Universidad de los Andes, Bogotá. Departamento de Física
Examen parcial I. Física II. Semestre 1-2020. (Prof. D. Sierra-Porta)
Nombre, Apellido y COD(CED):

Nota: *Por favor coloque su nombre, apellido y código de estudiante o cédula antes de empezar el examen. El examen dura 1 hora y 20 min desde las 17:00 hasta las 18:20. Sólo use las hojas que se proporcionen en el examen por el profesor, no se permiten hojas adicionales. Sea concreto, limpio y ordenado de eso depende que se examen pueda ser evaluado adecuadamente. Además de utensilios para escribir y borrar solo se permite una calculadora y un pequeño formulario. No se permiten teléfonos ni dispositivos electrónicos. Los 120 pts corresponden a una calificación de 5.0.* **Gracias y Suerte.**

Datos que necesitará: Coeficiente de dilatación térmica del plomo ($\alpha = 29 \times 10^{-6}$ $(°C)^{-1}$), Masa molar del vapor de agua (M=18g/mol), Constante de los Gases Ideales ($R = 8{,}314$J/(mol· K)). Calor específico del agua (c=4186J/(kg· °C)). Calor específico del cobre (c=387J/(kg· °C)). Calor latente de vaporización del agua ($L_v = 2{,}26 \times 10^6$J/kg). Presión atmosférica ($P_a = 1{,}013 \times 10^5$Pa=1 atm).

PROBLEMAS

1. **15pts** Una muestra de plomo tiene una masa de 20.0 kg y una densidad de 11.3×10^3 kg/m^3 a 0 °C. (a) ¿Cuál es la densidad del plomo a 90.0 °C? (b) ¿Cuál es la masa de la muestra de plomo a 90.0 °C?

2. **15pts** Un cocinero empieza colocando 9.00 g de agua en una olla a presión de 2.00 L inicialmente a 10 °C. Luego se calienta a 500 °C. ¿Cuál es la presión dentro del recipiente?

3. **20pts** Un calorímetro de cobre de 50.0 g contiene 250 g de agua a 20.0 °C. ¿Cuánto vapor a 100 °C debe condensarse en el agua para que la temperatura final del sistema alcance los 50.0 °C?

4. **25pts** Una muestra de un gas ideal pasa por el proceso W que se muestra en la figura siguiente. De A a B, el proceso es adiabático; de B a C, es isobárico con 345 kJ de energía que ingresa al sistema por calor; de C a D, el proceso es isotérmico; y de D a A, es isobárico con 371 kJ de energía que sale del sistema por calor. Determine la diferencia en la energía interna $U_B - U_A$.

5. **25pts** Considere la distribución de la imagen. Encuentre el campo eléctrico en el punto **P** en el centro del eje de coordenadas, conociendo que tienen densidad de carga distribuidas linealmente y que el arco tiene un radio R y las lineas rectas tienen una longitud L.

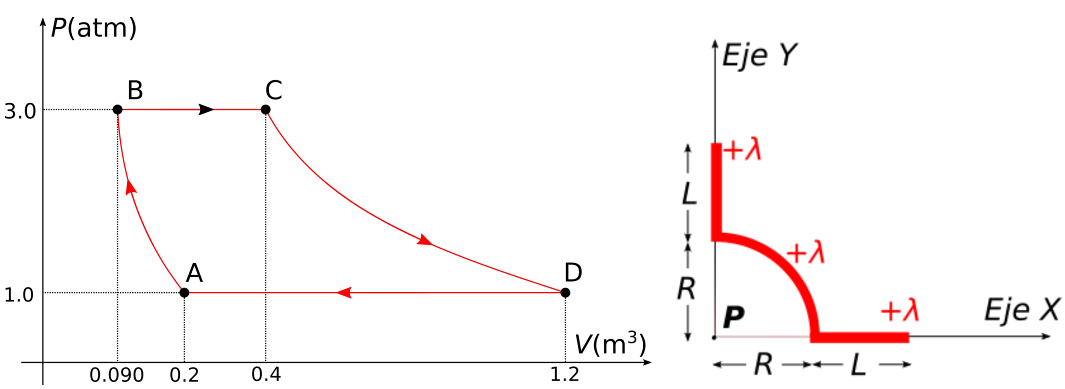


Figura 1: **Izquierda:** figura para el problema 4. **Derecha:** figura para el problema 5.

6. **20pts** Se suspenden dos cargas q desde un punto común a través de dos cuerdas de longitud L de tensión T. Demuestre que la tensión de dichas cuerdas se expresa como $T = \sqrt{\frac{k^2 q^4}{16 L^4 \sin^4\theta} + m^2 g^2}$, con θ el ángulo entre la vertical y una de las cuerdas.

Solución a los problemas del parcial (D.Sierra-Porta)

Problema 1

Una muestra de plomo tiene una masa de 20.0 kg y una densidad de $11.3{\times}10^3$ kg/m^3 a 0 °C. (a) ¿Cuál es la densidad del plomo a 90.0 °C? (b) ¿Cuál es la masa de la muestra de plomo a 90.0 °C?

Solución al problema 1

Si designamos la masa y el volumen de la muestra a 0 °C como m_0 y V_0 respectivamente, entonces la densidad de la muestra de plomo a 0 °C es

$$\rho_0 = \frac{m_0}{V_0} = 11{,}3 \times 10^3 kg/m^3 \tag{1}$$

entonces el volumen a 0 °C es

$$V_0 = \frac{m_0}{\rho_0} = \frac{20kg}{11{,}3 \times 10^3 kg/m^3} = 1{,}76 \times 10^{-3} m^3 \tag{2}$$

Para un cambio de temperatura $\Delta T = T - T_0$, la misma masa ($m = m_0$) ocupa ahora un volumen V, es cual es igual a $V = V_0(1 + \beta\Delta T)$, entonces la nueva densidad a 90.0 °C es ahora

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0}{V_0(1+\beta\Delta T)} = \frac{\rho_0}{1+\beta\Delta T} \tag{3}$$

de tal manera que $\beta = 3\alpha$ y el coeficiente de dilatación térmica lineal del plomo es $\alpha = 29 \times 10^{-6}$ (°C)$^{-1}$. Luego entonces

$$\rho = \frac{11{,}3 \times 10^3}{1 + 3[29 \times 10^{-6}(°\mathrm{C})^{-1}](90°\mathrm{C})} = 11{,}2 \times 10^3 kg/m^3 \tag{4}$$

Para la parte (b) la respuesta es sencilla, dado que la masa no cambia a pesar del cambio de temperatura. Por lo tanto la masa a 90.0 °C es exactamente $m = m_0 = 20kg$.

Problema 2

Un cocinero empieza colocando 9.00 g de agua en una olla a presión de 2.00 L inicialmente a 10 °C. Luego se calienta a 500 °C. ¿Cuál es la presión dentro del recipiente?

Solución al problema 2

La presión dentro de la olla de presión se debe a la presión del vapor de agua más el aire atrapado dentro. La presión del vapor de agua es

$$P_{vapor} = \frac{nRT}{V} = \left(\frac{9{,}00g}{18g/mol}\right)\left(\frac{8{,}314J}{mol \cdot K}\right)\left(\frac{773K}{2 \times 10^{-3}m^3}\right) = 1{,}61 \times 10^6 Pa = 1{,}61MPa \tag{5}$$

mientras que la presión del aire a volumen constante, suponiendo que la temperatura inicial es de 10 °C:

$$\frac{P_{aire_{10}}}{T_{aire_{10}}} = \frac{P_{aire_{500}}}{T_{aire_{500}}} \to P_{aire_{500}} = \frac{P_{aire_{10}}}{T_{aire_{10}}} T_{aire_{500}} = (1{,}01 \times 10^5 Pa)\frac{773K}{283K} = 2{,}76 \times 10^5 Pa = 0{,}276MPa \tag{6}$$

Por lo tanto la presión total es

$$P_{total} = P_{vapor} + P_{aire} = 1{,}61MPa + 0{,}276MPa = 1{,}886MPa \tag{7}$$

Problema 3

Un calorímetro de cobre de 50.0 g contiene 250 g de agua a 20.0 °C. ¿Cuánto vapor a 100 °C debe condensarse en el agua para que la temperatura final del sistema alcance los 50.0 °C?

Solución al problema 3

Para encontrar la cantidad de vapor a condensar, comenzamos con $Q_{frio} = -Q_{caliente}$. Con el vapor a 100 °C, esto se convierte en

$$(m_{agua}c_{agua} - m_{cobre}c_{cobre})(T_f - T_i) = -m_{vapor}\left[-L_v + c_{agua}(T_f - 100)\right] \tag{8}$$

con lo cual resolviendo para la masa de vapor da

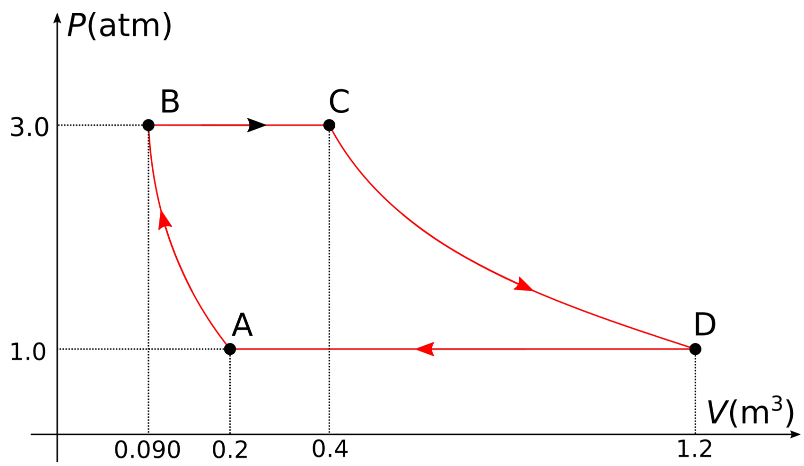
$$m_{vapor} = \frac{(m_{agua}c_{agua} - m_{cobre}c_{cobre})(T_f - T_i)}{-L_v + c_{agua}(T_f - 100)} \tag{9}$$

y sustituyendo valores numéricos da

$$m_{vapor} = \frac{3{,}20 \times 10^4 J}{2{,}47 \times 10^6 J/kg} = 0{,}0129kg = 12{,}9g \tag{10}$$

Problema 4

Una muestra de un gas ideal pasa por el proceso W que se muestra en la figura siguiente. De A a B, el proceso es adiabático; de B a C, es isobárico con 345 kJ de energía que ingresa al sistema por calor; de C a D, el proceso es isotérmico; y de D a A, es isobárico con 371 kJ de energía que sale del sistema por calor. Determine la diferencia en la energía interna $U_B - U_A$.



Solución al problema 4

Debido a que el gas pasa por un ciclo cerrado, el cambio general en la energía interna debe ser cero:

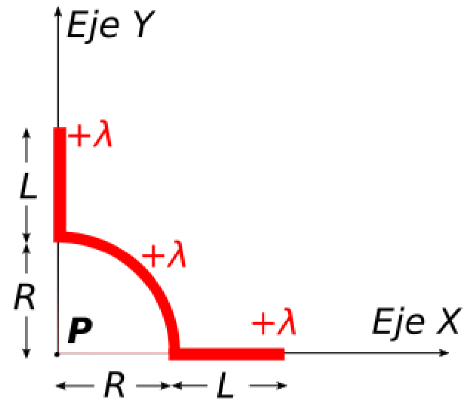
$$\Delta U = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA} = 0 \tag{11}$$

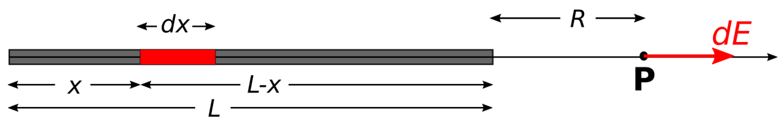
por lo tanto podemos despejar $\Delta U_{AB} = U_B - U_A$. Debido a la primera ley tenemos que $U = Q + W$ y además debido a que el proceso CD es isotérmico entonces la energía interna $\Delta U_{CD} = 0$, por lo tanto

$$\begin{aligned}
\Delta U_{AB} &= U_B - U_A = -(Q_{BC} + W_{BC}) - (Q_{DA} + W_{DA}) \\
&= -(Q_{BC} - P_B \Delta V_{BC}) - (Q_{DA} - P_D \Delta V_{DA}) \\
&= -(Q_{BC} - Q_{DA}) + (P_B \Delta V_{BC} + P_D \Delta V_{DA}) \\
&= -(345kJ - 371kJ) + \left[(3atm)(0{,}310m^3) + (1atm)(-1{,}00m^3)\right] \frac{1{,}013 \times 10^5 Pa}{atm} \\
&= 4{,}29 \times 10^4 J
\end{aligned} \tag{12}$$

Problema 5

Considere la distribución de la imagen. Encuentre el campo eléctrico en el punto **P** en el centro del eje de coordenadas, conociendo que tienen densidad de carga distribuidas linealmente y que el arco tiene un radio R y las lineas rectas tienen una longitud L.





Solución al problema 5

Primero que nada hallemos el campo eléctrico debido a las lineas rectas. Como puede verse en la imagen el campo eléctrico sólo tiene dirección en el eje de la X. Entonces se tiene que para esta situación

$$E = \int dE = \int \frac{kdq}{(L-x+R)^2} = \int_0^L \frac{k\lambda dx}{(L-x+R)^2} = \frac{k\lambda}{L-x+R}\Big|_0^L = k\lambda\left(\frac{1}{L} - \frac{1}{L+R}\right) = \frac{k\lambda R}{L(L+R)} \tag{13}$$

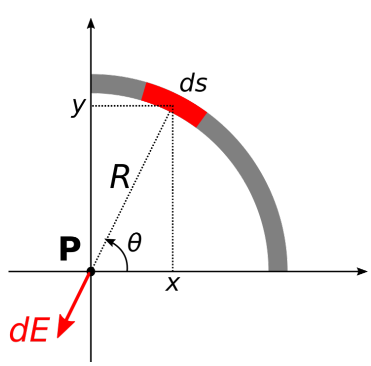
Por lo tanto el campo debido a la linea vertical entonces será

$$E_1 = -\frac{k\lambda R}{L(L+R)}\hat{j} \tag{14}$$

mientras que el campo debido a la linea horizontal será

$$E_2 = -\frac{k\lambda R}{L(L+R)}\hat{i} \tag{15}$$

Por otro lado para el segmento circular como vemos en la figura el campo eléctrico tendrá componente en el eje de las X



$$Ex = -\int dEx = \int \frac{kdq}{R^2}\cos\theta = -\int \frac{k\lambda ds}{R^2}\cos\theta = -\int_0^{\pi/2} \frac{k\lambda \cos\theta d\theta}{R} = -\frac{k\lambda \sin\theta}{R}\Big|_0^{\pi/2} = -\frac{k\lambda}{R} \tag{16}$$

por otro lado la componente en el eje de las Y es

$$Ey = -\int dEx = -\int \frac{kdq}{R^2}\sin\theta = -\int \frac{k\lambda ds}{R^2}\sin\theta = -\int_0^{\pi/2} \frac{k\lambda \sin\theta d\theta}{R} = \frac{k\lambda \cos\theta}{R}\Big|_0^{\pi/2} = -\frac{k\lambda}{R} \tag{17}$$

por lo tanto el campo eléctrico debido a la sección circular es

$$E3 = -\frac{k\lambda}{R}(\hat{i} + \hat{j}) \tag{18}$$

y por lo tanto el campo eléctrico total es

$$E_{total} = -\frac{k\lambda(L^2 + LR + R^2)}{L(L+R)}(\hat{\imath} + \hat{\jmath}) \tag{19}$$

Su módulo y dirección es

$$|E_{total}| = \frac{\sqrt{2}k\lambda(L^2 + LR + R^2)}{L(L+R)}, \quad \alpha_{dir} = 225^\circ \tag{20}$$

Problema 6

Se suspenden dos cargas q desde un punto común a través de dos cuerdas de longitud L de tensión T. Demuestre que la tensión de dichas cuerdas se expresa como $T = \sqrt{\frac{k^2q^4}{16L^4\sin^4\theta} + m^2g^2}$, con θ el ángulo entre la vertical y una de las cuerdas.

Solución al problema 6

Debido a que las cargas suspendidas por los hilos sienten fuerza eléctrica entonces ellas formarán un triángulo isosceles en cuyos vértices estarán las cargas y el punto común de unión de ambas cuerdas. En este caso y suponiendo que se encuentran en reposo y que θ es el ángulo entre la vertical y una de las cuerdas tendremos que

$$\sum F_x = F_e - T\sin\theta = 0, \quad \sum F_y = mg - T\cos\theta = 0 \tag{21}$$

y entonces elevando al cuadrado ambas ecuaciones y sumándolas para luego despejar T se tiene el resultado

$$T^2\sin^2\theta = k^2q^4/r^4, \quad T^2\cos^2\theta = m^2g^2 \quad \rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{k^2q^4}{r^4} + m^2g^2} = \sqrt{\frac{k^2q^4}{16L^4\sin^4\theta} + m^2g^2} \tag{22}$$