

Cálculo de parámetros para el telescopio de Muones, MuTe-UIS.

David Sierra Porta y Luis Núñez
Universidad Industrial de Santander

1 de noviembre de 2016

Resumen

Uno de los elementos importantes en los experimentos de generación de imágenes digitales usando muones provenientes de cascadas de rayos cósmicos es el telescopio usando para tal fin, una buena comprensión del mismo es necesaria para tener resultados precisos. En el siguiente documento, consistente de un reporte de actividades de investigación para la estancia postdoctoral del Dr. David Sierra Porta, se presenta los resultados obtenidos para el cálculo de la aceptancia del Telescopio de Muones, MuTe, de la Universidad Industrial de Santander, así como también algunos otros parámetros importantes del mismo. Aquí se expone el cálculo realizado para un instrumento ideado en dos dimensiones como caso particular de inicio y luego se generaliza el cálculo al caso realista en tres dimensiones considerando sus propiedades y geometría particular. Se presentan gráficas y una comparación de resultados con otros dispositivos ya reportados en la bibliografía específica para este tipo de dispositivos. Se hace una presentación de unos códigos python preparados para el manejo del dispositivo y que servirán para la reconstrucción de las trayectorias de los muones al detector. Por último se calcula la resolución del telescopio.

Índice

1. Introducción	1
2. Descripción del MuTe-UIS.	3
3. Versión simplificada MuTe-UIS en 2 Dimensiones	3
3.1. <i>Descripción en términos geométricos</i>	3
3.2. <i>Descripción alternativa</i>	5
4. MuTe-UIS en 3 Dimensiones	5
4.1. <i>Aceptancia de los paneles centelladores</i>	5
4.2. <i>Incluyendo tanque Cherenkov</i>	10
5. Resolución del Telescopio	11
6. Algunas estimaciones de los tiempos de medida para flujos	14
7. Algunos resultados de las simulaciones	14
Referencias	30

Índice de figuras

1. Ángulo de visión para diversos detectores.	3
2. Trayectoria de un muón μ determinando un ancho en las placas a partir de todas las trayectorias equivalentes. Caso dos dimensiones.	4
3. Distribución angular del ángulo de mira φ (rad) sustendido por la sección de área (longitud) efectiva, para el caso dos dimensiones, para el telescopio equipado con un par de barras de $N_p = 30$ píxeles de 4 cm de lado y separadas por una distancia de 200 cm, como función del ángulo azimutal.	6
4. Esquema de un detector de radiación para la reconstrucción de las trayectorias de los muones.	6
5. Área efectiva en las placas a partir de todas las trayectorias equivalentes del muón.	7
6. Ángulo sólido (resolución angular) a calcular sustendido por el área efectiva.	9

7. Resolución angular (sr) y función aceptancia para el telescopio equipado con dos matrices de 30×30 píxeles de 4 cm de lados y separadas por una distancia de 200 cm, en función del ángulo azimutal que determina la trayectoria tanto en la placa frontal como en la posterior. 10
8. Resolución angular y función aceptancia para el telescopio equipado con dos matrices de 30×30 píxeles de 4 cm de lados y separadas por una distancia de 200 cm y un tanque de Cherenkov de 1.2 m de lado y profundidad 1.2 m, en función del ángulo azimutal que determina la trayectoria tanto en la placa frontal como en la posterior. 11
9. Área efectiva crítica reducida debido al ángulo de mira por la presencia del tanque de Cherenkov. 12
10. Resolución angular como función de la distancia de separación de los paneles. 12
11. Aceptancia como función de la distancia de separación de los paneles. 13
12. Esquema del ángulo de mira del telescopio para dos pixeles en el eje de mira del objeto (volcán) observado a una distancia Δy del detector. 13
13. Esquema de el ángulo de mira del telescopio en términos de un objeto (volcán) observado a una distancia Δy del detector por un par de pixeles consecutivos en los paneles centelleadores. 30

1. Introducción

La radiografía de muones, o la muongrafía, usa el mismo principio de la radiografía médica estándar: es decir, la medida de la atenuación de un flujo de radiación (muones cósmicos versus rayos-X), cuando cruzan la materia (roca estándar versus cuerpo humano) con un dispositivo sensible a recoger dicha radiación. La medida de este flujo da acceso a la medida de la opacidad ϱ de estructuras volcánicas comparando el flujo de muones Φ cruzando el objeto geológico con el flujo de muones en espacio abierto Φ_0 . Varios modelos dan expresiones analíticas para el flujo de muones tomando en cuenta el decaimiento de pares de partículas en términos de piones y kaones asumiendo un espectro de flujo de protones primario que usualmente sigue una ley de potencias $E_p^{-2.7}$. La opacidad es convertida en densidad ρ al resolver una ecuación integral

$$\varrho(\text{kg m}^{-2}) = \int_L \rho(\xi) d\xi = \bar{\rho} \times L, \quad (1)$$

donde L denota la trayectoria de las partículas en un espacio de coordenada local ξ . Los muones pierden naturalmente energía en su paso por la roca, normalmente debido a varios factores: absorción, interacciones nucleares, producción de pares electrón-positrón, etc. Lo anterior produce una imagen digital del objeto de estudio en términos de dicha opacidad y posteriormente de las densidades promedios del constituyente del objeto geológico.

Uno de los elementos importantes en los experimentos de generación de imágenes digitales usando muones provenientes de cascadas de rayos cósmicos es el telescopio usando para tal fin, una buena comprensión del mismo es necesaria para tener resultados precisos. La influencia del telescopio puede resumirse por el conocimiento de la función de aceptancia que llamaremos T , la cual está medida en unidades de $\text{cm}^2 \text{ sr}$, para la cual es tomada en cuenta las características geométricas del telescopio. La función de aceptancia depende básicamente del número de píxeles, sus tamaños y también de la separación de las placas de centelleo. En la práctica la función de aceptancia es la función por la cual el flujo integrado de muones, I , es convertido en el numero de muones, N , a través de la convolución

$$N(\varrho) = \Delta T \times T \times I(\varrho), \quad (2)$$

donde ΔT es el intervalo de tiempo que dura una medición.

Por su parte la función aceptancia del telescopio puede ser calculada a partir de argumentos geométricos (aceptancia geométrica), así como también a partir de simulaciones Monte-Carlo y por su puesto, a partir de datos experimentales considerando flujos reales impactando directamente en el dispositivo. La función aceptancia es entendida como la convolución de el área efectiva de detección producto de todas las trayectorias equivalentes de muones incidentes en el detector y de la resolución angular del mismo. Es decir, cuando un muón incide en el detector se tiene una cantidad de direcciones equivalentes que pudieran incidir en distintos puntos de los paneles de detección teniendo todas estas la misma dirección de arriba r_{mn} , esto determina un área $S(r_{mn})$, mientras que la resolución angular depende de las características geométricas del detector, sus dimensiones de los paneles de detección, la cantidad de píxeles que poseen y sus dimensiones, así como también de la distancia de separación entre dichos paneles. De este modo, la aceptancia es calculada como [1]

$$T(r_{mn}) = S(r_{mn}) \times \delta\Omega(r_{mn}), \quad (3)$$

donde $S(r_{mn})$ es el área efectiva, mientras que $\delta\Omega(r_{mn})$ es la resolución angular.

Conociendo la pérdida de energía de los muones a través de la roca, es posible determinar el mínimo de energía inicial, E_{min} , necesaria para que un muon cruce la roca, dada una opacidad ϱ , antes que impacte un dispositivo de medida que recoja la incidencia. Es decir,

$$E_{min} = E_\mu + \int_0^\varrho \frac{dE}{d\varrho} d\varrho, \quad (4)$$

donde E_μ es su energía en reposo (0.10566 GeV).

De esta manera, teniendo la energía mínima calculada, puede ser calculado también el flujo total integrado

$$I[\varrho, \theta] = \int_{E_{min}(\varrho)}^{\infty} \Phi(E_0, \theta) dE_0 (\text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{s}^{-1}). \quad (5)$$

Esta última ecuación da el número promedio temporal de muones que traspasan el objeto de estudio como una función de la opacidad ϱ .

Como se ha indicado anteriormente, la aceptancia del telescopio es un parámetro clave ya que el objetivo del proyecto consiste en asignar una opacidad y por lo tanto una densidad al objetivo a partir de una medida absoluta del flujo. Muchas correcciones pueden ser inferidas a partir de una aceptancia teórica deducida a partir de cálculos de ángulos sólidos. Más aún, como es habitual es posible encontrar ineficiencias experimentales que pueden ser corregidas de forma directa a partir de medición del rendimiento de la luz o indirectamente a partir de los datos propios globales. Estas ineficiencias tienen que ver normalmente con un mal funcionamiento de los sensores o de las propias tiras centelladoras de las que consisten los detectores. Algunos de los detalles de los métodos se pueden encontrar en las referencias [1] y [2].

En el presente documento se hace el cálculo analítico de la función aceptancia del Telescopio de Muones, MuTe, de la Universidad e Santander, para lo cual en la sección siguiente 3 se calcula la aceptancia para un dispositivo consistente de dos barras centelladoras de una dimensión espacial longitudinal y separadas por una distancia D , como un punto de partida para el cálculo de la aceptancia en el caso realista generalizado, el cual se expone en la sección 4 con las medidas y geometrías propias del telescopio a construir.

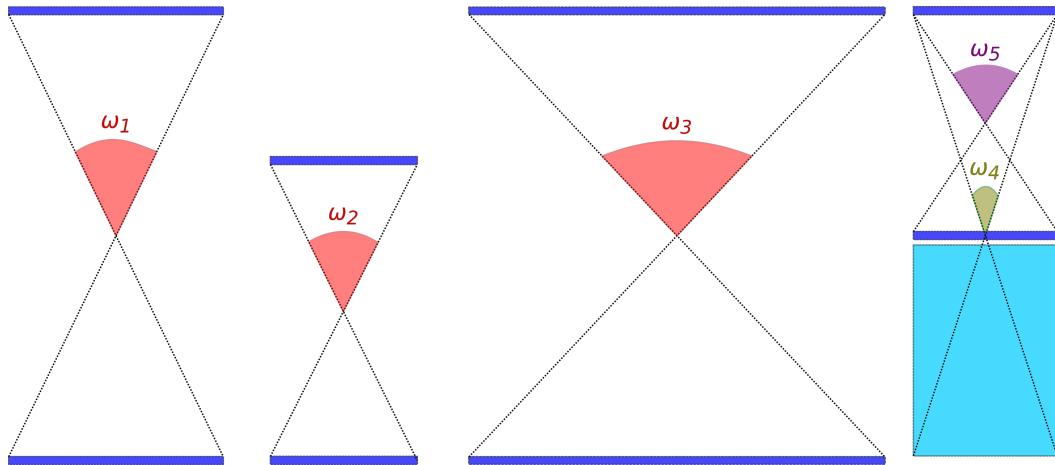


Figura 1: Ángulos de aceptancia para diversos detectores en función de sus anchos de barras y separación de paneles.

En la práctica ϱ está expresada en hg cm^{-2} , una unidad física la cual corresponde a 1 metro equivalente de agua (m w.e). Otra unidad para ϱ es 2.65 hg cm^{-2} , la cual corresponde a metros de roca equivalente en agua (m s.r.e) como se define por parte de *Particle Data Group* (e. g. Kudryavtsev 2009).

Lesparre et al. (2010) establecen una condición de factibilidad que en otras palabras es una condición que debe satisfacerse para distinguir una variación $\delta\varrho$ a través de un objeto geoelógico de opacidad ϱ_0 para una aceptancia dada en un periodo de exposición determinado, la misma es

$$\Delta T \times T \times \frac{\Delta I^2(\varrho_0, \delta\varrho)}{I(\varrho_0)} > c, \quad (6)$$

donde c corresponde al número de desviaciones estándares para el cálculo de la confianza de la medida, para el caso de una desviación estándar, $c = 1$, un 68 por ciento de confianza.

2. Descripción del MuTe-UIS.

Las características del Detector de Muones de la Universidad de Santander, Bucaramanga, Colombia con el fin de el estudio de estructuras volcánicas son las siguientes:

1. **Centelladores:** El mute se compone dos paneles de detección de partículas cósmicas que permiten determinar la dirección de procedencia de cada una de ellas. Cada panel se compone de 30 barras centelladoras de largo 120 cm y ancho 4 cm. Se colocan para cada panel 30 barras en dirección horizontal y 30 barras en dirección vertical, formando un cuadrado de detección de $120 \times 120 \text{ cm}^2$, la distancia de separación de ambos paneles (frontal y posterior en adelantes) es de $D = 200 \text{ cm}$ ($D = 230 \text{ cm}$). De esta manera cada panel se compone de 30 píxeles en dirección horizontal y 30 píxeles en la dirección vertical para un total de 900 píxeles en cada panel.
2. **Tanque Cherenkov:** el cual se compone de un cubo de $120 \times 120 \times 120 \text{ cm}^3$ de volumen y cuya principal funcionalidad consiste en la determinación de la energía de las partículas incidentes y por ende de la caracterización y determinación del tipo.
3. Una estructura de armazón que mantiene las piezas y elementos unidos y posicionados para la práctica de la muongraffia.
4. Una serie de electrónica muy particular y específica para el manejo de cada detector.

3. Versión simplificada MuTe-UIS en 2 Dimensiones

Aún cuando sabemos que el siguiente ejemplo no es real y el cálculo que hacemos acá en esta sección no refleja la realidad del detector en cuestión presentamos este cálculo por cuanto de manera introductoria da un punto de inicio para comprender el cálculo que se necesita en realidad para el telescopio en construcción y punto focal de este manuscrito. Pero además, uno pudiera entender este ejemplo del cálculo del ángulo de visión del caso dos dimensional no sólo como un modelo simplificado del modelo verdadero, sino que también este es el caso justamente límite en el cual la otra dimensión no está presente provisionalmente.

3.1. Descripción en términos geométricos

Supongamos que tenemos un par de placas en una dimensión separadas por una distancia D (en centímetros), de tal manera que cada una de las placas tiene N_p píxeles de tamaño d (en centímetros). Para el caso el telescopio MuTe, $D = 200\text{cm}$, $N_p = 30$ y $d = 4\text{cm}$.

Para el caso de un detector en una dimensión que consiste de dos líneas paralelas con N_p cantidad de píxeles, de ancho d y separación D , uno puede esquemáticamente representar un muón entrante por medio del rayo como se muestra en la figura 2.

La trayectoria del muón se representa por medio de un vector

$$\mathbf{r}_{mn} = X_m \mathbf{e}_x + Z \mathbf{e}_z = d(i - k) \mathbf{e}_x + D \mathbf{e}_z, \quad (7)$$

donde \mathbf{e}_x y \mathbf{e}_z son los vectores unitarios en la dirección de la longitud de las placas y la separación de las placas respectivamente. En este caso la dirección del vector está dada por

$$\tan \theta = \frac{D}{d(i - k)}, \quad (8)$$

mientras que

$$\cos \theta = \frac{d(i - k)}{\sqrt{d^2(i - k)^2 + D^2}} \rightarrow (i - k) = \pm \frac{D \cos \theta}{d\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{D \cos \theta}{d \sin \theta} = \frac{D}{d} \cot \theta, \quad (9)$$

en donde i y k representan los píxeles iluminados en las placas frontal y posterior respectivamente por el paso del muón con ángulo de entrada θ .

Ahora bien, a partir de la figura (2), puede verse que el punto **P** se encuentra a una distancia $(dN_p - (i - k)d)/2$. También es fácil ver que la distancia desde el punto donde impacta el muón en la placa posterior al punto **Q** es justamente $d(N_p - i)$, por tanto, la distancia $d(RQ) = dN_p - d(i - k)$.

Sobre la base del triángulo $\Delta \mathbf{PSV}$, es fácil ver que

$$\tan(\varphi + \delta) = \frac{-2D}{d(N_p - 3(i - k))}, \quad (10)$$

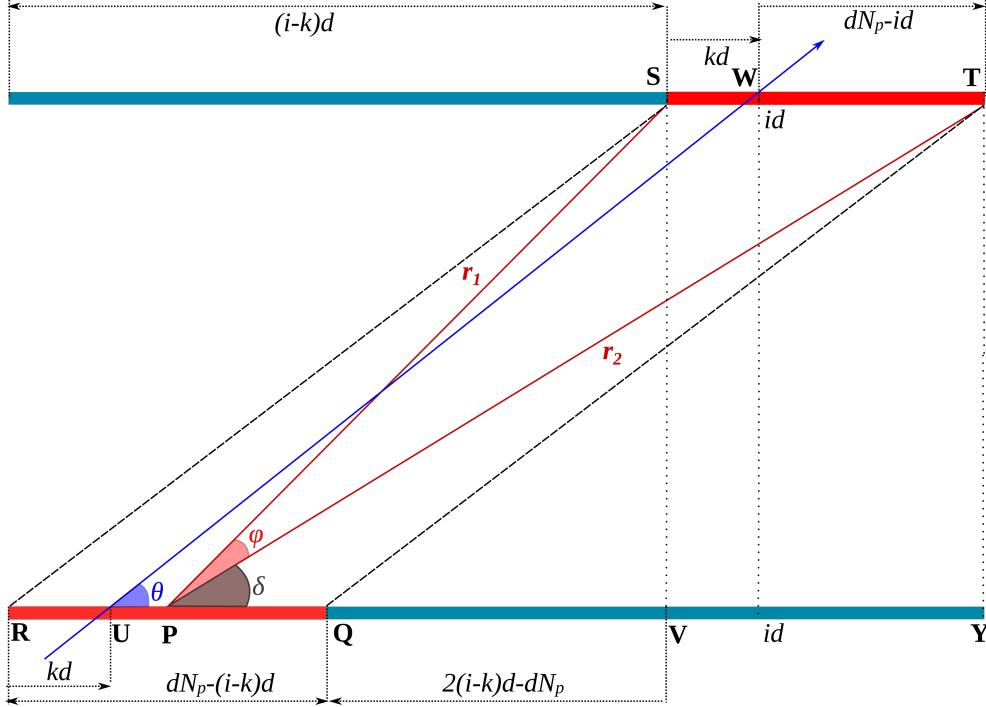


Figura 2: La trayectoria de un muón μ determina un ancho en las placas a partir de todas las trayectorias equivalentes, y por ende un ángulo de mira.

mientras que sobre la base del triángulo $\Delta \mathbf{PTY}$,

$$\tan(\delta) = \frac{2D}{dN_p + (i - k)d}. \quad (11)$$

Luego podemos usar la relación trigonométrica para la tangente de la suma de ángulos $\tan(\varphi + \delta) = (\tan \varphi + \tan \delta)/(1 - \tan \varphi \tan \delta)$, para obtener finalmente que

$$\tan(\varphi) = \frac{4D[N_p - (i - k)]}{4D^2 + d^2(-N_p^2 + 2N_p(i - k) + 3(i - k)^2)} \rightarrow \varphi = \arctan \left[\frac{4Dd[N_p - (i - k)]}{4D^2 + d^2(-N_p^2 + 2N_p(i - k) + 3(i - k)^2)} \right], \quad (12)$$

lo cual es justamente la apertura angular para un muón con trayectoria \mathbf{r}_{mn} particular y ángulo de entrada θ . La relación anterior para la apertura angular puede escribirse también en términos de θ como

$$\varphi = \arctan \left[\frac{4D[dN_p - D \cot \theta]}{4D^2 + (-d^2 N_p^2 + 2Dd^2 N_p \cot \theta + 3D^2 \cot^2 \theta)^2} \right]. \quad (13)$$

3.2. Descripción alternativa

El ángulo sustendido φ también puede ser calculado usando una descripción alternativa. Véase que φ es el ángulo entre los vectores $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_{PS}$ y $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_{PT}$. Luego

$$\mathbf{r}_1 = -\frac{dN_p - 3(i - k)d}{2} \mathbf{e}_x + D \mathbf{e}_z, \quad (14)$$

$$\mathbf{r}_2 = \frac{dN_p + (i - k)d}{2} \mathbf{e}_x + D \mathbf{e}_z, \quad (15)$$

Por tanto, usando la definición de producto escalar entre vectores se tiene que

$$\cos \varphi = \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1||\mathbf{r}_2|} = \frac{4D^2 + d^2[3(i - k) - N_p][(i - k) + N_p]}{4|\mathbf{r}_1||\mathbf{r}_2|}, \quad (16)$$

donde

$$\mathbf{r}_1 = \frac{1}{2} \sqrt{d^2[N_p - 3(i-k)]^2 + 4D^2}, \quad \mathbf{r}_2 = \frac{1}{2} \sqrt{d^2[N_p + (i-k)]^2 + 4D^2}, \quad (17)$$

o sea

$$\varphi = \arccos \left[\frac{4D^2 + d^2[3(i-k) - N_p][(i-k) + N_p]}{\sqrt{d^2[N_p - 3(i-k)]^2 + 4D^2} \sqrt{d^2[N_p + (i-k)]^2 + 4D^2}} \right]. \quad (18)$$

Para un muon entrando perpendicularmente, es decir, en dirección normal a las placas de centelleo, el ángulo máximo se reduce a

$$\varphi_{max} = \arccos \left[\frac{4D^2 - d^2 N_p^2}{4D^2 + d^2 N_p^2} \right] = 0,582914 \text{ rad} = 33,399497056 \text{ degrees}. \quad (19)$$

Véase que le resultado en (18) coincide perfectamente con (13).

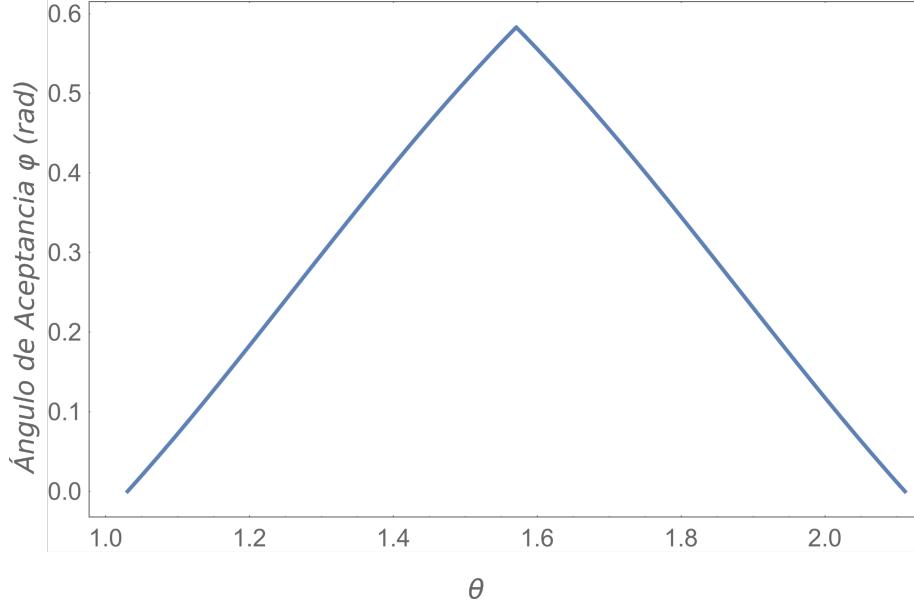


Figura 3: Distribución angular del ángulo de mira φ (rad) sustendido por la sección de área (longitud) efectiva, para el caso dos dimensiones, para el telescopio equipado con un par de barras de $N_p = 30$ píxeles de 4 cm de lado y separadas por una distancia de 200 cm, como función del ángulo azimutal.

4. MuTe-UIS en 3 Dimensiones

4.1. Aceptancia de los paneles centelladores

Para el caso real, que ocupa esta sección, supongamos que tenemos un par de placas (cuadradas, según construcción) dos dimensionales separadas por una distancia D (en centímetros), de tal manera que cada una de las placas tiene N_x píxeles en la dirección \mathbf{X}^+ y N_y píxeles en la dirección \mathbf{Y}^+ de tamaños d (en centímetros). Para el caso el telescopio MuTe, $D = 200$ cm, $N_x = N_y = 30$ y $d = 4$ cm.

En primer lugar, el objetivo principal de MuTe se traduce en reconstruir las direcciones de arribo ($r_{m,n}$) al MuTe-HC. Para esto, se emplean los detectores basados en CP, y se define el sistema de referencia de la siguiente manera: el eje Z se alinea con la dirección que mira hacia el volcán, y los ejes X y Y se ubican sobre el plano de los CP, siguiendo la regla de la mano derecha. La figura 4 ilustra esta definición. Cada plano del detector CP se identifica de acuerdo a su ubicación respecto al volcán. El panel más cercano al volcán se denomina frontal, mientras el más lejano posterior. La forma en que los CP permiten reconstruir las trayectorias de las partículas se basa en un sistema de píxeles. Estos píxeles, en cada panel, se construyen a partir de 60 barras centelladoras: 30 paralelas al eje X y 30 paralelas al eje Y . De esta manera, por panel, se obtiene un plano de detección XY correspondiente a una matriz de 900 píxeles de 16 cm², un área total

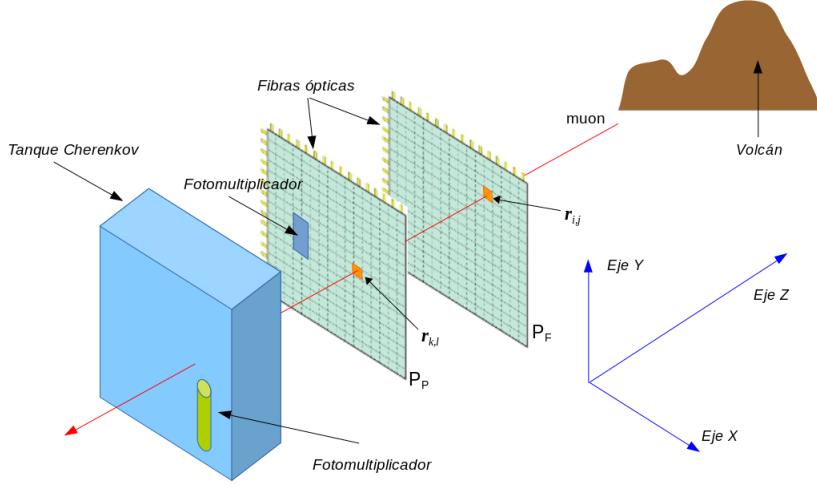


Figura 4: Esquema de un detector de radiación para la reconstrucción de las trayectorias de los muones.

de detección de 1.44 m^2 , y espesor de aproximadamente 2 cm. Cada píxel de cada panel tiene una identificación única definida por $r_{i,j}^{F/P}$, donde F y P hacen referencia al panel al que pertenece este píxel, esto es F si es el plano frontal o P si es el posterior; el índice i representa las barras centelladoras orientadas en el eje X , mientras j las orientadas con el eje Y . Estos dos planos XY serán montados de tal forma que queden con una separación variable máxima de 2 m en la dirección Z . De acuerdo con esto, la trayectoria de un Muón a través del plano XY frontal producirá una señal en una única barra X y una única barra Y , activando de esta manera el píxel $r_{i,j}^F$. El mismo efecto se producirá en algún otro píxel del plano posterior, activándose el píxel $r_{k,l}^P$. La línea recta que une los pixels $r_{i,j}^F$ y $r_{k,l}^P$ corresponderá a la trayectoria que ha realizado el Muón al atravesar el instrumento. Todos los pares de píxeles con igual posición relativa, $m = i - j$, $n = k - l$ comparten la misma dirección promedio de arribo $r_{m,n}$, es decir, que todas las partículas que arriben al instrumento con dirección $r_{m,n}$ compartirán esta misma dirección sin importar la trayectoria que describan por los CP.

El arribo de un muón al detector está caracterizado por un vector de trayectoria

$$\vec{r} = X_{\text{arribo}} \mathbf{e}_1 + Y_{\text{arribo}} \mathbf{e}_2 + Z_{\text{arribo}} \mathbf{e}_3, \quad (20)$$

donde \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 y \mathbf{e}_3 , son los vectores unitarios en las direcciones de los ejes X , Y y Z , respectivamente, y su módulo es

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{X_{\text{arribo}}^2 + Y_{\text{arribo}}^2 + Z_{\text{arribo}}^2}, \quad (21)$$

de tal manera que los cosenos directores que definen la dirección de la trayectoria del muón están dados por

$$\cos \alpha = \frac{X_{\text{arribo}}}{r}, \cos \beta = \frac{Y_{\text{arribo}}}{r}, \cos \gamma = \frac{Z_{\text{arribo}}}{r}. \quad (22)$$

En este caso $X_{\text{arribo}} = (i - k)d$, $Y_{\text{arribo}} = (j - l)d$ y $Z_{\text{arribo}} = D$, de tal manera que la trayectoria es completamente determinada conociendo los pares de píxeles que se iluminan haciendo coincidencia en los paneles frontal y posterior respectivamente, como se muestra en la siguiente figura. En este caso los cosenos directores que determinan la dirección de la partícula están dado por

$$\cos \alpha = \frac{X_{\text{arribo}}}{r} = \frac{(i - k)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}, \quad (23)$$

$$\cos \beta = \frac{Y_{\text{arribo}}}{r} = \frac{(j - l)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}, \quad (24)$$

$$\cos \gamma = \frac{Z_{\text{arribo}}}{r} = \frac{D}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}. \quad (25)$$

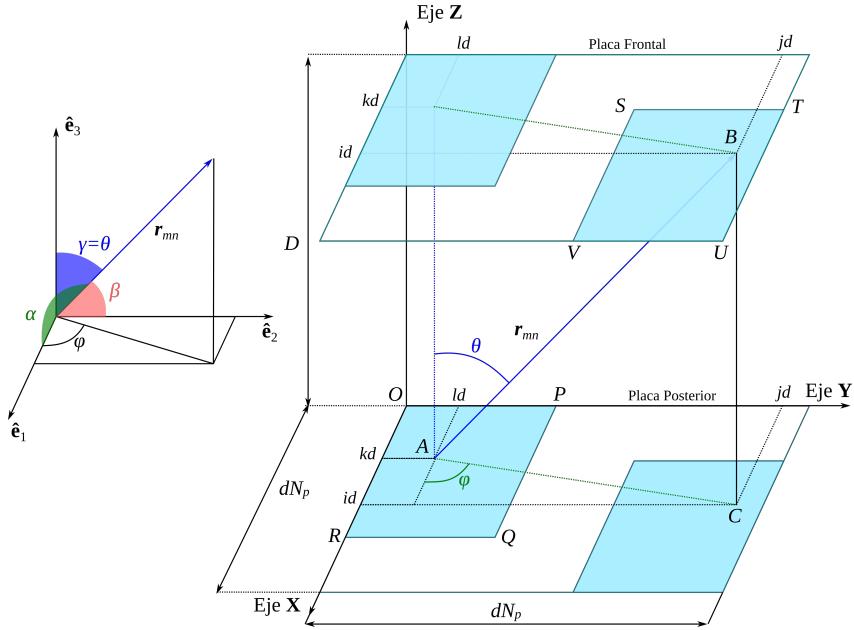


Figura 5: La trayectoria de un muón μ determina un área efectiva en las placas a partir de todas las trayectorias equivalentes, y por ende un ángulo de mira.

Los cosenos directores cumplen con la restricción natural $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$. De lo anterior, pueden invertirse estas ecuaciones para obtener los puntos iluminados en el detector a partir de los cosenos directores, tal que,

$$(i - k)d = \pm \frac{D \cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}}, \quad (j - l)d = \pm \frac{D \cos \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}}. \quad (26)$$

En este caso, dada la geometría particular de este detector, el ángulo α y β poseen un valor mínimo para que procure coincidencia de detección simultánea en ambos paneles. El ángulo mínimo para α y β , están dados por

$$\alpha_{min} = \arctan\left(\frac{D}{dN_x}\right), \quad \beta_{min} = \arctan\left(\frac{D}{dN_y}\right), \quad (27)$$

determinando un intervalo para los cuales α y β producen coincidencia en ambas placas centelladoras. En este caso particular, tenemos que $\alpha_{min} < \alpha < 180 - \alpha_{min}$ y $\beta_{min} < \beta < 180 - \beta_{min}$, donde debido a que los paneles son cuadrados se tiene que $\alpha_{min} = \beta_{min} = 38,65 = 0,674$ rad.¹

Otra forma en la que se puede recostruir la trayectoria sería considerando no los cosenos directores sino los ángulo azimutal y cenital de entrada del muón, es decir, considerar coordenadas esféricas. En este caso,

$$\cos \varphi = \frac{X_{arribo}}{r'} = \frac{(i - k)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2}}, \quad (28)$$

$$\sin \varphi = \frac{Y_{arribo}}{r'} = \frac{(j - l)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2}}, \quad (29)$$

$$\cos \theta = \frac{Z_{arribo}}{r} = \frac{D}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}. \quad (30)$$

Invirtiendo nuevamente las ecuaciones anteriores tendremos que

$$(i - k) = \pm \frac{D \cos \varphi \sin \theta}{d \cos \varphi}, \quad (j - l) = \pm \frac{D \sin \varphi \sin \theta}{d \cos \varphi}, \quad (31)$$

1. Para ángulos fuera de este intervalo no se produce coincidencia simultánea y por tanto el código no calcula un área efectiva de detección. Esto se debe a que la trayectoria detecta un píxel en alguno de los paneles sin embargo sin ningún píxel en el otro panel.

en términos de los cosenos directores se tienen las relaciones

$$\cos \alpha = \cos \varphi \sin \theta, \quad \cos \beta = \sin \varphi \sin \theta, \quad (32)$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right), \quad \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}. \quad (33)$$

De esta manera entonces que dado una relación recíproca entre las direcciones de arriba del muón con la los píxeles iluminados en ambas placas, es posible construir un par de códigos que interpreten estas características y simulen el dispositivo para ángulos particulares o píxeles iluminados particulares.

El ángulo sólido total Ω , sustendido por el telescopio y su resolución angular $\delta\Omega$, dependen del número de píxeles, $N_x \times N_y$, sus tamaños d , y la distancia de separación de los paneles D . $\delta\Omega$ cubre todas las trayectorias que permiten un impacto de muones para el par de píxeles P_{ij}^F, P_{kl}^F . Todos los pares de píxeles con la misma posición relativa, $m = i - k, n = j - l$, tienen la misma dirección de arriba promedio, r_{mn} y el mismo $\delta\Omega(r_{mn})$. La dirección r_{00} es la dirección normal a la matrices y se corresponde con $N_{00} = N_x \times N_y$ pares de píxeles homólogos P_{ij}^F, P_{kl}^F . La aceptancia es determinada multiplicando el área de detección por la resolución angular [1]

$$T(\mathbf{r}_{mn}) = S(\mathbf{r}_{mn}) \times \delta\Omega(S(\mathbf{r}_{mn})), \quad (34)$$

como hemos advertido anteriormente.

Un telescopio con dos matrices de $N_x \times N_y$ píxeles tiene $(2N_x - 1) \times (2N_y - 1)$ direcciones discretas r_{mn} , que cubren un ángulo sólido Ω , en este caso 3481 direcciones discretas.

Para el caso que nos ocupa, la geometría básica se muestra en la figura 5. Teniendo esto en mente y para los efectos de calcular la resolución angular, consideramos el par de pixeles iluminados por el arriba del muón tanto en el panel frontal como posterior, vemos que las áreas de estos pixeles de detección en los centelladores de las placas frontal y posterior determinan un paralelepípedo de bases rectangulares para una determinada dirección de arriba del muón. Lo que se quiere es entonces calcular el ángulo sólido sustendido por el área $\square PQRS$ en el punto \mathbf{O}' , el cual se encuentra en el punto medio del picxel (k, l) en la placa inferior, véase la figura 6.

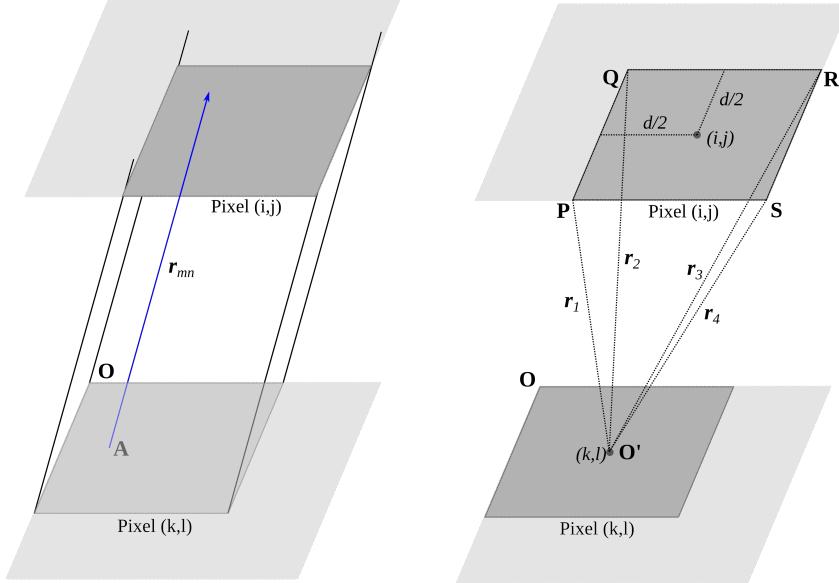


Figura 6: La trayectoria de un muón μ determina un área efectiva en las placas a partir de todas las trayectorias equivalentes, y por ende un ángulo de mira. El ángulo sólido a calcular es el que sustiene el área efectiva $\square PQRS$ en el punto \mathbf{O}' .

Una manera de resolver este problema pudiera ser usando la fórmula de Van Oosterom y Strackee [4], [5]. Según este formalismo dado unos vectores \vec{u}_1, \vec{u}_2 y \vec{u}_3 en el espacio \mathbf{R}^3 , con longitudes u_1, u_2 y u_3 , respectivamente, el ángulo sólido del tetraedro sustendido por los vectores \vec{u}_1, \vec{u}_2 y \vec{u}_3 , en el origen de los tres vectores, es obtenido mediante la ecuación

(exacta)

$$\tan\left(\frac{\Omega}{2}\right) = \frac{\vec{u}_1 \times \vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3}{(\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2)u_3 + (\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_3)u_2 + (\vec{u}_3 \cdot \vec{u}_2)u_1 + u_1u_2u_3}. \quad (35)$$

Para una dirección particular

$$r_{mn} = d(i - k)\hat{\mathbf{e}}_1 + d(j - l)\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3 := dm\hat{\mathbf{e}}_1 + dn\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3, \quad (36)$$

entonces el área efectiva de la placas iluminadas por todas las trayectorias equivalentes es

$$S(r_{mn}) = d^2[N_x - (i - k)][N_y - (j - l)] := d^2(N_x - m)(N_y - n), \quad (37)$$

y por tanto las dimensiones de dicha área son $d(N_x - m)$ y $d(N_y - n)$ respectivamente.

De esta manera, y usando el resultado anterior, es posible calcular el ángulo sólido sustendido por el área efectiva $\square PQRS$ en el punto \mathbf{O}' de la figura 6, dividiendo dicha área en par de triángulos y calculando el ángulo sólido para cada uno de estos triángulos, de manera que el ángulo buscado será la suma de los ángulos sólidos de los dos tetraedros usados, en este caso los triángulos ΔPQS , cuyos vectores son \vec{r}_1, \vec{r}_2 y \vec{r}_3 , y ΔQRS , cuyos vectores son \vec{r}_2, \vec{r}_3 y \vec{r}_4 .

En particular para este caso tendremos que

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{OO'} &= kd\hat{\mathbf{e}}_1 + ld\hat{\mathbf{e}}_2 + 0\hat{\mathbf{e}}_3, \\ \mathbf{r}_{OP} &= \frac{(2i-1)d}{2}\hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{(2j-1)d}{2}\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3, \\ \mathbf{r}_{OQ} &= \frac{(2i+1)d}{2}\hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{(2j+1)d}{2}\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3, \\ \mathbf{r}_{OR} &= \frac{(2i+1)d}{2}\hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{(2j-1)d}{2}\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3, \\ \mathbf{r}_{OS} &= \frac{(2i-1)d}{2}\hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{(2j-1)d}{2}\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3, \end{aligned} \quad (38)$$

donde $m := i - k$ y $n := j - l$, por tanto

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \mathbf{r}_{OP} - \mathbf{r}_{OO'} = \frac{d(2m-1)}{2}\hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{d(2n-1)}{2}\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3, \\ \mathbf{r}_2 &= \mathbf{r}_{OQ} - \mathbf{r}_{OO'} = \frac{d(2m-1)}{2}\hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{d(2n+1)}{2}\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3, \\ \mathbf{r}_3 &= \mathbf{r}_{OR} - \mathbf{r}_{OO'} = \frac{d(2m+1)}{2}\hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{d(2n-1)}{2}\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3, \\ \mathbf{r}_4 &= \mathbf{r}_{OS} - \mathbf{r}_{OO'} = \frac{d(2m+1)}{2}\hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{d(2n+1)}{2}\hat{\mathbf{e}}_2 + D\hat{\mathbf{e}}_3. \end{aligned} \quad (39)$$

Finalmente usando la fórmula (35) para los tetraedros $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_4)$ y $(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4)$ tenemos el ángulo sólido a partir de la suma de los dos tetraedros que se forman. Entonces la aceptancia es

$$T(\mathbf{r}_{mn}) = S(\mathbf{r}_{mn}) \times \delta\Omega(S(\mathbf{r}_{mn})). \quad (40)$$

Un telescopio con dos matrices de $N_x \times N_y$ píxeles tiene $(2N_x - 1) \times (2N_y - 1)$ direcciones discretas \mathbf{r}_{mn} que cubren el ángulo sólido Ω y además el área completa tiene $N_x \times N_y$ píxeles. Para este caso en particular de este telescopio se tienen 3481 direcciones discretas.

La aceptancia para este telescopio es de aproximadamente $5.76 \text{ cm}^2 \text{ sr}$, mientras que el ángulo sólido es del orden de $1.6 \times 10^{-3} \text{ sr}$ para el máximo de incidencia.

Esta estimación de detección calculada en esta sección permite inferir el flujo de muones recogidos por el telescopio. Por ejemplo, en una estimación somera para un flujo crudo con valor $1.5 \times 10^{-6} \text{ muones cm}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ s}^{-1}$, lo cual se corresponde con 500 m de cobertura de roca (Nagamine, 2003), uno pudiera invertir la ecuación para el flujo integrado y multiplicando este flujo por una superficie típica de detección $\approx 5.29 \text{ cm}^2 \text{ sr}$, obtenemos un número de eventos de alrededor de $8.68 \times 10^{-6} \text{ muones s}^{-1}$ o bien $\approx 1 \text{ muón/día}$ para cada dirección r_{mn} , lo cual hace que se deban tener muchos días para tener una buena razón señal-ruido.

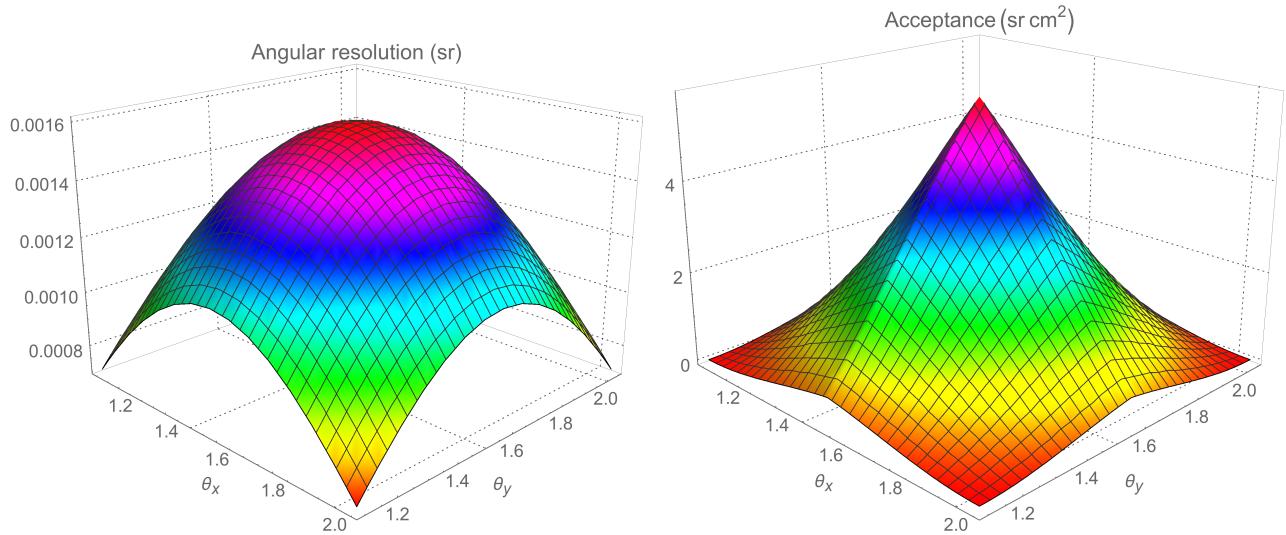


Figura 7: Resolución angular (sr) y función aceptancia para el telescopio equipado con dos matrices de 30×30 píxeles de 4 cm de lados y separadas por una distancia de 200 cm, en función del ángulo azimutal que determina la trayectoria tanto en la placa frontal como en la posterior.

4.2. Incluyendo tanque Cherenkov

En este proyecto se propone la instalación de un detector tipo Cherenkov de agua (WCD) como los usados en el proyecto LAG0 [7], tal que el volumen de agua a utilizar en el tanque contenedor tendrá geometría cúbica, de base 1,2 m de lado como la longitud de los centelladores y altura 1,2 m (es decir, 1.725 m^3 de capacidad). El WCD será instalado detrás del panel posterior. Usar un WCD tiene además la ventaja de que el agua, además de absorbente, actúa como elemento de medición adicional. Utilizando el WCD se podrá determinar el pasaje del muon mediante la búsqueda de coincidencias triples. El pasaje de muon deberá corresponderse con la presencia de señales en coincidencia en el plano delantero y el plano posterior, y eventualmente en el WCD. Además, el WCD servirá para medir el flujo de secundarios locales al nivel del detector. El telescopio MuTe utilizará entonces las dos técnicas de detección: (i) una por medio de detección de partículas por medio de pantallas de centelleo (PC), (ii) y además una técnica de producción de radiación Cherenkov en agua (DC), lo que permite tener un detector híbrido de muones. El primer detector estará enfocado a contar y determinar la dirección de arriba de cada partícula que le atraviesa, el segundo detector se ubicará detrás del primero (esquemáticamente se tiene DC-PC-Volcán) y permitirá distinguir las partículas que provienen del volcán de aquellas que no, además de estimar la energía y el tipo de partícula que se ha registrado.

El cálculo para la aceptancia del detector híbrido ahora con la inclusión del tanque Cherenkov puede hacerse de la misma manera que para el cálculo de la aceptancia de sólo los paneles de centelleo. La diferencia sustancial consiste ahora en que la distancia desde el área efectiva de detección es mayor, exactamente el doble, lo que hace que la resolución angular ahora sea menor. Para el cálculo usamos la misma metodología con la diferencia de que ahora el punto en el que se calcula el ángulo sólido está a una distancia $D_2 = -120$ cm, entonces

$$\mathbf{r}_{OO'} = \frac{dN_p}{2} \hat{\mathbf{e}}_1 + \frac{dN_p}{2} \hat{\mathbf{e}}_2 + D_2 \hat{\mathbf{e}}_3, \quad (41)$$

mientras que las posiciones de los vértices del área efectiva siguen siendo las mismas que como en el caso anterior.

La aceptancia para este telescopio incluyendo el tanque Cherenkov es de aproximadamente $2.25 \text{ cm}^2 \text{ sr}$, mientras que el ángulo sólido es del orden de $6.24 \times 10^{-4} \text{ sr}$ para el máximo de incidencia. Esto implica entonces que la aceptancia se reduce en un 61 % aproximadamente.

Más aún, la presencia del tanque Cherenkov produce particularmente, además de una disminución considerable en el ángulo sólido y la aceptancia del mismo, un área crítica para la cual los muones pueden ser detectados por la electrónica contenida en el interior del tanque, es decir, como puede verse en la figura 9

$$\frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2} = \frac{L_c}{dN_x/2} \rightarrow L_c = \frac{dN_x(D_1 - D_2)}{2(D_1 + D_2)} = 15 \text{ cm}, \quad (42)$$

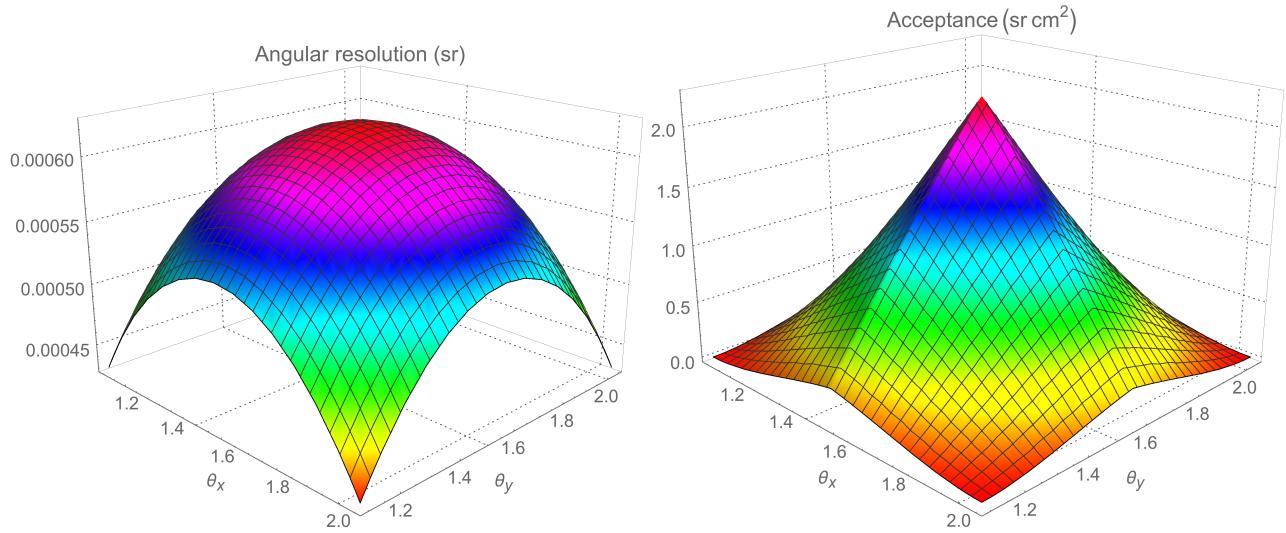


Figura 8: Resolución angular y función aceptancia para el telescopio equipado con dos matrices de 30×30 píxeles de 4 cm de lados y separadas por una distancia de 200 cm y un tanque de Cherenkov de 1.2 m de lado y profundidad 1.2 m, en función del ángulo azimutal que determina la trayectoria tanto en la placa frontal como en la posterior.

esta área tiene dimensiones de $4L_c^2 = 4 \times (15 \text{ cm})^2 = 900 \text{ cm}^2$, lo cual representa 1/16 del área de cada centelleador con una reducción del 93.75 %, para el área efectiva en la cual los muones que entran en el tanque son susceptibles de poder observarlos por medio de la electrónica interna en el tanque.

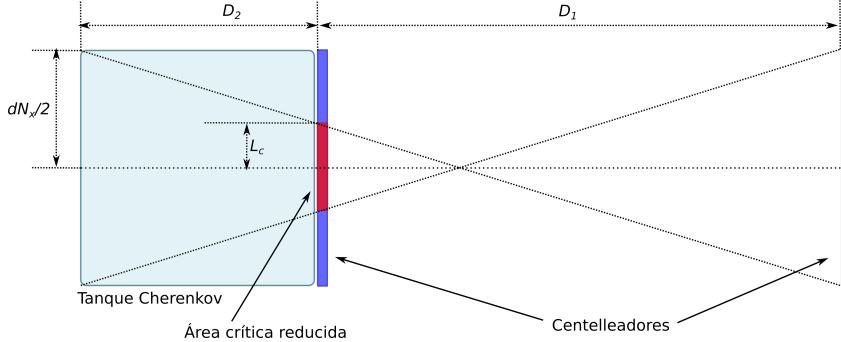


Figura 9: Área efectiva crítica reducida debido al ángulo de mira por la presencia del tanque de Cherenkov.

A manera de generalización podemos ver como influye la distancia de separación entre los paneles en la resolución angular y aceptancia máxima respectivamente. En este caso se ha hecho un ajuste a través de una función potencial del tipo $f(x) = ax^{-k}$, para la determinación de ambas características en función de la separación de los paneles. Tenemos los siguientes resultados:

Modelo de ajuste potencial		
	Sólo Centelladores	Con tanque Cherenkov
Resolución angular	$\delta\Omega_{max} = 65,4166D^{-2,00479}$	$\delta\Omega_{max} = 0,3749D^{-1,20083}$
Aceptancia	$T_{max} = 231340D^{-2,00096}$	$T_{max} = 1355,94D^{-1,20918}$

Cuadro 1: Modelo de ajuste potencial para la resolución angular y aceptancias máximas en función de la distancia de separación entre paneles D.

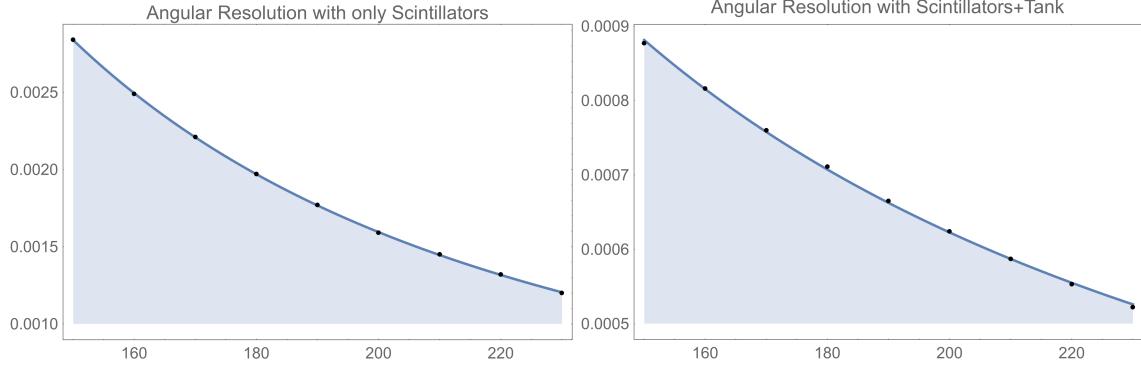


Figura 10: Resolución angular como función de la distancia de separación de los paneles para el telescopio equipado con dos matrices de 30×30 píxeles de 5 cm de lados y separadas por una distancia de D cm, a la izquierda considerando sólo centelladores y a la derecha considerando tanque de Cherenkov de 1.5 m de lado y profundidad 1.2 m.

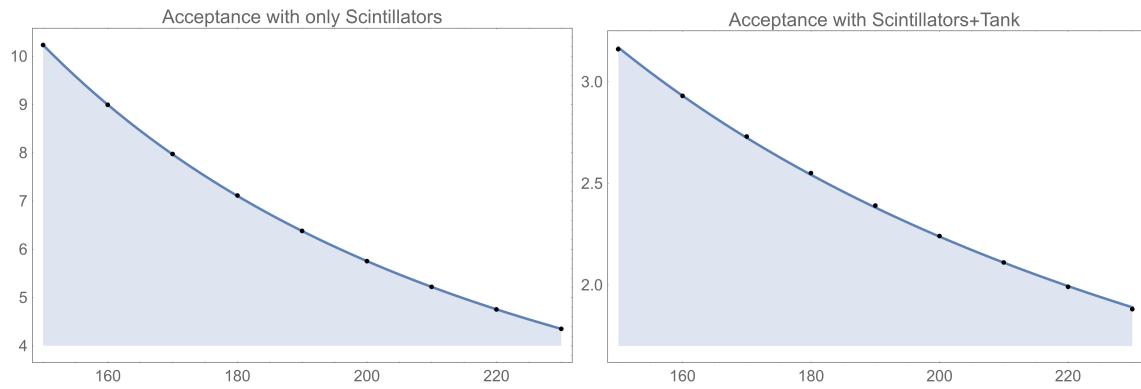


Figura 11: Aceptancia como función de la distancia de separación de los paneles para el telescopio equipado con dos matrices de 30×30 píxeles de 5 cm de lados y separadas por una distancia de D cm, a la izquierda considerando sólo centelladores y a la derecha considerando tanque de Cherenkov de 1.5 m de lado y profundidad 1.2 m.

5. Resolución del Telescopio

Para tener una idea de la resolución del telescopio consideremos el arreglo del telescopio mirando hacia un objeto (volcán) ubicado a una distancia Δy del detector, como muestra la figura 12. En este caso, dado los parámetros del detector que se ha ideado, podemos tener una estimación de su poder resolutivo. En esta figura se considera la proporción de ángulo ω_1 para un par de píxeles en cada una de las placas consecutivas en el panel frontal.

A partir de la figura anterior podemos ver que usando proporcionalidad de los triángulos tenemos que

$$\Delta x = d \frac{2\Delta y + D}{D}. \quad (43)$$

Esta última ecuación da una idea del poder de resolución del telescopio, dado que Δx es la distancia en metros para la cual un par de píxeles puede separar una imagen de un objeto ubicado a una distancia Δy en la normal del detector. Esto implica por ejemplo que para un objeto ubicado a $\Delta y = 1500$ m, la menor resolución que pude tenerse para un píxel dado es de $\Delta x = 2 \times 0.04 \times (1500 + 1) \times (2)^{-1}$ m ≈ 60.04 m. A manera de resumen:

Otra manera de ver este resultado consiste en considerar el telescopio completo en conjunto y luego observar el ángulo de apertura entre un par de pixeles en particular, véase la figura 13.

En la figura anterior 13 consideraremos la posición de dos pixeles, i y $i+1$ en el panel frontal. De esta manera tenemos

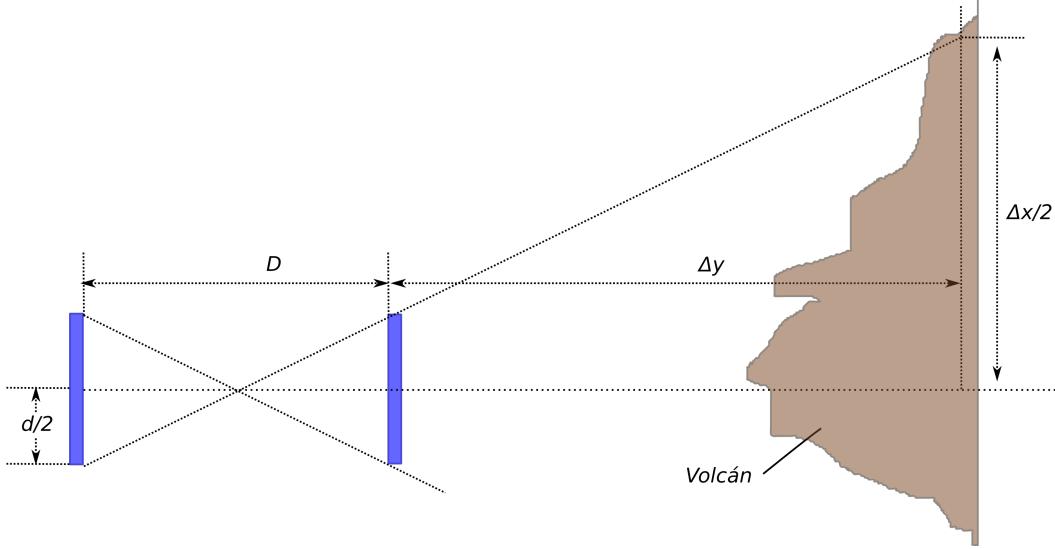


Figura 12: Esquema del ángulo de mira del telescopio para dos píxeles en el eje de mira del objeto (volcán) observado a una distancia Δy del detector.

Δy (m)	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1250	1500	1750	2000
Δx (m)	8.04	12.04	16.04	20.04	24.04	28.04	32.04	36.04	40.04	50	60.04	70.04	80.04

Cuadro 2: Resolución del telescopio considerando distancia entre los paneles fija de $D = 0,2$ m, $N_x = 30$ barras horizontales, $N_y = 30$ barras verticales y $d = 4$ cm ancho de barras.

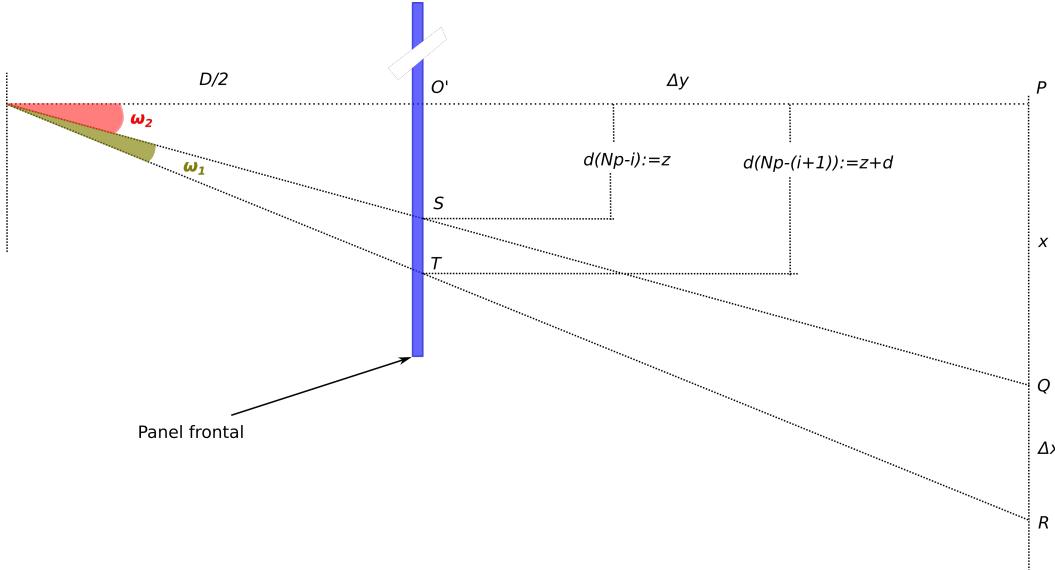


Figura 13: Esquema de el ángulo de mira del telescopio en términos de un objeto (volcán) observado a una distancia Δy del detector por un par de píxeles consecutivos en los paneles centelleadores.

que

$$eq1 \rightarrow \tan \omega_2 = \frac{x}{\Delta y + D/2} = \frac{d(N_x - i)}{D/2}, \quad (44)$$

$$eq2 \rightarrow \tan(\omega_1 + \omega_2) = \frac{x + \Delta x}{\Delta y + D/2} = \frac{d(N_x - (i+1))}{D/2}, \quad (45)$$

y combinando ambas ecuaciones llegamos de nuevo al mismo resultado anterior para Δx . Esto es posible porque el ángulo de mira ω_1 entre un par de pixeles es muy pequeño como puede ser visto ya que usando las mismas ecuaciones anteriores

$$\tan \omega_1 \approx \omega_1 = \frac{2Dd}{D^2 + 4d^2 i(i+1)} \approx 3,99 \times 10^{-4} \text{ mrad} \approx 0,39 \text{ mrad}, \quad 0 < i < N_x, \quad (46)$$

comparado con el ángulo de apertura total para todo el panel el cual es de $\omega_{total} = 2 \arctan(dN_x/D) \approx 12 \text{ mrad}$.

6. Algunas estimaciones de los tiempos de medida para flujos

A partir de la geometría del detector diseñado para el proyecto MuTe-UIS, un modelo homogéneo de densidad de roca estándar para el volcán Galeras y el flujo muónico de fondo obtenido por simulación se estimó [8] el flujo de muones que atraviesa el volcán por cada dirección de incidencia y arriba a los puntos seleccionados para la ubicación del telescopio. A partir de la aceptancia calculada anteriormente para el MuTe-UIS se puede hacer una estimación del tiempo de exposición, es decir, del tiempo que debe permanecer el detector, a partir de la condición de factibilidad mostrada en Lesparre et al. (2010) [1], en este caso para un telescopio con una aceptancia (calculada) $T \approx 5,79 \text{ cm}^2 \text{ sr}$. En el estudio realizado por [8] el flujo incidente sobre los puntos estudiados varía entre 0.04843×10^{-4} y 0.24213×10^{-4} Muones $\text{cm}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ s}^{-1}$, para la zona en la que se ubica la chimenea volcánica, con lo cual se obtienen valores de ≈ 2 Muones dias^{-1} y ≈ 12 Muones dias^{-1} , respectivamente para el rango del flujo muónico presentado.

La cantidad de materia Ahora bien podemos usar la fórmula de factibilidad de Lesparre [1], tenemos que

7. Algunos resultados de las simulaciones

Se presentan algunas simulaciones y los códigos para la reconstrucción de las partículas en los documentos anexos.

GeneradorDatosAleatorios

October 25, 2016

1 Código para generar archivos de datos aleatorios para reproducción y simulación de trayectorias en MuTe-UIS

Cargando librerías necesarias...

```
In [1]: %matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy import random
import scipy.stats as st
```

Generamos un archivo con datos aleatorios llamado “pixels.dat” que contiene cuatro columnas y n filas correspondientes a los pixeles iluminados en el MuTe-UIS dado una incidencia de muones (en este caso n)... file1.dat=[col1,col2,col3,col4], tal que: col1=pixel “ i ” iluminado, col2=pixel “ j ” iluminado, col3=pixel “ k ” iluminado, y col4=pixel “ l ” iluminado

```
In [2]: #Generando número aleatorios enteros de 1 a 30 en dos columnas y 100 filas..
n=100
pixeli = random.randint(1, 31, n)
pixelj = random.randint(1, 31, n)
pixelk = random.randint(1, 31, n)
pixell = random.randint(1, 31, n)
f=np.c_[pixeli,pixelj,pixelk,pixell]
#print "f=", f
np.savetxt('pixels.dat', f, fmt="%i")
```

Ahora generamos par de archivos para las trayectorias de las partículas y una columna para el flujo el cual generamos como una distribución gausiana con límite en los valores fluxmin y fluxmax (un archivo para direcciones con cosenos directores y otro con coordenadas esféricas). Otro par de archivos correspondientes a sólo direcciones (un archivo para direcciones con cosenos directores y otro con coordenadas esféricas).

```
In [3]: n=100
Nx=30
Ny=30
d=4#cm
D=200#cm
fluxmin=0.042e-4
fluxmax=0.25e-4
alpha_min=math.degrees(math.atan(D*1./(d*Nx)))
beta_min=math.degrees(math.atan(D*1./(d*Ny)))
theta_min=0
theta_max=math.degrees(math.pi/2)
```

```

phi_min=math.degrees(-math.pi)
phi_max=math.degrees(math.pi)
flux=st.norm(loc=(fluxmax-fluxmin)/2, scale=(fluxmax+fluxmin)/3)
#flux=random.uniform(fluxmin, fluxmax)
alpha=random.uniform(alpha_min, 180-alpha_min)
beta=random.uniform(alpha_min, 180-alpha_min)
theta=random.uniform(theta_min, theta_max)
phi=random.uniform(phi_min, phi_max)
print "alpha=", alpha
print "beta=", beta
print "flux=", flux
print "theta=", theta
print "phi=", phi
a=random.uniform(fluxmin, fluxmax, n)
b=random.uniform(alpha_min, 180-alpha_min, n)
c=random.uniform(beta_min, 180-beta_min, n)
d=random.uniform(theta_min, theta_max, n)
e=random.uniform(phi_min, phi_max, n)
g1=np.c_[a,b,c] #Con flujo y cosenos directores..
g2=np.c_[a,d,e] #Con flujo y coordenadas esféricas..
g3=np.c_[b,c] #Sin flujo y cosenos directores..
g4=np.c_[d,e] #Sin flujo y coordenadas esféricas..
np.savetxt('directionsandflux_cos_dir.dat', g1)
np.savetxt('directionsandflux_esfer.dat', g2)
np.savetxt('directions_cos_dir.dat', g3)
np.savetxt('directions_esfer.dat', g4)

alpha= 111.234267473
beta= 91.3348022033
flux= <scipy.stats._distn_infrastructure.rv_frozen object at 0x7fa7f44bc090>
theta= 28.6564127829
phi= 88.7276422036

```

In []:

MuTeDirectionsToArea(Alpha)(Beta)

October 25, 2016

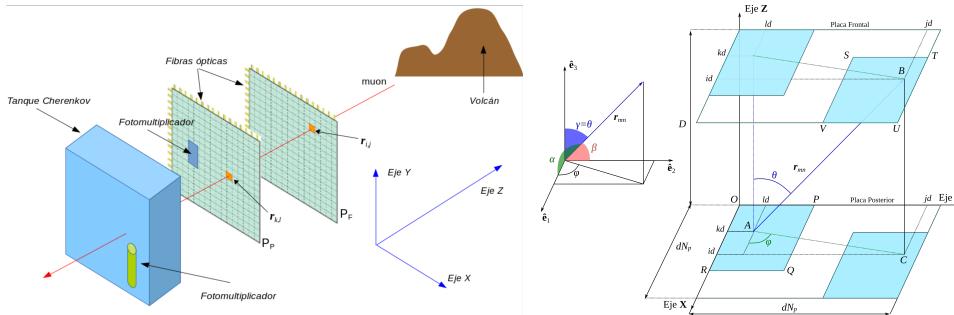
1 Código para simulación de dispositivo MuTe en 3 dimensiones a partir de la dirección de ingreso de la partícula.

Resumen: El siguiente código consiste en la simulación del dispositivo MuTe para el análisis de la determinación de los pixeles iluminados por la incidencia de un muón en el detector en tres dimensiones que consiste de un par de paneles paralelos que contienen $N_x \times N_y$ pixeles, de tamaños $d \times d$ (en cm^2) y las cuales están separados una distancia D (en cm). La trayectoria del muón está determinada por su dirección, en tres dimensiones dada por los cosenos directores del vector que representa la trayectoria, iluminando un pixel (i, j) en la placa frontal y un pixel (k, l) en la placa posterior.

Insumos y productos del código: dado una dirección de arriba del muón, entonces se calculan los pares de de pixeles que se iluminan tanto en los paneles frontal como posterior y se determina el área efectiva de detección.

```
In [1]: from IPython.display import Image
Image(filename='reconstruccion2.png', width=900)
```

Out[1] :



Dirección de arriba de las partículas. El arribo de un muón al detector está caracterizado por un vector de trayectoria

$$\vec{r} = X_{arribo}\mathbf{e}_1 + Y_{arribo}\mathbf{e}_2 + Z_{arribo}\mathbf{e}_3, \quad (1)$$

con módulo

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{X_{arribo}^2 + Y_{arribo}^2 + Z_{arribo}^2}, \quad (2)$$

de tal manera que los cosenos directores que definen la dirección de la trayectoria del muón están dados por

$$\cos \alpha = \frac{X_{arribo}}{r}, \cos \beta = \frac{Y_{arribo}}{r}, \cos \gamma = \frac{Z_{arribo}}{r}. \quad (3)$$

En este caso $X_{arribo} = (i - k)d$, $Y_{arribo} = (j - l)d$ y $Z_{arribo} = D$, de tal manera que la trayectoria es completamente determinada conociendo los pares de píxeles que se iluminan haciendo coincidencia en los paneles frontal y posterior respectivamente, como se muestra en la siguiente figura. En este caso los cosenos directores que determinan la dirección de la partícula están dado por

$$\cos \alpha = \frac{X_{arribo}}{r} = \frac{(i - k)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}, \quad (4)$$

$$\cos \beta = \frac{Y_{arribo}}{r} = \frac{(j - l)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}, \quad (5)$$

$$\cos \gamma = \frac{Z_{arribo}}{r} = \frac{D}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}. \quad (6)$$

Los cosenos directores cumplen con la restricción natural $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$. De lo anterior, pueden invertirse estas ecuaciones para obtener los puntos iluminados en el detector a partir de los cosenos directores, tal que,

$$(i - k)d = \pm \frac{D \cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}}, \quad (j - l)d = \pm \frac{D \cos \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}}. \quad (7)$$

Otra forma en la que se puede reconstruir la trayectoria sería considerando no los cosenos directores sino los ángulo azimutal y cenital de entrada del muón, es decir, considerar coordenadas esféricas. En este caso,

$$\cos \varphi = \frac{X_{arribo}}{r'} = \frac{(i - k)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2}}, \quad (8)$$

$$\sin \varphi = \frac{Y_{arribo}}{r'} = \frac{(j - l)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2}}, \quad (9)$$

$$\cos \theta = \frac{Z_{arribo}}{r} = \frac{D}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}. \quad (10)$$

Invertiendo nuevamente las ecuaciones anteriores tendremos que

$$(i - k) = \pm \frac{D \cos \varphi \sin \theta}{d \cos \varphi}, \quad (j - l) = \pm \frac{D \sin \varphi \sin \theta}{d \cos \varphi}, \quad (11)$$

en términos de los cosenos directores se tienen las relaciones

$$\cos \alpha = \cos \varphi \sin \theta, \quad \cos \beta = \sin \varphi \sin \theta, \quad (12)$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right), \quad \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}. \quad (13)$$

```
In [2]: %matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
```

```
In [3]: # Función que pinta los paneles y los pixeles
# PanelFrontal y PanelPosterior son dos arreglos bidimensionales NBar x NBar
def PintoPaneles(PanelFrontal, PanelPosterior) :
    plt.figure(figsize=(10,10))
```

```

plt.subplot(1, 2, 1)
plt.xlabel('i')
plt.ylabel('j')
plt.title('Panel Frontal')
plt.imshow(PanelFrontal)
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.xlabel('k')
plt.ylabel('l')
plt.title('Panel Posterior')
plt.imshow(PanelPosterior)
# dibujo los paneles
plt.show()
return

```

Luego introducimos las características del Detector. En este caso el detector consiste de par de paneles con N_x centelleadores de ancho d en la dirección X , y N_y centelleadores de ancho d en la dirección Y , separados por una distancia D . Para este detector $N_x = N_y = 30$, $d = 4$, $D = 200$.

```

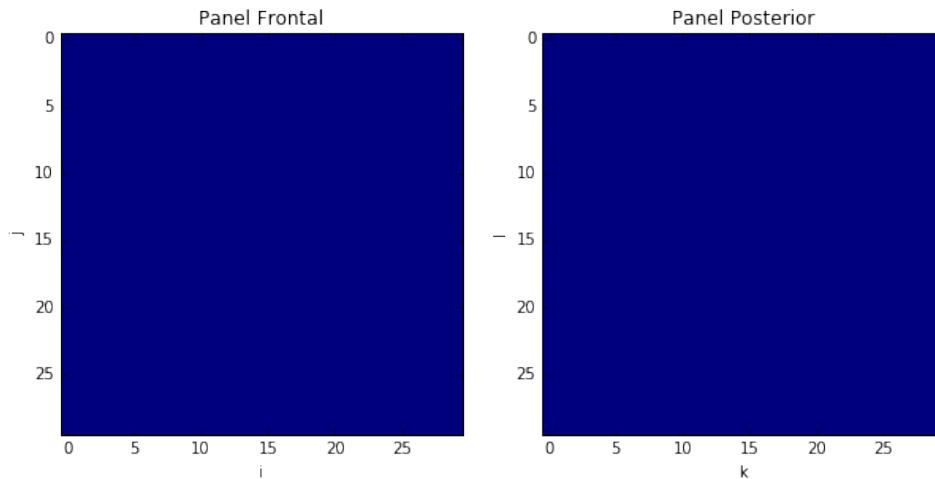
In [4]: #Nx = input("Numero de Barras en la dirección X: Nx=")
#Ny = input("Numero de Barras en la dirección Y: Ny=")
#d = input("Ancho de las Barras (cm): d=")
#D = input("Separacion de los Paneles (cm): D=")
Nx=30
Ny=30
d=4#cm
D=200#cm

```

```

In [5]: # Limpando contenido de los paneles
PanelFrontal = np.zeros((Nx,Ny)) # (i,j)
PanelPosterior = np.zeros((Nx,Ny)) # (k,l)
PintoPaneles(PanelFrontal,PanelPosterior)

```



En este caso, dada la geometría particular de este detector, el ángulo α y β poseen un valor mínimo para que procure coincidencia de detección simultanea en ambos paneles. El ángulo mínimo para α y β , están dados por $\alpha_{min} = \arctan\left(\frac{D}{dN_x}\right)$ y $\beta_{min} = \arctan\left(\frac{D}{dN_x}\right)$.

```
In [6]: alpha_min=math.degrees(math.atan(D*1./(d*Nx)))
beta_min=math.degrees(math.atan(D*1./(d*Ny)))
print('El angulo alpha mínimo para causar coincidencia es: alpha_min=' + str(alpha_min))
print('El angulo beta mínimo para causar coincidencia es: beta_min=' + str(beta_min))
print('Rango para el angulo de entrada de alpha: ' + str([alpha_min,180-alpha_min]))
print('Rango para el angulo de entrada de beta: ' + str([beta_min,180-beta_min]))
```

El angulo alpha mínimo para causar coincidencia es: alpha_min=59.0362434679
 El angulo beta mínimo para causar coincidencia es: beta_min=59.0362434679
 Rango para el angulo de entrada de alpha: [59.03624346792648, 120.96375653207352]
 Rango para el angulo de entrada de beta: [59.03624346792648, 120.96375653207352]

Vamos a introducir una dirección particular para un muón incidente con ángulo α y β , tal que $\alpha_{min} < \alpha < 180 - \alpha_{min}$ y $\beta_{min} < \beta < 180 - \beta_{min}$.

```
In [7]: def Validoangulo(alpha) :
    if alpha < alpha_min or alpha > 180-alpha_min :
        print ("El angulo está fuera de rango!!!")
    return
def Validoangulo(beta) :
    if beta < beta_min or beta > 180-beta_min :
        print ("El angulo está fuera de rango!!!")
    return
```

Vamos a usar un par de ángulos para el arribo del muon usando números aleatorios considerados en el intervalo antes calculado.

```
In [8]: import random
#alpha = input("Indique la direccion de ingreso del Muon: alpha=")
#beta = input("Indique la direccion de ingreso del Muon: beta=")
alpha=random.uniform(alpha_min, 180-alpha_min)#107.45
print "alpha=", alpha
beta=random.uniform(alpha_min, 180-alpha_min)#120
print "beta=", beta
Validoangulo(alpha)
Validoangulo(beta)

alpha= 77.9190800898
beta= 112.219809176
```

Vamos a pintar los pixeles que se iluminan con la coincidencia de un muón arribando con la dirección anteriormente dada:

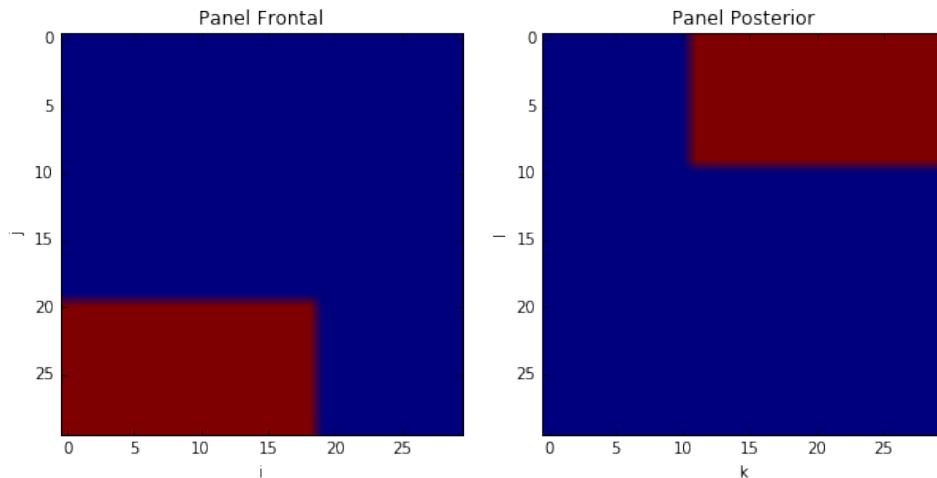
```
In [9]: # Limpiendo contenido de los paneles
PanelFrontal = np.zeros((Nx,Ny)) # (i,j)
PanelPosterior = np.zeros((Nx,Ny)) # (k,l)
# ilumino los puntos que corresponden a direcciones equivalentes
DeltaXIngreso = int(D*math.cos(math.radians(alpha))/(
    (d*math.sqrt(1-(math.cos(math.radians(alpha)))**2
    -(math.cos(math.radians(beta)))**2))))
DeltaYIngreso = int(D*math.cos(math.radians(beta))/(
    (d*math.sqrt(1-(math.cos(math.radians(alpha)))**2
    -(math.cos(math.radians(beta)))**2))))
print "(DeltaXIngreso,DeltaYIngreso)=", (DeltaXIngreso,DeltaYIngreso)
#
for i in range(Nx) :
```

```

        for j in range(Ny) :
            if i+DeltaXIngreso < Nx and i+DeltaXIngreso >= 0 :
                if j+DeltaYIngreso < Ny and j +DeltaYIngreso >= 0 :
                    PanelFrontal[j,i]= 10.
                    PanelPosterior[j+DeltaYIngreso,i+DeltaXIngreso]= 10.
                else :continue
            else : continue
        #Pinto los paneles
        #print (PanelFrontal)
        #print (PanelPosterior)
        PintoPaneles(PanelFrontal,PanelPosterior)

(DeltaXIngreso,DeltaYIngreso)= (11, -20)

```



```

In [10]: #Calculando el area efectiva
Area=d**2*(Nx-np.abs(DeltaXIngreso))*(Ny-np.abs(DeltaYIngreso))
print "El area efectiva es =" ,Area

```

El area efectiva es = 3040

In []:

MuTePixelsToDirections(Alpha)(Beta)

October 25, 2016

1 Código para simulación de dispositivo MuTe en 3 dimensiones a partir de la iluminación de barras ceteleadores en el dispositivo.

Resumen: El siguiente código consiste en la simulación del dispositivo MuTe para el análisis de la determinación de la dirección de partículas entrantes en un detector en tres dimensiones que consiste de un par de paneles paralelos que contienen $N_x \times N_y$ pixeles, de tamaños $d \times d$ (en cm²) y las cuales están separados una distancia D (en cm). La trayectoria del muon está determinada por su dirección, en tres dimensiones dada por los ángulos azimutal y cenital del vector que representa la trayectoria, iluminando un pixel (i,j) en la placa frontal y un pixel (k,l) en la placa posterior.

Insumos y productos del código: dado un par de pixeles que se iluminan tanto en los paneles frontal como posterior se obtiene la dirección de arriba del muón y se determina el área efectiva de detección.

```
In [1]: %matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from numpy import random
```

Definamos una función de validación para el rango de pixeles en el detector

```
In [2]: def ValidarPixel(XPixel, YPixel, Nx, Ny) :
    if XPixel < 0 or XPixel > Nx :
        print "Pixel X fuera de rango "
    if YPixel < 0 or YPixel > Ny :
        print "Pixel Y fuera de rango"
    return

In [3]: # Función que pinta los paneles y los pixeles
# PanelArriba y PanelAbajo son dos arreglos bidimensionales Nx x Ny
def PintoPaneles(PanelFrontal,PanelPosterior):
    plt.figure(figsize=(10.,10.))
    plt.subplot(1, 2, 1)
    plt.xlabel('i')
    plt.ylabel('j')
    plt.title('Panel Frontal')
    plt.imshow(PanelFrontal)
    plt.subplot(1, 2, 2)
    plt.xlabel('k')
    plt.ylabel('l')
    plt.title('Panel Posterior')
    plt.imshow(PanelPosterior)
    # se dibuja los paneles
    plt.show()
    return
```

Dirección de arribo de las partículas. El arribo de un muón al detector está caracterizado por un vector de trayectoria

$$\vec{r} = X_{arribo} \mathbf{e}_1 + Y_{arribo} \mathbf{e}_2 + Z_{arribo} \mathbf{e}_3, \quad (1)$$

con módulo

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{X_{arribo}^2 + Y_{arribo}^2 + Z_{arribo}^2}, \quad (2)$$

de tal manera que los cosenos directores que definen la dirección de la trayectoria del muón están dados por

$$\cos \alpha = \frac{X_{arribo}}{r}, \cos \beta = \frac{Y_{arribo}}{r}, \cos \gamma = \frac{Z_{arribo}}{r}. \quad (3)$$

En este caso $X_{arribo} = (i - k)d$, $Y_{arribo} = (j - l)d$ y $Z_{arribo} = D$, de tal manera que la trayectoria es completamente determinada conociendo los pares de píxeles que se iluminan haciendo coincidencia en los paneles frontal y posterior respectivamente, como se muestra en la siguiente figura. En este caso los cosenos directores que determinan la dirección de la partícula están dado por

$$\cos \alpha = \frac{X_{arribo}}{r} = \frac{(i - k)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}, \quad (4)$$

$$\cos \beta = \frac{Y_{arribo}}{r} = \frac{(j - l)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}, \quad (5)$$

$$\cos \gamma = \frac{Z_{arribo}}{r} = \frac{D}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}. \quad (6)$$

Los cosenos directores cumplen con la restricción natural $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$. De lo anterior, pueden invertirse estas ecuaciones para obtener los puntos iluminados en el detector a partir de los cosenos directores, tal que,

$$(i - k)d = \pm \frac{D \cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}}, \quad (j - l)d = \pm \frac{D \cos \beta}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}}. \quad (7)$$

Otra forma en la que se puede reconstruir la trayectoria sería considerando no los cosenos directores sino los ángulo azimutal y cenital de entrada del muón, es decir, considerar coordenadas esféricas. En este caso,

$$\cos \varphi = \frac{X_{arribo}}{r'} = \frac{(i - k)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2}}, \quad (8)$$

$$\sin \varphi = \frac{Y_{arribo}}{r'} = \frac{(j - l)d}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2}}, \quad (9)$$

$$\cos \theta = \frac{Z_{arribo}}{r} = \frac{D}{\sqrt{(i - k)^2 d^2 + (j - l)^2 d^2 + D^2}}. \quad (10)$$

Invirtiendo nuevamente las ecuaciones anteriores tendremos que

$$(i - k) = \pm \frac{D \cos \varphi \sin \theta}{d \cos \varphi}, \quad (j - l) = \pm \frac{D \sin \varphi \sin \theta}{d \cos \varphi}, \quad (11)$$

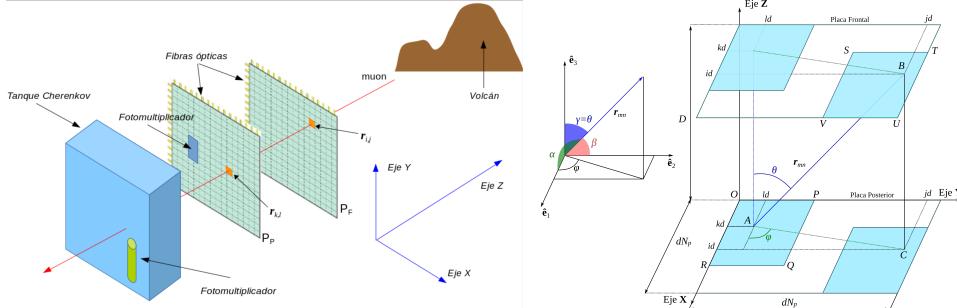
en términos de los cosenos directores se tienen las relaciones

$$\cos \alpha = \cos \varphi \sin \theta, \quad \cos \beta = \sin \varphi \sin \theta, \quad (12)$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right), \quad \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}. \quad (13)$$

```
In [4]: from IPython.display import Image
Image(filename='reconstruccion2.png', width=900)
```

Out[4] :



```
In [5]: def DireccionArribo(XPixelFrontal, YPixelFrontal, XPixelPosterior, YPixelPosterior, D, d):
    global XArribo, YArribo, ZArribo, alpha, beta, gamma
    import math
    XArribo = d*(XPixelFrontal-XPixelPosterior)
    YArribo = d*(YPixelFrontal-YPixelPosterior)
    ZArribo = D
    modulo = math.sqrt(XArribo**2+YArribo**2+ZArribo**2)
    cosalpha = XArribo/modulo
    cosbeta = YArribo/modulo
    cosgamma = ZArribo/modulo
    alpha=math.degrees(math.acos(cosalpha))
    beta=math.degrees(math.acos(cosbeta))
    gamma=math.degrees(math.acos(cosgamma))
    print "La partícula tiene la siguiente dirección:"
    print "X_Arribo =",XArribo, "Y_Arribo =",YArribo, "Z_Arribo =",ZArribo
    print "Los senos directores son:"
    print "cos(Alpha) =",cosalpha, "; cos(Beta) =",cosbeta, "; cos(Gamma) =",cosgamma
    print "Los ángulos (en grados) respecto a los ejes X, Y, y Z son:"
    print "alpha =",alpha, "; beta =",beta, "; gamma =",gamma
    return
```

Luego introducimos las características del Detector. En este caso el detector consiste de par de paneles con N_x centelleadores de ancho d en la dirección X , y N_y centelleadores de ancho d en la dirección Y , separados por una distancia D . Para este detector $N_x = N_y = 30$, $d = 4$, $D = 200$.

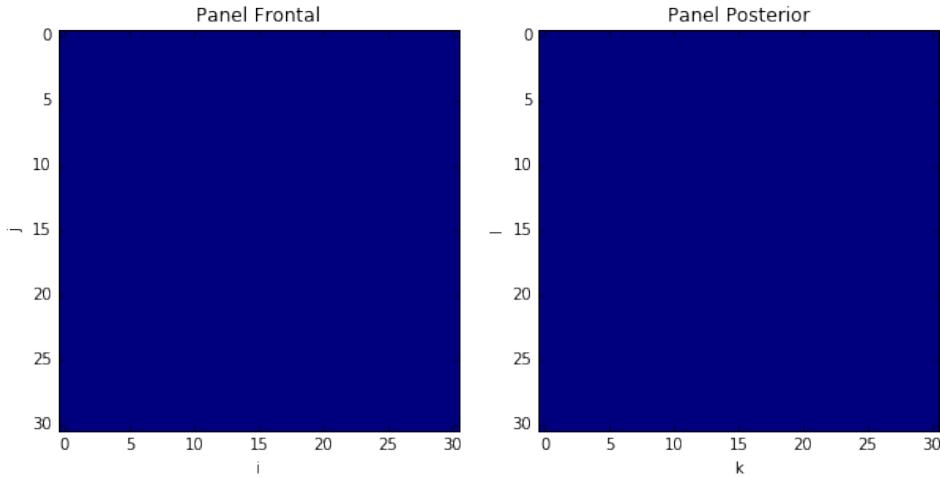
```
In [6]: #Nx = Numero de Barras en la dirección X
#Ny = Numero de Barras en la dirección Y
#d = Ancho de las Barras (cm): d
#D = Separacion de los Paneles (cm): D
Nx=30
Ny=30
d=4#cm
D=200#cm
```

```
In [7]: # Limpando contenido de los paneles
PanelFrontal = np.zeros((Nx+1,Ny+1)) # (i, j)
```

```

PanelPosterior = np.zeros((Nx+1,Ny+1)) # (k, l)
PintoPaneles(PanelFrontal,PanelPosterior)

```



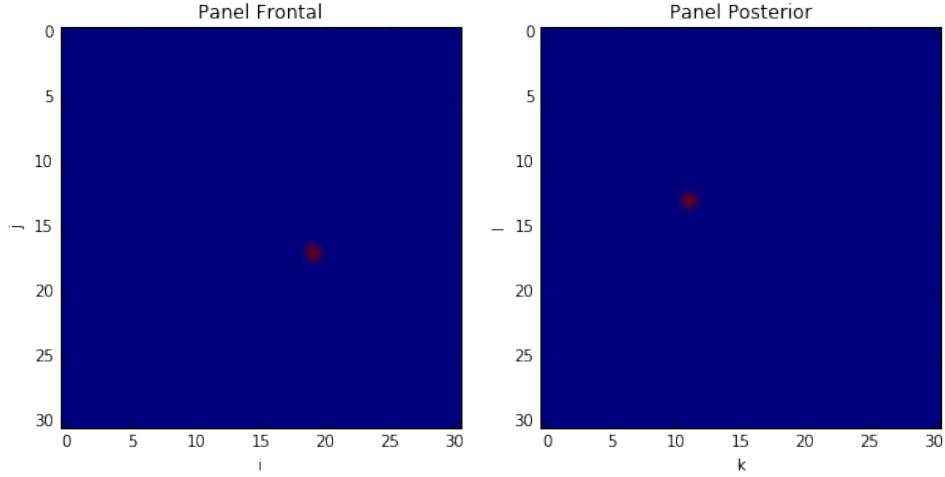
Iluminando una dirección particular: vamos a introducir una dirección de arriba particular aleatoria para el muón haciendo coincidencia en un pixel en el panel frontal y posterior, respectivamente.

```

In [8]: #XPixelFrontal = input("Pixel X panel superior ? ")
#YPixelFrontal = input("Pixel X panel inferior ? ")
#XPixelPosterior = input("Pixel X panel superior ? ")
#YPixelPosterior = input("Pixel X panel inferior ? ")
XPixelFrontal=np.random.randint(1, 31)#i
YPixelFrontal=np.random.randint(1, 31)#j
XPixelPosterior=np.random.randint(1, 31)#k
YPixelPosterior=np.random.randint(1, 31)#l
print "XPixelFrontal", XPixelFrontal
print "YPixelFrontal", YPixelFrontal
print "XPixelPosterior", XPixelPosterior
print "YPixelPosterior", YPixelPosterior
ValidarPixel(XPixelFrontal,YPixelFrontal,Nx,Ny)
ValidarPixel(XPixelPosterior,YPixelPosterior,Nx,Ny)
# Iluminando las celdas de los paneles
PanelFrontal[YPixelFrontal,XPixelFrontal]=10.
PanelPosterior[YPixelPosterior,XPixelPosterior]=10.
PintoPaneles(PanelFrontal,PanelPosterior)

XPixelFrontal 19
YPixelFrontal 17
XPixelPosterior 11
YPixelPosterior 13

```



```
In [9]: DireccionArribo(XPixelFrontal, YPixelFrontal, XPixelPosterior, YPixelPosterior, D, d)
```

La partícula tiene la siguiente dirección:

X_Arribo = 32 Y_Arribo = 16 Z_Arribo = 200

Los cosenos directores son:

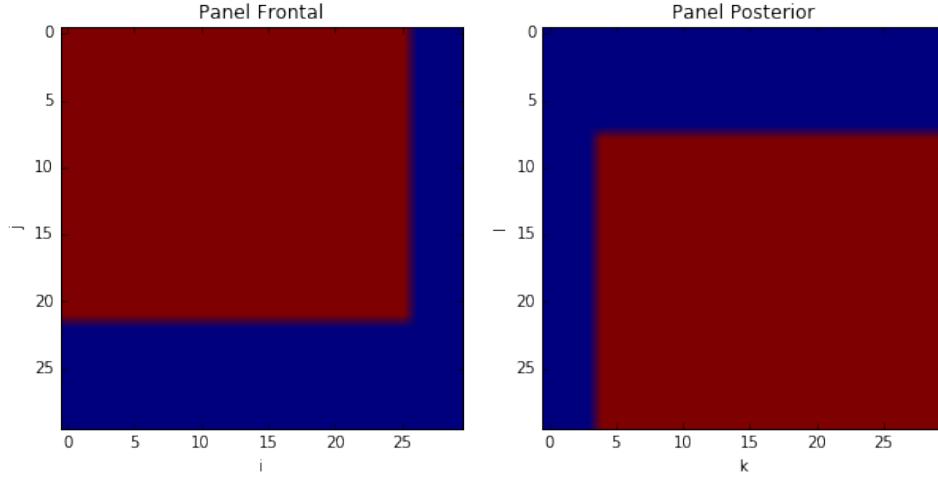
$\cos(\text{Alpha}) = 0.157499846192$; $\cos(\text{Beta}) = 0.0787499230958$; $\cos(\text{Gamma}) = 0.984374038698$

Los ángulos (en grados) respecto a los ejes X, Y, y Z son:

$\alpha = 80.93819197$; $\beta = 85.4832851013$; $\gamma = 10.1421061566$

Ahora veamos el área efectiva de detección producto de las direcciones equivalentes

```
In [10]: # Limpiando contenido de los paneles
    PanelFrontal = np.zeros((Nx,Ny)) # (i,j)
    PanelPosterior = np.zeros((Nx,Ny)) # (k,l)
    # Iluminando los puntos que corresponden a direcciones equivalentes
    DeltaXIngreso = XPixelFrontal-XPixelPosterior
    DeltaYIngreso = YPixelFrontal-YPixelPosterior
    #
    for i in range(Nx) :
        for j in range(Ny) :
            if i+DeltaXIngreso < Nx and i+DeltaXIngreso >= 0 :
                if j+DeltaYIngreso < Ny and j+DeltaYIngreso >= 0 :
                    PanelFrontal[i,j]=10.
                    PanelPosterior[i+DeltaXIngreso,j+DeltaYIngreso]=10.
                else : continue
            else : continue
    # Pintando los paneles
    PintoPaneles(PanelFrontal,PanelPosterior)
```



```
In [11]: #Calculando el area efectiva
Area=d**2*(Nx-np.abs(DeltaXIngreso))*(Ny-np.abs(DeltaYIngreso))
print "El area efectiva es =",Area
```

El area efectiva es = 9152

Ahora vamos a simular el comportamiento de los paneles cuando un flujo incide, en este caso el archivo de entra consiste de un archivo de datos aleatorios con los valores de los pixeles iluminados dispuestos en cuatro columnas en el archivo, generados con un código para obtener números aleatorios.

```
In [12]: dataflujo=np.loadtxt('pixels.dat')

In [13]: YPixelFrontal=dataflujo[:,1]
XPixelFrontal=dataflujo[:,0]
YPixelPosterior=dataflujo[:,3]
XPixelPosterior=dataflujo[:,2]

In [14]: def DireccionArriboTotal(XPixelFrontal, YPixelFrontal, XPixelPosterior, YPixelPosterior, D, d)
    global XArribo, YArribo, ZArribo, alpha, beta, gamma
    import math
    XArribo = d*(XPixelFrontal-XPixelPosterior)
    YArribo = d*(YPixelFrontal-YPixelPosterior)
    ZArribo = D
    modulo = math.sqrt(XArribo**2+YArribo**2+ZArribo**2)
    cosalpha = XArribo/modulo
    cosbeta = YArribo/modulo
    cosgamma = ZArribo/modulo
    alpha=math.degrees(math.acos(cosalpha))
    beta=math.degrees(math.acos(cosbeta))
    gamma=math.degrees(math.acos(cosgamma))
    return(XArribo,YArribo,ZArribo,alpha,beta,gamma)

In [15]: XArriboTotal=[]
YArriboTotal=[]
```

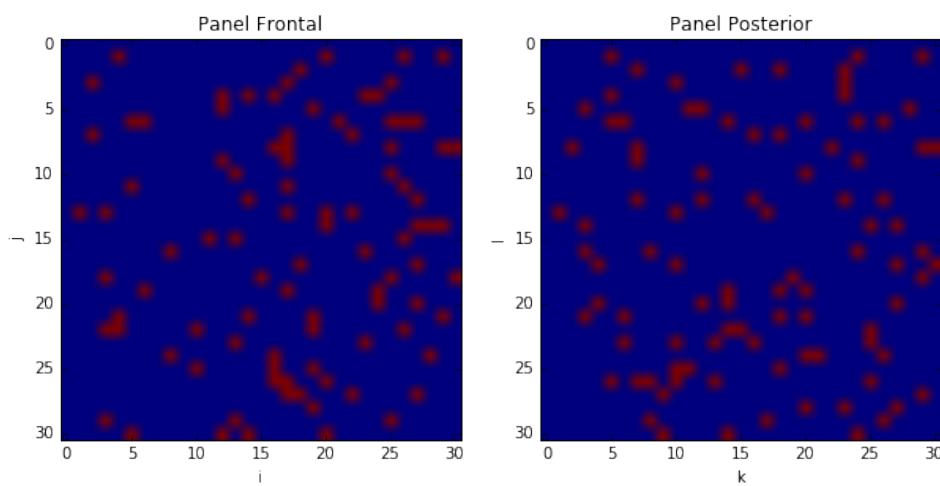
```

ZArriboTotal=[]
alphaTotal=[]
betaTotal=[]
gammaTotal=[]

In [16]: # Limpando contenido de los paneles
    PanelFrontal = np.zeros((Nx+1,Ny+1)) # (i,j)
    PanelPosterior = np.zeros((Nx+1,Ny+1)) # (k,l)
    for i in range(len(YPixelFrontal)):
        PanelFrontal[YPixelFrontal[i],XPixelFrontal[i]]=10.
        PanelPosterior[YPixelPosterior[i],XPixelPosterior[i]]=10.
        v1, v2, v3, v4, v5, v6 = DireccionArriboTotal(XPixelFrontal[i], YPixelFrontal[i],
                                                       XPixelPosterior[i], YPixelPosterior[i], D, d)
        XArriboTotal.append(v1)
        YArriboTotal.append(v2)
        ZArriboTotal.append(v3)
        alphaTotal.append(v4)
        betaTotal.append(v5)
        gammaTotal.append(v6)
    PintoPaneles(PanelFrontal,PanelPosterior)

/home/david/anaconda2/lib/python2.7/site-packages/ipykernel/_main_.py:5: DeprecationWarning: using a non-
/home/david/anaconda2/lib/python2.7/site-packages/ipykernel/_main_.py:6: DeprecationWarning: using a nc

```



Salvamos un archivo con las direcciones generadas a partir de los pixeles iluminados

```

In [17]: np.savetxt('FromPixelsToDirections.dat', np.c_[XArriboTotal,YArriboTotal,
                                                       ZArriboTotal,alphaTotal,betaTotal,gammaTotal],
                  fmt="%i, %i, %i, %f, %f, %f")

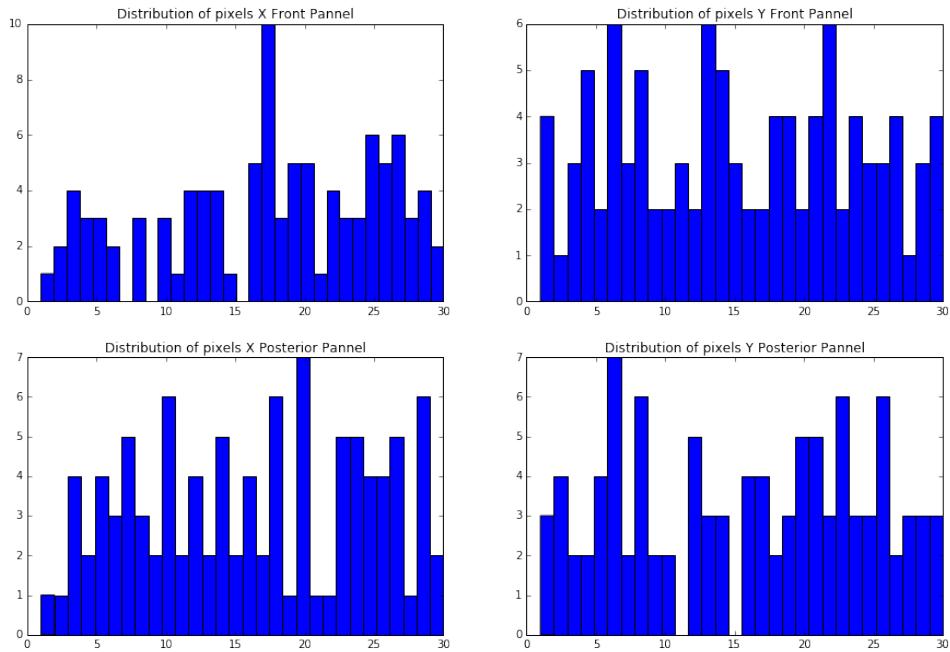
In [18]: # Histogramas de frecuencias.
    plt.figure(figsize=(15,10))
    plt.subplot(2,2,1)
    histi = plt.hist(XPixelFrontal, 31, normed=False)

```

```

plt.title("Distribution of pixels X Front Pannel")
plt.subplot(2,2,2)
histj = plt.hist(YPixelFrontal, 30, normed=False)
plt.title("Distribution of pixels Y Front Pannel")
plt.subplot(2,2,3)
histk = plt.hist(XPixelPosterior, 30, normed=False)
plt.title("Distribution of pixels X Posterior Pannel")
plt.subplot(2,2,4)
histl = plt.hist(YPixelPosterior, 30, normed=False)
plt.title("Distribution of pixels Y Posterior Pannel")
plt.show()

```



In []:

Referencias

- [1] N. Lesparre, D. Gibert, J. Marteau, Y. Déclais, D. Carbone, E. Galichet, Geophysical Journal International 183 (2010) 1348.
- [2] N. Lesparre, D. Gibert, J. Marteau, Geophysical Journal International, doi:10.1111/j.1365-246X.2011.05268.x.
- [3] Jose David Sanabria Gómez y otros. Telescopio de Muones para Muongraffía Volcánica, MuTe. Proyecto UIS-SGC-UT. Junio 2014.
- [4] A. van Oosterom, J. Strackee: A solid angle of a plane triangle. IEEE Trans. Biomed. Eng. 30:2 (1983); 125-126.
- [5] M. S. Gossman, A. J. Pahikkala, M. B. Rising, P. H. McGinley. Providing Solid Angle Formalism for Skyshine Calculations. Journal of Applied Clinical Medical Physics. 11:4 (2010); 278-282.
- [6] Código Python proporcionado.
- [7] R. Calderón, H. Asorey, and L. A. Núñez. GEANT4 based simulation of the Water Cherenkov Detectors of the LAGO Project. Nuclear and Particle Physics Proceedings 267–269 (2015) 424–426.
- [8] Martha Liliana Valencia Otero. Estudio de las componentes de secundarios en cascadas originadas por rayos cósmicos para aplicaciones sobre estructuras geológicas. Trabajo de grado para optar al título de Físico. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Bucaramanga (2016).