

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАЗАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А.Н. Туполева-КАИ»

Институт радиоэлектроники и телекоммуникаций

Кафедра радиоэлектронных и телекоммуникационных систем

Отчет
учебная практика
Вид практики: производственная

Направление 110402 Инфокоммуникационные технологии и системы
связи

Магистерская программа Communication and signal processing

Срок практики с _____ по _____

Отчет принял с оценкой _____

Рук. пр. от КНИТУ-КАИ _____

Обучающийся _____ Б.М.Валеев

Казань 2016

Оглавление

1. Введение	2
1.1. Обработка сигналов основанная на тензорной алгебре	3
1.1.1. PARATUCK2	6
1.2. Обобщенное частотное разделение каналов	8
1.2.1. Принцип конструирования низкочастотного фильтра	9
1.3. Итеративный алгоритм с мягким порогом	15
2. Введение	20
3. Постановка задачи	21
4. Выполненные работы	22
5. Заключение	24
Литература	25

Глава 1.

Введение

В настоящее время радио частоты становятся все более дорогим ресурсом из-за большого количества работающих радиотехнических систем. Разумные пути для выделения радио ресурсов становятся все более и более важными в беспроводных технологиях. Методы совместного использования спектра являются одним из таких путей[1]. Однако подобные технологии должны быть реализованы очень аккуратно, для того что удерживать интерференцию на низком уровне для других легально работающих систем[2][3]. Четвертое поколение мобильной связи было основано на ОЧРК модуляции. Однако ОЧРК не предоставляло необходимого уровня межсистемной интерференции и недостаточно эффективно использовало радио ресурсы. Данный недостаток был связан с ортогональностью между всеми поднесущими частотами [2] [4]. В следующем поколении систем мобильной связи был предложен более эффективный путь для использования частотного ресурса. Новая техника названа Обобщенное частотное разделение каналов. Она основана на неортогональном расположении поднесущих частот. Передатчик располагает поднесущие частоты таким образом чтобы спектры данных работали с некоторым перекрытием между собой. Система обеспечивает такое поведение при помощи фильтров с характеристикой "Корень приподнятого косинуса" вместо использования согласованного фильтра. Выбранный подход позволяет уменьшить излучение вне рабочей полосы частот. Однако интерференция внутри системы значительно уменьшает производительность выбранного метода модуляции. При этом взаимное пе-

рекрытие в системе является настраиваемым параметром и таким образом система может выбирать компромисс между влиянием на чужие системы и производительностью своей системы. Так же новая система передачи данных значительно увеличивает сложность организации приемника. Это связано с тем что приемник обязан найти символы как во временной так и в частотной области. Данная задача имеет достаточно большую вычислительную сложность и увеличит размеры и энергопотребление приемного устройства. Более того для того чтобы обеспечить тот же уровень ошибок на бит приемник должен быть значительно сложнее и использовать совершенные алгоритмы расчета. При этом данную систему можно описать при помощи тензорной алгебры для того чтобы выразить ее в более естественной форме.

1.1. Обработка сигналов основанная на тензорной алгебре

Тензор это много размерный массив данных. Другими словами N мерный тензор является матрицей у которой существуют элементы по N разным измерениям (1.1)[5]. Тензоры первого и второго порядка являются векторами и матрицами соответственно. Тензоры которые имеют количество измерений более двух считаются тензорами высоких порядков[6].

$$\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \cdots I_N} \quad (1.1)$$

Порядок тензора это число измерений по которым тензор имеет различные элементы. В данной работе скалярные значения обозначены как прописные символы например a . Векторы обозначены как прописные символы полужирного шрифта например \mathbf{a} . Матрицы записаны как заглавные полужирные символы например \mathbf{A} . Тензоры высокого порядка обозначены как заглавные символы каллиграфического шрифта например \mathcal{A} . Тензоры позволяют описать данные в более естественной форме в случае если количество их естественных измерений больше двух. Описание данных при помощи тензоров позволяет учитывать многие зависимости между различными

размерностями в данных. Развертка N -ого порядка является соединением тензора с фиксированной точкой одной размерности(1.2)(1.3)(1.4)(1.5)[7]. При этом для каждого столбца все размерности за исключением одного являются фиксированными. Развертка N -ого порядка имеет то же количество строк сколько имеет элементов по пространству v . Запись по столбцам может отличаться по порядку. Отличают запись по Матлаб и запись по Латауеру. Запись по Матлаб идет начиная от первого измерения к концу[8], в то время как по Латауеру от последнего измерения к первому. В данной работе используется запись по Матлаб во всех вычислениях, если явно не указано иное.

$$\mathcal{X}_{:, :, 1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathcal{X}_{:, :, 2} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

$$\mathcal{X}_{[1]} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\mathcal{X}_{[2]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$\mathcal{X}_{[3]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

N -мерный тензор имеет ранг один если он может быть представлен как внешнее произведение N векторов[5]. Разложение тензоров на тензоры ранга один было предложено Хичкоком в 1927 г[9]. Он описал тензор высшего порядка как сумму тензоров ранга один. Тензор может быть разложен на некоторое количество тензоров ранга один. Такое разложение называют "Каноническое разложение"или "Параллельная факторизация"(1.6)(1.7). Каноническое разложение раскладывает тензор на сумму тензоров ранга

един. Данная сумма может быть представлена в иной форме.

$$\mathcal{X} = \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r \quad (1.6)$$

$$\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3} \mathbf{a}_r \in \mathbb{C}^{I_1 \times 1} \mathbf{b}_r \in \mathbb{C}^{I_2 \times 1} \mathbf{c}_r \in \mathbb{C}^{I_3 \times 1} \quad (1.7)$$

Векторы соответствующие тому же пространству при тензорах ранга один могут быть собраны в одну матрицу для каждой из размерностей(1.8). Такая запись называется матричная факторизация. При помощи записанных матриц развертки каждого из порядков можно записать в значительно более простой форме(1.10)(1.11)(1.12).

$$\mathcal{X} = \mathbf{A} \circ \mathbf{B} \circ \mathbf{C} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \cdots \mathbf{a}_R] \quad (1.9)$$

$$\mathcal{X}_{[1]} = \mathbf{A}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{B})^T \quad (1.10)$$

$$\mathcal{X}_{[2]} = \mathbf{B}(\mathbf{C} \diamond \mathbf{A})^T \quad (1.11)$$

$$\mathcal{X}_{[3]} = \mathbf{C}(\mathbf{A} \diamond \mathbf{B})^T \quad (1.12)$$

Существует много путей разложить тензор, один из самых распространенных алгоритмов является метод ПМНК. Алгоритм описан ниже[10].

- Установка стартовых матриц $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ как случайных комплексных матриц фиксированного размера
- Решение СЛАУ с данными матрицами \mathbf{B}, \mathbf{C} и обновлением матрицы \mathbf{A}

- Решение СЛАУ с данными матрицами \mathbf{A} , \mathbf{C} и обновлением матрицы \mathbf{B}
- Решение СЛАУ с данными матрицами \mathbf{A} , \mathbf{B} и обновлением матрицы \mathbf{C}
- Проверка уменьшения значения функции невязки. В случае если уменьшение больше порога, повторить с алгоритм с пункта 2.

1.1.1. PARATUCK2

Модель *PARATUCK2*[11] является комбинацией между *PARAFAC*[5] и *TUCKER3*[5] моделями разложения тензоров. Модель позволяет разложить один трехмерный тензор на 5 различных матриц. В общем случае модель может быть записана в скалярной форме при помощи следующего выражения(1.13) [12].

$$x_{i_1, i_2, t} = \sum_{f=1}^F \sum_{t_s=1}^{T_s} a_{i_1, f} c_{t, f}^{[a]} s_{f, t_s} c_{f, t_s}^{[b]} b_{i_2, t_s} \quad (1.13)$$

$$\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times T} \quad \mathbf{A} \in \mathbb{C}^{I_1 \times F} \quad \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{I_2 \times T_s}$$

$$\mathbf{C}^{[a]} \in \mathbb{C}^{T \times F} \quad \mathbf{C}^{[b]} \in \mathbb{C}^{T \times T_s}$$

В указанном выше выражении $x_{i_1, i_2, t}$ является (i_1, i_2, t) элементом тензора $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times T}$. Матрица \mathbf{S} является матрицей-основой для *PARATUCK2* модели. Матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} обеспечивают связь между соответствующей размерностью тензора \mathcal{X} и матрицы-основы \mathbf{S} [11]. Матрицы $\mathbf{C}^{[a]}$ и $\mathbf{C}^{[b]}$ являются взвешивающими коэффициентами для матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} в каждом из слоев третьей размерности тензора \mathcal{X} . Модель может быть записана в двух формах: послойная тензорная нотация(1.14) и векторизованная форма для тензора \mathcal{X} . В послойной форме записи тензор \mathcal{X} записывается отдельным выражением для каждого слоя третьей размерности. Подобная запись позволяет описать модель при помощи линейной алгебры с минимальными из-

менениями в выражении для различных слоев. Матрицы $\mathbf{C}^{[a]}$ и $\mathbf{C}^{[b]}$ в таком случае записаны как тензор с элементами на главной диагонали между первым и вторым измерением. В таком случае послойная запись для модели *PARATUCK2* может быть выражена как послойное произведение между матрицей \mathbf{A} и \mathbf{B} с коэффициентами для соответствующих строк и столбцов для матрицы $\mathbf{C}^{[a]}$ и $\mathbf{C}^{[b]}$ для соответствующего слоя третьего измерения[11].

$$\mathbf{X}_{:, :, i} = \mathbf{A} \cdot \text{diag}(\mathbf{C}^{[a]}_{:, i}) \cdot \mathbf{S} \cdot \text{diag}(\mathbf{C}^{[b]}_{:, i}) \cdot \mathbf{B} \quad (1.14)$$

Векторизованная форма тензора \mathcal{X} является второй формой для записи модели. Возможно использовать данную запись в трех формах[5], в виде произведения матрицы с векторизованной матрицей \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{S} . Таким образом можно найти каждую из матриц \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{S} используя векторизованную модель тензора \mathcal{X} и генерирующую матрицу для каждой из форм записи. Однако важно заметить, что векторизованная модель требует знания размерностей тензора \mathcal{X} так как вектор не позволяет узнать соответствующие размерности[9].

$$\text{vec}(\mathcal{X}) = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}^{[a]\mathbf{T}} \diamond \mathbf{C}^{[b]\mathbf{T}})^T \diamond (\text{vec}(\mathbf{A}_{1,:}) \otimes \mathbf{B}) \\ (\mathbf{C}^{[a]\mathbf{T}} \diamond \mathbf{C}^{[b]\mathbf{T}})^T \diamond (\text{vec}(\mathbf{A}_{2,:}) \otimes \mathbf{B}) \\ \vdots \\ (\mathbf{C}^{[a]\mathbf{T}} \diamond \mathbf{C}^{[b]\mathbf{T}})^T \diamond (\text{vec}(\mathbf{A}_{I_1,:}) \otimes \mathbf{B}) \end{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{S}) \quad (1.15)$$

$$\text{vec}(\mathcal{X}) = (\mathbf{I} \otimes (((\mathbf{B} \diamond \mathbf{C}^{[b]}) \cdot \mathbf{S}^T) \odot \mathbf{C}^{[a]})) \text{vec}(\mathbf{A}) \quad (1.16)$$

$$\text{vec}(\mathcal{X}) = (\mathbf{I} \otimes (((\mathbf{A} \diamond \mathbf{C}^{[a]}) \cdot \mathbf{S}) \odot \mathbf{C}^{[b]})) \text{vec}(\mathbf{B}) \quad (1.17)$$

Векторизованная модель записи может быть упрощена в случае если матрица \mathbf{A} и матрица \mathbf{B} являются векторами, а не матрицами. В данном случае модель выраженная при помощи произведений Хатри-Рао и Адамара упрощаются до значительно меньшего количества операций, и произведение Кронекера исключается. Упрощенная форма записывается для

всех трех матриц в следующей форме.

$$vec(\mathcal{X})^T = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{C}^{[a]T} \odot (\mathbf{S} \cdot (\mathbf{C}^{[b]} \diamond \mathbf{b}^T)^T)) \quad (1.18)$$

$$vec(\mathcal{X})^T = \mathbf{b}^T \cdot (\mathbf{C}^{[b]T} \odot (\mathbf{S}^T \cdot (\mathbf{C}^{[a]} \diamond \mathbf{a})^T)) \quad (1.19)$$

$$vec(\mathcal{X}) = (((\mathbf{a} \diamond \mathbf{C}^{[a]}) \cdot \mathbf{S}) \odot \mathbf{C}^{[b]})\mathbf{b}) \quad (1.20)$$

$$vec(\mathcal{X}) = (((\mathbf{b}^T \diamond \mathbf{C}^{[b]}) \cdot \mathbf{S}^T) \odot \mathbf{C}^{[a]})\mathbf{a}^T) \quad (1.21)$$

$$\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{1 \times 1 \times T} \mathbf{a} \in \mathbb{C}^{1 \times F} \mathbf{b} \in \mathbb{C}^{T_s \times 1}$$

$$\mathbf{C}^{[a]} \in \mathbb{C}^{T \times F} \mathbf{C}^{[b]} \in \mathbb{C}^{T \times T_s} \mathbf{S} \in \mathbb{C}^{F \times T_s}$$

Модель будет использована для описания выраженной ниже системы модуляции ОбЧРК. Данная модель позволяет описать систему передачи данных в достаточно простой форме.

1.2. Обобщенное частотное разделение каналов

Основной принцип работы ОбЧРК является организация блока передачи в котором используется несколько поднесущих и несколько символов на каждой из поднесущих. При этом символы на поднесущих проходят низкочастотную фильтрацию для уменьшения межканальной интерференции. В системах с обобщенное частотное разделение каналов используется два основных вида фильтров во временной области: фильтр с характеристикой "Приподнятый косинус" либо фильтр с характеристикой корень приподнятого косинуса. В системе ортогонального частотного разделения каналов используется согласованный фильтр, обеспечивающий ортогональность различных поднесущих. В системах передачи данных с ОбЧРК под-

несущие не ортогональны друг другу. По этой причине возникает наложение различных поднесущих друг на друга, что увеличивает меж символную и меж канальную интерференцию. Однако подобный подход позволяет плотнее располагать поднесущие между собой и эффективнее использовать спектр.

1.2.1. Принцип конструирования низкочастотного фильтра

Как было сказано выше в ОбЧРК используется два основных вида фильтров во временной области: фильтр с характеристикой "Приподнятый косинус" либо фильтр с характеристикой корень приподнятого косинуса. Оба фильтра имеют одну переменную значение которой можно изменять для изменения перекрытия в частотной области между каналами α . При этом значению переменной $\alpha = 0$ соответствует минимальное перекрытие между соседними поднесущими, в то время как при значении $\alpha = 1$ перекрытие является максимальным. При увеличении α значительно увеличивается меж-символьная и меж-канальная интерференция. В системе ОбЧРК происходит усложнение структуры приемника по сравнению с ОЧРК. Приемник должен обеспечивать прием даже в условиях меж-канальной интерференции и иметь механизмы для ее устранения. Фильтр с характеристикой "Приподнятый косинус" является усовершенствованием согласованного фильтра, его характеристики широко освещены в литературе. Выражение для импульсной характеристики представлено в (1.22) и взято из источника [13]. В выражении переменная T является длительностью одного символа в шкале временных отсчетов, α как и было описано является переменной. Импульсная характеристика для различных величин α представлена на рис. Соответствующая частотная характеристика для величин α представлена на рис.

$$h(t) = \begin{cases} \frac{\pi \operatorname{sinc}(\frac{1}{2\alpha})}{4} & t = \pm \frac{T}{2\alpha} \\ \operatorname{sinc}(1/T) \frac{\cos(\pi\alpha t/T)}{1-(2\alpha t/T)^2} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.22)$$

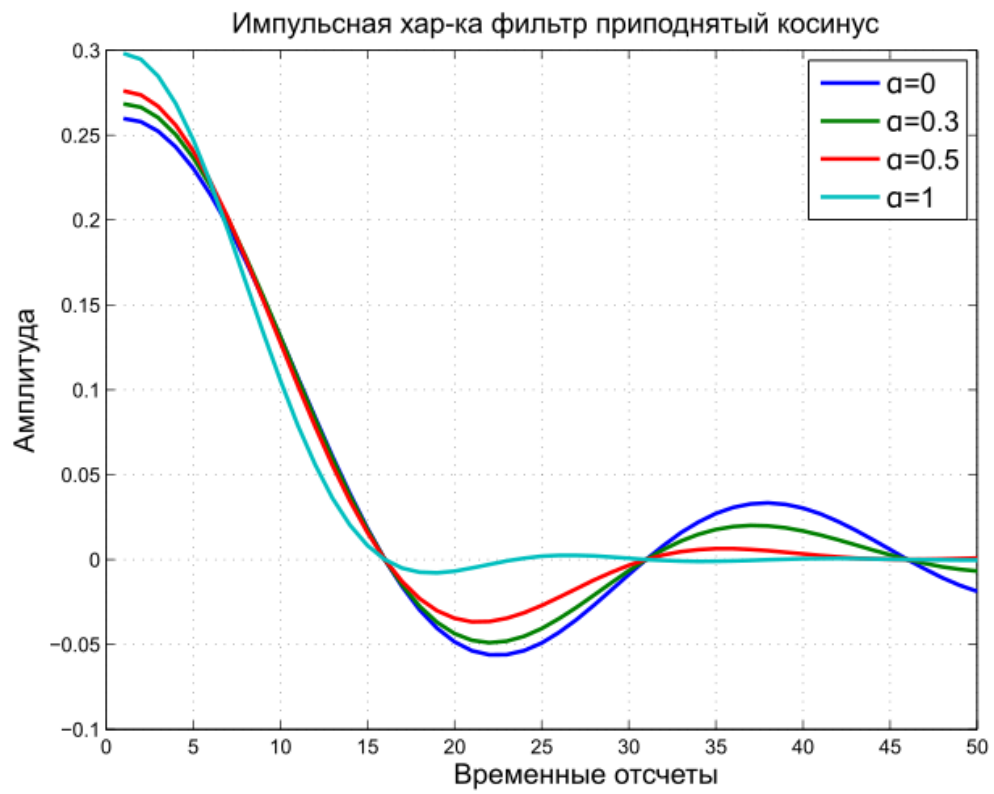


Рис. 1.1. Импульсная характеристика фильтра типа Приподнятый косинус в зависимости от коэффициента α

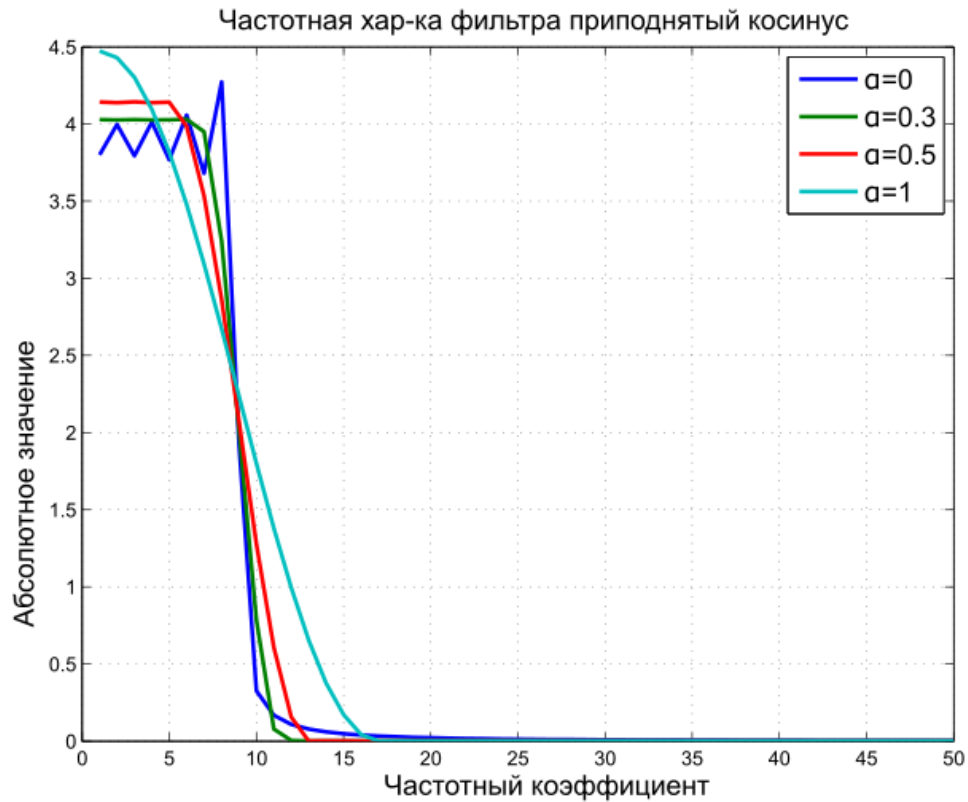


Рис. 1.2. Частотная характеристика фильтра Приподнятый косинус в зависимости от коэффициента α

Фильтр с характеристикой корень из приподнятого косинуса является дополнением к фильтру с характеристикой приподнятый косинус и при применении на приемнике и передатчике одновременно обеспечивает аналогичный уровень межсимвольной интерференции как в согласованном фильтре. Описание и теоретическое обоснование использования фильтра описано в [14] [15] и [16]. Выражение для импульсной характеристики представлено в (1.23) и взято из источника [14]. В выражении переменная T является длительностью одного символа в шкале временных отсчетов, α как и было описано является переменной. Импульсная характеристика для различных величин α представлена на рис. Соответствующая частотная характеристика для величин α представлена на рис (1.3).

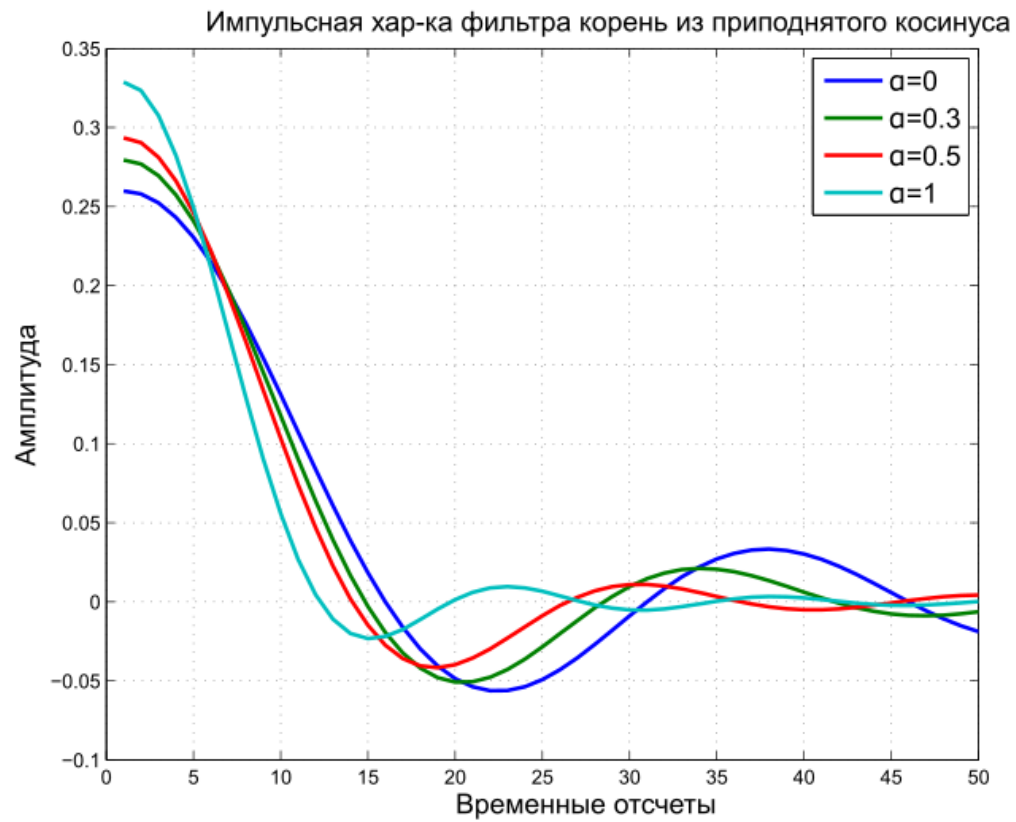


Рис. 1.3. Импульсная характеристика фильтра типа корень из Приподнятого косинуса в зависимости от коэффициента α

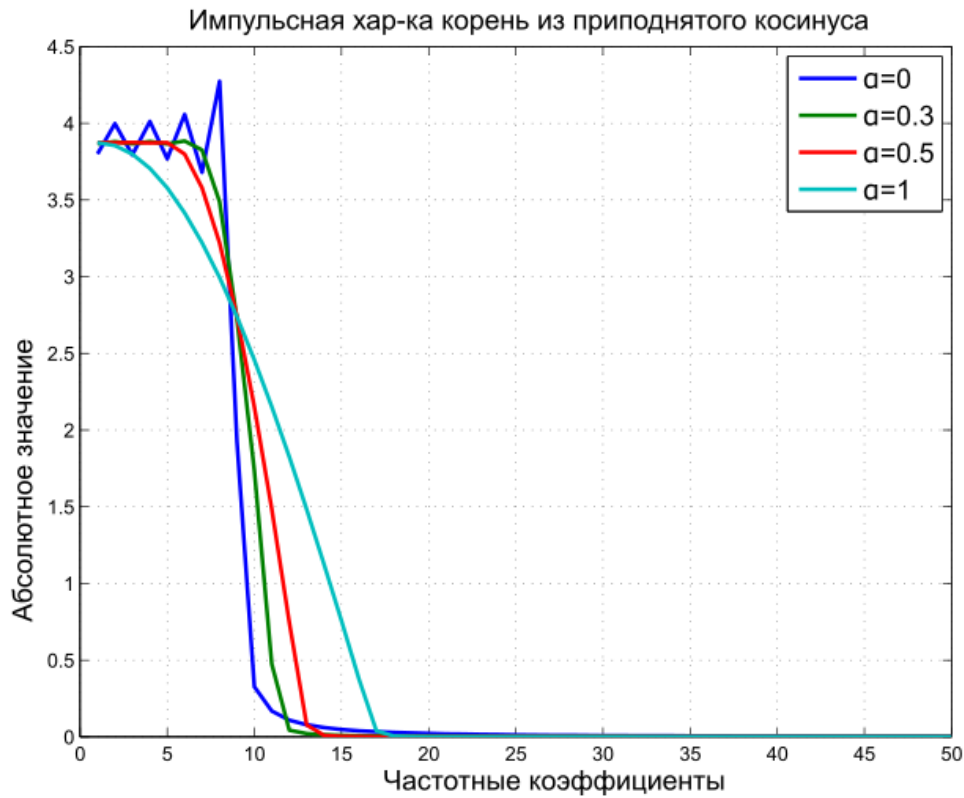


Рис. 1.4. Частотная характеристика фильтра корень из Приподнятого косинуса в зависимости от коэффициента α

$$h(t) = \begin{cases} \frac{1-\alpha+4\alpha/\pi}{\sqrt{T}} & \text{if } t = 0 \\ \frac{\alpha}{\sqrt{2T}} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4\alpha}\right) + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4\alpha}\right) \right] & \text{if } t = \pm T/4\alpha \\ \frac{1}{\frac{t\pi}{\sqrt{T}}(1-\frac{4\alpha t}{T})^2} \left(\sin\left(\frac{\pi t(1-\alpha)}{T}\right) + \frac{4\alpha t}{T} \cos\left(\frac{\pi t(1+\alpha)}{T}\right) \right) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.23)$$

Сравнение импульсных характеристик для согласованного фильтра, фильтра "Приподнятый косинус" и фильтра корень из приподнятого косинуса представлено на рис. Из рис.(1.5) видно, что в точке где временной отсчет равен длительности импульса для согласованного фильтра амплитуда импульсной характеристики равна нулю, в отличие от других фильтров. Сравнение частотных характеристик для согласованного фильтра, фильтра "Приподнятый косинус" и фильтра корень из приподнятого косинуса представлено на рис. Из рис. видно, что для фильтра с характеристикой

корень из приподнятого косинуса перекрытие по частоте является наибольшим в отличие от согласованного фильтра и фильтра с приподнятым косинусом.

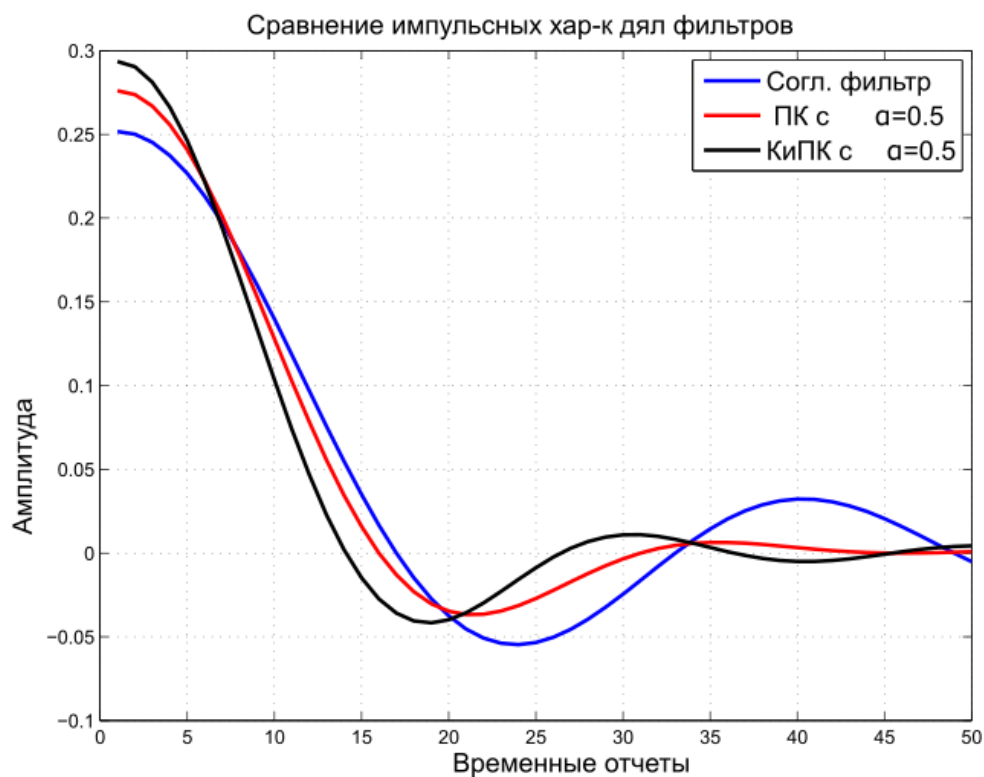


Рис. 1.5. Сравнение импульсных характеристик различных фильтров

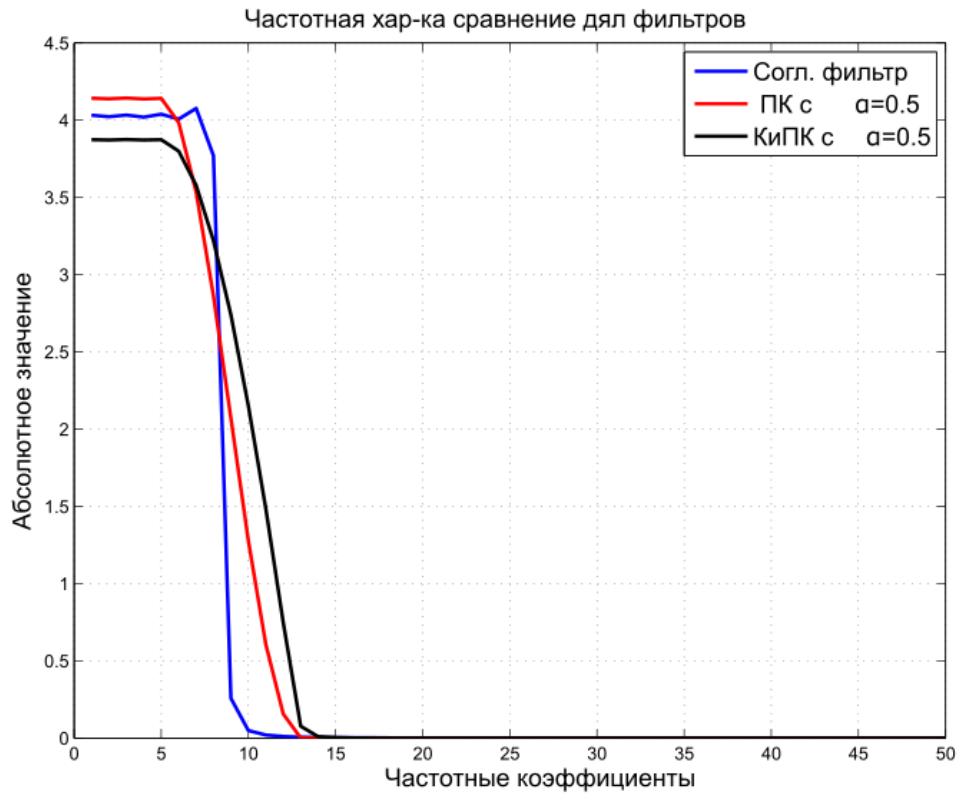


Рис. 1.6. С

1.3. Итеративный алгоритм с мягким порогом

Одна из наиболее часто решаемых задач является задача деконволюции[1]. В матричной форме данная задача записывается как решение системы линейных алгебраических уравнений. Однако основной трудностью в решении СЛАУ является число обусловленности генерирующей матрицы[10]. Увеличение числа обусловленности матрицы уменьшает стабильность решения СЛАУ. При этом число обусловленности является мультипликативным коэффициентом при погрешности вычисления[17]. В классической постановке задача представлена на выражении (??) и может быть расписана следующим образом (1.24)[18].

$$R(x) = || \mathbf{y} - \mathbf{Ax} ||_2^2 \quad (1.24)$$

$$R(x) = (\mathbf{y} - \mathbf{Ax})^H(\mathbf{y} - \mathbf{Ax}) \quad (1.25)$$

В большинстве случаев для решения данной задачи используется обратная или псевдообратная матрица. В статье [19] представлен итеративный алгоритм обеспечивающий сходимость к решению. При этом алгоритм гарантирует уменьшение функции невязки на каждой итерации. Основой и используемого алгоритма является "максимизация-минимизация". Подход позволяет заменить одну сложную задачу большим количеством простых задач. Каждая оптимизационная задача обеспечивает решение которое будет находится ближе к решению задачи. На каждой итерации к исходной проблеме добавляется не отрицательное дополнительное слагаемое. Слагаемое должно быть таким, чтобы решаемая задача на данной итерации стала проще[12]. Так же есть некоторые требования для дополнительного слагаемого $J_{add}(\mathbf{x})$. Функция $J_{add}(\mathbf{x})$ должна удовлетворять выражению $J_{add}(\mathbf{x}) \geq R(\mathbf{x})$ для всех \mathbf{x} и более того в точке \mathbf{x}_k соответствующей текущему решению должно выполняться условие $J_{add}(\mathbf{x}_k) = R(\mathbf{x}_k)$. Функциям $J_{add}(\mathbf{x})$ может быть различной на каждой итерации и должна обеспечивать простую минимизацию. Описанный ниже метод удовлетворяющий всем условиям назван "итерация Ланвебера"[20]. В оригинальной форме алгоритм написан для задач с действительными числами однако его можно расширить и для комплексных чисел. Определим 1 как функция записанную в (1.27). В таком случае оптимизируемая функция будет записана в следующей форме $R_1(\mathbf{x})$ (??) где α является коэффициентом для которого должно выполняться условие (1.29). Перепишем выражение раскрыв скобки и упростим его.

$$\alpha \geq \max(\text{eig}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})) \quad (1.26)$$

$$R(\mathbf{x}_{k+1}) < R(\mathbf{x}_k) \quad (1.27)$$

$$R_1(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x}) + J_{add}(\mathbf{x}) \quad (1.28)$$

$$R_1(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|_2^2 + J_{add}(\mathbf{x}) \quad (1.29)$$

$$J_{add}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)^T (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^T \mathbf{A}) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \quad (1.30)$$

$$R_1(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|_2^2 + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)^H (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^H \mathbf{A}) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \quad (1.31)$$

$$R_1(\mathbf{x}) = (\mathbf{y} - \mathbf{Ax})^H (\mathbf{y} - \mathbf{Ax}) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)^H (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^H \mathbf{A}) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \quad (1.32)$$

$$\alpha \geq \max(\text{eig}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})) \quad (1.33)$$

$$R_1(\mathbf{x}) = \mathbf{y}^H \mathbf{y} - \mathbf{y}^H \mathbf{Ax} - \mathbf{x}^H \mathbf{A}^H \mathbf{y} + \mathbf{x}^H \mathbf{A}^H \mathbf{Ax} \quad (1.34)$$

$$+ \mathbf{x}_k^H (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^H \mathbf{A}) \mathbf{x}_k + \mathbf{x}^H (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^H \mathbf{A}) \mathbf{x}$$

$$- \mathbf{x}_k^H (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^H \mathbf{A}) \mathbf{x} - \mathbf{x}^H (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^H \mathbf{A}) \mathbf{x}_k$$

Описанная функция $R_1(\mathbf{x})$ является вогнутой. Вогнутая функция имеет производную равную нулю в одной точке и эта точка является точкой минимума. Таким образом для нахождения точки минимума необходимо приравнять производную оптимизируемой функции к нулю и найти решение полученного уравнения. Поскольку функция является комплексной, она не аналитичная и от нее не существует аналитической производной. Для нахождения производной мы использовали исчисление Виртингера[19] и нашли производную по комплексно-сопряженной к искомой величине. В дальнейшем при упрощении выражения мы получаем в явном виде формулу для перехода от итерации к итерации (1.35) позволяющую в конечном итоге привести производную оптимизируемой функции к нулю. Описанный алгоритм позволяет достичь линейной сходимости переменной \mathbf{x}_k , а так же

уменьшить вычислительные затраты на работу алгоритма[20].

$$\frac{\delta R_1(x)}{\delta x^*} = -\mathbf{A}^H \mathbf{y} + \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{x} + (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^H \mathbf{A}) \mathbf{x} - (\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}^H \mathbf{A}) \mathbf{x}_k \quad (1.35)$$

$$\frac{\delta R_1(x)}{\delta x^*} = -\mathbf{A}^H \mathbf{y} + \alpha \mathbf{x} - \alpha \mathbf{x}_k + \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{x}_k = 0 \quad (1.36)$$

$$\mathbf{A}^H (\mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{x}_k) + \alpha \mathbf{x}_k = \alpha \mathbf{x} \quad (1.37)$$

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{A}^H}{\alpha} (\mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{x}_k) + \mathbf{x}_k \quad (1.38)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \frac{\mathbf{A}^H}{\alpha} (\mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{x}_k) + \mathbf{x}_k \quad (1.39)$$

К описанному алгоритму существует усовершенствование позволяющее достичь квадратичной сходимости без значительного увеличения вычислительной стоимости. Кроме того модификация описанного алгоритма позволяет решать задачу сжатого считывания путем использования мягкого порога около нулевого значения[21].

- Установить начальную точку \mathbf{x}_0 и установить промежуточные переменные $t_0 = 1, t_1 = 1$
- Установить $\mathbf{y}_1 = \mathbf{x}_0$
- Обновить значение t_1 при помощи выражения (1.40)
- Найти решение выражение (1.41) для итерации
- Установить $t_0 = t_1$
- Обновить промежуточную переменную при помощи выражения (??)
- Проверить, если величина шага на итерации меньше чем заданный порог. Если шаг больше, повторить операция с шага 3

$$t_1 = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_1}}{2} \quad (1.40)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \frac{\mathbf{A}^H}{\alpha}(\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{x}_k) + \mathbf{x}_k + \frac{t_0 - 1}{t_1} \cdot (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}) \quad (1.41)$$

Глава 2.

Введение

Производственная практика является важным элементом внедрения в специальность знаний студентов. Используя знания и результаты научной работы студент может осуществить практическую реализацию своих знаний на реально работающем оборудовании. К примеру одним из вариантов внедрения результатов научной работы является написание прошивки позволяющей реализовать на практике алгоритмы работы какой либо системы с дальнейшей проверкой работы изделия. Другим вариантом работы на производственной практике является практическая проверка работы теоретических доказательств, когда какие либо математические результаты проверяются на практике. Подобные методы проверки позволяют показать всю важность различий между теоретическими вычислениями и симуляциями экспериментов и реально работающими системами с реально работающими факторами в среде передачи или в исследуемом окружении. В ходе производственной практики зачастую выполняется некоторый анализ применимости изученных алгоритмов или возможные пути внедрения их в реальную жизнь. К сожалению с увеличением сложности описываемых алгоритмов внедрение и анализ их на основе реальной среды передачи становится невозможным, так как требует значительных производственных вложений как в производственном эквиваленте, так и в людском ресурсе.

Глава 3.

Постановка задачи

Для прохождения производственной практики были поставлены задачи проанализировать возможность применения системы ОБЧРК во встроенных системах и возможные пути использования итеративных алгоритмов решения систем линейных алгебраических уравнений описанных во введении для внедрения во встроенные системы. В качестве используемой основы для встроенных системы были установлены микроконтроллеры компании Texas Instruments серии MSP430 на языке программирования C.

Глава 4.

Выполненные работы

Для выполнения поставленной задачи были использованы микроконтроллеры с вычислительным ядром на 16 и 32 бит. Кроме того для отладки и контроля работы устройства использовалась операционная система Raspbian на устройстве raspberry pi 3. Были рассмотрены методы внедрения описанных в задании систем в микроконтроллеры и методы такой реализации. К сожалению без дополнительной аналоговой части внедрение в систему невозможно, так как сама работа указанных систем обуславливает собой использование микроконтроллеров. Это связано с использованием в алгоритмах мультиплексирования комплексных величин, что приводит к мгновенному усложнению задачи, так как требуется ввод такого понятия как комплексные величины и реализация комплексной арифметики в устройстве. Такое внедрение влечет за собой значительное программное усложнение логики. Дополнительной сложностью является ввод операций на основе чисел с плавающей точкой. Данный шаг является следствием высокой разрядности вычислений, так как ошибка квантования в подобных системах является критичной и приводит к фатальному увеличению погрешности в системах. Кроме того нынешние встроенные системы имеют ограничение в 5-10 MIPS при реализации на системах средней вычислительной емкости, при этом реализация вычислителя на основе плавающей точки окажется максимально упрощенной. При проверке гипотезы было выяснено, что работа системы осложняется обработкой большого количества исключений возникающих из-за чрезвычайно большого диапазона

разрешенных значений вызывающих операции схожие с делением на ноль и получением неопределенных значений. Для этого был написан отдельный обработчик событий способный к трансляции ошибок и корректной их обработке. К сожалению производительность системы оказалась чрезвычайно низкой с учетом сложностей синхронизации системы передатчика и приемника, для правильной работы системы был организован отдельный тактовый сигнал способный к самосинхронизации между приемником и передатчиком.

Глава 5.

Заключение

В заключении можно сказать о возможной применимости описанных алгоритмов во встроенных системах, однако это чрезвычайно осложнено многими факторами такими как , обработка исключений и корректная синхронизация временного потока. Таким образом встроенные системы могут реализовать указанный в задании функционал однако в чрезвычайно упрощенном виде и с реализацией малого количества анализируемых переменных.

Литература

- [1] Cox Donald. Fundamental limitations on increasing data rate in wireless systems. // IEEE Communacation magazine. 2008.
- [2] Matthe M., Michailow N., I.Gaspar. GFDM for 5G cellular networks // IEEE transactions on commenications vol 62. 2014.
- [3] Sklar Bernard. Digital Communcations Fundamental and applications // Prentice Hall 2 edition. 2001.
- [4] Matthe M., Michailow N., Fettweis G. Influse of Pulse shaping on bit-error rate Performance and out of band radiation of GFDM // ICC 14 WS 5G. 2014.
- [5] Kolda Tamara G., Bader Brett W. Tensor Decompositions and Applications // SIAM Review. 2009. T. 51, № 3. C. 455–500.
- [6] B.Valeev Yu. Evdokimov. Model of correlation part in global navigation receiver // KNRTU-KAI, PT&TT. 2014.
- [7] de Lathauwer Lieven, de Moor Bart, Vanderwalle Joos. A multilinear singular value decomposition // SIAM J. MATRIX ANAL. APPL. Vol. 21, No. 4, pp. 1253–1278. 2000.
- [8] Andersson C. A., Bro R. The N-way Toolbox for MATLAB // Chemometrics & Intelligent Laboratory Systems. 52 (1):1-4, 2000. 2000. <http://www.models.life.ku.dk/source/nwaytoolbox/>.
- [9] Garin Lionel J. The "Shaping Correlator Novel Multipath Mitigation Technique Applicable to GALILEO BOC(1,1) Modulation Waveforms in

High Volume Markets // The European Navigation Conference GNSS 2005. 2005.

- [10] Fletcher R. Practical methods of optimization // Wiley. 2000.
 - [11] Bro R., Sidiropoulos N., Giannakis G. PARAFAC: Tutorial and applications // Chemometrics Group, Food Technology, Royal Veterinary & Agricultural University. 1997.
 - [12] de Almeida André L. F., Favier Gérard, Ximenes Leandro R. Space-Time-Frequency (STF) MIMO Communication Systems With Blind Receiver Based on a Generalized PARATUCK2 Model // IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 61, NO. 8,. APR, 2013.
 - [13] R Bro, L. Kiers H. A. A new efficient method for determining the number of components in parafac models // J. Chemometrics, 17: 274–286 doi: 10.1002/ cem.801. 2003.
 - [14] Vilaipornsawai Usa, Jia Ming. Scattered-pilot channel estimation for GFDM // 2014 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). 2014.
 - [15] andDorin Panaitopolb Rohit Dattaa, , Fettweis Gerhard. Cyclostationary Detection of 5G GFDM Waveform in Cognitive Radio Transmission // IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS. 2013.
 - [16] Paulraj Arogyaswami, ana Dhananjay Gore Rohit Nabar. Introduction to Space-Time Wireless Communications // Cambridge Univercity Press. 2006.
 - [17] Yang Hongli, He Guoping. Some properties of matrix product and its applications in nonnegative tensor decomposition // Journal of Information and Computing Science. 2008.
 - [18] OFDM: Principles and Challenges / Nicola Marchetti, Muhammad Imadur Rahman, Sanjay Kumar [и др.]. V. Tarokh (ed.), New Directions in Wireless Communications Research,, 2009.
-

- [19] Daubechies I., Defriese M., Mol. C. De. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint // Commun. Pure Appl. Math, LVII:1413 1457. 2004.
 - [20] GFDM Interference Cancellation for Flexible Cognitive Radio PHY Design / R. Datta, N. Michailow, M. Lentmaier [и др.] // Vehicular Technology Conference (VTC Fall), 2012 IEEE. 2012.
 - [21] Beck A., Teboulle. M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems // SIAM J. Imag. Sci., 2(1):183-202. 2009.
-