République du Bénin

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIREET DE LA FORMATION TECHNIQUE ET PROFESSIONNELLE

GUIDE DU PROGRAMME D'ÉTUDES

ENSEIGNEMENT SECONDAIRE
CHAMP DE FORMATION : MATHÉMATIQUE

ClasseTerminale D

DIRECTION DE L'INSPECTION PEDAGOGIQUE

PORTO-NOVO

septembre 2008

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Le présent guide de l'enseignant (e) est produit pour accompagner les programmes de mathématiques selon l'approche par compétences dans les lycées et collèges d'enseignement général.

Il s'est nourri principalement des options prises dans le cadre de la généralisation des Programmes d'Etudes par compétences à l'enseignement primaire et au premier cycle de l'Enseignement Secondaire, dans leur évolution qualitative. Il s'est nourri aussi des acquis de la mise en œuvre des programmes d'études HPM (Harmonisation des Programmes de Mathématiques) pour ce qui est de l'aspect adéquation avec les nouvelles exigences académico-pédagogiques.

Ce guide comporte trois parties essentielles. La première présente les orientations générales ; la deuxième concerne les situations d'apprentissage et la troisièmea trait aux documents d'accompagnement.

Les orientations générales portent sur la clarification de certains concepts et sur le mode d'emploi du guide.

La partie concernant les situations d'apprentissage présente d'une part le cadre conceptuel et d'autre part leurs contenus notionnels assortis d'indications pédagogiques.

Les documents d'accompagnement comprennent :

- un documentd'exploitation des situations de départ qui expose l'esprit de ces dernières.
- un document d'appuipouvant servir à la confection de fiches de séquence de classe sur la situation d'apprentissage n°1.

1. ORIENTATIONS GÉNÉRALES

Ce guide est l'une des deux composantes (programme et guide) produites pour l'enseignement de la mathématique dans les classes de terminales D.

Il ambitionne d'une part de fournir aux professeurs des informations et des commentaires sur certains concepts et sur la mise en œuvre des situations d'apprentissage et d'autre part de suggérer des pistes et des activités pour une exploitation efficiente de ces mêmes situations d'apprentissage.

Au demeurant, le processus de rénovation des programmes d'études en cours voudrait faire de l'enfant béninois un citoyen compétent c'est-à-dire capable de faire appel aux bonnes ressources qu'il peut combiner de manière efficace afin de les utiliser à bon escient. Pour cela, il est impérieux entre autres :

- d'accompagner l'apprenant dans un cheminement d'apprentissage en adoptant une pédagogie de la découverte et de la production ;
- d'éveiller la curiosité intellectuelle de l'apprenant et de soutenir son plaisir d'apprendre ;
- de permettre à l'apprenant de s'interroger pour découvrir lui-même les vérités des choses plutôt que de chercher à le rendre dépendant en travaillant à sa place ;
- de provoquer chez l'apprenant la remise en cause de ses schémas mentaux lorsque la nécessité s'impose et ce, par des moyens appropriés.

Il est nécessaire, pour une bonne utilisation des situations d'apprentissage, de procéder à la clarification de certains concepts et de donner le mode d'emploi du guide.

1.1 CLARIFICATION CONCEPTUELLE.

1.1.1 Démarche d'enseignement / apprentissage

La démarche d'enseignement/apprentissage adoptée en mathématique est structurée autour de la compétence disciplinaire n°1 dont le libellé est le suivant:
" Résoudre un problème ou une situation –problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques". Faire les mathématiques consiste avant tout à résoudre des problèmes ou des situations–problèmes. Au delà des algorithmes, des règles de calculs, des technique et des formules, faire les mathématiques, c'est développer des capacités de résolution de problèmes.

Deux autres compétences viennent prendre en compte les deux dimensions essentielles des mathématiques à savoir: les activités géométriques et les activités numériques dans le but de donner un contenu disciplinaire à la compétence n°1.

Elles sont libellées comme suit:
" **Appréhender la mathématique dans ses aspectsgéométriques par l'appropriation d'outilset de démarches propres à la géométrie".**
"Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation d'outils, de techniques et de procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données".

Tout en étant dépendantes de la première du point de vue de la démarche de résolution de problèmes, ces deux dernières compétences se distinguent l'une de l'autre par les outils à acquérir et les procédures de raisonnement propres à chacune d'elles.

Néanmoins, elles sont parfois simultanément exigibles pour résoudre certains problèmes; en cela, elles sont aussi complémentaires.

1.1.2 Situations d'apprentissage

Une situation d'apprentissage est un document dans lequel figure un ensemble de tâches et de consignes avec leurs indications pédagogiques respectives, tâches et consignes auxquelles l'enseignant soumet l'élève par des stratégies d'enseignement appropriées afin de le rendre compétent en lui faisant construire, transférer et réinvestir le savoir.

Ce document fournit aussi des renseignements sur le contenu de la formation, la durée, le matériel et les stratégies d'enseignement /apprentissage.

NB : *Une situation d'apprentissage n'est pas une fiche pédagogique.*

1.1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage

Ce sont les stratégies à utiliser par l'enseignant (e) et celles à faire mettre en œuvre par l'apprenant au cours du déroulement de la situation d'apprentissage. Les stratégies les plus recommandées sont : le «travail individuel », le « travail en petits groupes » et le « travail collectif ».

a) *Phase du travail individuel*

Au cours de cette phase, les élèves sont invités à travailler ***vraiment*** individuellement, même s'ils sont déjà disposés en petits groupes.

L'importance de cette phase n'est plus à démontrer puisque si chaque élève ne s'efforce pas de circonscrire la question en jeu, l'échange dans le groupe en pâtira.

Pour cela, l'enseignant (e) se doit de veiller à ce que chaque élève comprenne ce qu'on attend de lui, afin de trouver quelque chose à proposer aux autres membres du groupe.

b) *Phase du travail en petits groupes*

Les apprenants après la phase précédente discutent et échangent en petits groupes autour de leurs travaux respectifs. Ils retiennent après l'harmonisation des différents points de vue quelques résultats relativement à l'objet d'étude. L'un des éléments du groupe se charge de **présenter** à la classe au cours de la phase ultérieure ce que le groupe a retenu.

c) ***Phase du travail collectif***

C'est au cours de cette phase que la classe entière prend connaissance des travaux réalisés au sein des différents petits groupes. L'enseignant (e) anime la classe de façon à **fairedégager par les apprenants** la réponse ou les réponses à donner à la question posée.

1.2 Mode d'emploi du guide.

Les situations d'apprentissage proposées dans ce guide ne sauraient être assimilées à des fiches pédagogiques. Il s'agit, pour l'enseignant(e), d'opérer des choix pertinents en tenant compte des potentialités de ses apprenants, des indications pédagogiques, du matériel disponible, etc.

Il est recommandé à l'enseignant(e) de se référer aux documents d'accompagnement pour mieux comprendre l'esprit dans lequel les situations de départ ont été proposées.

2. DÉVELOPPEMENT DES DIFFÉRENTES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE.

2.1 Canevas général du déroulement d'une situation d'apprentissage

Le déroulement de toute situation d'apprentissage se fera suivant le cheminement ci-après:

Activités	Indications pédagogiques
A - INTRODUCTION **Activité** 0 : cf. situation de départ proposée pour la situation d’apprentissage	Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d’apprentissage ». Elle se fait une seule fois pour toute la S.A et ne doit pas excéder quinze (15) minutes. La situation de départ proposée n’est pas la seule pouvant servir à contextualiser les connaissances et techniques visées. L’enseignant(e) pourra s’en inspirer pour élaborer une autre prenant appui sur les réalités concrètes de son milieu. A ce stade, on n’exigera pas de réponses aux tâches et consignes qui accompagnent la situation de départ. Les tâches et consignes seront démultipliées tout au long du déroulement des activités.
B - RÉALISATION **Activité N°1** (découverte d’une ou de plusieurs notions) **Activité N°2** **N° 3** . (décontextualisation) . . **N°n** **Activité N°n +1** **N°n +2** . (approfondissement) . . **N°n +p** **Activité N°n + p +1** (découverte d’autres notions nouvelles) . . . . **Activités de décontextualisation** **Activités d’approfondissement** . . ainsi de suite jusqu’ à épuisement des notions visées par la situation d’apprentissage	Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d’apprentissage » relatives aux différentes stratégies d’enseignement/ apprentissage et aux trois étapes. L’activité n°1 est une activité qui s’appuie sur la situation de départ. Ces activités visent à dépouiller le concept de son habillage concret pour le mettre à l’état pur (*définition, propriété, règle, procédure)* Elles ont pour but de travailler le (les) nouveau(x) concept(s) dégagé(s) suite à des activités de décontextualisation. Activité en contexte à l’instar de l’activité N°1.

C -RETOUR ET PROJECTION **.Activité d'objectivation**	Exemples de questions que l'enseignant(e) peut poser aux élèves à la fin de l'apprentissage : -qu'as-tu découvert sur….. ? -qu'as-tu appris de nouveau sur…. ? -qu'as-tu trouvé difficile ? facile ?
.Activité d'autoévaluation	.qu'est-ce que tu as réussi ? .qu'est-ce que tu n'as pas réussi ? .qu'est-ce que tu vas faire pour améliorer ta production ?
.Activité de projection/réinvestissement	Il s'agit de proposer des activités pour une utilisation ultérieure des acquis dans la résolution des problèmes de vie.

RECOMMANDATIONS

Les situations d'apprentissage seront déroulées à partir :

- d'activités judicieusement conçues en s'appuyant sur les connaissances et techniques, les compétences disciplinaires, les compétences transdisciplinaires et les compétences transversales.
- de stratégies d'enseignement/apprentissage appropriées.
- d'une mobilisation par l'apprenant des capacités relatives à :
  - l'expression de sa perception du problème ou de la situation- problème;
  - l'analyse d'un problème ou d'une situation-problème;
  - la mathématisation d'un problème ou d'une situation- problème ;
  - l'opération sur les objets mathématiques identifiés au cours d'un problème ou d'une situation-problème.

A cet effet, pour chaque situation d'apprentissage, les détails des connaissances et techniques se présentent comme suit :

2. 2 Planification des situations d'apprentissage.

SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 1 : Configurations de l'espace

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 *Compétences*

a) Les compétences disciplinaires:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- Résoudre une situation-problème *;*
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 *Connaissances et techniques*

- Géométrie dans l'espace
  - Barycentre de n points pondérés, n entier naturel supérieur à 1.
  - Produit scalaire
  - Produit vectoriel
  - Equations du plan
  - Equations de droites

N.B. : Cf détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage :*
Résolution de problèmes.

1.2 Durée : *24 heures*

1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : objets familiers

2. DÉROULEMENT

2.0. Situation de départ : **Le pont de Codji.**

Reliant les deux rives d'un fleuve, le pont réalisé par l'ingénieur PIKO est un chef d'œuvre que les pêcheurs contemplent chaque jour. Les travaux ont duré deux ans et une vingtaine de pêcheurs riverains ont été des ouvriers spécialisés en plongée. Sonon, l'un des ouvriers, a du plaisir à raconter à la jeune génération les longues journées de travail sur le chantier.

L'ingénieur PIKO dirigeait simultanément tous les ateliers : il exigeait partout la précision dans les mesures et s'en assurait. La qualité du sol, la qualité du béton, les précisions du dosage, la forme et la qualité des poutres, l'implantation des piliers, le flux et le reflux du cours d'eau; rien n'échappait au contrôle de l'ingénieur PIKO. Les travaux achevés, le pont fut livré à la circulation. Les riverains sont encore fiers de ce pont qui n'a rien perdu de sa solidité des décennies durant.

Sonon s'interroge encore aujourd'hui sur les méthodes et les procédés qui ont permis à l'ingénieur PIKO de réussir ce chef d'œuvre.

Tâche: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A. , à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;

- mathématiser chacun des problèmes posés;
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage	**Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)**	**Contenus de formation**
L'élève : **Exprime sa perception du problème posé** -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves. Aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. -indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.** -formule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ;	L'élève : Au cours de cette phase de la réalisation, l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du *travail individuel,* elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ; - *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; *-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;*	

-réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux, manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -*o*rdonne ses idées ; -*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques ; -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; -vérifie l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ;	-*exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui-même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; *<u>-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique</u>.* *-commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : -*circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; -*s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; -*intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; *<u>-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;</u>* -*achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue	

-répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	

2.3 Retour et projection

1-Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. **2.3.2-Améliore au besoin sa production : consolidation/Enrichissement** - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations.	- invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris ; - invite l'élève à s'auto évaluer ; - invite l'élève à améliorer si possible sa production ;	
2.3.3-Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie : - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	- invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire:*N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°1 :

Configurations de l'espace

Durée : 24 heures

Contenus notionnels	Indications pédagogiques
1. Vecteurs de l'espace. Repérage d'un point de l'espace.	Faire - construire un cube ABCDEFGH et indiquer des vecteurs colinéaires, des vecteurs coplanaires, des vecteurs orthogonaux. - définir une base de l'ensemble W des vecteurs de l'espace ; - donner les coordonnées d'un vecteur de W relativement à une base. - définir un repère de l'ensemble $\mathscr{E}$ des points de l'espace. - repérer un point de l'espace à l'aide de ses coordonnées relativement à un repère.
2. Barycentre de n points pondérés, ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$)	Faire - définir le barycentre de deux points pondérés et le construire dans l'espace - définir le barycentre de plus de deux points pondérés et le construire dans l'espace - utiliser les propriétés d'homogénéité et de barycentres partiels dans l'espace
3.Représentations paramétriques d'une droite, d'un plan dans l'espace.	Faire - déterminer une représentation paramétrique d'une droite dans l'espace - déterminer une représentation paramétrique d'un plan dans l'espace.
4Equation cartésienne d'un plan Système d'équations cartésiennes d'une droite.	Faire - déterminer une équation cartésienne d'un plan de l'espace - déterminer un système d'équations cartésiennes d'une droite de l'espace
5 Le produit scalaire	Faire - étendre à l'espace, la définition et les propriétés du produit scalaire de deux vecteurs du plan. - définir deux vecteurs orthogonaux. - définir un vecteur normal à un plan : *Définition : On appelle vecteur normal à un plan, tout vecteur directeur d'une droite perpendiculaire à ce plan.* Faire démontrer les propriétés suivantes : ➢ Deux droites sont orthogonales si et seulement si un vecteur directeur de l'une est orthogonal à un vecteur directeur de l'autre ➢ Deux droites sont parallèles si et seulement si un vecteur directeur de l'une est colinéaire à un vecteur directeur de l'autre. ➢ Une droite est parallèle à un plan si et seulement si un vecteur directeur de la droite est colinéaire à un vecteur normal de ce plan.

6<u>Produit vectoriel</u>	➢ Deux plans sont perpendiculaires si et seulement si un vecteur normal à l'un est orthogonal à un vecteur normal à l'autre plan. ➢ Deux plans sont parallèles si et seulement si un vecteur normal à l'un est colinéaire à un vecteur normal à l'autre plan. Faire utiliser ces propriétés Faire - déterminer une équation cartésienne d'un plan connaissant un point et un vecteur normal à ce plan. - déterminer la distance d'un point à une droite. - déterminer la distance d'un point à un plan. Faire - définir une base orthonormée directe de W - définir un repère orthonormé direct de l'espace $\mathscr{E}$. - définir le produit vectoriel de deux vecteurs. Faire - admettre les propriétés suivantes : Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, et $\vec{w}$ de W et pour tout nombre réel α on a : ➢ $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$ ➢ $(\alpha\vec{u}) \wedge \vec{v} = \alpha(\vec{u} \wedge \vec{v})$ ➢ $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$ ➢ $(\vec{u} + \vec{v}) \wedge \vec{w} = (\vec{u} \wedge \vec{w}) + (\vec{v} \wedge \vec{w})$ - démontrer les propriétés suivantes : ➢ Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, et $\vec{w}$ de W ($\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires) $\Leftrightarrow$ ($\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$) ➢ Pour tous points A, B et C de l'espace ε, (A, B et C sont alignés) $\Leftrightarrow$ ($\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{0}$) ➢ Pour tous points A, B et C non alignés de l'espace, $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est un vecteur normal au plan (ABC). ➢ Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ de W, ($\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires) $\Leftrightarrow \vec{u} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{w}) = 0$ ➢ Pour tous points A, B, C et D de l'espace $\mathscr{E}$ (A, B, C et D sont coplanaires) $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD}) = 0$ Faire utiliser ces propriétés Faire démontrer les propriétés suivantes : 1. Si $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est une base orthonormée directe de W alors $\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$; $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$; $\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$ 2. Dans l'ensemble W muni d'une base orthonormée directe, si les vecteurs $\vec{u}$, et $\vec{v}$ ont respectivement pour coordonnées (x, y, z) et (x', y', z') alors le vecteur $\vec{u} \wedge \vec{v}$ a pour coordonnées : (yz'-zy' ; zx'-xz' ; xy'- yx') Faire utiliser ces propriétés. Faire utiliser le produit vectoriel pour : ➢ calculer la distance d'un point à une droite ➢ calculer la distance d'un point à un plan ➢ calculer l'aire d'un triangle ➢ calculer le volume d'un tétraèdre ➢ établir une équation cartésienne d'un plan

SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 2 : Organisation des données

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1*Compétences*

a) Les compétences disciplinaires:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- Résoudre une situation-problème *;*
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

- Système d'équations linéaires
  - Généralités
  - Résolution d'un système d'équations linéaires par la méthode du pivot de Gauss
- Nombres complexes
  - Forme algébrique
  - Ensemble des nombres complexes
  - Représentation géométrique
  - Forme trigonométrique
  - Forme exponentielle
  - Application des nombres complexes à la trigonométrie
  - Equations du second degré dans $\mathbb{C}$
  - Racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un nombre complexe
- Probabilités
  - Probabilité d'un événement
  - Probabilité conditionnelle – Evénements indépendants
  - Variable aléatoire réelle
  - Loi binomiale
- Limites et continuité
  - Limite infinie

- Limite de la composée de deux fonctions
- Limite de la somme d'une fonction bornée et d'une fonction tendant vers l'infini

- Prolongement par continuité
- Opérations sur les fonctions continues sur un intervalle
- Image d'un intervalle par une fonction continue
- Fonction continue et strictement monotone sur un intervalle

• Dérivation – Etude de fonctions
- Dérivation d'ordre n, n Є IN*-{1}
- Développement limité d'ordre 3 au voisinage de zéro
- Dérivation de la composée de deux fonctions
- Inégalité des accroissements finis
- Dérivation de la bijection réciproque d'une fonction dérivable et strictement monotone sur un intervalle
- Etude de la fonction $x \mapsto \sqrt[n]{x}, \quad n \in IN^* - \{1\}$
- Etude de la fonction

  $x \mapsto x^r, \quad r \in \mathbb{Q}$, n Є IR_+
- Etude de fonctions trigonométriques

• Primitives
- Notion de primitive
- Propriétés
- Poursuivre l'étude des primitives entamée en 1ère D

• Fonction logarithme népérien
- Définition
- Propriétés
- Etude
- Dérivées logarithmiques
- Quelques limites remarquables

• Fonction exponentielle népérienne
- Définition
- Propriétés
- Etude
- Dérivée
- Quelques limites remarquables

• Fonctions exponentielles - Fonctions puissances
- Définitions
- Propriétés
- Etude

• Calcul intégral

- Définition
- Propriétés
- Calcul d'intégrales
- Valeur approchée d'une intégrale
- Applications du calcul intégral

• Equations différentielles
- Généralités
- Equations de types ay' + by = 0 ; $ay' + by = f(x)$; $y' = f(x)$
- Equations de types ay'' + by' + cy = 0 ; $ay'' + by' + cy = f(x)$; $y'' = g(x)$

- Statistiques
  - Séries statistiques à deux variables
  - Ajustement linéaire
  - Corrélation linéaire
- Suites numériques
  - Raisonnement par récurrence
  - Suites convergentes : définition et propriétés
  - Suites divergentes
  - Suites n $\mapsto a^n$ et n $\mapsto n^\alpha$ (croissances comparées)
  - Suites récurrentes

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage :* *Résolution de problèmes.*

1.2 Durée : *90 heures*

1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : *objets familiers*

2. DÉROULEMENT

2.0. Situation de départ :

Les nombres dans le Fâ.

Dansou est un brillant élève de terminale D. Cependant, à l'approche de son examen du baccalauréat prévu pour le 18 juin 2007, sa maman lui demandede consulter le fâ, comme il est de coutumedans la famille à l'occasion des événements importants. Il se rend le 14 mars 2007 chez Gouton, un devin du Fâ. Pour réaliser la consultation, Gouton utilise quatre cauris dont lesdos sont rognés. Après les rituels d'usage, il jette les quatre cauris surla surface préparée pour la circonstance. Il obtient trois cauris fermés et un ouvert.

Il reprend l'opération et obtient les quatre cauris fermés. Alors il annonce à Dansouqu'il lui faut faire beaucoup de sacrifices avant d'obtenir le baccalauréat. Il lui demande si le marché de Tokpa qui a une périodicité de 4 jours s'animera l'un des trois jours que durera la composition du bac et quel est, le cas échéant, le jour de la semaine quicorrespondra à ce marché.

Entre autres sacrifices, il lui demande de disposer de 1069citrons qu'il amènera au marché d'Adjarra, conditionnés de la façon suivante :

_ avec sept citrons, il constitueun tas.

_ avec sept tas, il constitue un filet.

_ avec sept filets, il constitue un panier.

Dansou, pris de peur, décide d'aller consulter Adandé, un autre devin du Fâ. Adandé utilise également quatre cauris comme Gouton, après les rituels d'usage. Adandé jette ses quatre cauris une première fois. Il obtient deux cauris ouverts et deux cauris fermés. Il jette une deuxième fois les quatre cauris et en obtient trois ouverts et un fermé. Il dit alors à Dansou qu'au vu des signes obtenus, ilréussira son baccalauréatavec une très bonne mention.Dansou se pose alors plusieurs questions.

<u>Tâche</u>: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A. , à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;
- mathématiser chacun des problèmes posés;
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage L'élève :	**Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)**	**Contenus de formation**
Exprime sa perception du problème posé -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. -indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.** -*f*ormule le problème posé en langage	Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du *travail individuel* elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ; - *reprécise* au besoin la tâche à	

mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes tableaux manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -*o*rdonne ses idées ; -*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifier l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les	réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; -*ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;* -*exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; *-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*. -*commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : -*circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; -*s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; -*intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; *-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;* -*achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du travail	

résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	

2.3 Retour et projection

2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. **2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/Enrichissement** - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. **2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :** - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	-invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production -invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire :* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°2 : Organisation des données

Durée : 90 *heures.*

Contenus notionnels	Indications Pédagogiques
1- Système d'équations linéaires	Faire : - résoudre un système d'équations linéaires à n inconnues ($n \geq 3$) par la méthode du Pivot de Gauss. - résoudre un problème se ramenant à un système d'équations linéaires à plusieurs inconnues.
2- Nombres complexes	Faire - définir un nombre complexe par sa forme algébrique : *Soit a et b deux nombres réels* ** z= a + ib, avec i² = -1 est un nombre complexe* ** l'écriture a + ib est appelée forme algébrique de z,* ** le nombre réel a est appelé partie réelle de z et noté Re(z)* ** le nombre réel b est appelé partie imaginaire de z et noté Im(z) ;* ** si b =0 alors z = a ; z est un nombre réel.* ** si a = 0, alors z = ib, le nombre complexe z est dit imaginaire.* ** si a = 0 et b ≠ 0 alors z = ib ; le nombre complexe z est dit imaginaire pur.* *L'ensemble des imaginaires purs est noté iR*.* Faire - admettre la propriété : Soit z et z' deux nombres complexes. On a : z = z' si et seulement si : Re (z) = Re (z') et Im(z) = Im(z') - démontrer la propriété z = 0 si et seulement si Re(z) = 0 et Im(z) =0 - utiliser ces propriétés. - définir la somme de deux nombres complexes - calculer la somme de deux nombres complexes - définir le produit de deux nombres complexes - calculer le produit de deux nombres complexes - définir l'inverse d'un nombre complexe non nul - calculer l'inverse d'un nombre complexe non nul - démontrer la propriété : Soit z et z' deux nombres complexes. On a : (zz' =0) si et seulement si (z = 0 ou z' =0) - utiliser cette propriété - énoncer la propriété : Pour tous nombres complexes non nuls u et v et pour tout entier naturel non nul n : $(u + v)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k u^{n-k} v^k$ - utiliser cette propriété - représenter géométriquement par un point ou par un vecteur un nombre

complexe ;
- définir le conjugué d'un nombre complexe ;
- démontrer les propriétés :

Soit z et z' deux nombres complexes et n un entier relatif :

* z= a+ib ; a et b réels alors on a :
  - $z\bar{z} = a^2 + b^2$
  - $z + \bar{z} = 2a = 2 \text{ Re }(z)$
  - $z - \bar{z} = 2ib = 2i \text{ Im }(z)$

* (z est réel) si et seulement si $(\bar{z} = z)$
* (z est imaginaire pur) $\Leftrightarrow$ ($\bar{z} = -z$ et $z \neq 0$)
* $\bar{\bar{z}} = z$
* $\overline{-z} = -\bar{z}$
* $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$
* $\overline{zz'} = \bar{z}\bar{z'}$
* $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}$
* $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}} (z' \neq 0)$
* $\overline{z^n} = \left(\bar{z}\right)^n (z \neq 0)$

- utiliser ces propriétés
- définir le module d'un nombre complexe
- calculer le module d'un nombre complexe
- interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe

Le plan complexe étant rapporté un repère orthonormé d'origine O, pour tout point M d'affixe z on a OM = $|z|$
Pour deux points M et M' d'affixes respectives z et z' on a : MM' $= |z' - z|$
Faire démontrer les propriétés suivantes :
Soit z et z' deux nombres complexes et n un entier relatif. On a :

* $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
* $|\bar{z}| = |z| = |-z|$
* $|zz'| = |z|\,|z'|$
* $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|} \; (z \neq o)$
* $|z^n| = |z|^n \; (z \neq o)$
* $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|} (z' \neq 0)$
* $|z+z'| \leq |z| + |z'|$

Faire
- utiliser ces propriétés
- définir la forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul.
- écrire sous forme trigonométrique un nombre complexe non nul.
- démontrer les propriétés

Soit z et z' deux nombres complexes non nuls et n un entier relatif.
- z = z' si et seulement si $|z| = |z'|$ et $\arg z = \arg z' + 2k\pi$; k϶z

	• arg (-z) = π + argz + 2 kπ, kϵZ • arg (zz’) = argz + arg (z’) + 2 kπ, kϵZ • $\arg(\bar{z}) = -\arg z + 2k\pi$, k ϵZ • $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg z + 2k\pi$, k ϵ Z • $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg z - \arg z' + 2k\pi$, k ϵZ • arg ($z^n$) = n arg z + 2k$\pi$, k ϵZ Pour tout nombre réel α et pour tout entier relatif n, on a : $(\cos\alpha + i\sin\alpha)^n = \cos n\alpha + i\sin n\alpha$ *Cette égalité est appelée formule de Moivre.* - utiliser ces propriétés - définir la forme exponentielle d’un nombre complexe non nul - écrire la forme exponentielle d’un nombre complexe non nul - démontrer les propriétés suivantes : Soit z et z’ deux nombres complexes non nuls tels que z = $re^{i\theta}$ et z’ = $r'e^{i\theta'}$ avec α et α’ des nombres réels r > 0, r’ > 0. Soit n un entier relatif, on a : • $zz' = rr'e^{i(\alpha + \alpha')}$ • $-z = re^{i(\pi + \alpha)}$ • $\frac{1}{z} = \frac{1}{r}e^{-i\alpha}$ • $\bar{z} = re^{-i\alpha}$ • $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'}e^{i(\alpha - \alpha')}$ • $z^n = r^n e^{in\alpha}$ * $\cos\alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}$; $\sin\alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}$ *Ces égalités sont appelées formules d’Euler* - utiliser ces propriétés - linéariser un polynôme trigonométrique - définir les racines carrées d’un nombre complexe non nul ; - déterminer les racines carrées d’un nombre complexe non nul - définir les racines n-ièmes d’un nombre complexe non nul, avec n ≥ 3 ; - admettre la propriété suivante : Soit $re^{i\alpha}$ un nombre complexe non nul (r > 0) et n un entier naturel n ≥ 2 $re^{i\alpha}$ admet n racines n-ièmes z_k telles que $z_k = \sqrt[n]{r}\ e^{i\left(\frac{\alpha}{n}; \frac{2k\pi}{n}\right)}$; $k \in \{0;1;2;........n-1\}$ *Pour n ≥ 3 les points images de ces racines n-ièmes sont les sommets d’un polygone régulier à n côtés inscriptible dans le cercle de centre O et de rayon* $\sqrt[n]{r}$

O désigne l’origine du repère choisi dans le plan complexe.

Faire

- utiliser cette propriété
- résoudre dans $\mathbb{C}$ des équations du 2nd degré
- résoudre dans $\mathbb{C}$ des équations se ramenant à des équations du second degré

Si P(z) est un polynôme de degré n, ($n \geq 3$) et z_0 est une racine de P(z) alors il existe un polynôme Q(z) de degré (n-1) tel que $P(z) = (z-z_0)\,Q(z)$

- utiliser les nombres complexes pour préciser la nature de certaines configurations planes.

Le plan est muni d’un repère orthonormé direct (O, I, J).

* A et B étant deux points distincts du plan

mes$\left(\widehat{\overrightarrow{OI}\quad\overrightarrow{AB}}\right)$= arg $(z_B - z_A) + 2k\pi$, k ∈Z

*A, B, C et D sont quatre points du plan tels que A ≠ B et C ≠ D

mes$\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\quad\overrightarrow{DC}}\right)$= arg $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A} + 2k\pi$, k ∈Z

* Trois points distincts A, B et C sont alignés si et seulement si $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in$ R*

* A, B, C et D étant quatre points distincts du plan (AB) $\perp$ (CD) si et seulement si $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \in$ iR*

- utiliser les nombres complexes pour déterminer des lieux géométriques

3- Limites et continuité

Faire

- admettre les propriétés

  Soient f et g deux fonctions numériques et a un nombre réel ou $+\infty$ ou $-\infty$

* si $\lim_{a} f = +\infty$ et $\lim_{a} g = +\infty$ alors $\lim_{a} (f \times g) = +\infty$; $\lim_{a} (f + g) = +\infty$
* si $\lim_{a} f = -\infty$ et $\lim_{a} g = -\infty$ alors $\lim_{a} (f \times g) = +\infty$; $\lim_{a} g\,(f + g) = -\infty$
* si $\lim_{a} f = +\infty$ et $\lim_{a} g = -\infty$ alors$\lim_{a} (f \times g) = -\infty$; $\lim_{a} (f - g) = +\infty$

- utiliser ces propriétés
- démontrer la propriété

gof étant la composée d’une fonction f par une fonction g, a un élément ou une borne d’un intervalle sur lequel gof est définie, si

$\lim_{a} f = b$ et $\lim_{b} g = l$ alors $\lim_{a} gof = l$

a, b et l sont des nombres réels ou $+\infty$ ou $-\infty$

- utiliser cette propriété
- calculer la limite de la somme d’une fonction minorée et d’une fonction tendant vers $(-\infty)$
- admettre les propriétés :

Soit f une fonction croissante sur $]a,b[$ (a∈IR, b ∈IR tels que a < b)

* si f est majorée sur $]a,b[$, alors f admet une limite finie à gauche de b
* si f est non majorée sur $]a,b[$, alors f a pour limite $(+\infty)$ à gauche en b ;
* si f est minorée sur $]a,b[$, alors f admet une limite finie à droite en a

* si f est non minorée sur $]a,b[$, alors f a pour limite ($-\infty$) à droite en a

- utiliser ces propriétés
- définir le prolongement par continuité en un point
- admettre les propriétés relatives à la continuité d'une fonction sur un intervalle : cas de la somme, du produit, du quotient et de la composée de deux fonctions continues
- utiliser ces propriétés
- admettre les propriétés

* Si f est une fonction continue sur un intervalle J alors f(J) est un intervalle ;
* Si f est une fonction continue sur [a, b] ($a \in IR$, $b \in IR$ tels que $a < b$), alors il existe deux nombres réels m et M ($m \leq M$) tels que f([a, b]) = [m, M]

- utiliser ces propriétés
- démontrer le théorème des valeurs intermédiaires
- utiliser ce théorème
- démontrer les propriétés :

Soit f une fonction continue sur un intervalle K ;
* S'il existe deux éléments a et b (a< b) de K tels que f(a) et f(b) sont des signes contraires, alors l'équation f(x) = 0 dans K admet au moins une solution appartenant à $]a,b[$;
* Si f ne s'annule pas sur K, alors f garde un signe constant sur K.

- utiliser ces propriétés
- admettre la propriété suivante :

Soit a et b deux nombres réels tels que a < b
Si f est continue sur [a, b] alors le sens de variation de f sur [a, b] est celui de f sur $]a,b[$
S*i f est continue sur un intervalle du type* $]-\infty,b[$ *;* $[a,+\infty[$ *,* $]a,b]$ *ou* $[a,b[$ *alors on obtient un résultat analogue sur cet intervalle*

- utiliser cette propriété
- admettre la propriété

a et b sont des éléments de $IR \cup \{-\infty;+\infty\}$ tels que a < b, f est une fonction admettant une limite à droite en a et une limite à gauche en b.
* si f est continue et strictement croissante sur [a, b] alors f(([a, b]) = [f(a) ; f(b)]
* si f est continue et strictement décroissante sur [a, b] alors f([a,b]) = [f(b) ; f(a)]
* si f est continue et strictement décroissante sur $]a,b[$

alors f ($]a,b[$) = $\left]\lim_{x \to a} f(x), \lim_{x \to b} f(x)\right[$

><
si f est continue et strictement décroissante sur $]a,b[$

alors f ($]a,b[$) = $\left]\lim_{x \to b} f(a); \lim_{x \to a} f(x)\right[$

<>

- utiliser cette propriété
- admettre la propriété

a et b sont des nombres réels tels que a < b, f une fonction continue sur [a ; b], (E) l'équation f(x) = 0.
* Si f(a) et f(b) sont de signes contraires alors l'équation (E) admet au moins une solution dans [a ; b] ;

* Si de plus f est strictement monotone sur [a ; b] alors l'équation (E) admet une unique solution dans [a ; b]

- Utiliser cette propriété
- Démontrer la propriété

K est un intervalle non vide, f une fonction numérique définie sur K, g une fonction définie de K dans f(K) telle que, pour tout x élément de K, g(x) = f(x) ;

si f est continue et strictement monotone sur K alors g est bijective et g^{-1} est continue et strictement monotone sur f(K) et g^{-1} varie dans le même sens que g.

(Dans ce cas, f réalise une bijection de K sur f(K))

(La continuité de g^{-1} sera admise)

- utiliser cette propriété ;
- définir la fonction racine n-ième, n ∈IN*-{1}

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

la fonction racine n-ième est la bijection réciproque de la fonction $\begin{array}{rcl} IR_+ & \rightarrow & IR_+ \\ x & \mapsto & x^n \end{array}$

** l'image de tout nombre réel positif par la fonction racine n-ième est notée* $\sqrt[n]{x}$ *ou* $x^{\frac{1}{n}}$ *pour n > 2 ;* $\sqrt{x}$ *ou* $x^{\frac{1}{2}}$ *pour n = 2 ;*

** On a* $\begin{cases} x \in IR_+ \\ y = \sqrt[n]{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \in IR_+ \\ x = y^n \end{cases}$

** On a*

$\forall\, x \in IR_+ ;\ \left(\sqrt[n]{x}\right)^n = \sqrt[n]{x^n} = x$

- calculer la racine nième d'un nombre réel positif ;
- définir une puissance d'exposant rationnel d'un nombre réel strictement positif

Soit p ϵ Z ; q ∈IN* et x ∈IR_+*. On appelle puissance d'exposant $\frac{p}{q}$ de x et on note $x^{\frac{p}{q}}$ le nombre défini par $x^{\frac{p}{q}} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$

L'égalité ci-dessus peut s'écrire $x^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{x^p}$

- calculer la puissance d'exposant rationnel d'un nombre réel strictement positif ;
- **admettre les propriétés** :

Soit r et r' deux nombres rationnels non nuls, x et y deux nombres réels strictement positifs

* $x^r \times y^r = (xy)^r$
* $(x^r)^{r'} = x^{r \times r'}$
* $\frac{x^r}{y^r} = \left(\frac{x}{y}\right)^r$
* $x^r \times x^{r'} = x^{r+r'}$

- utiliser ces propriétés.

Faire :

- admettre la propriété :

4- Dérivabilité – Etude de fonctions	f est une fonction définie sur un intervalle K contenant x_0. Les propriétés suivantes sont équivalentes : * la fonction h $\mapsto \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ admet une limite finie l en 0 ; * il existe un nombre réel l et une fonction φ définie sur un intervalle I contenant 0 tels que $f(x_0+h) = f(x_0) + lh + h\,\varphi(h)$, $(x_0+h) \in K$ et $\lim\limits_{h \to 0} \varphi(h) = 0$ * f est dérivable en x_0 et $f'(x_0) = l$; - utiliser cette propriété ; - définir la dérivabilité à gauche, respectivement à droite en x_0; - définir un point anguleux : *$\mathcal{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f. M_0 est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse x_0. M_0 est un point anguleux lorsque $\mathcal{C}$ admet en M_0 deux demi-tangentes de supports distincts. C'est le cas par exemple lorsque $f_g'(x_0)$ et $f_d'(x_0)$ existent et sont différents.* - démontrer la propriété : f est une fonction définie sur un intervalle K contenant x_0. f est dérivable en x_0 si et seulement si f est dérivable à gauche en x_0, dérivable à droite en x_0 et $f_g'(x_0) = f_d'(x_0)$ - utiliser cette propriété - admettre la propriété f est une fonction définie et continue sur un intervalle K contenant x_0. Lorsque la limite à droite ou la limite à gauche en x_o de la fonction x $\mapsto \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ est infinie, la représentation graphique $\mathcal{C}$ de f admet une demi-tangente verticale au point $M_o(x_0, f(x_0))$; *On déterminera cette demi-tangente*; - utiliser cette propriété - définir la fonction dérivée d'ordre n (n ∈ IN*) d'une fonction n fois dérivable ; on note f'' ou $\frac{d^2 f}{dx^2}$ la fonction dérivée seconde *de f*, x étant la variable et d'une manière générale $\frac{d^n f}{dx^n}$ la fonction dérivée d'ordre n de f. - définir le développement limité d'ordre n d'une fonction dérivée au voisinage de 0, n ∈ {1, 2, 3} ; *Réinvestir cette notion à l'occasion de l'étude des fonctions au programme,* - admettre et énoncer la propriété : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, g une fonction dérivable sur un intervalle contenant f(K). Alors la fonction *gof* est dérivable sur K et on a : $(gof)' = f' \times g'of$; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Soit f une fonction numérique dérivable, strictement monotone sur un intervalle K, telle que : $\forall x \in K, f'(x) \neq 0$. Soit φ l'application définie de K dans f(K) par φ (x) = f (x). φ est bijective et sa réciproque φ^{-1} est dérivable sur f (K) et $(\varphi^{-1})' = \frac{1}{\varphi' o \varphi^{-1}}$;

	Lorsque f est dérivable sur K, l'ensemble de dérivabilité de φ^{-1} est $\{x \in f(K)$, $f'(\varphi^{-1}(x)) \neq 0\}$ - utiliser cette propriété - démontrer la propriété soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K (a < b). S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de [a, b], $m \leq f'(x) \leq M$, alors $m(b-a) \leq f(b) - f(b) \leq M(b-a)$. Ce sont les inégalités des accroissements finis. - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K (a<b). S'il existe un nombre réel M tel que pour tout x de l'intervalle [a, b], $\|f'(x)\| \leq M$, alors $\|f(b)- f(a)\| \leq M\,\|b-a\|$; - utiliser cette propriété ; - étudier les fonctions irrationnelles, *Ce sera l'occasion pour introduire la notion de branche infinie* - étudier la fonction $f : IR \to IR,\ x \to \sqrt[n]{x}$ $n \in IN^* - \{1\}$ - étudier la fonction $g : IR^*_+ \to IR$ $x \mapsto x^r$ $r \in Q$. - étudier les fonctions trigonométriques *On commencera par les fonctions circulaires puis élargir le champ d'étude.*
5- Primitives	Faire - définir une primitive de fonction continue sur un intervalle ; - admettre la propriété : Toute fonction continue sur un intervalle K admet une primitive sur K ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Soit f une fonction admettant une primitive particulière F sur un intervalle K. Alors, pour toute constante réelle C, la fonction $x \mapsto F(x) + C$ est une primitive de f sur K et, toute primitive de f sur K, est de la forme $x \mapsto F(x) + C$ - utiliser cette propriété ; - démonter la propriété f est une fonction continue sur un intervalle K, x_0 un nombre réel de K et y_0 un nombre réel. Il existe une et une seule primitive de la fonction f sur K qui prend la valeur y_0 en x_0. - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété ; Si F et G sont des primitives respectives des fonctions f et g sur un intervalle K alors, pour tous nombres réels a et b, la fonction (aF+bG) est une primitive de la fonction af+bg ; - déterminer les primitives des fonctions usuelles - démontrer les propriétés : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, f' sa dérivée et n un nombre entier naturel non nul : * La fonction $\frac{1}{n+1} f^{n+1}$ est une primitive sur K de la fonction $f^n.f^n$;

	* Si f ne s'annule pas sur K, alors la fonction $\frac{1}{1-n} f^{1-n}$ est une primitive sur K de la fonction $\frac{f'}{f^n}$, $n \neq 1$ * Si f est strictement positive sur K, alors la fonction $\sqrt{f}$ est une primitive sur K de la fonction $\frac{f'}{2\sqrt{f}}$ - utiliser ces propriétés ; - démontrer la propriété : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, f' sa dérivée, g une fonction dérivable sur L avec f(K) ⊂ L. La fonction *gof* est une primitive sur K de la fonction *(g'of)xf'* - utiliser cette propriété.
6- Fonction logarithme népérien	Faire : - définir la fonction logarithme népérien ; la fonction logarithme népérien notée ln est la primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]0;+\infty[$ qui s'annule en 1 ; - démontrer la propriété fondamentale : Pour tous nombres réels strictement positifs x et y, ln(x ×y) = ln x + lny ; - utiliser cette propriété - démontrer les propriétés : Pour tous x et y éléments de $]0;+\infty[$, pour tout r élément de Q, $*\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x$; $* \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$; * ln (x^r) = rlnx - utiliser ces propriétés - admettre la propriété : $\lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$ - démontrer les propriétés : $\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right) = 0$ - utiliser ces propriétés - dresser le tableau de variation de la fonction ln ; - démontrer la propriété La fonction logarithme népérien est bijective *L'antécédent de 1 par ln est noté e (e ≈2, 71828)* - représenter graphiquement la fonction ln ; - démontrer les propriétés : Pour tous nombres réels strictement positifs a et b, * (a < b) ⇔ $(\ln a \prec \ln b)$

	* (a = b) $\Leftrightarrow$ (lna = lnb) - utiliser ces propriétés ; - démontrer les propriétés : * Si µ est une fonction strictement positive et dérivable sur un intervalle I, alors lnoµ est dérivable sur I et on a : $\forall x \in$ I, (lnoµ)' (x) = $\dfrac{\mu'(x)}{\mu(x)}$ * Si µ est une fonction dérivable sur un intervalle I sur lequel elle ne s'annule pas, alors lno|µ| est dérivable sur I et on a : $\forall x \in$ I, (lno|µ|)' (x) = $\dfrac{\mu'(x)}{\mu(x)}$ - utiliser ces propriétés ; - démontrer la propriété : Si µ est une fonction dérivable sur un intervalle I sur lequel elle ne s'annule pas, alors la fonction lno |µ| est une primitive sur I de la fonction $\dfrac{\mu'}{\mu}$; - utiliser cette propriété - démontrer les propriétés : * $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x-1} = 1$ * $\lim\limits_{x \to 0^+} (x^r \ln x) = 0$ avec $r \in Q_+^*$ * $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1$ - utiliser ces propriétés ; - étudier la fonction logarithme décimal.

7. Fonction exponentielle népérienne	Faire : - définir la fonction exponentielle népérienne, - démontrer les propriétés • Pour tout x élément de IR, exp(x) > 0 ; • Pour tout x élément de IR^*_+, exp(lnx) = x ; • Pour tout x élément de IR, ln [exp(x)] = x • La fonction exp est une bijection de IR sur IR_+^*. Elle est strictement croissante sur IR . • Pour tout r élément de Q, [r = ln(e^r) $\Leftrightarrow$ exp (r) = e^r] ; • Pour tout nombres réels a et b, on a : $e^a = e^b$ si, et seulement si a = b ; $e^a < e^b$ si, et seulement si a < b • Pour tous nombres réels a et b et pour tout nombre rationnel r, on a : * $e^{a+b} = e^a \times e^b$ * $e^{-b} = \frac{1}{e^b}$ * $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$ * $e^{ra} = (e^a)^r$ - utiliser ces propriétés ; - démontrer les propriétés * La fonction exp est dérivable sur IR et elle est égale à sa dérivée. * Si u est une fonction dérivable sur un intervalle K, alors la fonction exp$\circ$u est dérivable sur K et l'on a : $\forall x \in K$, (exp ou)'(x) = u'(x)×(exp$\circ$u) (x) * Si µ est une fonction dérivable sur un intervalle K, alors la fonction exp$\circ$ µ est une primitive sur K de la fonction u' × exp$\circ$u ; - utiliser ces propriétés - démontrer la propriété : Si u est une fonction dérivable sur un intervalle K, alors la fonction expµ est une primitive sur K de la fonction ces propriétés - utiliser cette propriété - démontrer les propriétés : $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ * $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{\ln x} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} x\ e^x = 0$; $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ - utiliser ces propriétés ; - représenter graphiquement la fonction exp.
8- Fonctions exponentielles Fonctions puissances	Faire : - définir la puissance d'exposant réel d'un nombre réel strictement positif ; *a étant un nombre réel strictement positif et d'un nombre réel quelconque, on appelle puissance de a d'exposant α le nombre réel, noté a^α , défini par : a^α =*

	$e^{\alpha \ln a}$ *; a^{α} se lit a exposant* α . - démontrer les propriétés : * Pour tout nombre réel strictement positif a, pour tout nombre réel α, on : ln $a^{\alpha} = \alpha$ lna ; * Pour tous nombres réels strictement positifs a et b, pour tous nombres réels α et β, • $a^{\alpha} \times b^{d} = (a\,b)^{\alpha}$; • $a^{\alpha} \times a^{\beta} = a^{\alpha+\beta}$ • $\left(a^{\alpha}\right)\beta = a^{\alpha\beta}$; • $\frac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha}$ • $\frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}} = a^{\alpha-\beta}$ - Utiliser ces propriétés - Définir la fonction exponentielle de base a, a ϵ IR+ ; - Démontrer les propriétés a étant un nombre réel strictement positif, différent de 1, la fonction $\exp_a$ est une bijection de R sur R*+, elle est strictement monotone sur IR ; *Si 0 < a <1 alors $\exp_a$ est strictement décroissante dur IR ; *a étant un nombre réel strictement positif, différent de 1, α et β deux nombres réels : • $(a^{\alpha} = a^{\beta}) \Leftrightarrow (\alpha = \beta)$ • Si $0 \angle a \angle 1$, alors $\left[\left(a^{\alpha} \prec a^{\beta}\right)\right] \Leftrightarrow (\alpha \succ \beta)$; • Si $a \succ 1$ alors $\left[\left(a^{\alpha} \prec a^{\beta}\right)\right] \Leftrightarrow [(\alpha \prec \beta)]$; - utiliser ces propriétés ; - étudier et représenter la fonction $\exp_a$; - définir la fonction puissance d'exposant réel α ; *α étant un nombre réel, on appelle fonction puissance d'exposant α, l'application :* $f_{\alpha} : R^*_+ \to R^*_+$ $x \to x^{\alpha}$ $\forall x \in R^*_+ \quad f_{\alpha}(x) = x^{\alpha} = e^{\alpha \ln x}$ Démontrer et énoncer les propriétés : • α étant un nombre réel différent de 0 la fonction puissance d'exposant α, est une bijection strictement monotone de R^*_+ sur R^*_+ : *si $\alpha \prec 0$ alors f_{α} est strictement croissante sur R^*_+ ; *si $\alpha \succ 0$ alors f_{α} est strictement croissante sur R*+ ; • α est un nombre réel, différent de 0, a et b des nombres réels strictement positifs : *$a^{\alpha} = b^{\alpha} \Leftrightarrow a=b$ * si $\alpha \prec 0$ alors $\left(a^{\alpha} \prec b^{\alpha}\right) \Leftrightarrow (a \succ b)$; *si $\alpha \succ 0$ alors $\left(a^{\alpha} \prec b^{\alpha}\right) \Leftrightarrow (a \prec b)$; • α étant un nombre réel différent de 0 : *la fonction f_{α} : $R^*_+ \to R^*_+$,

$x \rightarrow x^{\alpha}$

est dérivable sur $\mathbb{R}^*_+$

$\forall x \in \mathbb{R}^*_+$, $f'_{\alpha}(x) = \alpha x^{\alpha-1}$;

- si g est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K alors la fonction g^{α} est dérivable sur K et on a :

$\forall x \in K$ $(g^{\alpha})' = \alpha g'(x)g^{\alpha-1}(x)$

* α étant un nombre réel différent de -1 :

- une primitive sur $]0, +\infty[$ de la fonction $x \rightarrow x^{\alpha}$ est la fonction $x \rightarrow \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1}$;
- si g est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K alors une primitive sur K de la fonction $g'g^{\alpha}$ est la fonction $\frac{1}{\alpha+1} g^{\alpha+1}$;
- utiliser ces propriétés :

- énoncer et démontrer les propriétés : soit $\alpha \in \mathbb{R}^*$

* si $\alpha \succ 0$ alors $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\alpha} = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} x^{\alpha} = +\infty$

- si $\alpha \prec 0$ alors $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\alpha} = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} x^{\alpha} = 0$

*$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^{\alpha}}{e^{x}} = 0$

- si $\alpha \succ 0$ alors $\lim\limits_{x \to ++\infty} \frac{\ln n}{x^{\alpha}} = 0$
- si $\alpha \succ 0$ alors $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\alpha} \ln x = 0$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} |x|^{\alpha} e^{x} = 0$

- utiliser ces propriétés

9- Calcul intégral

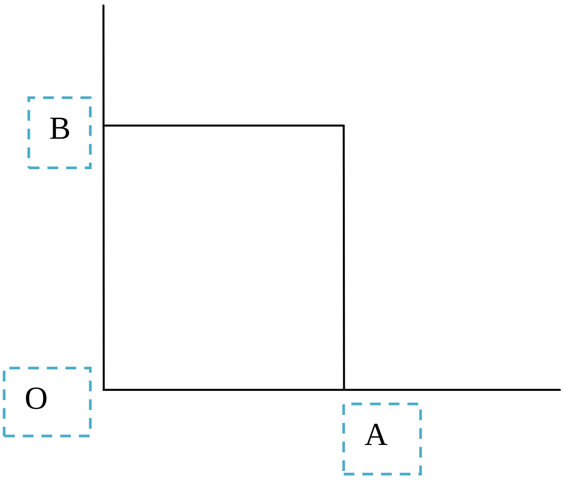
Faire :

- définir l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle ;

Soit f une fonction continue sur un intervalle K, a et b deux éléments de K. On appelle intégrale de a à b de f, le nombre réel F (b)-F (a), où F est une primitive de f sur K. On note : F (b)-F (a) = $\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b$

- admettre la propriété :

Si f est une fonction positive admettant une primitive sur un intervalle I et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal, le nombre $\int_a^b f(x)dx$ est l'aire, exprimée en unité d'aire du domaine limité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = a et x = b :



L'unité d'aire, notée u.a est l'aire du rectangle construit sur les côtés $[OA]$ et $[OB]$.

- démontrer et énoncer les propriétés :

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I

* $\forall a \in I$, $\forall b \in I$,
   - $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$
   - $\int_a^a f(x)dx = 0$;

* $\forall a \in I$, $\forall b \in I$, $\forall c \in I$,

$\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$ *(relation de Chasles)*

* $\forall a \in I$, $\forall b \in I$, $\forall \alpha \in R$
   - $\int_a^b (f+g)(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$
   - $\int_a^b \alpha f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx$.

* Si f est positive sur I alors on a:

$\forall a \in I$, $\forall b \in I$, $(a \prec b)$, $\int_a^b f(x)dx \geq 0$

* Si f est négative sur I alors on a :

$\forall a \in I$, $\forall b \in I$, $(a \leq b)$ $\int_a^b f(x)dx \leq 0$

*si f $\geq$g, alors on a : pour tous a, b éléments de I, (a$\leq$b) $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

* $\forall a \in I$, $\forall b \in I$ avec a $\leq$b, $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|dx$

* S'il existe un nombre réel M tel qu'on ait : pour tout x de [a, b], a$\in$ I, b$\in$ I, a<b, $\left|f(x)\right| \le M$ alors $\int_a^b \left|f(x)\right| dx \le M\left|b-a\right|$;

- utiliser ces propriétés
- démontrer les propriétés ;

Soit f une fonction continue sur un intervalle [a, b] avec (a<b), m et M des nombres réels :

* Si pour tout élément x de [a, b], m ≤ f(x) ≤ M, alors m $\le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \le M$ (*inégalité de la moyenne*)

* Il existe au moins un nombre réel c de l'intervalle [a, b] tel que f(c)= $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt.$

Le nombre $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt.$ est appelé la valeur moyenne de f sur [a, b]

- utiliser ces propriétés
- démontrer les propriétés :

  *Si f est une fonction paire et continue sur un intervalle contenant les nombres réel 0 et a alors

  - $\int_{-a}^0 f(x)dx = -\int_o^a f(x)dx;$
  - $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$

* Si f est une fonction impaire et continue sur un intervalle contenant les nombres réels 0 et a, alors :

- $\int_{-a}^0 f(x)dx = -\int_o^a f(x)dx;$
- $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$

* Si f est continue sur IR et périodique de période T alors on a : pour tout a élément de IR, $\int_a^{a+T} f(x)dx = \int_0^T f(x)dx;$

- utiliser ces propriétés
- démontrer la propriété

f et g sont deux fonctions dérivables sur un intervalle [a, b]. Si les fonctions dérivées f' et g' sont continues sur [a, b] alors

$\int_a^b f'(x)g(x)dx = \left[f(x)g(x)\right]_a^b - \int_a^b g'(x)f(x)dx$ *(c'est la formule d'intégration par parties).*

- utiliser cette propriété
- démontrer la propriété

f et g sont deux fonctions continues sur un intervalle [a, b] (a<b) telles que : $\forall x \in \left[a,b\right]$, f(x)≥ g(x).

l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (Cf) et Cg), représentations graphiques respectives des fonctions f et g, et les droites d'équations x = a et x = b est $\left(\int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)dx\right)u.a;$

- utiliser cette propriété
- utiliser la méthode du rectangle et celle du trapèze pour déterminer une valeur approcher d'une intégrale ;

10- Equations différentielles linéaires à efficients constants **11- Probabilités**	- admettre la propriété ; Le volume V de la partie d'un solide limitée par les plans P_a et P_b d'équations z = a et z = b (b>a) est déterminé (en unité de volume) par : V= $\int_a^b S(t)dt$, S(t) étant l'aire de la section du solide par le plan P+ d'équation z = t (a $\leq$ t $\leq$ b) et la fonction t$\mapsto$ S(t) continue sur [a, b]. L'espace étant muni d'un repère orthogonal (O, I, J, K), l'unité de volume, notée uv, est le volume du parallélépipède construit à partir des points O, I, J,K. - utiliser cette propriété - étudier les cas particuliers de : *Solides de révolution : cône droit de révolution, boule, cylindre. * Volume de la portion de l'espace engendrée par la révolution autour de l'axe des abscisses du domaine D limité par la courbe C d'une fonction positive, l'axe des abscisses et les droites d'équation x = a et x = b. Dans un repère orthonormé, si l'unité graphique sur l'axe des abscisses est $\alpha\, cm$ alors l'unité de volume est $\alpha^3 cm^3$ - démontrer la propriété Soit f une fonction continue sur un intervalle I contenant a. La fonction F définie sur I par F(x) = $\int_a^x f(t)dt$ est l'unique primitive de la fonction f qui prend la valeur o en a ; - utiliser cette propriété : - étudier une fonction numérique de la forme $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ où f est une fonction continue a, b et c sont des constantes réelles données avec a $\neq$ 0 Faire : - utiliser les notations et le vocabulaire relatifs aux équations différentielles : - résoudre des équations de types : * y' = f(x) où f est une fonction continue * y'' = g(x) où g est une fonction continue - résoudre les équations du type ay' + by = 0 ; - définir l'équation caractéristique de l'équation différentielle ay''+by'+cy = 0 - résoudre sous forme de travaux dirigés, des équations du type ay'+by = f(x) et ay''+by'+cy = g(x) où f et g sont des fonctions continues. Faire : - utiliser le vocabulaire des probabilités : épreuve, expérience aléatoire, univers, événement, événement élémentaire, événement certain,

	événement impossible, événements incompatibles, événement contraire d'un événement, éventualité, système complet d'événements, événement "A et B" événement "A ou B". - définir une probabilité : *Soit Ω l'univers associé à une expérience aléatoire. Une probabilité sur Ω est une application p de $\mathscr{P}(\Omega)$ vers [0, 1] qui, à tout événement A de Ω associe le nombre réel p(A) appelé probabilité de l'événement A et qui vérifie les conditions suivantes :* * $p(\Omega) = 1$ * *Si A et B sont deux événements incompatibles alors* $p(A\cup B)= p(A) + p(B)$ - démontrer les propriétés : Soit p une probabilité définie sur un univers Ω, A et B deux événements * $p(A) + p(\overline{A}) = 1$ * Si $A\subset B$ alors $p(A) \leq p(B)$ * $p(A\cup B) = p(A) + p(B)- p(A\cap B)$ * Si $A_1, A_2,\ldots\ldots,A_n$ ($n\geq2$) sont des événements deux à deux incompatibles, alors $p(\bigcup_{i=1}^{i=n} Ai) = \sum_{i=1}^{n} p(Ai)$ - utiliser ces propriétés - définir deux événements équiprobables pour une probabilité donnée ; - démontrer la propriété : Soit p une probabilité définie sur un univers fini non vide Ω. Si tous les événements élémentaires de Ω sont équiprobables, alors on a : pour tout événement A de Ω, $p(A) = \frac{cardA}{card\Omega}$ - utiliser cette propriété - définir la probabilité conditionnelle d'un événement A sachant qu'un événement B est réalisé ; - démontrer la propriété : Si A et B sont deux événements tels que $p(A) \neq 0$ et $p(B) \neq 0$ alors $p(A\cap B) = p_A(B) \times p(A) = p(B) \times p_B(A)$ *C'est la formule des probabilités composées pour deux événements* - utiliser cette propriété - démonter la propriété : Si $B_1, B_2\ldots ,B_n$ forment un système complet d'événements de l'univers Ω, alors on a : pour tout événement A de Ω, $p(A) = p(A\cap B_1) + p(A\cap B_2) + \ldots\ldots\ldots.+p(A\cap B_n)$. - utiliser cette propriété ; - définir deux événements indépendants : Soit p une probabilité définie sur un univers Ω et A et B deux événements. On dit que A et B sont indépendants si $p(A\cap B) = p(A) \times p(B)$. - démontrer la propriété : A et B sont deux événements tels que $p(A)\neq0$ et $p(B) \neq0$. Les propriétés suivantes sont équivalentes : * A et B sont deux événements indépendants * $p_B(A) = p(A)$ lorsque $p(B) \neq 0$ * $p_A(B) = p(B)$ lorsque $p(A) \neq 0$ *Deux événements de probabilités toutes non nulles sont indépendants si et seulement si la probabilité de l'un n'est pas modifiée par la réalisation ou la*

	non réalisation de l'autre. - utiliser cette propriété - démontrer la propriété : Deux événements A et B sont indépendants si et seulement si les événements A et $\overline{B}$ sont indépendants. - utiliser cette propriété - définir une variable aléatoire réelle ; - déterminer l'univers-image d'une variable aléatoire réelle - déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle - définir l'espérance mathématique d'une variable aléatoire réelle ; - calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire réelle ; - définir la variance d'une variable aléatoire réelle ; - calculer la variance d'une variable aléatoire réelle ; - définir l'écart-type d'une variable aléatoire réelle ; - calculer l'écart-type d'une variable aléatoire réelle ; - définir la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle : *Soit X une variable aléatoire réelle. On appelle fonction de répartition de X, l'application F définie de IR dans [0, 1] telle que :* $\forall t \in IR, \; F(t) = p(X \leq t)$ Faire - déterminer la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle ; - représenter graphiquement une fonction de répartition ; - définir une épreuve de Bernoulli ; - définir un schéma de Bernoulli ; - admettre la propriété : Soit un schéma de Bernoulli à n épreuves où pour chaque épreuve la probabilité d'obtenir le succès est p. La probabilité d'obtenir exactement k succès au cours de ces n épreuves est : $p_k = C_n^k \, p^k \, q^{n-k}$ où q = 1-p ; - utiliser cette propriété ; - calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire réelle qui suit une loi binominale de paramètres n et p. ($E(X) = n \times p$) - Calculer la variance d'une variable aléatoire réelle qui suit une loi binominale de paramètres n et p. ($V(X) = n \times p \times (1-p)$)
12- Suites numériques	***Les définitions de suites convergentes et de suites divergentes ont été données en classe de première.*** ***L'étude des suites récurrentes à deux termes est hors programme.*** Faire - démontrer par récurrence ; - admettre la propriété Soit (Un) et (Vn) deux suites. S'il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : pour tout entier $n \geq n_0$, $U_n \leq V_n$ et si $\lim_{n \to +\infty} U_n = l$, $\lim_{n \to +\infty} V_n = l'$ alors $l \leq l'$ - utiliser cette propriété ; - admettre la propriété ;

Soit (Un), (Vn) et (Wn) trois suites. S'il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : pour tout entier $n \geq n_0$,
$Vn \leq Un \leq Wn$ et si $\lim\limits_{n \to +\infty} Vn = \lim\limits_{n \to +\infty} Wn = l$, alors, $\lim\limits_{n \to +\infty} Un = l$

- utiliser cette propriété ;
- démontrer la propriété :

Soit (Un) et (Vn) deux suites.
S'il existe un nombre réel l et un entier naturel n_0 tel qu'on ait : pour tout entier $n \geq n_0$, $|Un - l| \leq Vn$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} Vn = 0$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} Un = l$;

- utiliser cette propriété ;
- admettre les propriétés ;

* Toute suite décroissante et minorée est convergente ;
* Toute suite croissante et majorée est convergente ;
* Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle I. Si (Un) converge vers un nombre réel a et si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ ($b \in IR$) alors $\lim\limits_{n \to +\infty} f(Un) = b$;

- utiliser ces propriétés
- admettre la propriété

Soit g une fonction continue sur un intervalle K. Soit (Un) une suite à valeurs dans K définie par la formule de récurrence $U_{n+1} = g(Un)$. Si (Un) converge vers α alors α est une solution de l'équation g(x) = x dans l'ensemble K ;

- utiliser cette propriété
- admettre les propriétés :

(Un) et (Vn) sont deux suites numériques.
* si $\lim\limits_{n \to +\infty} Vn = +\infty$ et si à partir d'un certain rang, $Un \geq Vn$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} Un = +\infty$
* Si $\lim\limits_{n \to +\infty} Vn = -\infty$ et si à partir d'un certain rang, $Un \leq Vn$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} Un = -\infty$

- utiliser ces propriétés ;
- admettre les propriétés

* Toute suite croissante et non majorée est divergente ;
* Toute suite décroissante et non minorée est divergente ;

- utiliser ces propriétés ;
- admettre la propriété ;

Soit $a \in IR_+^*$ et $\alpha \in IR_+$

* Si a > 1 alors $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{a^n}{n^\alpha} = +\infty$
* Si 0 < a < 1 alors $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{a^n}{n^\alpha}\right) = 0$

- utiliser cette propriété.

13- Statistique

Faire
- présenter un tableau linéaire à deux variables statistiques.

- interpréter un tableau linéaire à deux variables statistiques
- présenter un tableau à double entrée à deux variables statistiques
- lire un tableau à double entrée à deux variables statistiques
- définir l'effectif d'un couple de modalités
- déterminer l'effectif total à partir des effectifs marginaux
- définir la fréquence d'un couple de modalités
- déterminer les fréquences marginales
- définir un nuage de points
- représenter un nuage de points
- définir le point moyen d'un nuage de points
- déterminer le point moyen d'un nuage de points
- ajuster un nuage de points

Une première méthode d'ajustement aux données consiste à tracer la courbe que l'observateur estime être la plus proche des points du nuage. Cette méthode empirique est juste à signaler.
Une deuxième est celle des moyennes discontinues de Meyer. Elle consiste à répartir les observations en deux groupes de même effectif ou d'effectifs aussi voisins que possible. On détermine le point moyen des deux groupes. La droite, dite de Meyer, est celle passant par ces deux points.
Une troisième méthode est celle des moindres carrés.

Faire

- déterminer les équations des droites d'ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés.

  La droite dite de régression de Y en X est la droite d'équation $y=ax+b$, avec $a = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)}$ où cov(X,Y) est la covariance de (X,Y), V(X) la variance de X et $b = \bar{Y} - a\bar{X}$ où $(\bar{X},\ \bar{Y})$ désigne les coordonnées du point moyen G du nuage.

  Le point G appartient à la droite d'ajustement.

Faire

- utiliser la droite d'ajustement pour résoudre des problèmes
- comparer les résultats d'ajustement linéaire par la méthode graphique, la méthode de Meyer et la méthode des moindres carrés.

Il s'agit de résoudre un problème d'ajustement linéaire, de choisir une variable explicative et de calculer les variables expliquées par chacune de ces méthodes.

Faire définir le coefficient de corrélation linéaire
On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractère (X,Y), le nombre réel r défini par r= $\frac{Cov(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$ où cov(X,Y) est la covariance de (X,Y), $\sigma(X)$est l'écart-type de X et $\sigma(Y)$est l'écart-type de Y.

Faire

- mesurer l'intensité de la liaison entre les deux variables statistiques.

r étant le coefficient de corrélation linéaire, on a toujours $|r| \leq 1$.
Si $|r| = 1$, alors tous les points du nuage sont alignés. L'ajustement linéaire est alors dit parfait. Les résultats obtenus sont fiables.
Si $0{,}87 \leq |r| < 1$alors on dit qu'il y a une forte corrélation linéaire entre les variables. Les résultats obtenus sont encore fiables.
Si $|r| < 0{,}87$, alors on dit que la liaison est lâche. Les résultats obtenus ne sont pas fiables.
Si $|r|$ est voisin de 0, on dit qu'il y a indépendance linéaire statistique.

SITUATION D'APPRENTISSAGE N° 3 : Lieux géométriques dans le plan

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1*Compétences*

a) Les compétences disciplinaires:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- Résoudre une situation-problème *;*
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

- Application des nombres complexes aux transformations du plan
  - Ecriture complexe d'une transformation plane
  - Similitude plane directe

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 ***Stratégie objet d'apprentissage :****Résolution de problèmes.*

1.2 Durée :*12 heures*

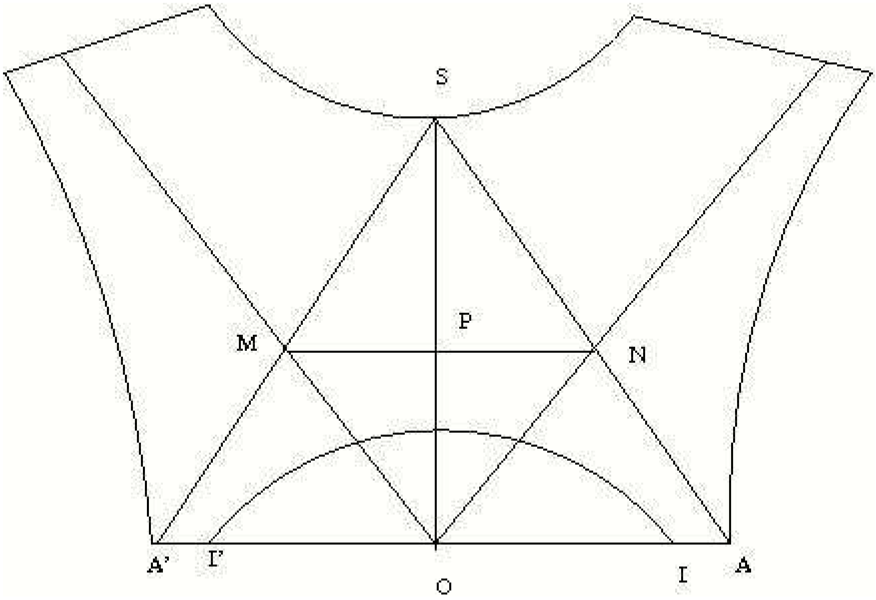
1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage :*Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel :objets familiers

2- <u>DEROULEMENT</u>

2.0*<u>Situation de départ</u>*.La coupe d'une tenue.

Codjo est un élève en classeterminale. Son frère aîné Adotévi, un étudiant, l'envoie chez son couturier pour la confection d'un gilet. Il dessine la coupe du gilet sur une feuille de papier et la lui remet avec le tissu. Impressionné, Codjo désire savoir les principes mathématiques ayant guidé son frère dans la réalisation de ce dessin.



<u>Tâche</u>: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A. , à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;
- mathématiser chacun des problèmes posés;
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage L'élève :	**Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)**	**Contenus de formation**

Exprime sa perception du problème posé -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. -indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.** -*f*ormule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes tableaux manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ;	Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du *travail individuel* elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ; - *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; *-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;* -*exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de	

-établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -*o*rdonne ses idées ; -*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifier l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ;	recherche ; <u>*-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*</u>. -*commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : -*circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; -*s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; -*intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; <u>*-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;*</u> -*achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences	

-utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	

2.3 Retour et projection

2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. **2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/Enrichissement** - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. **2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :** - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	-invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production -invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire :* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans lasociété.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°3 :

Durée : *12 heures.*

Contenus notionnels	Indications Pédagogiques
Application des nombres complexes aux transformations du plan. **Ecriture complexe d'une transformation plane.**	Faire : - reconnaître l'écriture complexe d'une translation - déterminer l'écriture complexe d'une translation - reconnaître l'écriture complexe d'une rotation - déterminer l'écriture complexe d'une rotation - reconnaître l'écriture complexe d'une homothétie - déterminer l'écriture complexe d'une homothétie
Similitude plane	Faire : - définir une similitude plane : *Soit k un nombre réel strictement positif.* *On appelle similitude plane de rapport k, toute transformation du plan telle que : pour tous points M et N d'images respectives M' et N, M'N' = kMN*
Similitude plane directe	Faire : - définir une similitude plane directe *On appelle similitude plane directe toute similitude plane qui conserve l'orientation des angles.* - admettre la propriété : Toute similitude plane directe f de rapport k (k ›o) aune écriture complexe de la forme z ' = az + b avec a ∊ ℭ/a/ = k et b ∊ ℭ - utiliser cette propriété - admettre la réciproque de la propriété suivante. Toute écriture complexe de la forme

	z'= a z + b avec a ∈ ℂ et b ∈ ℂ, est celle d'une similitude plane directe f de rapport /a/ . ➢ Si a = 1 alors f est la translation dont le vecteur a pour affixe b. Si de plus b = 0, alors cette bijection est l'application identique du plan. ➢ Si a ∈ ℂ -{1} et /a/ = 1 alors f est la rotation dont les éléments caractéristiques sont les suivants : • son centre est l'unique point invariant d'axe $\frac{b}{1-a}$ • son angle est un argument de a. ➢ Si a ∈ IR -{1}), alors f est l'homothétie dont les éléments caractéristiques sont les suivants : • son centre est l'unique point invariant d'affixe $\frac{b}{1-a}$ • son rapport est égal à a. - Si a ∈ ℂ - IR et /a/ ≠ 1 alors f est la composée de la rotation de centre **Ω** d'affixe $\frac{b}{1-a}$ et d'angle un argument de a et de l'homothétie de même centre **Ω** et de rapport /a/. *NB : **Ω**, arg (a) et /a/ sont les éléments caractéristiques de f.* Faire : - utiliser cette propriété. - représenter dans le plan complexe l'image par une similitude plane directe d'un point, d'une figure.

Répartition trimestrielle des S.A.
(Classe terminale D)

Cette répartition trimestrielle n'est pas la seule possible. Cependant, **les professeurs sont invités à la respecter pendant lapériode d'expérimentation.**

Période	Situation d'apprentissage	Tempsd'apprentissage
Premier trimestre (Septembre – Décembre)	S.A. n° 1…………… S.A. n° 1(suite) …..……. S.A. n° 2 (début) ……….	24 heures (quatre premières semaines de travail) 42 heures (sept semaines d'apprentissage)
Deuxième trimestre (Janvier – Mars)	S.A. n° 2 (suite et fin)……	48 heures (six semaines d'apprentissage)
Troisième trimestre (Avril à Juin)	S.A. n° 3 (début) ……..	12 heures (deux semaines d'apprentissage)