

2023.7.8

下午：

题目一：

给你两个偶整数 n 和 m 。你的任务是找到任何具有 n 行和 m 列的二进制矩阵 a ，其中每个单元格 (i, j) 恰好有两个与 $a_{i,j}$ 值不同的邻居。

基质中的两个细胞被认为是相邻的，当且仅当它们共用一个侧。更正式地说，细胞 $(2, 4)$ 的邻居是： $(x - 1, y)$ ， $(x, y + 1)$ ， $(x + 1, y)$ 和 $(x, y - 1)$

可以证明，在给定的约束下，答案总是存在的。

输入描述

每个测试都包含多个测试用例。第一行输入包含单个整数 t ($1 < t < 100$) -测试用例的数量。以下几行包含测试用例的描述。

每个测试用例的唯一行包含两个偶整数 n 和 m ($2 \leq n, m \leq 50$) -分别是二进制矩阵的高度和宽度。

输出描述

对于每个测试用例，打印 n 行，每行都包含 m 个数字，等于0或1-任何满足以下约束的二进制矩阵声明。

思路：每一个元素附近都有两个元素跟自己不一样，呈十字 左右上下会有两个和自己不同的元素

然后就是找规律

1001

0110

0110

1001

代码：自敲，未完待续.....

题目二：

我想知道，下大雨吗

永远渴望它的蔑视？

心灵的 Effluvium

你得到一个正整数 n 。

找到长度为 n 的任何置换 p ，使得总和 $\text{lem}(1, p1) +$

$\text{lcm}(2, p.) + \dots + \text{lcm}(n, p_m.)$ 尽可能大。

这里 $\text{lcm}(2,4)$ 表示整数2和4的最小公倍数 (LCM) 。

置换是由从1到n的任意顺序的n个不同整数组成的数组。例如, [2, 3, 1, 5, 4]是置换, 但 (1, 2, 2)不是置换 (2在数组中出现两次), (1, 3, 4) 也不是置换 ($n = 3$, 但数组中有4) 。

输入描述

每个测试都包含多个测试用例。第一行包含测试用例t的数量 ($1 < t < 1\,000$)。测试用例的描述如下。

每个测试用例的only行包含一个single整数n ($1 < n < 105$)

保证所有测试用例的n的总和不超过105

思路: a, b最小公倍数等于 $(a*b)/\text{最大公约数}$

这道题就是a和b相差1的时候最优

假设共有n个数

若n为偶数, 则两两一对刚刚好

所以就是1, 2, 3, 4, 5, 6

两两互换, 即: 2, 1, 4, 3, 6, 5

$2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5$ 就是最大值

若n为奇数, 则从大到小开始排, 优先满足大的两两相乘 (大的两两相乘能更大)

例: 1, 2, 3, 4, 5

则: 1, 3, 2, 5, 4

代码如下:

没写, 未完待续.....

题目三:

A permutation of length n is a sequence of integers from 1 to n such that each integer appears in it exactly once.

Let the fixedness of a permutation p be the number of fixed points in it - the number of positions j such that $p_j = j$, where p_j is the j-th element of the permutation p.

You are asked to build a sequence of permutations a_1, a_2, \dots , starting from the identity permutation (permutation $a_1 = (1, 2, \dots, n)$).

Let's call it a

permutation chain. Thus, a_i is the i-th permutation of length n.

For every i from 2 onwards, the permutation a_i should be obtained from the permutation a_{i-1} by swapping any two elements in it (not necessarily

neighboring). The fixedness of the permutation a_i , should be strictly lower than the fixedness of the permutation d_{i-1} .

Consider some chains for $n = 3$:

- $a_1 = 1, 2, 3, 1$, $a_2 = [1, 3, 2, 1]$ - that is a valid chain of length 2. From a_1 to a_2 , the elements on positions 2 and 3 get swapped, the fixedness decrease from 3 to 1.

$a_1 = 1, 2, 3, 1$, a_2

$= 1, 3, 2, 1$.

- that is not a valid chain. The first permutation should always be $(1, 2, 3)$ for $n = 3$

at

$= 1, 2, 3, 1$, $a_2 = [1, 3, 2, 1]$, $a_3 = [1, 2, 3, 1]$

- that is not a valid chain.

- From a_1 to a_3 , the elements on positions 2 and 3 get swapped but the fixedness increase from 1 to 3.

$a_1 = 1, 2, 3, 1$, $a_2 = [3, 2, 1, 1]$, a_3

$= 3, 1, 2, 1$ - that is a valid chain of length

3. From a_1 to a_2 , the elements on positions 1 and 3 get swapped, the fixedness decrease from 3 to 1. From a_2 to a_3 , the elements on positions 2 and 3 get swapped, the fixedness decrease from 1 to 0.

Find the longest permutation chain. If there are multiple longest answers, print any of them.

输入描述

The first line contains a single integer t ($1 < t < 99$) - the number of testcases.

The only line of each testcase contains a single integer n ($2 < n < 100$) - the required length of permutations in the chain.

思路:

长度为 n , 两两互换

如: $1\ 2\ 3\ n=3$

换一次: $3\ 2\ 1\ n=1$ (只有一个对上)

再换一次, 如 $2\ 3\ 1\ n=1-1=0$

所以是2

题目四:

2023.7.10

String a;

cin>>a;(读到空格停止)

get line(a, cin);

getline(a, 100);

栈：后进先出

队列：先进先出

stl

pair:和结构体差不多

pair(a,b) 第一个用first访问，第二个用second访问

vector：两倍扩展

set：返回迭代器

去重

第一题

思路：查找、去重

去重用set

简单版：//

// 4.cpp

```
// c++
```

```
//
```

```
// Created by 语何 on 2023/7/10.
```

```
//
```

```
//第一题简单版
```

```
#include <stdio.h>
```

```
#include
```

```
#include
```

```
using namespace std;
```

```
set<int>s1;
```

```
int main(){
```

```
    int n,m;
```

```
    while(cin>>n>>m){
```

```
        s1.clear(); //用完清空
```

```
        int x;
```

```
        for(int i=0;i<n+m;i++){
```

```
            cin>>x;
```

```
            s1.insert(x);
```

```
        }
```

```
        set<int>::iterator it;
```

```
        int flag=1;
```

```
        for(it=s1.begin();it!=s1.end();it++)
```

```
        {
```

```
            if(flag){
```

```
                cout<<*it;
```

```
                flag=0;
```

```
            }
```

```
        }
```

```
    cout<<"\n";  
}
```

```
    return 0;  
}
```

复杂版： //

// 3.cpp

// c++

//

// Created by 语何 on 2023/7/10.

//

```
#include <stdio.h>
```

//stl 第一题复杂版

```
#include
```

```
#include
```

```
using namespace std;
```

```
vector<int>v1,v2,v3;
```

```
int a[1000]={0};
```

```
void in(int a,int b){
```

```
    for (int i = 0; i < a; ++i)
```

```
{
```

```
    int c;
```

```
    cin >> c;
```

```
    v1.push_back(i);
```

```
}
```

```

for (int i = 0; i < b; ++i)

{
    v2.push_back(i);
}

v3.insert(v3.end(),v1.begin(),v1.end());

v3.insert(v3.end(),v2.begin(),v2.end());


}

int t;

void choose(vector<int>v){

    int x;

    for(int j=0;j<v.size();j++){

        t=v[j];

        a[v[j]]++;

        if(a[v[j]]>1)v.erase(v.begin()+j-1);

    }

    for(int i=0;i<v.size()-1;i++){

        for(int j=0;j<v.size()-i-1;j++){

            if(v[j]>v[j+1]){

                x=v[j];

                v[j]=v[j+1];

                v[j+1]=x;

            }

        }

    }

}

```

```
}  
  
void print(vector<int>v){  
    for(int j=0;j<v.size();j++){  
        cout<<v[j] <<endl;  
    }  
}
```

```
int main(){  
    int n,m;  
    while( cin>>n>>m){  
  
        in(n,m);  
        choose(v3);  
        print(v3);  
  
    }  
  
}
```

第三题：

解题思路：出现在a，b里面，但不在c里面

是一个查找问题

第一组和第三组用set、map存都行，第二组数据是要有序的，按序输出，就用queue，先进先出。

代码：//

// 5.cpp

// c++

//

// Created by 语何 on 2023/7/10.

//

//第三题 间谍问题：查重

```
#include
#include
#include
using namespace std;
sets1,s3;
queueq;
int main(){
    int a,b,c,flag;
    cin>>a>>b>>c;
    for(int i=0;i<a;i++){
        string s;
        cin>>s;
        s1.insert(s);
    }
    for(int i=0;i<b;i++){
        string s;
        cin>>s;
        q.push(s);
    }
    for(int i=0;i<c;i++){
        string s;
        cin>>s;
        s3.insert(s);
    }
    while(!q.empty()){
        string str=q.front();
        q.pop();
```

```
if(s1.find(str)!=s1.end() && s3.find(str)==s3.end()) { //在a里面找到了，在c里面没找到
    cout<<str<<" ";
    flag=1;

}

}

if(flag==0)
}
```

第四题：

水果

思路：map的嵌套使用，因为一个map只能对应一个数据。

第六题：

圆桌问题：

把看成一个环形的，取出一个推进一个

第五题

思路：要看优先级，结构体排序

2023.7.11

dfs

一、基本思想

为了求得问题的解，先选择某一种可能情况向前探索；
在探索过程中，一旦发现原来的选择是错误的，就退回一步重新选择，继续向前探索；
如此反复进行，直至得到解或证明无解。

二、操作步骤：

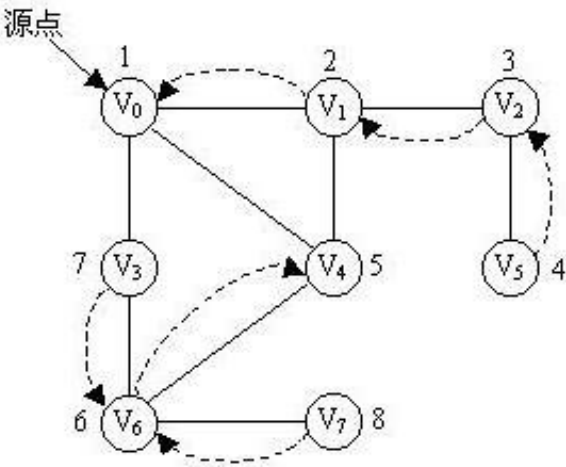
初始原点为v0，使用深度优先搜索，首先访问 v0 -> v1 -> v2 -> v5，到 v5 后面没有结点，则回溯到 v1，即最近的且连接有没访问结点的结点v1；
此次从 v1 出发，访问 v1 -> v4 -> v6 -> v3，此时与v3相连的两个结点 v0 与 v6 都已经访问过，回溯到 v6 (v6 具有没访问过的结点)；
此次从 v6 出发，访问 v6 -> v7，到 v7 后面没有结点，回溯；
一直回溯到源点 v0，没有没访问过的结点，程序结束。

注：下面图中箭头为回溯方向

深搜：跑一遍打个标记

dfs

DFS 序列为: V₀, V₁, V₂, V₅, V₄, V₆, V₃, V₇。



CSDN @21岁被迫秃头

dfs详细过程：

```
01 #include<iostream>
02 using namespace std;
03 int n;
04 int ans[20];
05 bool vis[20];
06
```

```

07 void dfs(int step){ //step = 3
08
09     if(step == n+1){
10         for(int i=1;i<=n;i++){
11             printf("%d",ans[i]);
12         }
13         printf("\n");
14         return;
15     }
16
17
18     for(int i=1;i<=n;i++){
19         if(vis[i])continue;
20         vis[i] = true;
21         ans[step] = i;
22         dfs(step+1);
23         //执行完成
24         vis[i] = false;
25     }
26
27     return;
28 }
29
30 int main(){
31     cin>>n; // n = 4
32
33     dfs(1);
34     return 0;
35 }

```

1 2 3 4

dfs1{ 1.i=1,vis=true,ans[1]=1;

2.开出新的分支dfs2{1.i=1 被标记了, 跳过

i=2,vis=true,ans[2]=2,

2.开出新的分支dfs3{ 1.i=1、2都被标记了, 跳过, vis=true(即打上标记)

2.开出新的分支dfs4{ 1.i=1、2、3都被标记了, 跳过, vis=true(即打上标记)

开出新的分支dfs5{ 1.step=5=n+1,输出a[1-4]即1、2、3、4, return(回溯) 回溯一级

回到dfs4:这个时候i=4, vis[4]=false, 释放4

回到dfs3:这个时候i=3, vis[3]=false, 释放3

然后继续未走完的循环i=4,ans[step]=ans[3]=i=4, 标记4

dfs(step+1)--dfs(step)---dfs(4)---step=4

dfs4:i=1,2都被标记, i=3,ans[step]=ans[4]=i=3;

然后dfs5,输出1243 return

dfs4:i=3还有最后一步vis[3]=false释放3

dfs模版-c

int a[510]; //存储每次选出来的数据

int book[510]; //标记是否被访问

int ans = 0; //记录符合条件的次数

void DFS(int cur){

if(cur == k){ //k个数已经选完, 可以进行输出等相关操作

for(int i = 0; i < cur; i++){

printf("%d ", a[i]);

}

ans++;

return ;

}

```
for(int i = 0; i < n; i++){ //遍历 n个数, 并从中选择k个数
```

```
if(!book[i]){ //若没有被访问
```

```
book[i] = 1; //标记已被访问
```

```
a[cur] = i; //选定本数, 并加入数组
```

```
DFS(cur + 1); //递归, cur+1
```

```
book[i] = 0; //释放, 标记为没被访问, 方便下次引用
```

```
}
```

```
}
```

```
}
```

dfs模版--c++

```
vector a; // 记录每次排列
vector book; //标记是否被访问

void DFS(int cur, int k, vector& nums){
    if(cur == k){ //k个数已经选完，可以进行输出等相关操作
        for(int i = 0; i < cur; i++){
            printf("%d ", a[i]);
        }
        return ;
    }
    for(int i = 0; i < k; i++){ //遍历 n个数，并从中选择k个数
        if(book[nums[i]] == 0){ //若没有被访问
            a.push_back(nums[i]); //选定本输，并加入数组
            book[nums[i]] = 1; //标记已被访问
            DFS(cur + 1, n, nums); //递归，cur+1
            book[nums[i]] = 0; //释放，标记为没被访问，方便下次引用
            a.pop_back(); //弹出刚刚标记为未访问的数
        }
    }
}
```

2023.7.12

二分查找

模版

```
int search(int nums[], int size, int target) //nums是数组， size是数组的大小， target是需要查找的值
{
    int left = 0;
    int right = size - 1; // 定义了target在左闭右闭的区间内， [left, right]
    while (left <= right) { //当left == right时， 区间[left, right]仍然有效
        int middle = left + ((right - left) / 2); //等同于 (left + right) / 2， 防止溢出
        if (nums[middle] > target) {
            right = middle - 1; //target在左区间， 所以[left, middle - 1]
        } else if (nums[middle] < target) {
            left = middle + 1; //target在右区间， 所以[middle + 1, right]
        } else { //既不在左边， 也不在右边， 那就是找到答案了
            return middle;
        }
    }
    //没有找到目标值
    return -1;
}
```

最小化最大值

注意注意：有可能left或者right刚刚好等于mid 所以有一个不能选择=mid+1 不然会刚好错过mid

2023.7.13

博弈论

共有n个数，一次能取m个，谁先取最后一个谁赢。那我们将 $n/(m+1)$;就是一次我们能确保后手始终能达到的数量

能被整除：后手必胜

不能被整除：、当 $1=k*(1+1)+x$ $0 < x < m+1$ 时，先手可以先取x个，之后的局势就回到了第k种情况，无论后手取多少个，先手都能取走 $m+1$ 个中剩下的，因此先手必胜

$$a=(b-a) \cdot (1+\sqrt{5})/2$$

用 (i,j) 来表示两堆石头数量，可以发现当 $(0,0)$ 时，先手不能取石头，所以先手输。我们称 $(0, 0)$ 为奇异局势，如果数量为 $(0,1),(1,0), (1,1)$ ，先手都可以一步操作到达奇异局势，后手便会失败，所以可以得出结论，当 (i, j) 为奇异局势时，先手输，否则先手赢。我们可以发现 $(1,2)(3, 5) (4, 7)$ 等也是奇异局势，并且它们有一个规律，这个规律就是通过 Beatty定理发现公式：

$$a=(b-a) \cdot (1+\sqrt{5})/2$$

两对石头头分别为a, b。当满足前面这个条件时， (a, b) 就是奇异点。而且 一个式子正是等于黄金分割比 $0.618+1$ 是 1.618 。

如果是10和5 那先手必胜，因为先手可以先取7个 形成 $(3,5)$ 来构造奇异局势

模版--八什博弈

•两个人轮流报数，一次最少报一最多报十，先报到100的人获胜，谁能赢？

思路：假设最多能报m，讲每次凑成 $m+1$

#include

```

using namespace std;

int main(){

    int t;

    cin>>t;

    while (t--){

        int n,m;

        cin>>n>>m;

        if(!(n%(m+1)))cout<<"second"<<endl;

        else cout<<"first"<<endl;

    }

    return 0;

}

```

2023.7.14

单调栈

模版：

```
#include
```

```
#include
```

```
using namespace std;
```

```
const int N=1e5+10;
```

```
int a[N],b[N];
```

```
signed main(){
```

```
    stack<int>st;
```

```
    int n;cin>>n;
```

```
    for(int i=0;i<n;i++){
```

```
        while(st.size()!=0&&st.top()>=a[i]) st.pop(); //如果栈顶比a[i]大 就把栈顶推出去，把a[i]推进去
```

```
        st.push(a[i]);
```



```

}

while(st.size()!=0){
    cout<<st.top()<<" ";
    st.pop();
}

return 0;
}

```

例题：

```

#include

#include

using namespace std;

const int N=1e6+7;

int a[N],b[N];

signed main(){
    stack<int>st;

    int n;cin>>n;

    for(int i=0;i<n;i++) cin>>a[i];

    //5
    //3 4 2 7 5
    //-1 3 -1 2 2
    //2 5
    //3 4 2 5

    for(int i=0;i<n;i++){

        while(st.size()!=0&&st.top()>=a[i])st.pop(); //如果出现一个比栈内元素小的数字，则该数字没有前面比它小的
        数字，清空栈，输出-1，将其作为top

        if(st.size()==0)cout<<"-1"<<" "; //第一个数字前面没有，所以栈没东西，输出-1

        else cout<<st.top()<<" ";

        st.push(a[i]);
    }

    return 0;
}

```

```
}
```

例题：观山

“我看见，一座座山，一座座山川，一座座山川相连...”。现在有 n 座山连成一排，请问当你站在两座山之间时，向前和向后共能看到多少座山（当前面的山的高度大于等于后面的山的高度时，后面的山将被挡住）。

输入描述

输入第一行为一个整数 n ，表示山的个数。 $1 \leq n \leq 10^5$

第二行包含 n 个空格隔开的整数，表示 n 座山的高度。 $1 \leq a[i] \leq 10^5$

输出描述

输出空格隔开的 $n-1$ 个数，表示在第 i 座山和第 $i+1$ 座山之间，能看到的山的个数。

$1 \leq i < n$

解题思路：分为从左边看和从右边看

从左边看 若山不挡住 例如1 2 3 4

我们需要维护一个单调递增的栈；

从左右看 若山不挡住 例如4 3 2 1

我们需要维护一个单调递减的栈

代码：

观牛

代码：//

// 观牛（也是单调栈）.cpp

// c++

//

// Created by 语何 on 2023/7/14.

//

```
#include

#include

using namespace std;

#define int long long

const int N=1e6+7;

int a[N];

signed main(){

    int n;cin>>n;

    for(int i=0;i<n;i++)cin>>a[i];


    stack<int>st;

    int sum=0;

    for(int i=0;i<n;i++){

        while(st.size()!=0&&st.top()<=a[i])st.pop();

        sum+=st.size();

        st.push(a[i]);

    }

    cout<<sum<<endl;

    return 0;

}
```

2023.7.19

树状数组

求一个大的数组

2023.7.20

并查集

并查集：判断两个元素是不是在同一个集合里面

快读：

```
std::ios::sync_with_stdio(false);  
std::cin.tie(0);
```

2023.7.25

最小生成树

2023.7.26

倍增LCA

2023.7.27

tarjan

2023.7.28

网络流

网络流：所有的链式前向星存图都得是双向存边

2023.7.31

欧拉图 二分图

$G=(V,E)$

V:点集 E:边集

欧拉路径

对于无向图：

存在欧拉路径的充要条件：度数为奇数的点只能有0个或两个（且以该点为起点）

存在欧拉回路的充要条件：度数为奇数的点不能有

对于有向图：

存在欧拉路径的充要条件：要么所有点除了出度均等于入度；要么除了两个点之外，其余所有点的出度等于入度，剩余的两个点：一个满足出度比入度多一（起点），另一个满足入度比出度多一（终点）。

存在欧拉回路的充要条件：所有点的出度均等于入度。

匈牙利算法：如果是带权值的就用匈牙利去做

不带权值的就用最大流（网络流）

看看有多少个不同的并查集

在每个集子里面的奇度点

2023.8.1

动态规划-背包问题

01背包问题

对于01背包问题选择方法的集合可以分成2种：

①不选第i个物品，并且总体积不大于j的集合所达到的最大值： $f[i-1][j]$

②选择1~i个物品，并且总体积不大于j的集合所达到的最大值： $f[i][j]$

对于第二种情况我们很难计算，因此需要思考从另一个角度解决问题。当选择1~i个物品，总体积不大于j的集合的最大值可以转化成选择1~i-1个物品，总体积不大于j- $V[i]$ 的集合+最后一个物品的价值： $f[i-1][j-V[i]]+w[i]$

因此总结： $f[i][j] = \text{Max}\{f[i-1][j], f[i-1][j-V[i]]+w[i]\}$!!!

背包问题的解决过程

在解决问题之前，为描述方便，首先定义一些变量： V_i 表示第i个物品的价值， W_i 表示第i个物品的体积，定义 $V(i,j)$ ：当前背包容量j，前i个物品最佳组合对应的价值，同时背包问题抽象化（ X_1, X_2, \dots, X_n ，其中 X_i 取0或1，表示第i个物品选或不选）。

1、建立模型，即求 $\text{max}(V_1X_1+V_2X_2+\dots+V_nX_n)$ ；

2、寻找约束条件， $W_1X_1+W_2X_2+\dots+W_nX_n < \text{capacity}$ ；

3、寻找递推关系式，面对当前商品有两种可能性：

包的容量比该商品体积小，装不下，此时的价值与前i-1个的价值是一样的，即 $V(i,j)=V(i-1,j)$ ；

还有足够的容量可以装该商品，但装了也不一定达到当前最优价值，所以在装与不装之间选择最优的一个，即 $V(i,j)=\text{max}\{V(i-1,j), V(i-1,j-w(i))+v(i)\}$ 。

其中 $V(i-1,j)$ 表示不装， $V(i-1,j-w(i))+v(i)$ 表示装了第i个商品，背包容量减少 $w(i)$ ，但价值增加了 $v(i)$ ；

由此可以得出递推关系式：

$j < w(i) \quad V(i,j)=V(i-1,j)$

$j \geq w(i) \quad V(i,j)=\text{max}\{V(i-1,j), V(i-1,j-w(i))+v(i)\}$

这里需要解释一下，为什么能装的情况下，需要这样求解（这才是本问题的关键所在！）：

可以这么理解，如果要到达 $V(i,j)$ 这一个状态有几种方式？

肯定是两种，第一种是第i件商品没有装进去，第二种是第i件商品装进去了。没有装进去很好理解，就是 $V(i-1,j)$ ；

装进去了怎么理解呢？如果装进去第i件商品，那么装入之前是什么状态，肯定是 $V(i-1,j-w(i))$ 。由于最优性原理（上文讲到）， $V(i-1,j-w(i))$ 就是前面决策造成的一种状态，后面的决策就要构成最优策略。两种情况进行比较，得出最优。

4、填表，首先初始化边界条件， $V(0,j)=V(i,0)=0$ ；

如， $i=1, j=1, w(1)=2, v(1)=3$ ，有 $j < w(1)$ ，故 $V(1,1)=V(1-1,1)=0$ ；

又如 $i=1, j=2, w(1)=2, v(1)=3$ ，有 $j=w(1)$ ，故 $V(1,2)=\text{max}\{V(1-1,2), V(1-1,2-w(1))+v(1)\} = \text{max}\{0, 0+3\} = 3$ ；

如此下去，填到最后一个， $i=4, j=8, w(4)=5, v(4)=6$ ，有 $j > w(4)$ ，故 $V(4,8)=\text{max}\{V(4-1,8), V(4-1,8-w(4))+v(4)\} = \text{max}\{9, 4+6\} = 10$

背包问题最优解回溯

通过上面的方法可以求出背包问题的最优解，但还不知道这个最优解由哪些商品组成，故要根据最优解回溯找出解的组成，根据填表的原理可以有如下的寻解方式：

$V(i,j)=V(i-1,j)$ 时，说明没有选择第i个商品，则回到 $V(i-1,j)$ ；

$V(i,j)=V(i-1,j-w(i))+v(i)$ 时，说明装了第i个商品，该商品是最优解组成的一部分，随后我们得回到装该商品之前，即回到 $V(i-1,j-w(i))$ ；

一直遍历到i=0结束为止，所有解的组成都会找到。

就拿上面的例子来说吧：

最优解为 $V(4,8)=10$ ，而 $V(4,8) \neq V(3,8)$ 却有 $V(4,8)=V(3,8-w(4))+v(4)=V(3,3)+6=4+6=10$ ，所以第4件商品被选中，并且回到 $V(3,8-w(4))=V(3,3)$ ；

有 $V(3,3)=V(2,3)=4$ ，所以第3件商品没被选择，回到 $V(2,3)$ ；

而 $V(2,3) \neq V(1,3)$ 却有 $V(2,3) = V(1,3 - w(2)) + v(2) = V(1,0) + 4 = 0 + 4 = 4$ ，所以第2件商品被选中，并且回到 $V(1,3 - w(2)) = V(1,0)$ ；
有 $V(1,0) = V(0,0) = 0$ ，所以第1件商品没被选择。

例题：

有 N 件物品和一个容量是 V 的背包。每件物品只能使用一次。

第 i 件物品的体积是 v_i ，价值是 w_i 。

求解将哪些物品装入背包，可使这些物品的总体积不超过背包容量，且总价值最大。
输出最大价值。

输入格式

第一行两个整数， N ， V ，用空格隔开，分别表示物品数量和背包容积。

接下来有 N 行，每行两个整数 v_i, w_i ，用空格隔开，分别表示第 i 件物品的体积和价值。

输出格式

输出一个整数，表示最大价值。

数据范围

$$0 < N, V \leq 1000$$

$$0 < v_i, w_i \leq 1000$$

输入样例

```
4 5
1 2
2 4
3 4
4 5
```

输出样例：

```
8
```

CSDN @anieoo

代码板子：

```
#include
using namespace std;

const int N=1010;
int v[N],w[N],f[N][N];
int n,m;

int main()
{
    scanf("%d%d",&n,&m);

    for(int i=1;i<=n;i++) scanf("%d%d",&v[i],&w[i]);
```

```

for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
    {
        f[i][j]=f[i-1][j];
        if(j>=v[i]) f[i][j]=max(f[i][j],f[i-1][j-v[i]]+w[i]);
    }

printf("%d",f[n][m]);
return 0;
}

```

#注意：为什么i和j从1开始遍历，因为如果i或j不管哪个为0，f[i][j]其实都等于0！！

优化板子：

```

#include
using namespace std;

const int N=1010;
int v[N],w[N],f[N];
int n,m;

int main()
{
    scanf("%d%d",&n,&m);

    for(int i=1;i<=n;i++) scanf("%d%d",&v[i],&w[i]);

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=m;j>=v[i];j--)
        {
            f[j]=max(f[j],f[j-v[i]]+w[i]);
        }

    printf("%d",f[m]);
    return 0;
}

```

如何优化：

从二维做法中可以看出f[i][j]最大值的更新只用到了 f[i-1][j]，即 f[i-2][j] 到 f[0][j] 是没有用的。所以第二层循环可以直接从v[i] 开始。

二维优化到一维后：

如果删掉f[i]这一维，结果如下：如果j层循环时递增的，则是错误的

为什么一维情况下枚举背包容量需要逆序？

在二维情况下，状态f[i][j]是由上一轮i-1的状态得来的，f[i][j]与f[i-1][j]是独立的。而优化到一维后，如果我们还是正序，则有f[较小体积]更新到f[较大体积]，则有可能本应该用第i-1轮的状态却用的是第i轮的状态。

例如，一维状态第i轮对体积为3的物品进行决策，则f[7]由f[4]更新而来，这里的f[4]正确应该是f[i-1][4]，但从小到大枚举j这里的f[4]在第i轮计算却变成了f[i][4]。当逆序枚举背包容量j时，我们求f[7]同样由f[4]更新，但由于

是逆序，这里的 $f[i]$ 还没有在第 i 轮计算，所以此时实际计算的 $f[i]$ 仍然是 $f[i - 1][4]$ 。

完全背包问题

描述

设有 n 种物品，每种物品有一个重量及一个价值。但每种物品的数量是无限的，同时有一个背包，最大载重量为 M ，今从 n 种物品中选取若干件(同一种物品可以多次选取)，使其重量的和小于等于 M ，而价值的和为最大。

输入描述

第一行：两个整数， M (背包容量， $M \leq 200$)和 N (物品数量， $N \leq 30$)；

第 $2..N+1$ 行：每行二个整数 W_i, C_i ，表示每个物品的重量和价值。

输出描述

仅一行，一个数，表示最大总价值。

完全背包问题和01背包问题很相似。

01背包问题每个物品只能选一个，而完全背包问题每个物品可以选无限次。

DP问题的关键是找到状态转移方程：

①定义 $f[i][j]$ 表示从前 i 个物品中选择,体积为 j 的时候的最大价值。

②那么转移方程 $f[i][j] = \max\{f[i - 1][j], f[i - 1][j - v[i]], f[i - 1][j - 2 * v[i]], \dots, f[i - 1][j - k * v[i]], \dots\}$

因此代码就是：

```
#include
using namespace std;
const int N = 1010;
int f[N][N];
int v[N],w[N];
int main()
{
    int n,m;
    cin>>n>>m;
    for(int i = 1 ; i <= n ; i++)
    {
        scanf("%d%d",&v[i],&w[i]);
    }
}
```

```

for(int i = 1 ; i<=n ;i++)
for(int j = 1 ; j<=m ;j++)
{
    for(int k = 0 ; k*v[i]<=j ; k++)
        f[i][j] = max(f[i][j],f[i-1][j-k*v[i]]+k*w[i]);
}

printf("%d",f[n][m])
return 0;

```

}

由于数据量级的原因，此代码肯定会发生TLE，因此需要进行优化。

$f[i, j] = \max(f[i-1, j], f[i-1, j - v[i] + w[i]], f[i-1, j - 2 * v[i]] + 2 * w[i], f[i-1, j - 3 * v[i]] + 3 * w[i], \dots)$

$f[i, j - v[i]] = \max(f[i-1, j - v[i]], f[i-1, j - 2 * v[i]] + w[i], f[i-1, j - 3 * v[i]] + 2 * w[i], \dots)$

由上两式，可得出如下递推关系：

$f[i][j] = \max(f[i, j - v[i]] + w[i], f[i-1][j])$

因此优化后的代码变为：

```

#include
using namespace std;
const int N=1010;
int v[N],w[N],f[N][N];
int n,m;

int main()
{
    scanf("%d%d",&n,&m);

    for(int i = 1;i <= n;i++){
        scanf("%d",&v[i]);
    }

    for(int i = 1;i <= n;i++){
        for(int j = 1;j <= m;j++){
            f[i][j] = f[i-1][j];
            if(j >= v[i])
                f[i][j] = max(f[i][j],f[i][j - v[i]] + w[i]);
        }

        printf("%d",f[n][m]);
        return 0;
    }
}

```

```

#include
using namespace std;

```

```

const int N=1010;
int v[N],w[N],f[N];
int n,m;

int main()
{
    scanf("%d%d",&n,&m);
    for(int i = 1;i <= n;i++){
        scanf("%d%d",&v[i],&w[i]);
    }
    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=v[i];j<=m;j++){
            f[j]=max(f[j],f[j-v[i]]+w[i]);
        }
    printf("%d",f[m]);
    return 0;
}

```

分组背包问题

描述

一个旅行者有一个最多能装 V 公斤的背包，现在有 n 件物品，它们的重量分别是 W_1, W_2, \dots, W_n ，它们的价值分别为 C_1, C_2, \dots, C_n 。这些物品被划分为若干组，每组中的物品互相冲突，最多选一件。求解将哪些物品装入背包可使这些物品的费用总和不超过背包容量，且价值总和最大。

输入描述

第一行：三个整数， V (背包容量， $V \leq 200$)， N (物品数量， $N \leq 30$)和 T (最大组号， $T \leq 10$)；

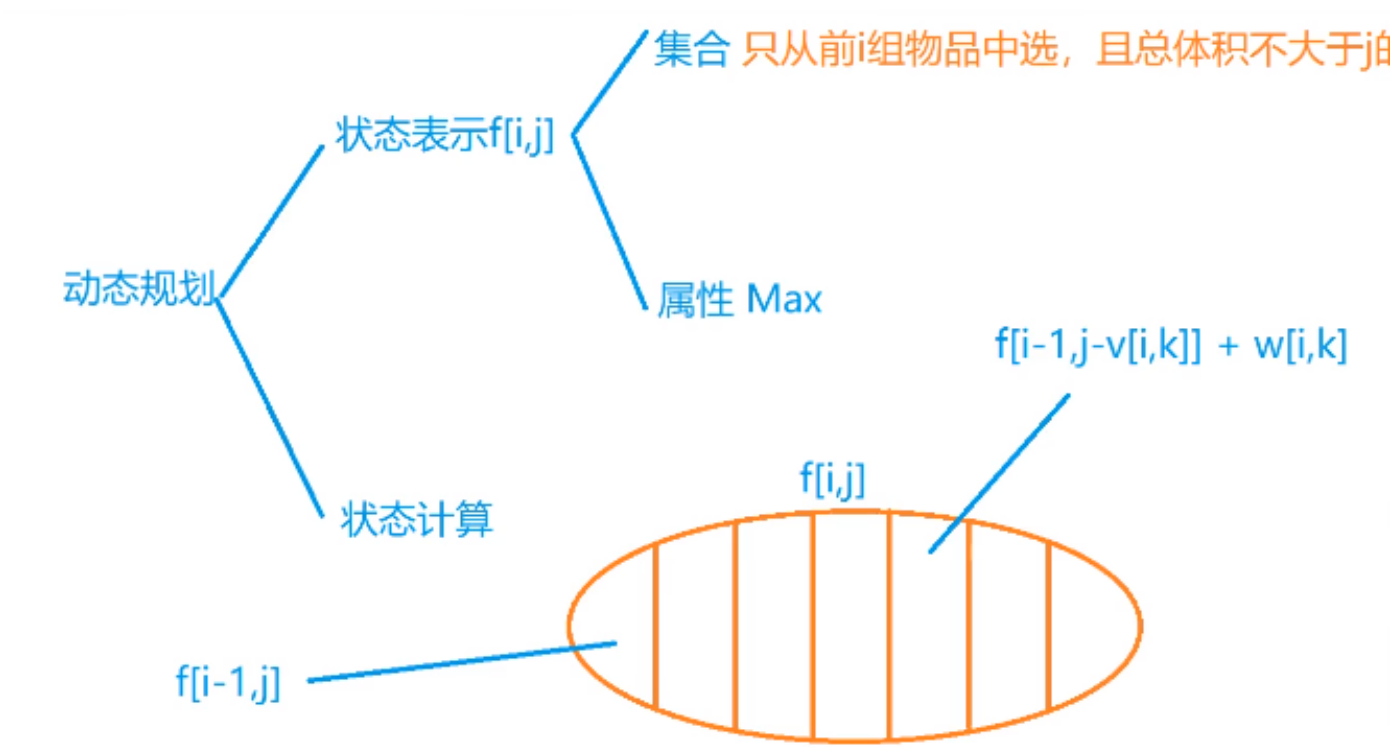
第 2 到 $N+1$ 行：每行三个整数 W_i, C_i, P ，表示每个物品的重量，价值，所属组号。

输出描述

仅一行，一个数，表示最大总价值。

和01背包相似

题解



优化

Fate

描述

最近xhd正在玩一款叫做FATE的游戏，为了得到极品装备，xhd在不停的杀怪做任务。久而久之xhd开始对杀怪产生的厌恶感，但又不得不通过杀怪来升完这最后一级。现在的问题是，xhd升掉最后一级还需n的经验值，xhd还留有m的忍耐度，每杀一个怪xhd会得到相应的经验，并减掉相应的忍耐度。当忍耐度降到0或者0以下时，xhd就不会玩这游戏。xhd还说了他最多只杀s只怪。请问他能升掉这最后一级吗？

输入描述

输入数据有多组，对于每组数据第一行输入n, m, k, s($0 < n, m, k, s < 100$)四个正整数。分别表示还需的经验值，保留的忍耐度，怪的种数和最多的杀怪数。接下来输入k行数据。每行数据输入两个正整数a, b($0 < a, b < 20$)；分别表示杀掉一只这种怪xhd会得到的经验值和会减掉的忍耐度。(每种怪都有无数个)

输出描述

输出升完这级还能保留的最大忍耐度，如果无法升完这级输出-1。

代码：

```
//  
  
// lis.cpp  
  
// c++  
  
//  
  
// Created by 语何 on 2023/8/2.  
  
//  
  
#include <stdio.h>  
  
#include  
  
#include <math.h>  
  
using namespace std;
```

```

int v[10005],w[100005],u[100005];

int bi[100005],dp[200][200];

int main(){

    int i,j,k,l,n,m,s;

    while(~scanf("%d %d %d %d",&n,&m,&k,&s)){

        for(int i=1;i<=k;i++){

            scanf("%d %d",&v[i],&w[i]);

        }

        for(int i=1;i<=k;i++){

            for(j=w[i];j<=m;j++){

                for(l=1;l<=s;l++){

                    dp[j][l]=max(dp[j][l],dp[j-w[i]][l-1]+v[i]);

                }

            }

        }

        int ww,kk=-1;

        for(i=1;i<=m;i++){

            for(int j=1;j<=s;j++){

                if(dp[i][j]>=n){

                    ww=m-i;

                    kk=max(ww,kk);

                }

                dp[i][j]=0;

            }

        }

        printf("%d\n",kk);

    }

    return 0;

}

```

```

#include<stdio.h>
#include<algorithm>
#include<math.h>

```


```

using namespace std;
int v[100005],w[100005],u[100005];
int bi[100005],dp[200][200];
int main()
{
    int i,j,k,l,n,m,s;
    while(~scanf("%d %d %d %d",&n,&m,&k,&s))
    {
        for(i=1;i<=k;i++)
        {
            scanf("%d %d",&v[i],&w[i]);
        }
        for(i=1;i<=k;i++)
        {
            for(j=w[i];j<=m;j++)
            {
                for(l=1;l<=s;l++)
                {
                    dp[j][l]=max(dp[j][l],dp[j-w[i]][l-1]+v[i]);
                }
            }
        }
        int ww,kk=-1;
        for(i=1;i<=m;i++)
        {
            for(j=1;j<=s;j++)
            {
                if(dp[i][j]>=n)
                {
                    ww=m-i;
                    kk=max(ww,kk);
                }
                dp[i][j]=0;
            }
        }
        printf("%d\n",kk);
    }
}

```

你已经解决了该问题

 在线自测

 提交评测

饭卡

电子科大本部食堂的饭卡有一种很诡异的设计，即在购买之前判断余额。如果购买一个商品之前，卡上的剩余金额大于或等于5元，就一定可以购买成功（即使购买后卡上余额为负），否则无法购买（即使金额足够）。所以大家都希望尽量使卡上的余额最少。

某天，食堂中有 n 种菜出售，每种菜可购买一次。已知每种菜的价格以及卡上的余额，问最少可使卡上的余额为多少。

输入描述

多组数据。对于每组数据：

第一行为正整数 n ，表示菜的数量。 $n \leq 1000$ 。

第二行包括 n 个正整数，表示每种菜的价格。价格不超过50。

第三行包括一个正整数 m ，表示卡上的余额。 $m \leq 1000$ 。

$n=0$ 表示数据结束。

输出描述

对于每组输入,输出一行,包含一个整数，表示卡上可能的最小余额。

题意：电子科大的食堂的饭卡有比较特殊，当余额小于5元时，不能购饭。大于等于五元的时候就算余额不足，也可以买饭。求饭卡里的最少余额。

思路：我们可以找到最贵的饭，当余额最小且大于等于5元的时候，我们就用大于等于5元购买这个饭了。因此，我们现在要做的就是求（余额-5）能买能花最多的钱，因此就问题就转换成 01背包问题了。最后剩余的余额再减去最大值即可。

```
#include
#include
#include
using namespace std;
int num[1010],dp[1010];
int main()
{
    int n,m,i,j,k;
    while(~scanf("%d",&n)&&n)
    {
        int maxx=-1;
        for(i=0;i<n;i++)
        {
            scanf("%d",&num[i]);
```



```

        if(num[i]>maxx)    //最贵的饭
            k=i,maxx=num[i];
    }
    scanf("%d",&m);
    if(m<5)                //小于5的时候不能买饭
    {
        printf("%d\n",m);
        continue;
    }
    num[k]=0;                //最贵的饭定为0元 不影响总金额
    memset(dp,0,sizeof(dp)); //01背包
    for(i=0;i<n;i++)
    {
        if(i==k)            //最贵的饭先不算
            continue;
        for(j=m-5;j>=num[i];j--)
        {
            dp[j]=max(dp[j],dp[j-num[i]]+num[i]);
        }
    }
    printf("%d\n",m-dp[m-5]-maxx);
}
}

```

```

#include<stdio.h>
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;
long long  dp[10005];
long long  m[10005];
long long  val[10005];
long long  last[10005];

int main()
{
    long long i,j,k,l,n,mm,top=0,t;
    while(1)
    {
        scanf("%lld",&n);
        if(n==0)
            break;
        //scanf("%lld",&mm);
        for(i=1;i<=n;i++)
        {
            scanf("%lld",&m[i]);
            ,

```


```

    }
    sort(m+1,m+n+1);
//    sort(val+1,val+n+1);
    scanf("%lld",&mm);
    if(mm<5)
    {
        printf("%lld\n",mm);
        continue;
    }
    for(i=1;i<n;i++)
    {
        for(j=mm-5;j>0;j--)
        {
            if(j>=m[i])
                dp[j]=max(dp[j],dp[j-m[i]]+m[i]);
        }
    }
//    printf("%lld %lld %lld\n",mm,dp[mm-5],m[n]);
    printf("%lld\n",mm-dp[mm-5]-m[n]);
    for(i=1;i<=mm;i++)
    {
        m[i]=0;
        dp[i]=0;
    }
//    printf("%lld",dp[mm]);
}
return 0;
}

```

你已经解决了该问题

 在线自测

 提交评测

```

#include
#include
#include<string.h>
using namespace std;
int dp[1005];

```

```
int main()
```

```
{
```

```
    int n;
    int p[1005];
    while (cin >> n && n)//先减去5(保证最后剩的钱大于5), 然后按01背包问题一样选择背包能装的最多的物件
        (避开了最重值), 最后再加上减少的5再减去最贵的商品
    {
        memset(dp, 0, sizeof(dp));
        memset(p, 0, sizeof(p));
        for (int i = 1; i <= n; i++)
        {
            cin >> p[i]; //01背包问题
        }
        sort(p + 1, p + 1 + n); //升序排序
        int max1 = p[n]; //寻找数组中的最大值, 这是最后减成负数值

        int all; //总金额
        cin >> all;

        if (all < 5)
        {
            cout << all << endl;
            continue;
        }

        all = all - 5;
        for (int i = 1; i <= n - 1; i++) //n-1就避开了最大值, 成了01背包问题
        {
            for (int j = all; j >= p[i]; j--)
            {
                dp[j] = max(dp[j], dp[j - p[i]] + p[i]);
            }
        }
        cout << all + 5 - dp[all] - max1 << endl; //dp[n-1][all]这里的n也要减一
    }
}
```

```
}
```

装箱问题

描述

有一个箱子容量为 V （正整数， $0 \leq V \leq 20000$ ），同时有 n 个物品（ $0 < n \leq 30$ ），每个物品有一个体积（正整数）。

要求 n 个物品中，任取若干个装入箱内，使箱子的剩余空间为最小。

输入描述

第一行是一个整数 V ，表示箱子容量。

第二行是一个整数 n ，表示物品数。

接下来 n 行，每行一个正整数（不超过10000），分别表示这 n 个物品的各自体积。

输出描述

一个整数，表示箱子剩余空间。

```

#include<stdio.h>
#include<algorithm>
using namespace std;
int dp[200005];
int main(){
    int i,j,k,l,n,m,w;
    scanf("%d %d",&m,&n);
    dp[0]=1;
    for(i=1;i<=n;i++){
        scanf("%d",&w);
        for(j=m;j>=w;j--){
            dp[j]|=dp[j-w];
        }
    }
    for(i=m;i>=0;i--){
        if(dp[i]){
            printf("%d",m-i);
            break;
        }
    }
}

```

你已经解决了该问题


 在线自测

 提交评测

开发

开源

支持

 关于

关于这一题，有两种解法，一种是利用一维数组dp[]来解决，另一种是利用二维数组dp[][]来解决，我们先来讲第二种，比较好理解

dp[i][j]表示在前i个物品在容量为j的体积中所存放的最大价值，只不过这里的最大价值等价与最大体积，我们在这里应该知道这应该是一个背包问题，对于一个物品，存在着两种情况，放与不放，如果不放则dp[i][j] == dp[i-1][j]，因为你们没有放物体，则在逻辑上等价于前一物体，如果放则dp[i][j] == dp[i-1][j-a[i]]+a[i]，在前一状态的基础上，加入物体，剩余空间必然减少，价值增大，但是两者又是等价，则可以如是，这一点很难想，也应该是我

们所说的背包问题，具体问题请看代码：

```
#include
using namespace std;
int v, n, a[31], dp[31][10000];
/*
    dp[i][j]表示前i个物品放入容量为j的背包中所得到的最大值
    采用二维数组更好理解一些，但是其空间与时间的开销更大
*/
int main()
{
    int i, j;
    cin>>v>>n;
    for(i = 1; i <= n; i++)
        cin>>a[i];
    for(i = 1; i <= n; i++)
        dp[i][0] = 0;
    for(j = 1; j <= v; j++)
        dp[0][j] = 0;
    for(i = 1; i <= n; i++)
    {
        for(j = 1; j <= v; j++)
        {
            if(j < a[i])//装不下
                dp[i][j] = dp[i-1][j];
            else
                dp[i][j] = max(dp[i-1][j], dp[i-1][j-a[i]]+a[i]);
        }
    }
    printf("%d", v-dp[n][v]);
    return 0;
}
```

但是这会超时，只有80%的正确率。

采用一种更简单的方式，只需要用一维数组即可，dp[j]表示在容量剩余为j的体积中所能装入的最大价值，同样有放与不放两种状态，不放则不变即dp[j] == dp[j]，放则dp[j] = dp[j-a[i]]+a[i]，也是属于背包问题，剩余容量减少，但是价值增大，两者也是等价，具体问题请看代码：

```
#include
#include
using namespace std;
int v, n, a[31], dp[20005];
int main()
{
    int i, j;
    cin>>v>>n;
    memset(dp, 0, sizeof(dp));
    for(i = 0; i < n; i++)
```

```

{
    cin>>a[i];
    /*
        针对一个物品只有两种状态，装与不装，这里的j表示剩余容量
        如果装箱，则背包价值为dp[j-a[i]]+a[i]，如果不装箱，则为dp[j]
        所以dp[j] = max(dp[j], dp[j-a[i]]+a[i])(伪背包问题)
        //不太好理解可以采用二维数组解题
    */
    for(j = v; j >= a[i]; j--)
    {
        dp[j] = max(dp[j], dp[j-a[i]]+a[i]);
    }
}
printf("%d", v-dp[v]);
return 0;
}

```

2023.8.3

kmp与manacher

最长回文

描述

给出一个只由小写英文字符a,b,c...y,z组成的字符串S,求S中最长回文串的长度.
回文就是正反读都是一样的字符串,如aba, abba等

输入描述

输入有多组case,不超过120组,每组输入为一行小写英文字符a,b,c...y,z组成的字符串S
两组case之间由空行隔开(该空行不用处理)
字符串长度len <= 110000

输出描述

每一行一个整数x,对应一组case,表示该组case的字符串中所包含的最长回文长度.

本题有三种解法

解法一：暴力 时间复杂度： $O(n^3)$

解法二：dp

令dp[i][j]表示S[i]至S[j]所表示的子串是否是回文子串，是则为1，不是为0。这样根据S[i]是否等于S[j]，可以把转移情况分为两类：

①若S[i]=S[j],那么只要S[i+1]和S[j-1]是回文子串，S[i+1]至S[j-1]就是回文子串；如果S[i+1]至S[j-1]不是回文子串，则S[i]至S[j]一定不是回文子串。

②若S[i]≠S[j]，那S[i]至S[j]一定不是回文子串。

由此可以写出状态转移方程

$$dp[i][j] = \begin{cases} dp[i+1][j-1], & S[i] = S[j] \\ 0, & S[i] \neq S[j] \end{cases}$$

CSDN @深巷wls

到这里还有一个问题没有解决,那就是如果按照i和j从小到大的顺序来枚举子串的两个端点,然后更新dp[i][j],会无法保证dp[i+1][j-1]已经被计算过,从而无法得到正确的dp[i][j]。

如图11-4所示,先固定i=0,然后枚举j从2开始。当求解dp[0][2]时,将会转换为dp[1][1],而dp[1][1]是在初始化中得到的;当求解dp[0][3]时,将会转换为dp[1][2],而dp[1][2]也是在初始化中得到的;当求解dp[0][4]时,将会转换为dp[1][3],但是dp[1][3]并不是已经计算过的值,因此无法状态转移。事实上,无论对i和j的枚举顺序做何调整,都无法调和这个矛盾,因此必须想办法寻找新的枚举方式。

根据递推写法从边界出发的原理,注意到边界表示的是长度为1和2的子串,且每次转移时都对子串的长度减了1,因此不妨考虑按子串的长度和子串的初始位置进行枚举,即第一遍将长度为3的子串的dp值全部求出,第二遍通过第一遍结果计算出长度为4的子串的dp值...这样就可以避免状态无法转移的问题。如图11-5所示,可以先枚举子串长度L(注意:L是可以取到整个字符串的长度S.len()的),再枚举左端点i,这样右端点i+L-1也可以直接得到。

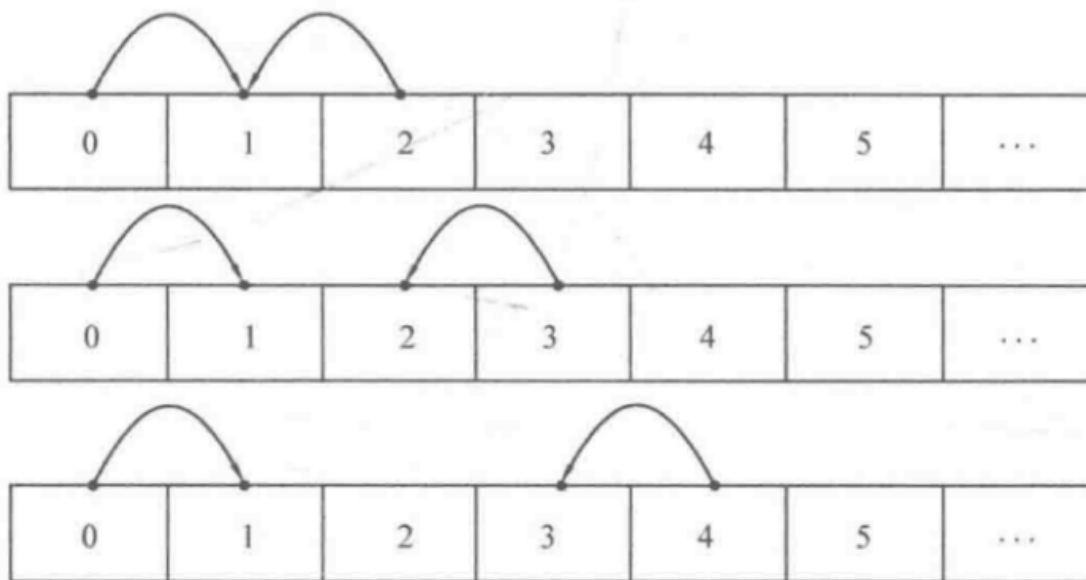


图 11-4 最长回文子串示意图

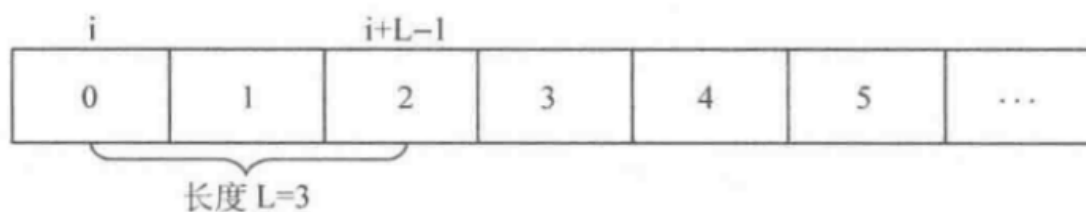


图 11-5 枚举 L 的最长回文子串做法示意图

CSDN @深巷wls

```
#include
#include
#include
#include
#include
#include<string.h>
#include
#include<math.h>
#include
#define llu unsigned long long
using namespace std;

int dp[1010][1010];
int main()
{
    string s1;
    int ans=1;
    getline(cin,s1);
    //cout << s1 << endl ;
    int n=s1.size();
    for(int i=0;i<n;i++)
```

```

{
    dp[i][i]=1;
    if(i<n-1){
        if(s1[i]s1[i+1]){
            dp[i][i+1]=1;
            ans=2;
        }
    }
}
for(int L=3;L<=n;L++){
    for(int i=0;i+L-1<n;i++)
    {
        int j=i+L-1;
        if(s1[i]s1[j]&&dp[i+1][j-1]==1)
        {
            dp[i][j]=1;
            ans=L;
        }
    }
}
cout << ans << endl ;

```

```
return 0;
```

```
}
```

这个马拉车算法 Manacher's Algorithm 是用来查找一个字符串的[最长回文子串](#)的线性方法，由一个叫 Manacher 的人在 1975 年发明的，这个方法的最大贡献是在于将时间复杂度提升到了线性，这是非常了不起的。对于回文串想必大家都不陌生，就是正读反读都一样的字符串，比如 "bob", "level", "noon" 等等，那么如何在一个字符串中找出最长回文子串呢，可以以每一个字符为中心，向两边寻找回文子串，在遍历完整数组后，就可以找到最长的回文子串。但是这个方法的时间复杂度为 $O(n^2)$ ，并不是很高效，下面我们来看时间复杂度为 $O(n)$ 的马拉车算法。

由于回文串的长度可奇可偶，比如 "bob" 是奇数形式的回文，"noon" 就是偶数形式的回文，马拉车算法的第一步是预处理，做法是在每一个字符的左右都加上一个特殊字符，比如加上 '#'，那么

bob --> #b#o#b#

noon --> #n#o#o#n#

这样做的好处是不论原字符串是奇数还是偶数个，处理之后得到的字符串的个数都是奇数个，这样就不用分情况讨论了，而可以一起搞定。接下来我们还需要和处理后的字符串 t 等长的数组 p ，其中 $p[i]$ 表示以 $t[i]$ 字符为中心的回文子串的半径，若 $p[i] = 1$ ，则该回文子串就是 $t[i]$ 本身，那么我们来看一个简单的例子：

```
# 1 # 2 # 2 # 1 # 2 # 2 #
1 2 1 2 5 2 1 6 1 2 3 2 1
```

为啥我们关心回文子串的半径呢？看上面那个例子，以中间的 '1' 为中心的回文子串 "#2#2#1#2#2#" 的半径是6，而未添加#号的回文子串为 "22122"，长度是5，为半径减1。这是个普遍的规律么？我们再看看之前的那个 "#b#o#b#"，我们很容易看出来以中间的 'o' 为中心的回文串的半径是4，而 "bob" 的长度是3，符合规律。再来看偶数个的情况 "noon"，添加#号后的回文串为 "#n#o#o#n#"，以最中间的 '#' 为中心的回文串的半径是5，而 "noon" 的长度是4，完美符合规律。所以我们只要找到了最大的半径，就知道最长的回文子串的字符个数了。只知道长度无法定位子串，我们还需要知道子串的起始位置。

我们还是先来看中间的 '1' 在字符串 "#1#2#2#1#2#2#" 中的位置是7，而半径是6，貌似 $7-6=1$ ，刚好就是回文子串 "22122" 在原串 "122122" 中的起始位置1。那么我们来验证下 "bob"，"o" 在 "#b#o#b#" 中的位置是3，但是半径是4，这一减成负的了，肯定不对。所以我们应该至少把中心位置向后移动一位，才能为0啊，那么我们就需要在前面增加一个字符，这个字符不能是#号，也不能是s中可能出现的字符，所以我们暂且就用美元号吧，毕竟是博主最爱的东西嘛。这样都不相同的话就不会改变p值了，那么末尾要不要对应的也添加呢，其实不用的，不用加的原因是字符串的结尾标识为 '\0'，等于默认加过了。那此时 "o" 在 "

Error: You can't use 'macro parameter character #' in math mode #1#2#2#1#2#2#" 中的位置是8，而半径是6，这一减就是2了，而我们需要的是1，所以我们要除以2。之前的 "bob" 因为相减已经是0了，除以2还是0，没有问题。再来验证一下 "noon"，中间的 '#' 在字符串 "\$#n#o#o#n#" 中的位置是5，半径也是5，相减并除以2还是0，完美。可以任意试试其他的例子，都是符合这个规律的，最长子串的长度是半径减1，起始位置是中间位置减去半径再除以2。

那么下面我们就来看如何求p数组，需要新增两个辅助变量 mx 和 id，其中 id 为能延伸到最右端的位置的那个回文子串的中心点位置，mx 是回文串能延伸到的最右端的位置，需要注意的是，这个 mx 位置的字符不属于回文串，所以才能用 mx-i 来更新 p[i] 的长度而不用加1，由 mx 的更新方式 $mx = i + p[i]$ 也能看出来 mx 是不在回文串范围内的，这个算法的最核心的一行如下：

```
p[i] = mx > i ? min(p[2 * id - i], mx - i) : 1;
```

可以这么说，这行要是理解了，那么马拉车算法基本上就没啥问题了，那么这一行代码拆开来看就是

如果 $mx > i$, 则 $p[i] = \min(p[2 * id - i], mx - i)$

否则， $p[i] = 1$

当 $mx - i > P[j]$ 的时候，以 $S[j]$ 为中心的回文子串包含在以 $S[id]$ 为中心的回文子串中，由于 i 和 j 对称，以 $S[i]$ 为中心的回文子串必然包含在以 $S[id]$ 为中心的回文子串中，所以必有 $P[i] = P[j]$ ，其中 $j = 2id - i$ ，因为 j 到 id 之间到距离等于 id 到 i 之间到距离，为 $i - id$ ，所以 $j = id - (i - id) = 2id - i$ ，参见下图。

当 $P[j] \geq mx - i$ 的时候，以 $S[j]$ 为中心的回文子串不一定完全包含于以 $S[id]$ 为中心的回文子串中，但是基于对称性可知，下图中两个绿框所包围的部分是相同的，也就是说以 $S[i]$ 为中心的回文子串，其向右至少会扩张到 mx 的位置，也就是说 $P[i] = mx - i$ 。至于 mx 之后的部分是否对称，就只能老老实实去匹配了，这就是后面紧跟到 while 循环的作用。

对于 $mx \leq i$ 的情况，无法对 $P[i]$ 做更多的假设，只能 $P[i] = 1$ ，然后再去匹配了。

参见如下实现代码：

```
#include <vector>
#include <iostream>
#include <string>

using namespace std;

string Manacher(string s) {
    // Insert '#'
    string t = "$#";
    for (int i = 0; i < s.size(); ++i) {
        t += s[i];
        t += "#";
    }
    // Process t
    vector<int> p(t.size(), 0);
    int mx = 0, id = 0, resLen = 0, resCenter = 0;
    for (int i = 1; i < t.size(); ++i) {
        p[i] = mx > i ? min(p[2 * id - i], mx - i) : 1;
        while (t[i + p[i]] == t[i - p[i]]) ++p[i];
        if (mx < i + p[i]) {
            mx = i + p[i];
            id = i;
        }
        if (resLen < p[i]) {
            resLen = p[i];
            resCenter = i;
        }
    }
    return s.substr((resCenter - resLen) / 2, resLen - 1);
}

int main() {
    string s1 = "12212";
    cout << Manacher(s1) << endl;
    string s2 = "122122";
    cout << Manacher(s2) << endl;
    string s = "waabwswfd";
    cout << Manacher(s) << endl;
}
```

2023.8.4

高精度（上午）和ac自动机（下午）

ac自动机：建立在树状数组上面的kmp

2023.8.7

树状dp

2023.8.8

矩阵快速幂

矩阵快速幂：快速幂的思想就是优先给底数平方，再把幂除2，例如：2的12次方就是4的6次方，就把时间复杂度优化了一半