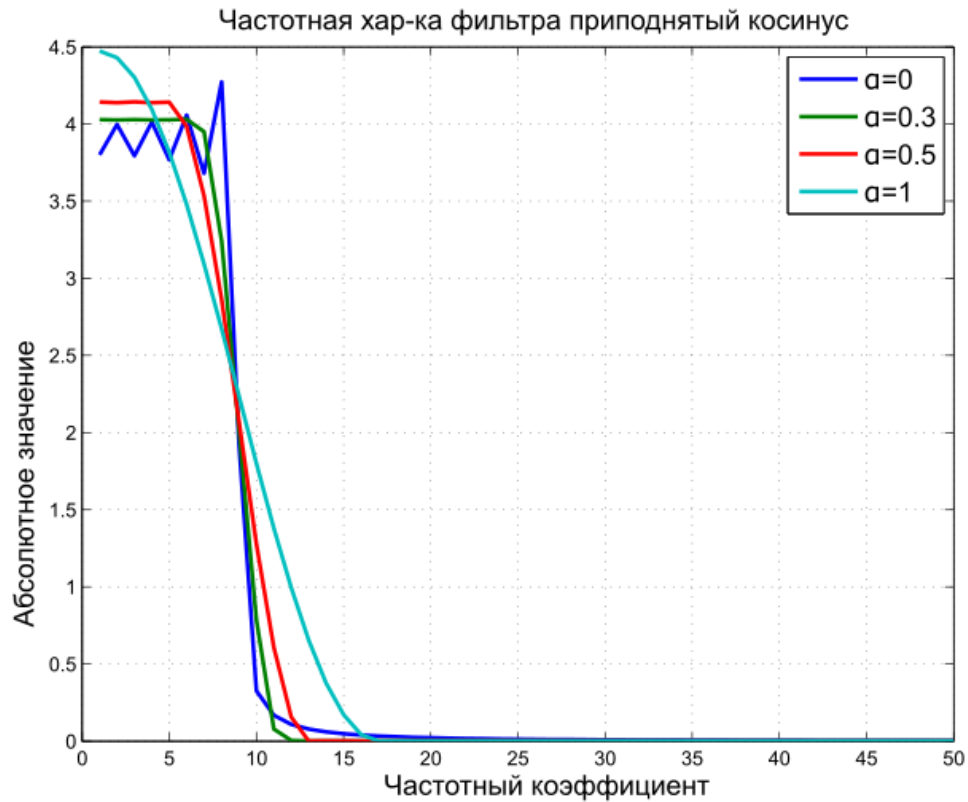


Рис. 1.2. Частотная характеристика фильтра Приподнятый косинус в зависимости от коэффициента α

Фильтр с характеристикой корень из приподнятого косинуса является дополнением к фильтру с характеристикой приподнятый косинус и при применении на приемнике и передатчике одновременно обеспечивает аналогичный уровень межсимвольной интерференции как в согласованном фильтре. Описание и теоретическое обоснование использования фильтра описано в [14] [15] и [16]. Выражение для импульсной характеристики представлено в (1.23) и взято из источника [14]. В выражении переменная T является длительностью одного символа в шкале временных отсчетов, α как и было описано является переменной. Импульсная характеристика для различных величин α представлена на рис. Соответствующая частотная характеристика для величин α представлена на рис (1.3).

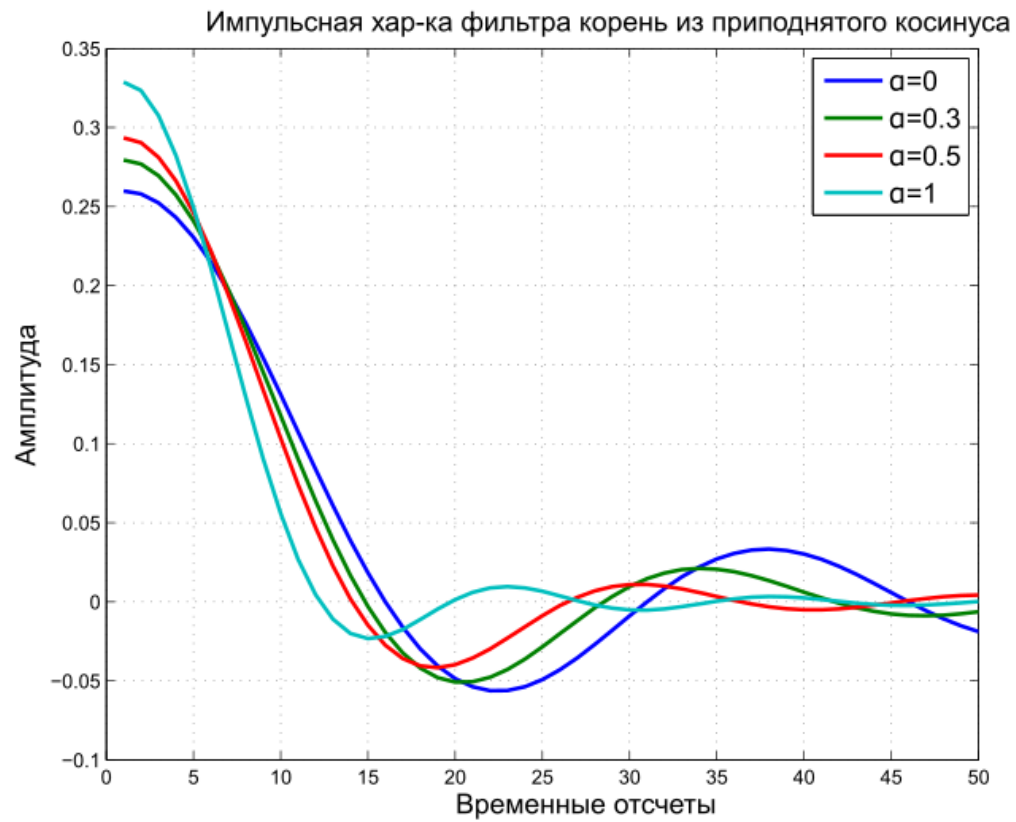


Рис. 1.3. Импульсная характеристика фильтра типа корень из Приподнятого косинуса в зависимости от коэффициента α

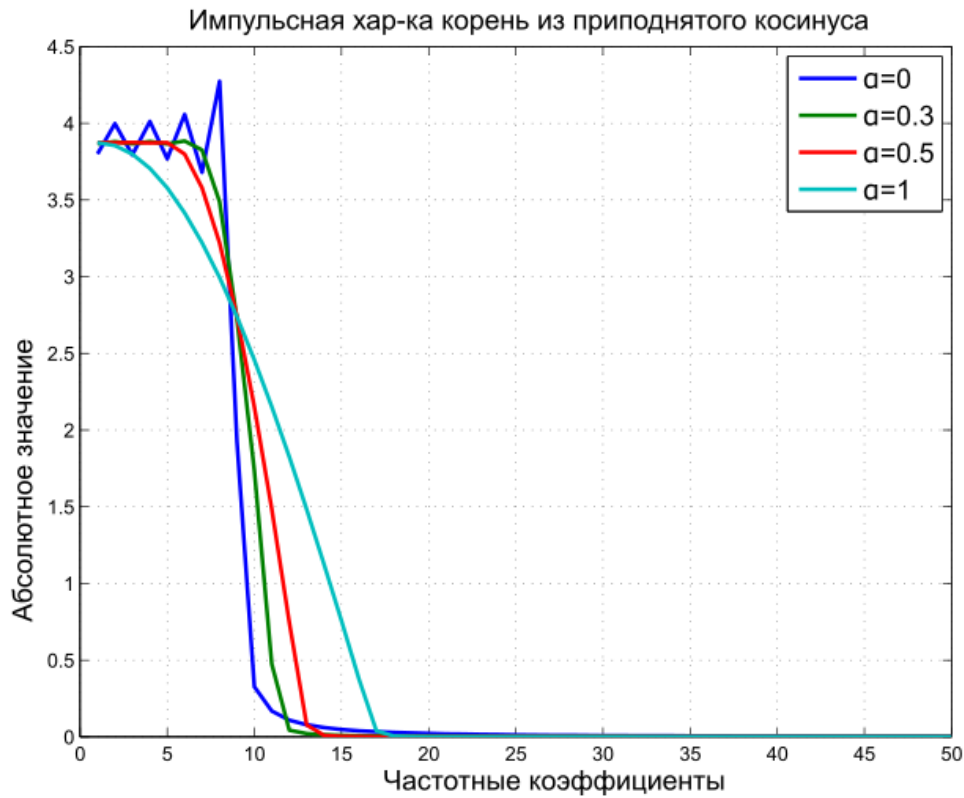


Рис. 1.4. Частотная характеристика фильтра корень из Приподнятого косинуса в зависимости от коэффициента α

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1-\alpha+4\alpha/\pi}{\sqrt{T}} & \text{if } t = 0 \\ \frac{\alpha}{\sqrt{2T}} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4\alpha}\right) + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4\alpha}\right) \right] & \text{if } t = \pm T/4\alpha \\ \frac{1}{\frac{t\pi}{\sqrt{T}}(1 - \frac{4\alpha t}{T})^2} \left(\sin\left(\frac{\pi t(1-\alpha)}{T}\right) + \frac{4\alpha t}{T} \cos\left(\frac{\pi t(1+\alpha)}{T}\right) \right) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.23)$$

Сравнение импульсных характеристик для согласованного фильтра, фильтра "Приподнятый косинус" и фильтра корень из приподнятого косинуса представлено на рис. Из рис.(1.5) видно, что в точке где временной отсчет равен длительности импульса для согласованного фильтра амплитуда импульсной характеристики равна нулю, в отличие от других фильтров. Сравнение частотных характеристик для согласованного фильтра, фильтра "Приподнятый косинус" и фильтра корень из приподнятого косинуса представлено на рис. Из рис. видно, что для фильтра с характеристикой

корень из приподнятого косинуса перекрытие по частоте является наибольшим в отличие от согласованного фильтра и фильтра с приподнятым косинусом.

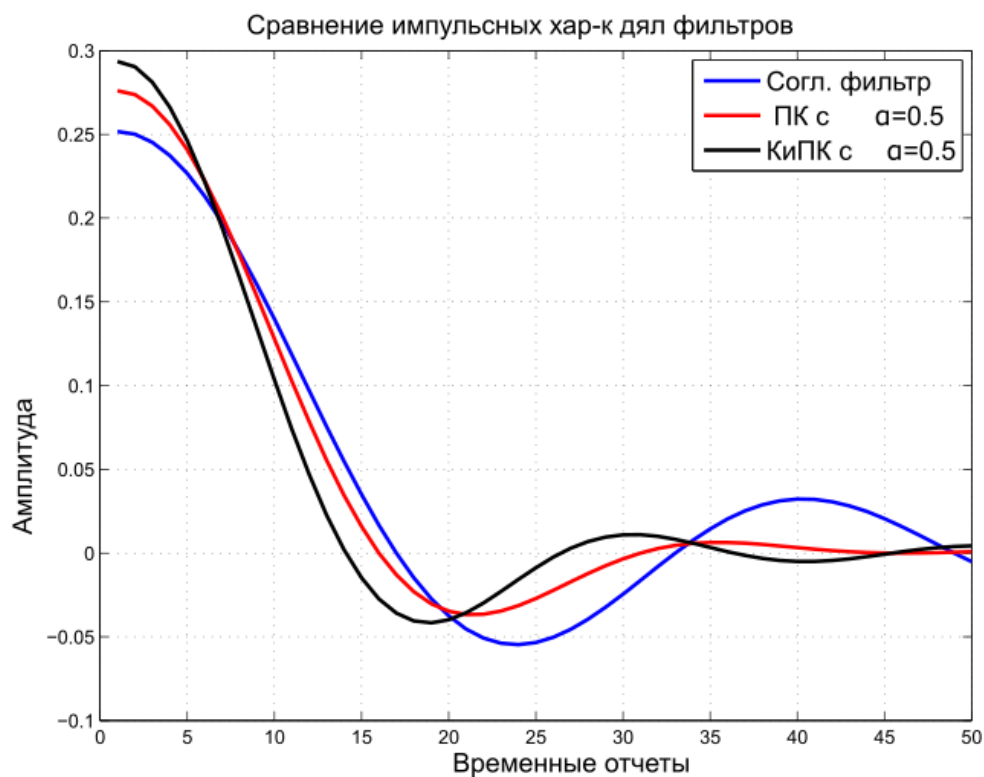


Рис. 1.5. Сравнение импульсных характеристик различных фильтров

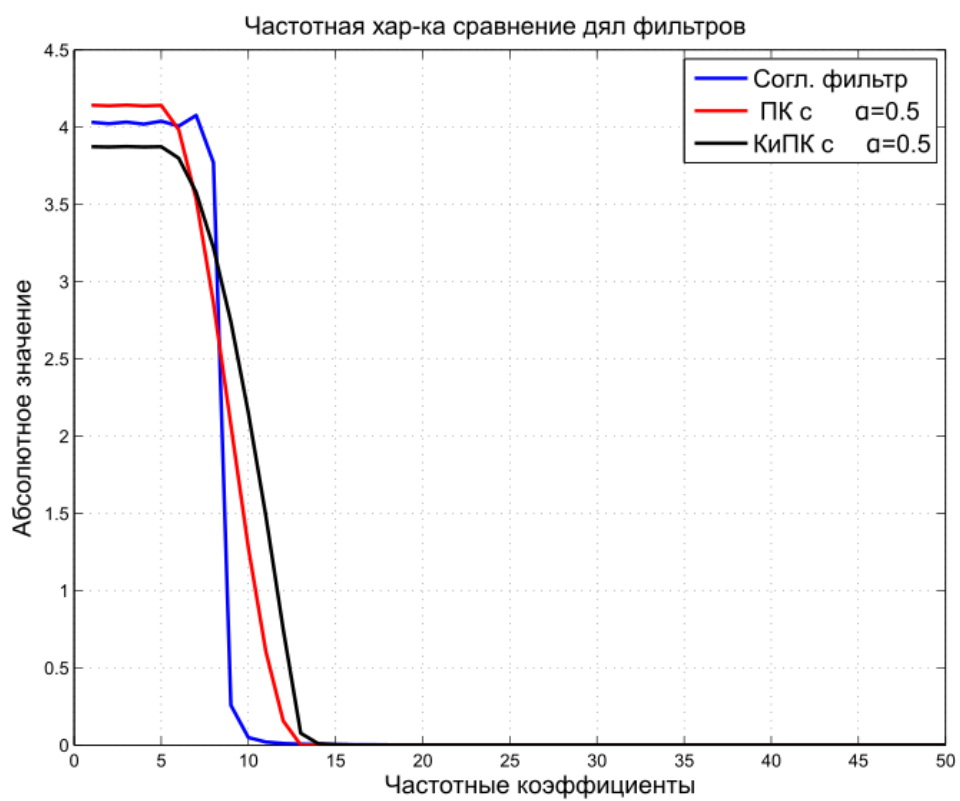


Рис. 1.6. С

Глава 2.

ОбЧРК в системе с одной передающей и одной приемной антенной

2.1. Модель системы

В данном разделе будет рассмотрена модель системы ОбЧРК. Была рассмотрена система передачи с воздействием канала. Канал в физическом смысле полагается как компоненты многолучевого распространения между передатчиком и приемником[1]. Так же канал может быть описан как свертка между переданным сигналом и некоторой импульсной характеристикой. В таком случае поступивший на вход приемника сигнал может быть описан следующим образом (2.1), где y является вектором поступивших на вход приемника данных, x это вектор переданных с выхода передатчика данных и H это матрица свертки между входными данными и некоторой импульсной характеристикой. При этом переданный с выхода передатчика сигнал может быть связан с передаваемыми символами при помощи модели *PARATUCK2* и ее двумя формами записи в векторизированной форме (2.2)(2.4)[17].

$$y = Hx \tag{2.1}$$

$$\mathbf{y}, \mathbf{x} \in \mathbb{C}^{T \times 1} \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{T \times T}$$

$$\mathbf{x} = \mathcal{X}_{[3]} = \text{vec}(\mathcal{X}) = \mathbf{\Omega}_1 \text{vec}(\mathbf{S}) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{\Omega}_1 \in \mathbb{C}^{T \times T_s \cdot F}$$

$$\mathbf{\Omega}_1 = (\mathbf{C}^{[b]T} \diamond \mathbf{C}^{[a]T})^T \diamond (\mathbf{b}^T \otimes \mathbf{a}) \quad (2.3)$$

$$\mathcal{X}_{:,i} = \mathbf{a} \cdot \text{diag}(\mathbf{C}_{:,i}^{[a]}) \cdot \mathbf{S} \cdot \text{diag}(\mathbf{C}_{:,i}^{[b]}) \cdot \mathbf{b} \quad (2.4)$$

Переданные данные могут быть сгенерированы при помощи модели *PARATUCK2* третьего порядка в векторизованной форме или развертке третьего измерения. В таком случае матрица символов передаваемых при помощи системы передачи ОбЧРК будет записана как матрица основа \mathbf{S} в модели *PARATUCK2*[5](2.5)(2.6). Таким образом можно без изменений внести все символы в систему передачи.

Каждый столбец в $\mathbf{C}^{[a]}$ матрице соответствует определенной поднесущей частоте для модуляции. Таким образом матрица $\mathbf{C}^{[a]}$ конструируется как значения поднесущих частот в каждом из столбцов. Таким образом матрица $\mathbf{C}^{[a]}$ может быть записана следующим образом (2.1).

$$c_{t,f}^{[a]} = e^{-j2\pi \cdot (t \cdot f) / T_s} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{C}^{[a]} = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi \cdot 0} & e^{-j2\pi \cdot 0} & \dots & e^{-j2\pi \cdot 0} \\ e^{-j2\pi \cdot 0} & e^{-j2\pi \cdot 1/T_s} & \dots & e^{-j2\pi \cdot F/T_s} \\ e^{-j2\pi \cdot 0} & e^{-j2\pi \cdot 2/T_s} & \dots & e^{-j2\pi \cdot 2F/T_s} \\ \vdots & & & \\ e^{-j2\pi \cdot 0} & e^{-j2\pi \cdot T/T_s} & \dots & e^{-j2\pi \cdot T \cdot F/T_s} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Каждый столбец матрицы $\mathbf{C}^{[b]}$ определяет функцию фильтрации во вре-

менной области для заданного блока данных. Столбцы являются сдвинутыми версиями первого столбца. Сдвиг между соседними столбцами равен $T/T_s(2.8)$. Элементы в столбце определяются по следующему выражению (2.7)[11]. При конструировании матрицы $\mathbf{C}^{[b]}$ задается коэффициент перекрытия α .

$$u(t) = \begin{cases} \frac{1-\alpha+4\alpha/\pi}{\sqrt{T}} & if \quad t = 0 \\ \frac{\alpha}{\sqrt{2T}}[(1 + \frac{2}{\pi})\sin(\frac{\pi}{4\alpha}) + (1 - \frac{2}{\pi})\cos(\frac{\pi}{4\alpha})] & if \quad t = \pm T/4\alpha \\ \frac{1}{\frac{t\pi}{\sqrt{T}}(1-\frac{4*\alpha t}{T})^2}(\sin(\frac{\pi t(1-\alpha)}{T}) + \frac{4\alpha t}{T}\cos(\frac{\pi t(1+\alpha)}{T})) & otherwise \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{C}^{[b]} = [\mathbf{u}_0 \quad \mathbf{u}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_{T_s}] \quad (2.8)$$

Матрица \mathbf{B} при моделировании ОБЧРК становится столбцом \mathbf{b} и в физическом смысле соответствует изменению по амплитуде между символами на различных временных позициях[2]. Поскольку мы рассматриваем линейную независимую от времени систему то все значения в столбце равны единице. Кроме того таким образом можно выразить различные взвешивающие коэффициенты позволяющие не передавать символы по определенным временным позициям(2.9).

$$\mathbf{b} = \mathbf{1}_{T_s \times 1} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{T_s \times 1} \quad (2.10)$$

Матрица \mathbf{A} при моделировании GFDM становится строкой \mathbf{a} и в физическом смысле соответствует коэффициентам передачи для каждой поднесущей в течении одного блока передачи. В данной работе будет рассмотрена система где значения \mathbf{a} могут быть структурированы двумя образами(2.11). В первом случае строка \mathbf{a} имеет все единичные значения. Во втором случае величины в строке \mathbf{a} могут быть распределены случайным образом между значениями 1 и 0. Так же при помощи строки \mathbf{a} может быть аппроксими-

ровано влияние канала. Однако точность такой аппроксимации мала.

$$\mathbf{a} = \mathbf{1}_{1 \times F} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{a} \in \mathbb{C}^{1 \times F} \quad (2.12)$$

Определив указанным образом соответствующие матрицы, сигнал на выходе передатчика может быть определен при помощи одного из последующих выражений (2.14) (2.15). При этом модель системы ОбЧРК может быть совпадает с тензорной моделью *PARATUCK2*.

$$\mathbf{x}^T = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{C}^{[a]T} \odot (\mathbf{S} \cdot (\mathbf{C}^{[b]} \diamond \mathbf{b}^T)^T)) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{x} = ((\mathbf{a} \diamond \mathbf{C}^{[a]})^T \cdot \mathbf{S}) \odot \mathbf{C}^{[b]} \mathbf{b} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{x} = ((\mathbf{b}^T \diamond \mathbf{C}^{[b]})^T \cdot \mathbf{S}^T) \odot \mathbf{C}^{[a]T} \mathbf{a}^T \quad (2.15)$$

$$\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{T \times 1} \mathbf{a} \in \mathbb{C}^{1 \times F} \mathbf{C}^{[a]} \in \mathbb{C}^{T \times F}$$

$$\mathbf{C}^{[b]} \in \mathbb{C}^{T \times T_s} \mathbf{b} \in \mathbb{C}^{T_s \times 1} \mathbf{S} \in \mathbb{C}^{F \times T_s}$$

2.2. Полу-слепой приемник для оценки канала с памятью

2.2.1. Приближенное устранение влияния канала

В данной секции будет описан метод приближенного вычисления влияния на принятый сигнал (2.16)(2.17). В модели системы описанной в секции в отличии от предыдущего раздела $\mathbf{H} \neq \mathbf{I}$ (2.18)[9]. Иначе говоря данные на выходе передатчика проходят через канал с импульсной характеристикой.

С точки зрения параметрической модели можно представить влияние канала как некоторое количество многолучевых компонент переданного сигнала поступающих на вход приемника с фиксированными задержками]]. В данном разделе предполагается что длительность импульсной характеристики канала меньше чем величина T/T_s .

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Omega}_1 \text{vec}(\mathbf{S}) \quad (2.17)$$

Описанный ниже алгоритм основан на измерении канала при помощи методов циклического префикса(2.20). Однако он позволяет избежать дополнительного внесистемного внедрения в систему циклического префикса для анализа канала(2.21). Рассмотрим матрицу \mathbf{H} с точки зрения параметрической модели(2.20). Матрица \mathbf{H} имеет нижнетреугольную структуру а так же структуру Тоеплица[18]. В случае если выполняется допущение описанное выше, только первые T/T_s элементов могут быть ненулевыми(2.21).

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 & \cdots & 0 \\ h_3 & h_2 & h_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ h_T & h_{T-1} & h_1 & \cdots & h_1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$h_i = 0 \text{ if } i > T/T_s \quad (2.19)$$

Таким образом для нахождения канала необходимо узнать первые T/T_s элементов. Передатчик может передавать известные для приемника символы в первый временной интервал для каждой из поднесущих. Иначе говоря рассматривая передаваемую информацию, в матрице \mathbf{S} приемнику известен первый столбец. Однако поскольку в системе ОБЧРК используется циклическая свертка между всеми символами в блоке существует смеше-

ние между символами на протяжении всего блока данных(??)[14]. Таким образом даже в момент времени когда передается первый импульс существуют дополнительные составляющие принадлежащие остальным символам(2.21). По этой причине описанный алгоритм является приближенным, так как он подвержен искажениям из других временных интервалов.

$$\mathbf{S}_{rec} = \begin{bmatrix} s_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ s_{2,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \\ s_{F,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{S}_{tr} = \begin{bmatrix} s_{1,1} & s_{1,2} & s_{1,3} & \cdots & s_{1,T_s} \\ s_{2,1} & s_{2,2} & s_{2,3} & \cdots & s_{2,T_s} \\ \vdots & & & & \\ s_{F,1} & s_{F,2} & s_{F,3} & \cdots & s_{F,T_s} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\mathbf{x}_{rec} = \mathbf{\Omega}_1 vec(\mathbf{S}_{rec}) \quad (2.22)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Omega}_1 vec(\mathbf{S}_{tr}) + \mathbf{n} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{x}_{rec} = \begin{bmatrix} x_{r,1} & x_{r,2} & x_{r,3} & \cdots & x_{r,T} \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

$$\mathbf{X}_{cor} = \begin{bmatrix} x_{r,1} & x_{r,T} & x_{r,T-1} & \cdots & x_{r,T-F} \\ x_{r,2} & x_{r,1} & x_{r,T} & \cdots & x_{r,T-F+1} \\ \vdots & x_{r,T} & x_{r,T-1} & \cdots & x_{r,T-F-1} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$\mathbf{h}_{appx} = \mathbf{X}_{cor}^* \cdot \mathbf{H} \mathbf{x}_{rec} \quad (2.26)$$

Алгоритм измерения канала основан на корреляционном подходе. Вычисляя корреляцию между принятым и известным сигналом приемник находит многолучевые компоненты, выбирает наиболее весомые из них и использует как модель канала. Существует одна дополнительная техника позволяющая уменьшить влияние меж-символьной интерференции для циклического префикса. Возможно изменение коэффициента α внутри одного передающего блока. Таким образом передатчик может подстраивать перекрывающиеся под спектру блоки по частотам, уменьшив для определенной несущей меж-канальную интерференцию. Для устранения меж-канальной интерференции для одной поднесущей необходимо изменить коэффициенты α для самой поднесущей и для двух соседних каналов. Таким образом уменьшив меж-канальную интерференцию для соответствующих символов возможно увеличить точность оценки канала по известным символам.

2.2.2. Полу-слепой приемник

В случае рассмотрения канала с памятью задача может быть переписана похожим образом с точки зрения неизвестного для приемника канала (2.28) и известными символами (2.27).

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}_1 \mathbf{h} + \mathbf{e} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \Omega_1 \text{vec}(\mathbf{S}) + \mathbf{e} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{L+1 \times 1}$$

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{y} - \mathbf{D}_1 \mathbf{h} \quad (2.29)$$

При этом вектор \mathbf{h} является коэффициентами распространения для заданных задержек при условии что максимальная задержка канала известна и равна $L + 1$. Матрица \mathbf{D}_1 конструируется при помощи сдвига вектора

столбца $\Omega_1 \text{vec}(\mathbf{S})$ по вертикали и соединения сдвинутых блоков по вертикали друг к другу $L + 1$ раз[19].

$$\min_{\mathbf{h}} \|\mathbf{y} - \mathbf{D}_1 \mathbf{h}\|^2 = \min_{\mathbf{h}} \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s \quad (2.30)$$

$$\frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta \mathbf{h}^*} = -\mathbf{D}_1^H (\mathbf{y} - \mathbf{D}_1 \mathbf{h}) = 0 \quad (2.31)$$

$$\mathbf{h} = (\mathbf{D}_1^H \mathbf{D}_1)^{-1} \mathbf{D}_1^H \mathbf{y} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{h}_{opt} = \mathbf{D}_1^+ \mathbf{y} \quad (2.33)$$

Как показано на выражении (2.30), в случае если все переданные данные известны, может быть применен алгоритм наименьших квадратов для определения значений неизвестных коэффициентов передачи канала [20]. Следует заметить что приемник должен знать максимальную задержку принятых данных. Метод наименьших квадратов описан в предыдущих частях работы и использует исчисление Виртингера(2.31) для вычисления частной производной по неизвестной переменной и приравнивания ее к нулю(2.32). В дальнейшем вычисляется псевдо-обратная матрица для указанной матрицы(2.33). Решение для метода наименьших квадратов в данной ситуации представлено в следующем выражении(2.33). В практическом смысле если размер передаваемого блока слишком большой имеет смысл передавать лишь часть символов известными а в остальных передавать информационную составляющую.

$$\mathbf{x}_{rec} = \Omega_1 \text{vec}(\mathbf{S}) = \Omega_1 \mathbf{S}_{sel} \text{vec}(\mathbf{S}_{kn}) + \Omega_1 (\mathbf{I} - \mathbf{S}_{sel}) \text{vec}(\mathbf{S}_{unk}) \quad (2.34)$$

$$\Omega_1 \mathbf{S}_{sel} = \Omega_k \quad (2.35)$$

$$\mathbf{\Omega}_1(\mathbf{I} - \mathbf{S}_{sel}) = \mathbf{\Omega}_u \quad (2.36)$$

$$vec(\mathbf{S}_{kn}) \in \mathbb{C}^{Z \times 1} vec(\mathbf{S}_{unk}) \in \mathbb{C}^{FT_s - Z \times 1} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{\Omega}_u \in \mathbb{C}^{T \times FT_s - Z} \mathbf{\Omega}_k \in \mathbb{C}^{T \times Z} \quad (2.38)$$

В таком случае приемник должен решить задачу как по обнаружению символов, так и по определению значений канальных коэффициентов. Для этого мы можем разделить символы на две части, известную и неизвестную. После чего убирая известные составляющие мы дополнительно уменьшаем внутреннюю интерференцию на приемнике и записываем задачу в следующей форме(2.42).

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k vec(\mathbf{S}_{kn}) + \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_u vec(\mathbf{S}_{unk}) + \mathbf{e} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k vec(\mathbf{S}_{kn}) - \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_u vec(\mathbf{S}_{unk}) \quad (2.40)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}_k \mathbf{h} + \mathbf{D}_u \mathbf{h} + \mathbf{e} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{y} - \mathbf{D}_k \mathbf{h} - \mathbf{D}_u \mathbf{h} \quad (2.42)$$

Описанные выражения позволяют записать принятые данные как сумму двух наборов символов, известных и неизвестных. Приемник позволяет разделить данные наборы на различных уровнях, вплоть до суммы двух принятых сигналов. Однако разделение по временной области подобных наборов невозможно, поскольку данные модулируются во времени. Для разделения наборов по символам необходимо разделить модулирующую матрицу $\mathbf{\Omega}_1$ на две составляющие для известных символов и неизвестных. Подобный подход позволяет оценить неизвестные символ значительно точнее даже в случае использования ПМНК. Таким образом приемник кон-

струирует две функции невязки и оптимизирует по ним последовательно решая различные задачи. Функция невязки основана на второй норме для того чтобы обеспечить вогнутость минимизируемой функции. Данная задача может быть решена при помощи ПМНК и алгоритма Ньютона.

$$\min_{vec(\mathbf{S}_{unk})} \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s \quad (2.43)$$

$$\frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta \mathbf{h}^*} = -(\mathbf{D}_u + \mathbf{D}_k)^H (\mathbf{y} - \mathbf{D}_k \mathbf{h} - \mathbf{D}_u \mathbf{h}) = 0 \quad (2.44)$$

$$\frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta vec(\mathbf{S}_{unk})^*} = -(\mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k)^H (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k vec(\mathbf{S}_{kn}) - \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_u vec(\mathbf{S}_{unk})) = 0 \quad (2.45)$$

$$\mathbf{h}_{opt} = (\mathbf{D}_u + \mathbf{D}_k)^+ \mathbf{y} \quad (2.46)$$

$$vec(\mathbf{S}_{unk})_{opt} = (\mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k)^+ (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k vec(\mathbf{S}_{kn})) \quad (2.47)$$

Оптимизируемая функция записана в следующем виде(2.43). Выражение \mathbf{r}_s может быть переписано в двух равных формах.Оптимальная точка для минимизируемой функции является точкой где частная производная равна нулю(2.44)(2.45). Поскольку оптимизируемая функция является вогнутой такая точка только одна и является глобальным минимумом. Мы записываем частную производную по неизвестным символам и величинам каналов. Для этого было использовано исчисление Виртингера, поскольку искомые функции комплексные. Последующие выражения были приравнены к нулю и полученная система нелинейных алгебраических выражений была решена. Для того чтобы решить указанную выше систему мы использовали как алгоритм ПМНК так и метод Ньютона. Метод ПМНК на каждой итерации вычисляет решение для СЛАУ с учетом каждой из переменных. Оптимизационный процесс описан ниже.

- Установить $\hat{\mathbf{h}}$ и $vec(\hat{\mathbf{S}}_{unk})$ как случайные величины и нули соответ-

ственно.

- Решить СЛАУ (2.46) для вектора $\hat{\mathbf{h}}$ и обновить оцениваемый вектор $\hat{\mathbf{h}}$
- Решить СЛАУ (2.47) для вектора $vec(\hat{\mathbf{S}}_{unk})$ и обновить оцениваемый вектор $vec(\hat{\mathbf{S}}_{unk})$
- В случае если функция невязки уменьшилась больше чем на пороговое число повторить процесс с шага 2.

$$\mathbf{J}\theta = -\mathbf{F} \quad (2.48)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \mathbf{J}^+ \mathbf{F} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta \mathbf{h}^* \mathbf{h}^*} & \frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta vec(\mathbf{S}^*) \mathbf{h}} \\ \frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta \mathbf{h}^* vec(\mathbf{S})} & \frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta vec(\mathbf{S}^*) vec(\mathbf{S})} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta \mathbf{h}^*} \\ \frac{\delta \mathbf{r}_s^H \mathbf{r}_s}{\delta vec \mathbf{S}^*} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -(\mathbf{D}_u + \mathbf{D}_k)^H (\mathbf{y} - \mathbf{D}_k \mathbf{h} - \mathbf{D}_u \mathbf{h}) \\ -(\mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k)^H (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k vec(\mathbf{S}_{kn}) - \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_u vec(\mathbf{S}_{unk})) \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} (\mathbf{D}_k + \mathbf{D}_u)^H (\mathbf{D}_k + \mathbf{D}_u) & (\mathbf{D}_k + \mathbf{D}_u)^H \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k \\ (\mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k)^H (\mathbf{D}_k + \mathbf{D}_u) & (\mathbf{H}\mathbf{\Omega}_k)^H \mathbf{H}\mathbf{\Omega}_1 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Алгоритм Ньютона учитывает взаимозависимости между обеими формами функции невязки и позволяет ускорить сходимость метода при помощи решения систем нелинейных уравнений. Метода описан достаточно хорошо в литературе [21]. Мы должны выразить Якобиан (2.50) для частных производных приравняваемых к нулю на каждой итерации алгоритма. Для этого мы используем свойство что обе формы записи невязки равны между собой. Итоговый Якобиан записан как следует в форме (2.53). Сам алгоритм описан ниже.

- Установить переменную θ in следующим способом (2.54).
- Рассчитать Якобиан и частную производную в данной точке θ
- Решить СЛАУ (2.48) в заданной точке θ
- Обновить заданную точку θ при помощи выражения (2.49).
- В случае если функция невязки уменьшилась больше чем на пороговое число повторить процесс с шага 2.

Метод Ньютона может быть стабилизирован при помощи методов регуляризации для обеспечения надежной сходимости даже в случае плохого собственного числа матрицы при помощи правила меж-итерационного шага *Powell–Wolf* [10] и при помощи алгоритма Левенберга-Марквардта [22]. Так же возможно применение двух дополнительных методов регуляризации описанных для полу-слепых приемников [19][23]. Однако они требуют оценки данных по большему количеству блоков чем один.

2.3. Результаты моделирования

В данной секции мы рассматриваем проведенное моделирование для анализа работы алгоритмов описанных выше. Производительность системы ОбЧРК для различных коэффициентов перекрытия была получена при помощи моделирования. Параметры системы описаны в таблице ???. В системе полагается аддитивный белый Гауссов шум без дополнительного кодирования. Производительность системы ОбЧРК для работы полу-слепого

приемника получены при помощи моделирования. В системе был положен канал с памятью с дополнительным аддитивным белым Гауссовым шумом на входе приемника без какого либо кодирования. В системе была использована квадратурная фазовая манипуляция. Количество поднесущих равно $F = 32$. Количество временных отсчетов на каждый временной символ равно $T/T_s = F$. Количество временных символов равно $T_s = 32$. В качестве фильтра был использован фильтр с характеристикой "Корень из приподнятого косинуса" с коэффициентом перекрытия $\alpha = 1$. Результаты производительности системы ОБЧРК показаны на двух рисунках, на первом рисунке показано соотношение символов к ошибкам для различного количества тренировочных символов и сравнение с приемником на обратной фильтрации. На втором рисунке представлена ошибка восстановления канала для различного количества тренировочных символов.

Таблица 2.1. ОБЧРК эксперимент 1.4

Параметр	Обозначение	Значение
Отсчетов на символ	T/T_s	32
Поднесущих	F	32
Размер блока	T_s	15
Вид фильтра		КиПК
Коэффициент перекрытия	α	1
Тип канала		$Ped - A$

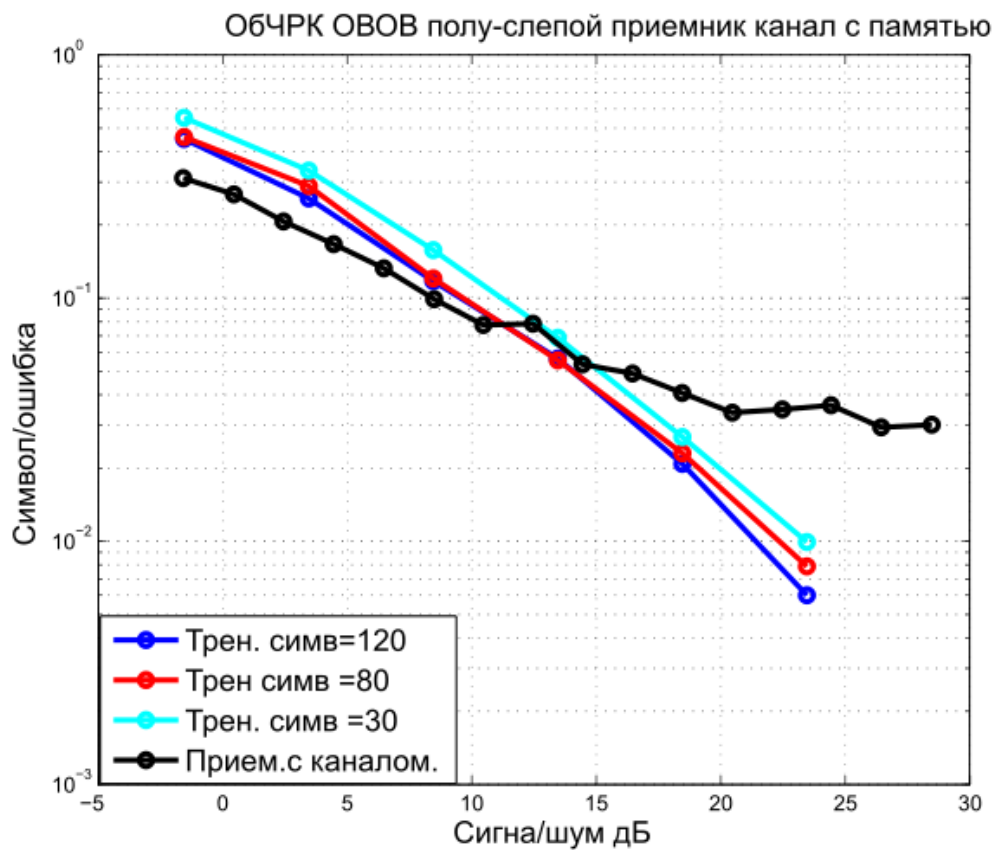


Рис. 2.1. Производительность работы полу-слепого приемника от сигнала/шум и количества тренировочных символов

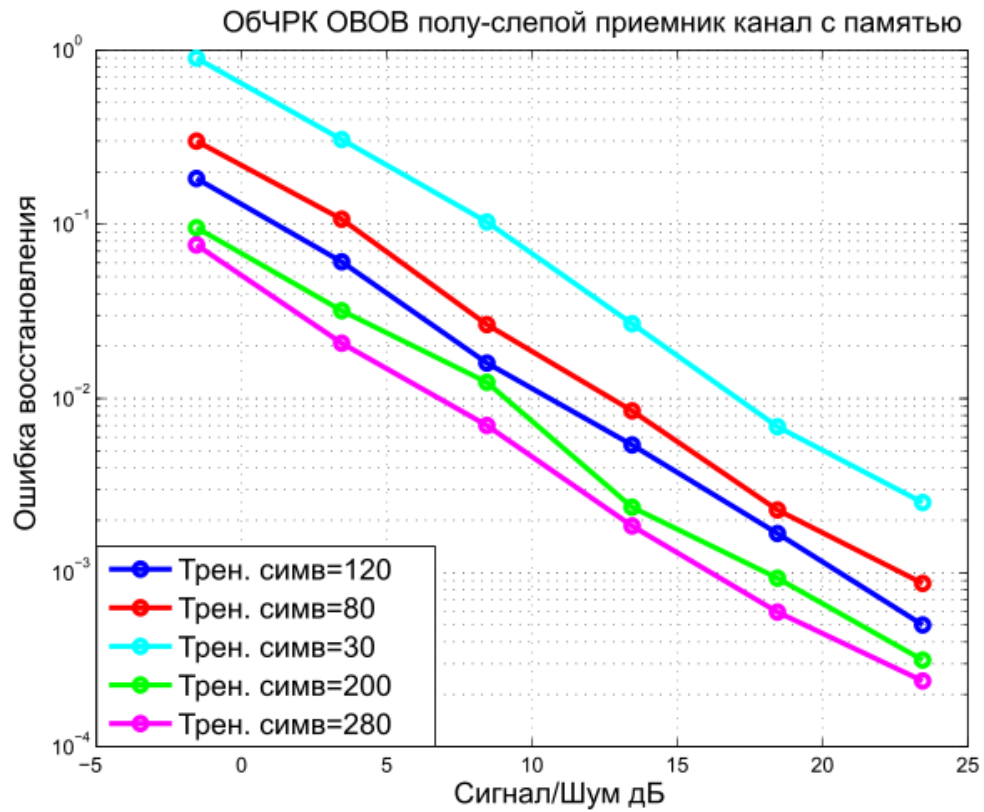


Рис. 2.2. Ошибка восстановления канала полу-слепого приемника от сигнал/шум и количества тренировочных символов

2.4. Заключение

Эксперимент по проверке работы полу слепого приемника оценивающего состояние канала и принятые символы показывает следующие результаты:

- Правильным образом выбирая известные символы в блоке данных можно достичь даже лучшей производительности, чем если идеально знать канал и делать поиск по всем возможным символам.
- Алгоритм показывает хорошую производительность по каналу пешеходного типа А.
- Производительность алгоритма зависит от количества неизвестных символов.

Как видно из рис. производительность системы полу-слепым приемником на основе оптимизации показывает результат лучше, чем даже если был бы использован приемник на основе обратной фильтрации с идеально известным каналом, что говорит о большей стабильности алгоритма. Однако подобное поведение будет изменяться в случае если будут включены только некоторые поднесущие. Производительность системы меняется в зависимости от того сколько символов в блоке данных известно для приемника. После некоторой величины производительность системы падает ниже уровня приемника с идеально известным каналом. Таким образом можно адаптивно регулировать производительность системы. Как видно из рис. кривые ошибки восстановления канала лежат параллельно друг другу позволяя так же адаптивно выбирать точность определения канала гибко, таким образом обновляя состояние канала если он не меняется и уменьшать количество символов на первой итерации для более точного определения канала. Кроме того благодаря использованному подходу с вычитанием известных символов из функции невязки взаимная интерференция между разными каналами так же уменьшается и дополнительно увеличивает производительность системы. Кроме того в случае постановки задачи оптимизации количества излучаемой энергии к количеству полученной информации будет получена вогнутая кривая производительности по качеству работы системы в зависимости от количества известным системе символов. Основным выводом можно считать что данный подход является чрезвычайно эффективным с точки зрения качества работы системы, однако не является реализуемым на практике с точки зрения оборудования, так как потребует значительных вычислительных ресурсов, однако возможна параллельная обработка принятых данных, что вероятно может ускорить работу системы. Более того для простых задач с небольшими объемами данных современные встроенные системы могут реализовать данные операции.

Литература

- [1] Cox Donald. Fundamental limitations on increasing data rate in wireless systems. // IEEE Communacation magazine. 2008.
- [2] Matthe M., Michailow N., I.Gaspar. GFDM for 5G cellular networks // IEEE transactions on commenications vol 62. 2014.
- [3] Sklar Bernard. Digital Communcations Fundamental and applications // Prentice Hall 2 edition. 2001.
- [4] Matthe M., Michailow N., Fettweis G. Influse of Pulse shaping on bit-error rate Performance and out of band radiation of GFDM // ICC 14 WS 5G. 2014.
- [5] Kolda Tamara G., Bader Brett W. Tensor Decompositions and Applications // SIAM Review. 2009. T. 51, № 3. C. 455–500.
- [6] B.Valeev Yu. Evdokimov. Model of correlation part in global navigation receiver // KNRTU-KAI, PT&TT. 2014.
- [7] de Lathauwer Lieven, de Moor Bart, Vanderwalle Joos. A multilinear singular value decomposition // SIAM J. MATRIX ANAL. APPL. Vol. 21, No. 4, pp. 1253–1278. 2000.
- [8] Andersson C. A., Bro R. The N-way Toolbox for MATLAB // Chemometrics & Intelligent Laboratory Systems. 52 (1):1-4, 2000. 2000. <http://www.models.life.ku.dk/source/nwaytoolbox/>.
- [9] Garin Lionel J. The "Shaping Correlator Novel Multipath Mitigation Technique Applicable to GALILEO BOC(1,1) Modulation Waveforms in

High Volume Markets // The European Navigation Conference GNSS 2005. 2005.

- [10] Fletcher R. Practical methods of optimization // Wiley. 2000.
 - [11] Bro R., Sidiropoulos N., Giannakis G. PARAFAC: Tutorial and applications // Chemometrics Group, Food Technology, Royal Veterinary & Agricultural University. 1997.
 - [12] de Almeida André L. F., Favier Gérard, Ximenes Leandro R. Space-Time-Frequency (STF) MIMO Communication Systems With Blind Receiver Based on a Generalized PARATUCK2 Model // IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 61, NO. 8,. APR, 2013.
 - [13] R Bro, L. Kiers H. A. A new efficient method for determining the number of components in parafac models // J. Chemometrics, 17: 274–286 doi: 10.1002/ cem.801. 2003.
 - [14] Vilaipornsawai Usa, Jia Ming. Scattered-pilot channel estimation for GFDM // 2014 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). 2014.
 - [15] andDorin Panaitopolb Rohit Dattaa, , Fettweis Gerhard. Cyclostationary Detection of 5G GFDM Waveform in Cognitive Radio Transmission // IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS. 2013.
 - [16] Paulraj Arogyaswami, ana Dhananjay Gore Rohit Nabar. Introduction to Space-Time Wireless Communications // Cambridge Univercity Press. 2006.
 - [17] Widely Linear Estimation for Space-Time-Coded GFDM in Low-Latency Applications / Maximilian Matthé, Luciano Leonel Mendes, Nicola Michailow [и др.] // IEEE Transactions on Communications. 2015.
 - [18] Daubechies I., Defriese M., Mol. C. De. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint // Commun. Pure Appl. Math, LVII:1413 1457. 2004.
-

- [19] LEUS GEERT, VEEN ALLE-JAN VAN DER. Channel Estimation // Delft University of Technology, Dept. EEMCS, Mekelweg 4, 2628 CD Delft, The Netherlands. 2006.
 - [20] Petersen Kaare Brandt, Pedersen Michael Syskind. The Matrix Cookbook. Petersen & Pedersen,, 2012.
 - [21] Dembo R.S, Einsenstat S.C., Steihaug T. Inexact Newton methods // SIAM J. Sci. Comput., 19(1), pp. 400408,. 1982.
 - [22] Kelley: C. T. Solving nonlinear equations with Newton methods // SIAM, Philadelphia. 2003.
 - [23] Robust MIMO-OFDM System for Frequency-Selective Mobile Wireless Channels / Arafat Al-Dweik, Fatma Kalbat, Sami Muhaidat [и др.] // IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. 64, NO. 5,. MAY 2015.
-