



**Nota:** Por favor coloque su nombre, apellido y código de estudiante o cédula antes de empezar el examen. El examen dura 1 hora y 20 min desde las 17:00 hasta las 18:20. Sólo use las hojas que se proporcionen en el examen por el profesor, no se permiten hojas adicionales. Sea concreto, limpio y ordenado de eso depende que se examen pueda ser evaluado adecuadamente. Además de utensilios para escribir y borrar solo se permite una calculadora y un pequeño formulario. No se permiten teléfonos ni dispositivos electrónicos. Los 120 pts corresponden a una calificación de 5.0. **Gracias y Suerte.**

**Datos que necesitará:** Coeficiente de dilatación térmica del plomo ( $\alpha = 29 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$ ), Masa molar del vapor de agua ( $M=18\text{g/mol}$ ), Constante de los Gases Ideales ( $R = 8,314\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ). Calor específico del agua ( $c=4186\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{°C})$ ). Calor específico del cobre ( $c=387\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{°C})$ ). Calor latente de vaporización del agua ( $L_v = 2,26 \times 10^6\text{J/kg}$ ). Presión atmosférica ( $P_a = 1,013 \times 10^5\text{Pa}=1\text{ atm}$ ).

## PROBLEMAS

- 15pts** Una muestra de plomo tiene una masa de 20.0 kg y una densidad de  $11.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  a  $0\text{ °C}$ . (a) ¿Cuál es la densidad del plomo a  $90.0\text{ °C}$ ? (b) ¿Cuál es la masa de la muestra de plomo a  $90.0\text{ °C}$ ?
- 15pts** Un cocinero empieza colocando 9.00 g de agua en una olla a presión de 2.00 L inicialmente a  $10\text{ °C}$ . Luego se calienta a  $500\text{ °C}$ . ¿Cuál es la presión dentro del recipiente?
- 20pts** Un calorímetro de cobre de 50.0 g contiene 250 g de agua a  $20.0\text{ °C}$ . ¿Cuánto vapor a  $100\text{ °C}$  debe condensarse en el agua para que la temperatura final del sistema alcance los  $50.0\text{ °C}$ ?
- 25pts** Una muestra de un gas ideal pasa por el proceso W que se muestra en la figura siguiente. De A a B, el proceso es adiabático; de B a C, es isobárico con 345 kJ de energía que ingresa al sistema por calor; de C a D, el proceso es isotérmico; y de D a A, es isobárico con 371 kJ de energía que sale del sistema por calor. Determine la diferencia en la energía interna  $U_B - U_A$ .
- 25pts** Considere la distribución de la imagen. Encuentre el campo eléctrico en el punto **P** en el centro del eje de coordenadas, conociendo que tienen densidad de carga distribuidas linealmente y que el arco tiene un radio  $R$  y las líneas rectas tienen una longitud  $L$ .

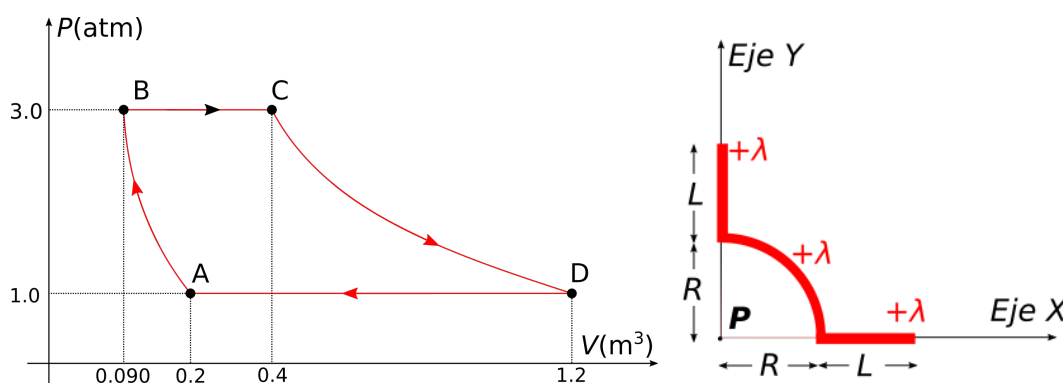


Figura 1: **Izquierda:** figura para el problema 4. **Derecha:** figura para el problema 5.

- 20pts** Se suspenden dos cargas  $q$  desde un punto común a través de dos cuerdas de longitud  $L$  de tensión  $T$ . Demuestre que la tensión de dichas cuerdas se expresa como  $T = \sqrt{\frac{k^2 q^4}{16 L^4 \sin^4 \theta} + m^2 g^2}$ , con  $\theta$  el ángulo entre la vertical y una de las cuerdas.

# Solución a los problemas del parcial (D.Sierra-Porta)

## Problema 1

Una muestra de plomo tiene una masa de 20.0 kg y una densidad de  $11.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  a  $0^\circ\text{C}$ . (a) ¿Cuál es la densidad del plomo a  $90.0^\circ\text{C}$ ? (b) ¿Cuál es la masa de la muestra de plomo a  $90.0^\circ\text{C}$ ?

### Solución al problema 1

Si designamos la masa y el volumen de la muestra a  $0^\circ\text{C}$  como  $m_0$  y  $V_0$  respectivamente, entonces la densidad de la muestra de plomo a  $0^\circ\text{C}$  es

$$\rho_0 = \frac{m_0}{V_0} = 11,3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad (1)$$

entonces el volumen a  $0^\circ\text{C}$  es

$$V_0 = \frac{m_0}{\rho_0} = \frac{20 \text{ kg}}{11,3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 1,76 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad (2)$$

Para un cambio de temperatura  $\Delta T = T - T_0$ , la misma masa ( $m = m_0$ ) ocupa ahora un volumen  $V$ , es cual es igual a  $V = V_0(1 + \beta\Delta T)$ , entonces la nueva densidad a  $90.0^\circ\text{C}$  es ahora

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0}{V_0(1 + \beta\Delta T)} = \frac{\rho_0}{1 + \beta\Delta T} \quad (3)$$

de tal manera que  $\beta = 3\alpha$  y el coeficiente de dilatación térmica lineal del plomo es  $\alpha = 29 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$ . Luego entonces

$$\rho = \frac{11,3 \times 10^3}{1 + 3[29 \times 10^{-6}(\text{°C})^{-1}](90^\circ\text{C})} = 11,2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad (4)$$

Para la parte (b) la respuesta es sencilla, dado que la masa no cambia a pesar del cambio de temperatura. Por lo tanto la masa a  $90.0^\circ\text{C}$  es exactamente  $m = m_0 = 20 \text{ kg}$ .

## Problema 2

Un cocinero empieza colocando 9.00 g de agua en una olla a presión de 2.00 L inicialmente a  $10^\circ\text{C}$ . Luego se calienta a  $500^\circ\text{C}$ . ¿Cuál es la presión dentro del recipiente?

### Solución al problema 2

La presión dentro de la olla de presión se debe a la presión del vapor de agua más el aire atrapado dentro. La presión del vapor de agua es

$$P_{\text{vapor}} = \frac{nRT}{V} = \left( \frac{9,00 \text{ g}}{18 \text{ g/mol}} \right) \left( \frac{8,314 \text{ J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right) \left( \frac{773 \text{ K}}{2 \times 10^{-3} \text{ m}^3} \right) = 1,61 \times 10^6 \text{ Pa} = 1,61 \text{ MPa} \quad (5)$$

mientras que la presión del aire a volumen constante, suponiendo que la temperatura inicial es de  $10^\circ\text{C}$ :

$$\frac{P_{\text{aire}_{10}}}{T_{\text{aire}_{10}}} = \frac{P_{\text{aire}_{500}}}{T_{\text{aire}_{500}}} \rightarrow P_{\text{aire}_{500}} = \frac{P_{\text{aire}_{10}}}{T_{\text{aire}_{10}}} T_{\text{aire}_{500}} = (1,01 \times 10^5 \text{ Pa}) \frac{773 \text{ K}}{283 \text{ K}} = 2,76 \times 10^5 \text{ Pa} = 0,276 \text{ MPa} \quad (6)$$

Por lo tanto la presión total es

$$P_{\text{total}} = P_{\text{vapor}} + P_{\text{aire}} = 1,61 \text{ MPa} + 0,276 \text{ MPa} = 1,886 \text{ MPa} \quad (7)$$

## Problema 3

Un calorímetro de cobre de 50.0 g contiene 250 g de agua a  $20.0^\circ\text{C}$ . ¿Cuánto vapor a  $100^\circ\text{C}$  debe condensarse en el agua para que la temperatura final del sistema alcance los  $50.0^\circ\text{C}$ ?

### Solución al problema 3

Para encontrar la cantidad de vapor a condensar, comenzamos con  $Q_{frio} = -Q_{caliente}$ . Con el vapor a  $100^\circ\text{C}$ , esto se convierte en

$$(m_{agua}c_{agua} - m_{cobre}c_{cobre})(T_f - T_i) = -m_{vapor}[-L_v + c_{agua}(T_f - 100)] \quad (8)$$

con lo cual resolviendo para la masa de vapor da

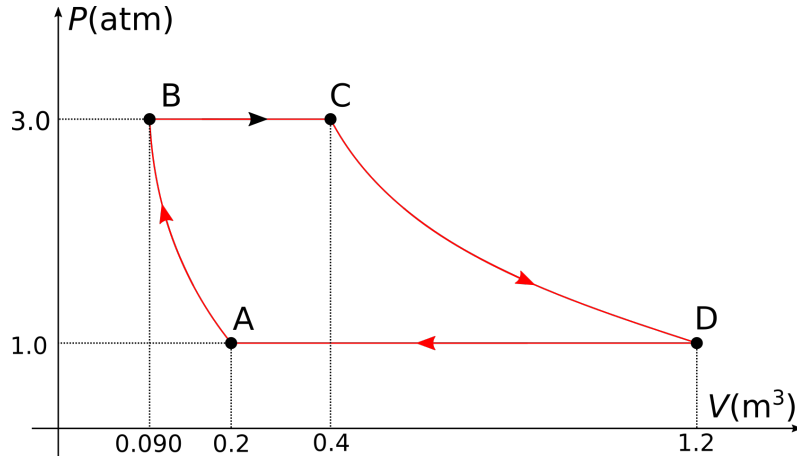
$$m_{vapor} = \frac{(m_{agua}c_{agua} - m_{cobre}c_{cobre})(T_f - T_i)}{-L_v + c_{agua}(T_f - 100)} \quad (9)$$

y sustituyendo valores numéricos da

$$m_{vapor} = \frac{3,20 \times 10^4 J}{2,47 \times 10^6 J/kg} = 0,0129 kg = 12,9g \quad (10)$$

### Problema 4

Una muestra de un gas ideal pasa por el proceso W que se muestra en la figura siguiente. De A a B, el proceso es adiabático; de B a C, es isobárico con 345 kJ de energía que ingresa al sistema por calor; de C a D, el proceso es isotérmico; y de D a A, es isobárico con 371 kJ de energía que sale del sistema por calor. Determine la diferencia en la energía interna  $U_B - U_A$ .



### Solución al problema 4

Debido a que el gas pasa por un ciclo cerrado, el cambio general en la energía interna debe ser cero:

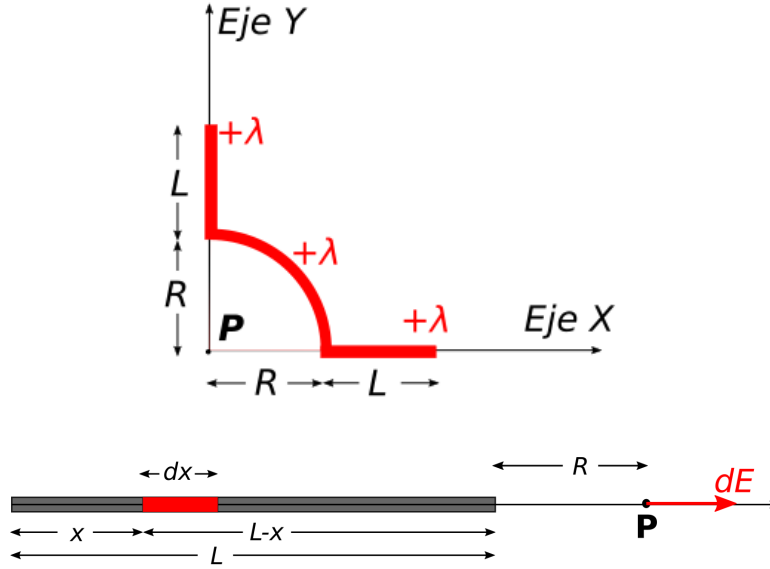
$$\Delta U = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA} = 0 \quad (11)$$

por lo tanto podemos despejar  $\Delta U_{AB} = U_B - U_A$ . Debido a la primera ley tenemos que  $U = Q + W$  y además debido a que el proceso CD es isotérmico entonces la energía interna  $\Delta U_{CD} = 0$ , por lo tanto

$$\begin{aligned} \Delta U_{AB} &= U_B - U_A = -(Q_{BC} + W_{BC}) - (Q_{DA} + W_{DA}) \\ &= -(Q_{BC} - P_B \Delta V_{BC}) - (Q_{DA} - P_D \Delta V_{DA}) \\ &= -(Q_{BC} - Q_{DA}) + (P_B \Delta V_{BC} + P_D \Delta V_{DA}) \\ &= -(345 kJ - 371 kJ) + [(3 atm)(0,310 m³) + (1 atm)(-1,00 m³)] \frac{1,013 \times 10^5 Pa}{atm} \\ &= 4,29 \times 10^4 J \end{aligned} \quad (12)$$

### Problema 5

Considere la distribución de la imagen. Encuentre el campo eléctrico en el punto **P** en el centro del eje de coordenadas, conociendo que tienen densidad de carga distribuidas linealmente y que el arco tiene un radio  $R$  y las líneas rectas tienen una longitud  $L$ .



### Solución al problema 5

Primero que nada hallemos el campo eléctrico debido a las líneas rectas. Como puede verse en la imagen el campo eléctrico sólo tiene dirección en el eje de la  $X$ . Entonces se tiene que para esta situación

$$E = \int dE = \int \frac{k dq}{(L - x + R)^2} = \int_0^L \frac{k \lambda dx}{(L - x + R)^2} = \frac{k \lambda}{L - x + R} \Big|_0^L = k \lambda \left( \frac{1}{L} - \frac{1}{L + R} \right) = \frac{k \lambda R}{L(L + R)} \quad (13)$$

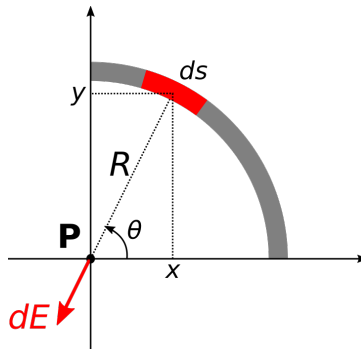
Por lo tanto el campo debido a la línea vertical entonces será

$$E_1 = -\frac{k \lambda R}{L(L + R)} \hat{j} \quad (14)$$

mientras que el campo debido a la línea horizontal será

$$E_2 = -\frac{k \lambda R}{L(L + R)} \hat{i} \quad (15)$$

Por otro lado para el segmento circular como vemos en la figura el campo eléctrico tendrá componente en el eje de las  $X$



$$E_x = - \int dE_x = - \int \frac{k dq}{R^2} \cos \theta = - \int \frac{k \lambda ds}{R^2} \cos \theta = - \int_0^{\pi/2} \frac{k \lambda \cos \theta d\theta}{R} = - \frac{k \lambda \sin \theta}{R} \Big|_0^{\pi/2} = - \frac{k \lambda}{R} \quad (16)$$

por otro lado la componente en el eje de las  $Y$  es

$$E_y = - \int dE_y = - \int \frac{k dq}{R^2} \sin \theta = - \int \frac{k \lambda ds}{R^2} \sin \theta = - \int_0^{\pi/2} \frac{k \lambda \sin \theta d\theta}{R} = - \frac{k \lambda \cos \theta}{R} \Big|_0^{\pi/2} = - \frac{k \lambda}{R} \quad (17)$$

por lo tanto el campo eléctrico debido a la sección circular es

$$E_3 = -\frac{k \lambda}{R} (\hat{i} + \hat{j}) \quad (18)$$

y por lo tanto el campo eléctrico total es

$$E_{total} = -\frac{k\lambda(L^2 + LR + R^2)}{L(L + R)}(\hat{i} + \hat{j}) \quad (19)$$

Su módulo y dirección es

$$|E_{total}| = \frac{\sqrt{2}k\lambda(L^2 + LR + R^2)}{L(L + R)}, \quad \alpha_{dir} = 225^\circ \quad (20)$$

## Problema 6

Se suspenden dos cargas  $q$  desde un punto común a través de dos cuerdas de longitud  $L$  de tensión  $T$ . Demuestre que la tensión de dichas cuerdas se expresa como  $T = \sqrt{\frac{k^2 q^4}{16L^4 \sin^4 \theta} + m^2 g^2}$ , con  $\theta$  el ángulo entre la vertical y una de las cuerdas.

### Solución al problema 6

Debido a que las cargas suspendidas por los hilos sienten fuerza eléctrica entonces ellas formarán un triángulo isosceles en cuyos vértices estarán las cargas y el punto común de unión de ambas cuerdas. En este caso y suponiendo que se encuentran en reposo y que  $\theta$  es el ángulo entre la vertical y una de las cuerdas tendremos que

$$\sum F_x = F_e - T \sin \theta = 0, \quad \sum F_y = mg - T \cos \theta = 0 \quad (21)$$

y entonces elevando al cuadrado ambas ecuaciones y sumándolas para luego despejar  $T$  se tiene el resultado

$$T^2 \sin^2 \theta = k^2 q^4 / r^4, \quad T^2 \cos^2 \theta = m^2 g^2 \quad \rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{k^2 q^4}{r^4} + m^2 g^2} = \sqrt{\frac{k^2 q^4}{16L^4 \sin^4 \theta} + m^2 g^2} \quad (22)$$