République du Bénin

⋞⋞⋞⋞⋞⋟⋟⋟⋟⋟

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIREET DE LA FORMATION TECHNIQUE ET PROFESSIONNELLE**

⋞⋞⋞⋞⋞⋞⋞⋞⋟⋟⋟⋟⋟⋟⋟⋟

# GUIDE DU PROGRAMME D'ÉTUDES

## MATHÉMATIQUE

***Classes de première C***

**DIRECTION DE L'INSPECTION PEDAGOGIQUE**

**PORTO-NOVO**

***JUILLET 2010***

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION

Le présent guide de l'enseignant (e) est produit pour accompagner les programmes de mathématiques selon l'approche par compétences dans les lycées et collèges d'enseignement général.

Il s'est nourri principalement des options prises dans le cadre de la généralisation des Programmes d'études par compétences au cours primaire et au premier cycle de l'Enseignement Secondaire, dans leur évolution qualitative. Il s'est nourri aussi des acquis de la mise en œuvre des programmes d'études HPM (Harmonisation des Programmes de Mathématiques) pour ce qui est de l'aspect adéquation avec les nouvelles exigences académico-pédagogiques.

Ce guide comporte trois parties essentielles. La première présente les orientations générales ; la deuxième concerne les situations d'apprentissage et la troisièmea trait aux documents d'accompagnement.

Les orientations générales portent sur la clarification de certains concepts et sur le mode d'emploi du guide.

La partie concernant les situations d'apprentissage présente d'une part le cadre conceptuel et d'autre part leurs contenus notionnels assortis d'indications pédagogiques.

Les documents d'accompagnement comprennent :

- un documentd'exploitation des situations de départ qui expose l'esprit de ces dernières.
- un document d'appuipouvant servir à la confection de fiches de séquence de classe sur la situation d'apprentissage n°1.

## 1. ORIENTATIONS GÉNÉRALES

Ce guide est l'une des deux composantes (programme et guide) produites pour l'enseignement de la mathématique dans les classes de secondes scientifiques.

Il ambitionne d'une part de fournir aux professeurs des informations et des commentaires sur certains concepts et sur la mise en œuvre des situations d'apprentissage et d'autre part de suggérer des pistes et des activités pour une exploitation efficiente de ces mêmes situations d'apprentissage.

Au demeurant, le processus de rénovation des programmes d'études en cours voudrait faire de l'enfant béninois un citoyen compétent c'est-à-dire capable de faire appel aux bonnes ressources qu'il peut combiner de manière efficace afin de les utiliser à bon escient. Pour cela, il est impérieux entre autres :

- d'accompagner l'apprenant dans un cheminement d'apprentissage en adoptant une pédagogie de la découverte et de la production ;
- d'éveiller la curiosité intellectuelle de l'apprenant et de soutenir son plaisir d'apprendre ;
- de permettre à l'apprenant de s'interroger pour découvrir lui-même les vérités des choses plutôt que de chercher à le rendre dépendant en travaillant à sa place ;
- de provoquer chez l'apprenant la remise en cause de ses schémas mentaux lorsque la nécessité s'impose et ce, par des moyens appropriés.

Il est nécessaire, pour une bonne utilisation des situations d'apprentissage, de procéder à la clarification de certains concepts et de donner le mode d'emploi du guide.

## 1.1 CLARIFICATION CONCEPTUELLE.

### 1.1.1 Démarche d'enseignement / apprentissage

La démarche d'enseignement/apprentissage adoptée en mathématique est structurée autour de la compétence disciplinaire n°1 dont le libellé est le suivant:
" Résoudre un problème ou une situation –problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques". Faire les mathématiques consiste avant tout à résoudre des problèmes ou des situations–problèmes. Au delà des algorithmes, des règles de calculs, des techniques, et des formules, faire les mathématiques, c'est développer des capacités de résolution de problèmes.

Deux autres compétences viennent prendre en compte les deux dimensions essentielles des mathématiques à savoir: les activités géométriques et les activités numériques dans le but de donner un contenu disciplinaire à la compétence n°1.

Elles sont libellées comme suit:
" Appréhender la mathématique dans ses aspectsgéométriques par l'appropriation d'outilset de démarches propres à la géométrie".
"Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation d'outils, de techniques et de procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données".

Tout en étant dépendantes de la première du point de vue de la démarche de résolution de problèmes, ces deux dernières compétences se distinguent l'une de l'autre par les outils à acquérir et les procédures de raisonnement propres à chacune d'elles.

Néanmoins, elles sont parfois simultanément exigibles pour résoudre certains problèmes; en cela, elles sont aussi complémentaires.

### 1.1.2 Situations d'apprentissage

Une situation d'apprentissage est un document dans lequel figure un ensemble de tâches et de consignes avec leurs indications pédagogiques respectives, tâches et consignes auxquelles l'enseignant soumet l'élève par des stratégies d'enseignement appropriées afin de le rendre compétent en lui faisant construire, transférer et réinvestir le savoir.

Ce document fournit aussi des renseignements sur le contenu de la formation, la durée, le matériel et les stratégies d'enseignement /apprentissage.

**NB** : *Une situation d'apprentissage n'est pas une fiche pédagogique.*

### 1.1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage

Ce sont les stratégies à utiliser par l'enseignant (e) et celles à faire mettre en œuvre par l'apprenant au cours du déroulement de la situation d'apprentissage. Les stratégies les plus recommandées sont : le «travail individuel », le « travail en petits groupes » et le « travail collectif ».

**a) *Phase du travail individuel***

Au cours de cette phase, les élèves sont invités à travailler ***vraiment*** individuellement, même s'ils sont déjà disposés en petits groupes.

L'importance de cette phase n'est plus à démontrer puisque si chaque élève ne s'efforce pas de circonscrire la question en jeu, l'échange dans le groupe en pâtira.

Pour cela, l'enseignant (e) se doit de veiller à ce que chaque élève comprenne ce qu'on attend de lui, afin de trouver quelque chose à proposer aux autres membres du groupe.

**b)** ***Phase du travail en petits groupes***

Les apprenants après la phase précédente discutent et échangent en petits groupes autour de leurs travaux respectifs. Ils retiennent après l'harmonisation des différents points de vue quelques résultats relativement à l'objet d'étude. L'un des éléments du groupe se charge de **présenter** à la classe au cours de la phase ultérieure ce que le groupe a retenu.

**c)** ***Phase du travail collectif***

C'est au cours de cette phase que la classe entière prend connaissance des travaux réalisés au sein des différents petits groupes. L'enseignant (e) anime la classe de façon à **fairedégager par les apprenants** la réponse ou les réponses à donner à la question posée.

### 1.2 Mode d'emploi du guide.

Les situations d'apprentissage proposées dans ce guide ne sauraient être assimilées à des fiches pédagogiques. Il s'agit, pour l'enseignant(e), d'opérer des choix pertinents en tenant compte des potentialités de ses apprenants, des indications pédagogiques, du matériel disponible, etc.…

Il est recommandé à l'enseignant(e) de se référer aux documents d'accompagnement pour mieux comprendre l'esprit dans lequel les situations de départ ont été proposées.

## 2. DÉVELOPPEMENT DES DIFFÉRENTES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE.

### 2.1 Canevas général du déroulement d'une situation d'apprentissage

Le déroulement de toute situation d'apprentissage se fera suivant le cheminement ci-après:

| Activités | Indications pédagogiques |
|---|---|
| **A - INTRODUCTION**<br><br>**Activité** 0 : cf. situation de départ proposée pour la situation d'apprentissage | Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d'apprentissage ».<br>La situation de départ proposée n'est pas la seule pouvant servir à contextualiser les connaissances et techniques visées.<br>L'enseignant(e) pourra s'en inspirer pour élaborer une autre prenant appui sur les réalités concrètes de son milieu.<br>A ce stade, on n'exigera pas de réponses aux tâches et consignes qui accompagnent la situation de départ. Les tâches et consignes seront démultipliées tout au long du déroulement des activités. |
| **B - RÉALISATION**<br><br>**Activité N°1** (découverte d'une ou de plusieurs notions)<br><br>**Activité N°2**<br>**N° 3**<br>. (décontextualisation)<br>.<br>.<br>**N°n**<br><br>**Activité N°n +1**<br>**N°n +2**<br>. (approfondissement)<br>.<br>.<br>**N°n +p**<br><br>**Activité N°n + p +1** (découverte d'autres notions nouvelles)<br>.<br>.<br>.<br>.<br>**Activités de décontextualisation**<br>**Activités d'approfondissement**<br>.<br>.<br>ainsi de suite jusqu' à épuisement des notions visées par la situation d'apprentissage | Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d'apprentissage » relatives aux différentes stratégies d'enseignement/ apprentissage et aux trois étapes. L'activité n°1 est une activité qui s'appuie sur la situation de départ.<br><br>Ces activités visent à dépouiller le concept de son habillage concret pour le mettre à l'état pur (*définition, propriété, règle, procédure)*<br><br>Elles ont pour but de travailler le ou les nouveau(x) concept(s) dégagé(s) suite à des activités de décontextualisation.<br><br>Activité en contexte à l'instar de l'activité N°1. |

| | |
|---|---|
| **C -RETOUR ET PROJECTION** | |
| **.Activité d'objectivation** | Exemples de questions que l'enseignant(e)<br>peut poser aux élèves à la fin de l'apprentissage :<br>-qu'as-tu découvert sur….. ?<br>-qu'as-tu appris de nouveau sur…. ?<br>-qu'as-tu trouvé difficile ? facile ? |
| **.Activité d'autoévaluation** | .qu'est-ce que tu as réussi ?<br>.qu'est-ce que tu n'as pas réussi ?<br>.qu'est-ce que tu vas faire pour améliorer ta production ? |
| **.Activité de projection/réinvestissement** | Il s'agit de proposer des activités pour une<br>utilisation ultérieure des acquis dans la résolution<br>des problèmes de vie. |

**RECOMMANDATIONS**

Les situations d'apprentissage seront déroulées à partir :

- d'activités judicieusement conçues en s'appuyant sur les connaissances et techniques, les compétences disciplinaires, les compétences transdisciplinaires et les compétences transversales.
- de stratégies d'enseignement/apprentissage appropriées.
- d'une mobilisation par l'apprenant des capacités relatives à :
    - l'expression de sa perception du problème ou de la situation- problème;
    - l'analyse d'un problème ou d'une situation-problème;
    - la mathématisation d'un problème ou d'une situation- problème ;
    - l'opération sur les objets mathématiques identifiés au cours d'un problème ou d'une situation-problème.

A cet effet, pour chaque situation d'apprentissage, les détails des connaissances et techniques se présentent comme suit :

## 2. 2 Planification des situations d'apprentissage.

**SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 1 : Configurations de l'espace**

**I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION**

**1.1 Contenus de formation**

**1.1.1 *Compétences***

*a) Les compétences disciplinaires*:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

*b) Compétence transdisciplinaire :*

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- résoudre une situation-problème *;*
- communiquer de façon précise et appropriée;
- exercer sa pensée critique;
- travailler en coopération.

**1.1.2 *Connaissances et techniques***

**Orthogonalité dans l'espace** : Droites orthogonales – droite et plan orthogonaux – plans perpendiculaires – projection orthogonale sur un plan - projection orthogonale sur une droite

**Vecteurs de l'espace - Produit scalaire** : Définition d'un vecteur – opérations sur les vecteurs – bases et repères – définition du produit scalaire par projection orthogonale – bases orthogonales, bases orthonormées – expressions analytique et trigonométrique du produit scalaire.

**Géométrie analytique de l'espace : droites et plans**

Caractérisation vectorielle de droites et de plans de l'espace – équations paramétriques- équations cartésiennes- vecteur normal à un plan – distance d'un point à un plan – étude analytique du parallélisme de droites et de plans – étude analytique de l'orthogonalité de droites et de plans.

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

**1.1.3** ***Stratégie objet d'apprentissage :****Résolution de problèmes.*

**1.2 Durée :** ***21heures***

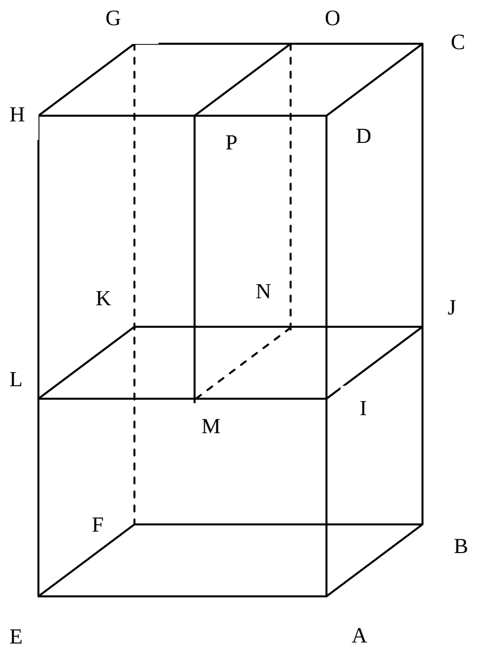
**1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage :***Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

**1.4 Matériel :objets familiers**

# 2. DÉROULEMENT

**2.0. Situation de départ : Une discussion autour du dessin d'une armoire**

Coffi est un élève de la classe de 1ère. Son tuteur Fako lui demande d'aller retirer auprès du menuisier l'armoire qu'il a commandée, pour y ranger ses habits. Il dessine le plan de l'armoire sur une feuille de papier qu'il remet à Coffi pour faciliter l'identification chez le menuisier. Voici le plan de cette armoire :




Des camarades de Coffi ont vu ce dessin. L'un d'eux affirme qu'on peut y trouver des traces de droites dont les parallèles sont perpendiculaires dans un même plan. Un autre affirme : « Le point A permet de repérer n'importe quel point S de l'espace ; il suffit de connaître la distance AS ». Non rétorque un autre « la distance AS seule ne suffit pas ; il faut connaître aussi le sens de A vers S sur la droite (AS) ». Un autre élève apporte une nuance en déclarant : «Encore faut-il que S soit distinct de A ». Jean qui, jusque là n'est pas intervenu pose la question suivante à ses camarades « S'agit-il des coordonnées géographiques d'un point ? ».

**Tâche:**Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela, tu auras, tout au long de la S.A., à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés.
- analyserchacun des problèmes.

- opèrer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème
- améliorer au besoin ta production

**N.B. : Cette consigne est liée à toute la S.A. et non à la situation de départ.**

## 2.1- Introduction

| **Cheminement d'apprentissage** | **Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)** | **Contenus de formation** |
|---|---|---|
| L'élève :<br><br>**Exprime sa perception du problème posé**<br>-lit le texte de la situation de départ ;<br>-reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ;<br>-formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ;<br>-reconnaît des situations similaires ;<br>-anticipe éventuellement sur la réponse au problème. | L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape. | *Les compétences visées.* |

## 2.2. Réalisation

| | | |
|---|---|---|
| L'élève :<br><br>**2.2.1- Analyse chaque problème posé.**<br>-indique le sens des termes et des symboles ;<br><br>- recense les informations explicites ou implicites ;<br><br>- situe le problème par rapport à des problèmes similaires ;<br>-identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ;<br>-reconnaît un objet géométrique ;<br><br>-décrit un objet géométrique.<br><br>**2.2.2- Mathématise le problème posé.** | Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) :<br>-invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires<br><br>-veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées.<br><br>Au cours de l'étape du *travail individuel* elle ou il :<br>-*circule* pour voir les apprenants au travail ;<br><br>- *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; | |

| | | |
|---|---|---|
| -formule le problème posé en langage mathématique ;<br><br>- identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ;<br><br>-réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux, manipulations . . .<br><br>- conjecture ;<br>-représente un objet géométrique ;<br>-réalise un patron d'un objet géométrique ;<br>-trace une figure géométrique ;<br>-établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ;<br>-traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ;<br><br>- établit des relations entre des objets géométriques ;<br><br>**2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.**<br><br>-*o*rdonne ses idées ;<br><br>-*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques.<br>-effectue des opérations ;<br><br>- justifie les opérations effectuées ;<br><br>- choisit une stratégie de résolution ;<br><br>- remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ;<br><br>-vérifie l'état de progression de sa production ;<br>- prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ;<br><br>- interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du | *-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;*<br><br>*-exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui-même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe.<br><br>-*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ;<br><br>*-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*.<br><br>*-commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel.*<br><br>Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il :<br><br>*-circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ;<br><br>*-s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ;<br><br>*-intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;*<br><br>-s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ;<br><br>*-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur* | |

| | | |
|---|---|---|
| problème ;<br>-présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ;<br><br>-vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ;<br><br>-répond à la question posée en respectant les contraintes du problème.<br>-construit des figures géométriques ;<br>-utilise des instruments de géométrie ;<br>-fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ;<br>-utilise des relations entre des objets géométriques ;<br>-utilise des propriétés d'un objet géométrique ;<br>-calcule des mesures de grandeurs ;<br>-exécute un programme de construction ;<br>-utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ;<br>-transforme un objet géométrique en un autre. | <u>*exploitation didactique ;*</u><br>*-achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire.*<br>Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle :<br>-organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ;<br>-invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ;<br>-invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ;<br>L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.* | |

## 2.3 Retour et projection

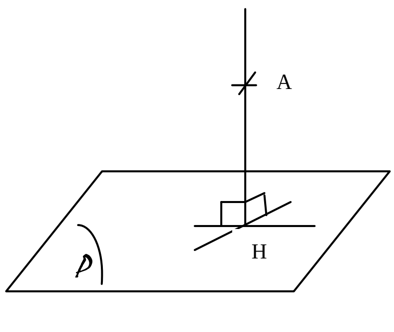
| | | |
|---|---|---|
| L'élève :<br>**2.3.1- Objective les savoirs construits et lesdémarches utilisées :**<br>- fait le point des savoirs construits ;<br>- exprime comment les savoirs ont été construits ;<br>- identifie les réussites et les difficultés rencontrées ;<br>- dégage au besoin des possibilités d'amélioration.<br>**2.3.2-Améliore au besoin sa production : consolidation/enrichissement**<br>- choisit des possibilités d'amélioration ;<br>- réalise des améliorations.<br>**2.3.3-Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :**<br>- identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ;<br>- applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante. | - invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris.<br><br>- invite l'élève à s'auto évaluer.<br><br>- invite l'élève à améliorer si possible sa production<br><br>- invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées. | *Compétence transdisciplinaire:* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société. |

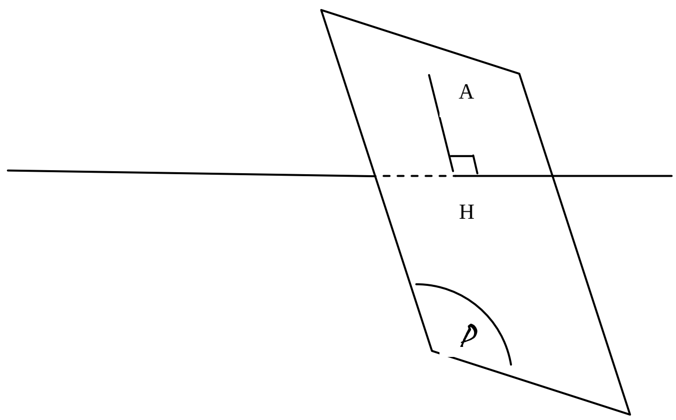
**DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°1 :**

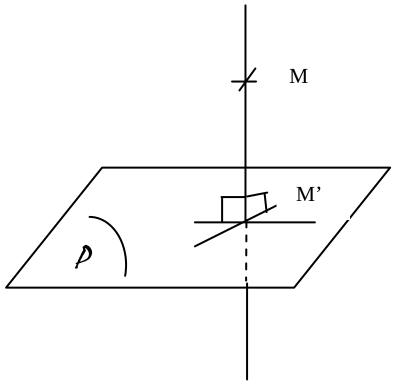
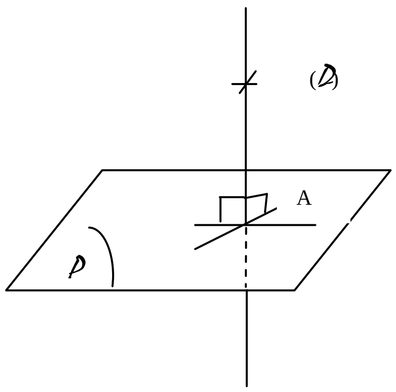
**Configurations de l'espace**

**Durée :** *21 heures*

| **Contenus notionnels** | **Indications pédagogiques** |
|---|---|
| **1 – Droites orthogonales**<br>Définition | Faire :<br>- définir deux droites orthogonales ;<br>*Deux droites de l'espace sont orthogonales lorsque les parallèles à ces droites passant par un point donné sont perpendiculaires dans le plan qu'elles définissent*<br>- utiliser le symbole $\perp$. |
| Propriétés | Faire<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• *Si deux droites de l'espace sont orthogonales alors toute droite parallèle à l'une est orthogonale à l'autre.*<br>• *Si deux droites de l'espace sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.*<br>- utiliser ces propriétés. |
| **2- Droite et plan orthogonaux**<br>Définition | Faire :<br>- définir une droite orthogonale à un plan.<br>*Une droite et un plan sont orthogonaux ou perpendiculaires* |

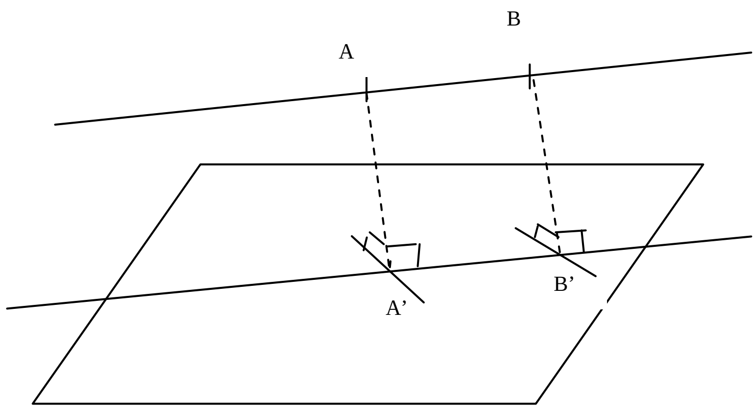
| | |
|---|---|
| | *Lorsque la droite est orthogonale à deux droites sécantes du plan.* |
| Propriétés | Faire :<br>- admettre les propriétés :<br>• *Par un point A de l'espace, il passe une droite unique de l'espace perpendiculaire à un plan donné de l'espace.*<br>• *Par un point de l'espace, il passe un plan unique orthogonal à une droite donnée de l'espace.*<br>- énoncer les propriétés suivantes :<br>• *Si une droite est orthogonale à un plan, alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan.*<br>• *Si deux droites sont parallèles alors tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.*<br>• *Si deux plans sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.*<br>• *Si deux droites sont orthogonales à un même plan alors elles sont parallèles.*<br>• *Si deux plans sont perpendiculaires à une même droite alors ils sont parallèles.*<br><br>N.B. : Si les conditions didactiques le permettent, ces propriétés pourront être démontrées.<br>Faire :<br>- admettre la propriété :<br>*Si une droite $(\mathcal{D})$ est perpendiculaire à un plan $(\mathcal{P})$, alors toute droite orthogonale à $(\mathcal{D})$ est parallèle à $(\mathcal{P})$.*<br>- utiliser cette propriété. |
| Distance d'un point à un plan. | Faire :<br>- définir la distance d'un point à un plan ;<br>*$(\mathcal{P})$ est un plan et A est un point de l'espace. On appelle distance du point A au plan $(\mathcal{P})$ notée d (A ; $\mathcal{P}$) la distance AH où H est le point d'intersection de $(\mathcal{P})$ avec la droite passant par A et perpendiculaire à $(\mathcal{P})$.*<br>- calculer la distance d'un point à un plan.<br><br> |

| | |
|---|---|
| Distance d’un point à une droite | Faire :<br>- définir la distance d’un point à une droite ;<br>*($\mathcal{D}$) est une droite et A est un point de l’espace. On appelle distance du point A à la droite ($\mathcal{D}$), notée d (A ; $\mathcal{D}$), la distance AH où H est le point d’intersection de ($\mathcal{D}$) avec le plan passant par A et perpendiculaire à ($\mathcal{D}$).*<br>- calculer la distance d’un point à une droite<br> |
| **3 – Plans perpendiculaires**<br><br>Définition<br><br>Propriétés | Faire :<br>- définir deux plans perpendiculaires ;<br>*Deux plans sont perpendiculaires lorsque l’un contient une droite orthogonale à l’autre.*<br><br>Faire :<br>- énoncer les propriétés suivantes :<br>• Si une droite est parallèle à un plan et perpendiculaire à un second plan, alors ces deux plans sont perpendiculaires.<br>• Si une droite ($\mathcal{D}$) et un plan ($\mathcal{P}$) sont perpendiculaires à un plan ($\mathcal{P}$’), alors ($\mathcal{D}$) est parallèle à ($\mathcal{P}$).<br>• Si deux plans sont perpendiculaires, tout plan parallèle à l’un est perpendiculaire à l’autre.<br>• Un plan est perpendiculaire à deux plans sécants si et seulement si il est perpendiculaire à leur droite d’intersection.<br>- utiliser ces propriétés.<br><br>**N.B. :** Si les conditions didactiques le permettent, ces propriétés pourront être démontrées. |

| | |
|---|---|
| **4 – Projection orthogonale sur un plan.**<br>Définition | Faire :<br>- définir la projection orthogonale sur un plan ;<br>*La projection orthogonale sur un plan (P) est l'application qui à tout point M de l'espace associe le point M', intersection de (P) avec la droite passant par M et orthogonale à (P).*<br> |
| Propriétés | *Faire :*<br>- énoncer les propriétés suivantes :<br>• L'ensemble des points invariants par une projection orthogonale sur un plan est ce plan lui-même.<br>• Soit p la projection orthogonale sur un plan (P). L'imaged'une droite (D) par p est :<br>o Une droite si (D) n'est pas orthogonale à (P) ;<br>o Un singleton si (D) est perpendiculaire à (P).<br><br>*(D) ⊥ (P). On a p(D) = {A}* |

<table>
<tr>
<td>

**5 – Projection orthogonale sur une droite.**<br>
Définition
</td>
<td>

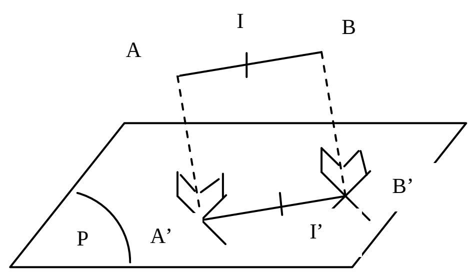



*(𝒟) non orthogonale à (𝒫) ; on a : A’ ≠ B’ et p (𝒟) =( A’ B’)*

- Si A et B sont deux points d’images respectives A’ et B’ par p, le segment [AB] a pour image par p :
  - [A’ B’] si (Ab) n’est pas orthogonale à (𝒫) ;
  - {A’} si (AB) est perpendiculaire à (𝒫).

$\{A'B' = AB$ *si* $(AB)$ *// (𝒫) et A’ B’ < AB si (AB) et (𝒫) sont non parallèles* $\}$

- L’image, par une projection orthogonale p, du milieu d’un segment dont le support est non orthogonal à (𝒫), est le milieu du segment image.



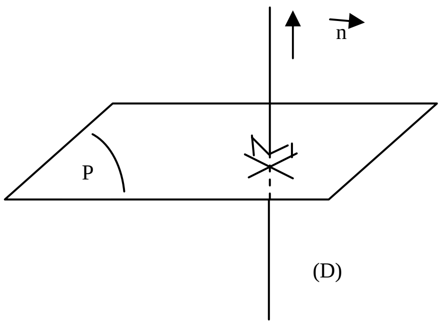

- utiliser ces propriétés.

**N.B. :** Si les conditions didactiques le permettent, ces propriétés pourront être démontrées.

Faire :
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>- définir la projection orthogonale sur une droite donnée ;<br>*On appelle projection orthogonale sur une droite $(\mathcal{D})$, l'application qui à tout point M de l'espace associe le point d'intersection M' de $(\mathcal{D})$ et du plan orthogonal à $(\mathcal{D})$ passant par M.*</td></tr>
<tr><td>Propriétés</td><td>Faire :<br>- énoncer les propriétés suivantes :<br>Soit p la projection orthogonale sur une droite $(\mathcal{D})$.<br>o L'ensemble des points invariants par p est la droite $(\mathcal{D})$.<br>o L'image par p d'une droite orthogonale à $(\mathcal{D})$ est un singleton.<br>o L'image d'une droite non orthogonale à $(\mathcal{D})$ est la droite $(\mathcal{D})$.<br>o L'image du milieu d'un segment dont le support n'est pas orthogonal à $(\mathcal{D})$ est le milieu de l'image de ce segment.<br>- utiliser ces propriétés.<br><br>**N.B. :** Si les conditions didactiques le permettent, ces propriétés pourront être démontrées.</td></tr>
<tr><td>**6-Vecteurs de l'espace.**<br><br>Caractérisation d'un vecteur</td><td>Faire :<br>- caractériser un vecteur de l'espace ;<br>*Il s'agit d'étendre à l'espace la notion de vecteur vue dans le plan en classe de seconde et d'attirer l'attention des élèves sur les caractéristiques d'un vecteur non nul : direction, sens et longueur.*</td></tr>
<tr><td>Propriétés</td><td>Faire :<br>- admettre les propriétés suivantes :<br>o Pour tous points A, B, C, D de l'espace, on a :<br>❖ $\vec{AB} = \vec{CD} \Leftrightarrow \vec{AC} = \vec{BD}$<br>❖ $(\vec{AB} = \vec{CD}) \Leftrightarrow ([AD] \text{ et } [BC] \text{ ont le même milieu})$<br>o Pour tout point O et pour tout vecteur $\vec{u}$ de l'espace, il existe un point M unique tel que $\vec{OM} = \vec{u}$.<br>- utiliser ces propriétés.</td></tr>
<tr><td>Opérations sur les vecteurs :<br><br>Somme</td><td>Faire :<br>- définir la somme de deux vecteurs de l'espace ;<br>- construire la somme de deux vecteurs de l'espace.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| Produit d'un vecteur par un nombre réel | Faire :<br>- définir le produit d'un vecteur par un nombre réel ;<br>- construire le produit d'un vecteur par un nombre réel ;<br>- énoncer les règles de calcul sur les vecteurs de l'espace<br>• Pour tout point A, B, C de l'espace, on a :<br>$\vec{AB}+ \vec{BC} = \vec{AC}$ (c'est la relation de **Chasles**)<br>• Pour tous vecteurs $\vec{u}\ et\ \vec{v}$ de l'espace et pour tous nombres réels $\alpha\ et\ \beta,$ on a :<br>$(\alpha\vec{u} = \vec{0}) \Leftrightarrow (\alpha = 0\ ou\ \vec{u} = \vec{0})$<br>$1\bullet\vec{u} = \vec{u}$ ; $\alpha(\vec{u}+\vec{v}) = \alpha\vec{u}+\alpha\vec{v}$ ; $(\alpha+\beta)\vec{u} = \alpha\vec{u}+\beta\vec{u}$ ;<br>$\alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u}$<br>- utiliser ces règles. |
| Vecteurs coplanaires | Faire :<br>- définir une combinaison linéaire de vecteurs de l'espace ;<br>- définir des vecteurs coplanaires ;<br>*Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ tels que $\vec{u} = \vec{AB}, \vec{v} = \vec{AC}, \vec{w} = \vec{AD}$ sont dits colinéaires si et seulement si A, B, C, D sont dans un même plan de l'espace.* |
| Propriétés | Faire :<br>- admettre les propriétés suivantes :<br>• Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont coplanaires si l'un au moins de ces vecteurs est une combinaison linéaire des deux autres.<br>• Si $\vec{u}\ et\ \vec{v}$ sont non colinéaires et $\vec{w}$ un vecteur de l'espace, alors $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si $\vec{w}$ est une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}\ et\ \vec{v}$.<br>- utiliser ces propriétés.<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de l'espace sont coplanaires si et seulement si il existe au moins un triplet $(\alpha, \beta, \gamma)$ non nul de nombres réels tels que $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$<br>• Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de l'espace sont non coplanaires si et Seulement si le triplet $(\alpha, \beta, \gamma)$ pour lequel $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\gamma\vec{w} = \vec{0}$ est (0, 0, 0).<br>• Tapez une équation ici. |
| | - utiliser ces propriétés. |

| | |
|---|---|
| | **N.B. :** On démontrera l'une de ces propriétés et on en déduira la seconde par contraposition.<br>On désigne par $(\mathscr{E})$ l'ensemble des points de l'espace et par $\mathscr{W}$ l'ensemble des vecteurs de l'espace. |
| Caractérisation vectorielle d'un plan et d'une droite de l'espace. | Faire :<br>- caractériser vectoriellement une droite ;<br>*Soit A un point de $\mathscr{E}$ et $\vec{u}$ un élément non nul de $\mathscr{W}$. La droite $(\mathscr{D})$ de repère $(A\ ;\ \vec{u})$ est l'ensemble des points M de $\mathscr{E}$ tels que*<br>$\vec{AM} = \lambda\ \vec{u}$, $\lambda \in IR$.<br>- caractériser vectoriellement un plan ;<br>*Soit A un point de $\mathscr{E}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$* deux vecteurs non colinéaires de $\mathscr{W}$. *Le plan de repère* $(A\ ;\ \vec{u}, \vec{v})$ est l'ensemble des points M de $\mathscr{E}$ *tels que* $\vec{AM} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$, $(\alpha, \beta) \in IR^2$<br>- définir un vecteur normal à un plan ;<br>*On appelle vecteur normal à un plan tout vecteur directeur d'une droite perpendiculaire à ce plan.*<br><br><br>*N.B. :*<br>*$\vec{n}$ est un vecteur directeur de la droite (D) (D) $\perp$ $(\mathscr{P})$ ; $\vec{n}$ est un vecteur normal à $(\mathscr{P})$.*<br>Faire<br>- construire la somme de trois vecteurs non coplanaires de l'espace ;<br>*Remarque :*<br>*La configuration géométrique associe à cette somme est un pavé.* |
| Propriété | Faire :<br>- admettre la propriété :<br>Si $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ sont trois vecteurs non coplanaires de l'espace, alors pour tout vecteur $\vec{u}$ de l'espace, il existe un triplet unique (x, y, z) de nombres réels tel que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.<br>- utiliser cette propriété. |

| | |
|---|---|
| Base de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace<br><br>Définition | Faire :<br>- définir une base de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace ;<br>*Un triplet de vecteurs non coplanaires est appelé une base de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace.*<br><br>Faire :<br>- définir les coordonnées d'un vecteur dans une base de $\mathcal{W}$<br>- calculer les coordonnées d'un vecteur dans une base de $\mathcal{W}$<br>- démontrer la propriété :<br>Si $\vec{u}$ (x, y, z) et $\vec{u}$ '(x, y, z) alors<br>$(\vec{u} = \vec{u}\,') \iff (x = x'; y = y'; z = z')$<br>- utiliser cette propriété.<br>- déterminer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{u}'$ et de $\alpha\,\vec{u}$<br>où $\vec{u} \in \mathcal{W}, \vec{u}\,' \in \mathcal{W}, \alpha \in IR$ |
| Coordonnées d'un vecteur dans une base | |
| Repère de l'espace | Faire :<br>- définir un triplet de coordonnées d'un point de l'espace dans un repère ;<br>N.B. : *On habituera les apprenants au vocabulaire approprié :*<br>* *Origine du repère*<br>* *axe des abscisses*<br>* *axe des ordonnées*<br>* *axe des côtes*<br>*Si M a pour coordonnées (x, y, z) alors x est l'abscisse, y est l'ordonnée, z la côte de M.*<br>- construire un point dans un repère de l'espace connaissant ses coordonnées. |
| **7 - Produit scalaire**<br>Définition<br><br>Norme d'un vecteur<br><br>Propriétés | Faire :<br>- définir le produit scalaire de deux vecteurs de l'espace.<br>*N.B. : Cette définition se fera d'abord par projection orthogonale comme dans le plan.*<br><br>- définir la norme d'un vecteur<br>- définir un vecteur unitaire<br>- admettre les propriétés du produit scalaire ;<br>- utiliser ces propriétés<br>- admettre les propriétés de la norme ;<br>- utiliser ces propriétés<br>*N.B. : Ces propriétés sont celles déjà vues sur le produit scalaire et la norme dans le plan.*<br>Faire :<br>- définir l'orthogonalité de deux vecteurs à partir du produit scalaire |

| | |
|---|---|
| Orthogonalité<br>Définition<br>Caractérisation d'un plan à l'aide de l'un de ces vecteurs normaux. | $(\vec{u} \perp \vec{v}) \Leftrightarrow (\vec{u} \bullet \vec{v} = 0)$<br>- caractériser un plan à l'aide de l'un de ses vecteurs normaux ;<br>*$\vec{n}$ est un vecteur normal à un plan $(\mathcal{P})$, A un point de $(\mathcal{P})$. Pour tout point M de $\mathcal{E}$ on a :*<br>$(M \in (\mathcal{P})) \Leftrightarrow (\vec{AM} \bullet \vec{n} = \vec{0})$ |
| Base orthonormée | Faire :<br>- définir une base orthogonale<br>- définir une base orthonormée<br>- déterminer l'expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée ;<br>- déterminer l'expression analytique de $\lVert\vec{u}\rVert$ dans une base orthonormée. |
| Expression trigonométrique du produit scalaire | Faire :<br>- énoncer la définition trigonométrique du produit scalaire<br>*Si* $\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ *alors* $\vec{u} \bullet \vec{v} = \lVert\vec{u}\rVert \times \lVert\vec{v}\rVert \cos(\vec{u}, \vec{v})$ |
| **8 – Géométrie analytique de l'espace : droites et plans.**<br>Equation cartésienne d'un plan | Faire :<br>- déterminer une équation cartésienne d'un plan ;<br>- définir une équation cartésienne d'un plan ;<br>*$\mathcal{E}$ étant supposé rapporté à un repère orthonormé, on indiquera comment déterminer un vecteur normal à un plan à partir d'une équation cartésienne de ce plan.* |
| Représentation paramétrique d'un plan | Faire<br>- établir une représentation para métrique d'un plan ;<br>*Le système* $\begin{cases} x = x_0 + at + a't' \\ y = y_0 + bt + b't' \quad (t, t') \in IR^2 \\ z = z_0 + ct + c't' \end{cases}$<br>*est appelé une représentation paramétrique du plan $(\mathcal{P})$ passant par le point A $(x_0, y_0, z_0)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}(a,b,c)$ et $\vec{u'}(a',b',c')$.*<br>*$(A ; \vec{u}, \vec{u'})$ est un repère cartésien du plan $(\mathcal{P})$.*<br>- déterminer une équation cartésienne d'un plan à partir de sa représentation paramétrique ;<br>- déterminer une représentation paramétrique d'un plan à partir de son équation cartésienne. |

| | |
|---|---|
| Système d'équations cartésiennes d'une droite | Faire :<br>- établir un système d'équations cartésiennes d'une droite.<br><u>Remarque</u> : *Une droite donnée peut être considérée comme l'intersection de deux plans non parallèles la contenant.*<br>*Le système formé par les équations de ces plans constitue unsystème d'équations cartésiennes de la droite.*<br>*Une droite ne peut donc pas être définie par une seule équation cartésienne.* |
| Représentation paramétrique d'une droite | Faire :<br>- établir une représentation paramétrique d'une droite.<br>*Soit (D) la droite passant par le point A* $(x_o, y_o, z_o)$ *et de vecteur directeur* $\vec{u}(a,b,c)$ *. On dit que*<br>*Le système* $\begin{cases} X = x_o + at \\ y = y_o + bt \quad t \in IR \\ z = z_o + ct \end{cases}$<br>*est une représentation paramétrique de (D).*<br>*(A ;* $\vec{u}$ *) est un repère cartésien de la droite (D).* |
| Système d'équations linéaires à trois inconnues | Faire :<br>- transformer un système en un système équivalent ;<br>- reconnaître deux systèmes linéaires équivalents ;<br>*Deux systèmes d'équations sont équivalents si et seulement si ils ont le même ensemble de validité et le même ensemble de solution.*<br>- résoudre un système d'équations linéaires à trois inconnues par la méthode de Pivot de GAUSS ;<br>- résoudre un système d'équations linéaires en effectuant si nécessaire un changement d'inconnue ;<br>- résoudre un problème conduisant à un système d'équations linéaires à trois inconnues.<br>N.B. : On se limitera aux systèmes d'équations linéaires sans paramètre.<br>- |
| Expression analytique de la distance d'un point à un plan | Faire :<br>- énoncer la propriété : L'espace E étant muni d'un repère orthonormé, soit *A* $(x_o, y_o, z_o)$ un point de E et P un plan d'équation ax + by + cz + d = 0 où (a, b, c) ≠ (0, 0, 0). La distance du point A au plan P est le nombre réel positif d (A ; P) tel que |

| | |
|---|---|
| Etude analytique des positions relatives de droites et plans – Orthogonalité de droites et plans | d (A ; $\mathcal{P}$) = $\dfrac{\lvert ax_o + ay_o + cz_o + d \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$<br><br>- utiliser cette propriété.<br><br>Faire :<br>- utiliser l'outil analytique pour étudier :<br>• les positions relatives de droites et plans ;<br>• l'orthogonalité de droites et plans. |

Je fais en sorte que mes apprenants aiment les mathématiques

**SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 2 : Organisation des données**

# I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

## 1.1 Contenus de formation

### 1.1.1*Compétences*

*a) Les compétences disciplinaires*:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

*b) Compétence transdisciplinaire :*

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- résoudre une situation-problème *;*
- communiquer de façon précise et appropriée;
- exercer sa pensée critique;
- travailler en coopération.

### *1.1.2 Connaissances et techniques*

**Equations et inéquations dans IR, système linéaire** : Equation du second degré à une inconnue. Inéquation du second degré à une inconnue. Equation se ramenant à une équation du second degré à une inconnue. Inéquation se ramenant à une inéquation du second degré à une inconnue. Etude de problèmes se ramenant à la résolution d'une équation du second degré à une inconnue ou d'une inéquation du second degré à une inconnue. Système d'équations linéaires à trois inconnues. Programmation linéaire portant sur deux variables.

**Statistiques** : Séries statistiques à deux caractères (organisation des données, nuage de points, covariance, ajustement linéaire).

**Dénombrement** : Dénombrement de parties d'ensemble fini ; dénombrement de listes,dénombrement d'arrangements, dénombrement de permutations, dénombrement de combinaisons. Triangle de Pascal et formule du binôme de Newton.

**Fonctions numériques d'une variable réelle** : [applications : applications particulières (injection, surjection, bijection), composition d'applications, restriction – prolongement, image directe, image réciproque] majoration et minoration d'une fonction numérique ; opérations sur les fonctions numériques ; limite d'une fonction en un point ; limite d'une fonction en un point ; limite d'une fonction à gauche en un point ; limite d'une fonction à droite en un point ; continuité d'une fonction en un point ; continuité d'une fonction sur un intervalle ; limite infinie ; limite à l'infini ; calcul de limites ; dérivation en un point a ; détermination de la dérivée ; dérivée et sens de variation.

**Primitives de fonctions usuelles**

**Suites numériques** : Généralités (définition, représentation graphique des termes d'une suite numérique) ; étude d'une suite numérique (suite majorée, suite minorée, suite bornée, sens de variation d'une suite numérique, convergence) ; suite arithmétique, suite géométrique ; suites définies par une formule de récurrence : $U_{n+1} = f(U_n)$.

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

**1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage :*** *Résolution de problèmes.*

**1.2 Durée :** *75 heures*

**1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage :** *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

**1.4 Matériel :** *objets familiers*

## 2. DÉROULEMENT

### 2.0. Situation de départ : Le meilleur tireur

.

Une société de surveillance organise de façon périodique pour ses agents une séance d'entraînement au tir. Chaque agent est soumis à un test à l'aide d'un dispositif spécial construit à partir d'un carré de 8 dm de côté. Ce dispositif génère de façon successive plusieurs carrés concentriques tels que chaque sommet du carré à construire soit sur un côté du carré précédemment construit et à une distance x de l'une des extrémités de ce côté. A chaque agent, le dispositif construit selon sa taille et son poids un nombre N donné de carrés dont il doit atteindre au tir un certain nombre N' (N' < N). Melon n'est ni gros ni grand mais trapu, il veut se qualifier meilleur agent tireur de la société. Il consacre plus de 12 heures à son travail et à l'entraînement. Il se demande comment choisir la durée de chacune de ces deux activités de façon que, en s'entraînant trois fois plus que d'habitude, il travaille plus qu'il ne s'entraîne. Il se propose aussi d'étudier les principes mathématiques de ce test. Pour cela il relève dans les bases de données de la société les poids et les tailles de certains de ses co-équipiers. Il dresse le tableau suivant :

| Poids en kg (x) | 65 | 68 | 62.5 | 62 | 68 | 68 | 59 | 71 | 74 | 68 | 68 | 74 | 71 | 65 | 65 | 62 | 65 | 68 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Taille en cm (y) | 165 | 177 | 174 | 168 | 165 | 171 | 165 | 177 | 174 | 171 | 165 | 174 | 174 | 174 | 174 | 174 | 174 | 168 |

| Poids en kg (x) | 71 | 65 | 74 | 74 | 71 | 65 | 77 | 74 | 62 | 77 | 68 | 71 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| | |
|---|---|
| Taille en cm (y) | 171  174  168  177  174  165  180  177  168  180  171  174 |

**Tâche:** Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela, tu auras, tout au long de la S.A., à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés.
- analyser chacun des problèmes.
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème
- améliorer au besoin ta production

**N.B. : Cette consigne est liée à toute la S.A. et non à la situation de départ.**

## 2.1- Introduction

| **Cheminement d'apprentissage**<br>L'élève : | **Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)** | **Contenus de formation** |
|---|---|---|
| **Exprime sa perception du problème posé**<br>-lit le texte de la situation de départ ;<br>-reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ;<br>-formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ;<br>-reconnaît des situations similaires ;<br>-anticipe éventuellement sur la réponse au problème. | L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape. | *Les compétences visées.* |

## 2.2. Réalisation

| | | |
|---|---|---|
| **2.2.1- Analyse chaque problème posé.**<br><br>-indique le sens des termes et des symboles ;<br><br>- recense les informations explicites ou implicites ;<br><br>- situe le problème par rapport à des problèmes similaires ;<br>-identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ;<br>-reconnaît un objet géométrique ; | Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) :<br>-invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires<br><br>-veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées.<br><br>Au cours de l'étape du *travail individuel* elle ou il : | |

| | | |
|---|---|---|
| -décrit un objet géométrique.<br>**2.2.2- Mathématise le problème posé.**<br>-*f*ormule le problème posé en langage mathématique ;<br>- identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ;<br>-réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux, manipulations . . .<br>- conjecture ;<br>-représente un objet géométrique ;<br>-réalise un patron d'un objet géométrique ;<br>-trace une figure géométrique ;<br>-établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ;<br>-traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ;<br>- établit des relations entre des objets géométriques ;<br>**2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.**<br>-*o*rdonne ses idées ;<br>-*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques.<br>-effectue des opérations ;<br>- justifie les opérations effectuées ;<br>- choisit une stratégie de résolution ;<br>- remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ;<br>- vérifie l'état de progression de sa production ;<br>- prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ;<br>- interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; | -*circule* pour voir les apprenants au travail ;<br>- *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ;<br>-*ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;*<br>-*exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe.<br>-*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ;<br>*<u>-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique</u>.*<br>-*commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel.*<br>Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il :<br>-*circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ;<br>-*s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ;<br>-*intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;*<br>-s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ;<br>*<u>-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;</u>*<br>-*achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au* | |

| | | |
|---|---|---|
| -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ;<br><br>-vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ;<br><br>-répond à la question posée en respectant les contraintes du problème.<br>-construit des figures géométriques ;<br>-utilise des instruments de géométrie ;<br>-fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ;<br>-utilise des relations entre des objets géométriques ;<br>-utilise des propriétés d'un objet géométrique ;<br>-calcule des mesures de grandeurs ;<br>-exécute un programme de construction ;<br>-utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ;<br>-transforme un objet géométrique en un autre. | *regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire.*<br>Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle :<br><br>-organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ;<br><br>-invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ;<br><br>-invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ;<br><br>L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.* | |

## 2.3 Retour et projection

| | | |
|---|---|---|
| **2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées :**<br>- fait le point des savoirs construits ;<br>- exprime comment les savoirs ont été construits ;<br>- identifie les réussites et les difficultés rencontrées ;<br>- dégage au besoin des possibilités d'amélioration.<br><br>**2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/enrichissement**<br>- choisit des possibilités d'amélioration ;<br>- réalise des améliorations.<br><br>**2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :**<br>- identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ;<br>- applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des | -invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris.<br><br>- invite l'élève à s'auto évaluer.<br><br>- invite l'élève à améliorer si possible sa production<br><br>-invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées. | *Compétence transdisciplinaire* : N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société. |

| situations de la vie courante. | | |
|---|---|---|

**DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°2 : Organisation des données**

**Durée : 75 *heures*.**

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| **1-Equations et inéquations dans IR. Systèmes linéaires** | Faire :<br>- calculer le discriminant d'une équation du premier degré à une inconnue ;<br><br>*La notion de discriminant sera introduite à partir de la forme canonique d'un polynôme du second degré à une variable.*<br><br>- résoudre une équation du second degré à une inconnue avec ou sans paramètre par la méthode du discriminant ;<br>-<br>*On donnera des exemples simples d'équations avec paramètre*<br><br>- énoncer la propriété :<br><br>* Si $x_1$ et $x_2$ sont les solutions d'une équation du second degré du type $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ alors $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ; $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$ ;<br><br>- utiliser cette propriété ;<br>- déterminer deux nombres connaissant leur somme et leur produit ;<br>- étudier le signe des racines d'une équation du second degré ;<br>- résoudre une équation du second degré utilisant une inconnue auxiliaire ;<br>- résoudre des équations irrationnelles ;<br>*On se limitera à des équations irrationnelles sans paramètre dont les équations résolvantes sont des équations de degré inférieur ou égal à 2*<br>- résoudre un problème conduisant à la résolution d'une équation du second degré ;<br>- étudier le signe d'un polynôme du second degré ;<br>- résoudre une inéquation du second degré à une inconnue ;<br>- résoudre une inéquation irrationnelle du type $\sqrt{P(x)} \geq k$ ou $\sqrt{P(x)} \leq Q(x)$ sans paramètre ; |

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| | Faire :<br>- résoudre une inéquation irrationnelle du type $\sqrt{P(x)} \geq Q(x)$ sans paramètre ;<br><br>*On se limitera aux cas où P(x) est un polynôme de degré un ou deux sans paramètre et Q(x) est un polynôme de degré un.*<br>- résoudre des problèmes conduisant à la résolution d'une inéquation du second degré ;<br>- étudier la position d'un nombre réel par rapport aux racines d'une équation du second degré ;transformer un système en un système équivalent ;<br>- reconnaître deux systèmes linéaires équivalents ;<br>*Deux système d'équations sont équivalents si et seulement si ils ont le même ensemble de validité et le même ensemble de solutions.*<br>- résoudre un système d'équations linéaires à trois inconnues par la méthode de pivot de Gauss ;<br>- résoudre un système d'équations linéaires à trois inconnues en effectuant si nécessaire un changement d'inconnues ;<br>- résoudre un problème conduisant à un système d'équations linéaires à trois inconnues ;<br>- résoudre un problème de programmation linéaire portant sur deux variables. |
| **2-Statistique** | *L'acquisition des connaissances et technique en statistique sera une occasion pour utiliser les calculatrices.*<br>Faire :<br>- organiser les données statistiques à deux caractères ;<br>- définir l'ajustement linéaire ;<br>L'ajustement linéaire sera défini par la méthode des moindres carrés ou par la méthode de Mayer.<br>- définir le nuage de points associé à une série statistique à deux caractères ;<br>- définir le point moyen d'un nuage de points ;<br>- définir la droite de régression y en x ;<br>- définir la droite de régression x en y ;<br>- définir la variance ;<br>- définir la covariance ;<br>- calculer la variance ;<br>- calculer la covariance ;<br>- déterminer les droites de régression ;<br>- définir le cœfficient de corrélation linéaire;<br>- calculer le cœfficient de corrélation linéaire<br>Ici ce sera l'occasion de présenter certaines notions sur les ensembles (réunion, intersection, différence, différence symétrique, |

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| 3-Dénombrement | partition d'ensembles). Toutefois ces notions ne sont pas exigibles des apprenants<br><br>Faire :<br>- reconnaître un ensemble fini ;<br>- définir le cardinal d'un ensemble fini ;<br>*Un ensemble est dit fini s'il est vide ou si on peut compter tous ses éléments.*<br>- démontrer la propriété :<br>• A et B étant deux parties d'un ensemble fini,<br>card (AU B) = card A + card B – card ($A \cap B$);<br>- utilisercettepropriété;<br>- définir le produit cartésien d'un ensemble A par un ensemble fini B;<br>- admettre la propriété :<br>• A et B étant deux ensembles finis non vides,<br>card ($A \times B$) = card A $\times$ card B;<br>- utilisercettepropriété;<br>- definer une p-liste;<br>*Une suite ($a_1$, $a_2$, ………$a_p$) de p elements d'un ensemble fini non vide, E est appelé p-liste (ou p-uplet) d'éléments de E.*<br>- définir le prodruit cartésien d'ensembles finis ;<br>- admettre la propriété :<br>• $E_1$, $E_2$,…….,$E_p$ étant des ensembles finis,<br>card ($E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_p$) = (card $E_1$)$\times$ (card $E_2$) $\times \ldots \times$(card $E_p$).<br><br>*Cette propriété sera introduite à l'aide d'exemples simples. On pourra utiliser un arbre de choix.*<br>- utiliser cettepropriété;<br>- énoncer la propriété:<br><br>• E étant un ensemble fini de n éléments, le produit cartésien $E \times E \times \ldots \times E$ (p ensembles égaux à E) est noté $E^p$. On a donc card$E^p = n^p$ ;<br>*Cette propriété est un cas particulier de la précédente.*<br>- utiliser cette propriété ;<br>- énoncer la propriété:<br>Le nombre d'applications d'un ensemble A de p .<br>• éléments dans un ensemble E de n éléments est égale à $n^p$ ;<br>• *Cette propriété est une conséquence de la précédente.*<br>- utiliser cette propriété ;<br>- définir un arrangement de p éléments d'un ensemble de n éléments ($p \leq n$) ;<br>*On dit aussi p-arrangement.* |

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| | Faire :<br>- énoncer la propriété:<br>• Soit n et p des nombres entiers naturels tels que $1 \leq p \leq n$, E un ensemble de n éléments ; le nombre de p-arrangements d’éléments de E est : $n(n-1)(n-2)\ldots\ldots.[n-(p-1)]$ ;<br>*Cette propriété sera introduite à l’aide d’exemples. Le nombre de p-arrangements d’éléments de E est noté* $A_n^p$ *et lu A, n, p d’où*<br>$A_n^p = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots.[n-(p-1)]$ .<br>- utiliser cette propriété ;<br>- démontrer la propriété:<br>• n et p étant des nombres entiers naturels tels que $1 \leq p \leq n$, E un ensemble de n éléments ; le nombre d’injections d’un ensemble A de p éléments dans un ensemble E de n éléments, est égal à $A_n^p$ ;<br>- utiliser cette propriété ;<br>- définir une permutation des n éléments d’un ensemble non vide ;<br>- démontrer les propriétés :<br>• E étant un ensemble non vide de n éléments, le nombre de permutations des éléments de E est $A_n^n$ ;<br>• $n! = n(n-1)!$;<br>• n et p étant des nombres entiers naturels tels que $1 \leq p \leq n$, on a : $A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$ ;<br>• n étant un nombre entier naturel non nul, le nombre de bijections d’un ensemble A de n éléments sur un ensemble B de même cardinal est égal à n!;<br>*On note* $A_n^n = n\,!$ *et on lit « factorielle n ».*<br>$A_n^n = n(n-1)\times\ldots\ldots\times5\times4\times3\times2\times1$. *Par convention* $0\,! = 1$.<br>- utiliser cette propriété ;<br>- définir une combinaison de p éléments d’un ensemble fini à n éléments ($p \leq n$) ;<br>*On dit aussi p-combinaison.*<br>- énoncer la propriété :<br>• Soit n et p deux nombres entiers naturels non nuls tels que $p \leq n$, E un ensemble de n éléments.Le nombre de p-combinaisons d’éléments de E est : $\dfrac{A_n^p}{p!}$ ;<br>*Cette propriété sera introduite à l’aide d’exemples. On note* $C_n^p = \dfrac{A_n^p}{p!}$ et on lit c, n, p. |

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| | - utiliser cette propriété ;<br>- démontrer les propriétés :<br>• Soit n et p deux nombres entiers naturels tels que $p \leq n$ :<br>➢ $C_n^n = 1$ ; $C_n^0 = 1$ ; $C_n^1 = n$ ;<br>➢ $C_n^p = C_n^{n-p}$ ; $C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$ ;<br>➢ $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^{p}$ $(1 \leq p \leq n-1)$ ;<br>- construire le triangle de Pascal ;<br>- admettre la formule du binôme de Newton ;<br>- utiliser cette formule. |
| **4-Fonctions**<br><br>Fonctions et applications | Faire :<br>- définir la composition de deux applications ;<br>*utiliser la notion relative à la composée deux fonctions ;*<br>- admettre la propriété :<br>La composition des applications est associative ;<br>- démontrer les propriétés :<br>• La composition de deux injections est une injection ;<br>• La composition de deux surjections est une surjection ;<br>• La composition fog de deux bijections f et g est une bijection et $(fog)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$ ;<br>- utiliser ces propriétés ;<br>- démontrer qu'une application est bijective ;<br>- démontrer la propriété :<br>• Soit f une application d'un ensemble A dans un ensemble B ; f est bijective si et seulement si pour tout élément y de B, l'équation f(x) = y admet une solution unique dans A ;<br>- utiliser cette propriété ;<br>- démontrer la propriété :<br>• Si f est une bijection d'un ensemble A sur un ensemble B et g une bijection de l'ensemble B sur l'ensemble C alors gof est une bijection de l'ensemble A sur l'ensemble C ;<br>- utiliser cette propriété ; |

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|

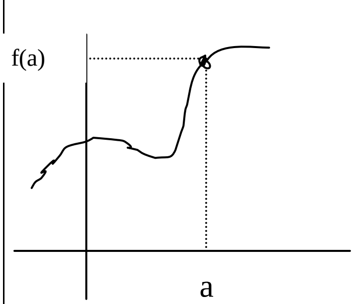
| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| | Faire :<br>- démontrer la propriété :<br>Si f est une bijection d'un ensemble A sur un ensemble B et $f^{-1}$ sa réciproque alors $f^{-1}of$ est l'application identique de A et $fof^{-1}$ est l'application identique de B ;<br>*E étant un ensemble non vide on appelle application identique de E, l'application $x \mapsto x$. On note $Id_E$ .*<br><br>- utiliser cette propriété ;<br>- démontrer la propriété :<br>Dans le plan muni d'un repère orthonormé,les représentations graphiques de deux bijections sont symétriques par rapport à la droite y = x ;<br>*La droite y = x est appelée première bissectrice.*<br><br>- utiliser cette propriété ;<br>- définir l'image directe par une application d'un sous-ensemble de son ensemble de départ ;<br>- définir l'image réciproque par une application d'un sous-ensemble de son ensemble d'arrivée ;<br>*L'enseignant (e) fera remarquer que dans la définition de l'image réciproque, l'application n'est pas nécessairement bijective.*<br>- déterminer l'image directe et l'image réciproque. |
| Limites et continuité | *Pour l'introduction des notions, on privilégiera l'illustration graphique ; l'utilisation des calculatrices est recommandée pour les calculs de valeurs.*<br>Faire :<br>- définir la limite d'une fonction en un point a ;<br>*A ce niveau, il s'agit de limite finie et les définitions de limite utilisant $\varepsilon$ et $\alpha$ sont hors programme ; il s'agit d'approcher intuitivement la notion par une représentation graphique de fonctions simples ; on donnera un tableau de valeurs de la fonction f où figurent un assez grand nombre des valeurs de la variable suffisamment proches de a afin d'appréhender la limite visée.*<br>*On choisira des exemples de fonctions définies en a et des exemples de fonctions non définies en a.*<br>*Il s'agit des notations $\lim_{a} f$ et $\lim_{x \to a} f(a)$.*<br>- admettre la propriété :<br>Lorsqu'une fonction f est définie en a et admet une limite en a, alors cette limite est égale à f(a) ;<br><br>- utiliser cette propriété ; |

Faire :

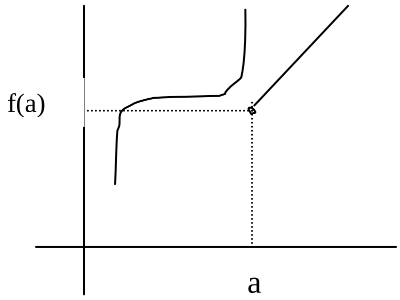
- définir la continuité en un point ;

*Une fonction dite est continue en a lorsqu'elle est définie en a et admet une limite en a.*

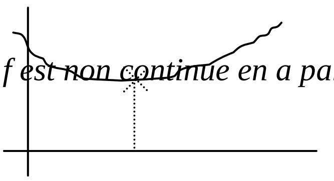
- reconnaître graphiquement une fonction continue en un point a ;




*f est continue en a*




*f est définie en a mais f est non continue en a*




*f est non continue en a parce que non définie en a.*

- reconnaître graphiquement une fonction non continue en un point a ;
- admettre la propriété :

  Les fonctions élémentaires : $x \mapsto c$ ; $x \mapsto ax$ ($a \in \mathbb{R}$) ; $x \mapsto x^2$ ; $x \mapsto x^3$ ; $x \mapsto \sqrt{x}$ ; $x \mapsto \frac{1}{x}$ ; $x \mapsto \cos(x)$ ; $x \mapsto \sin(x)$ sont continues sur leur ensemble de définition ;

- utiliser cette propriété ;
- admettre la propriété :

  La somme, le produit ou le quotient de deux quelconques fonctions élémentaires définies ci-dessus est continue en tout point de son ensemble de définition ;

*Cette propriété sera utilisée pour justifier la continuité des fonctions tangente, cotangente, polynômes et rationnelles en tout point de leur ensemble de définition.*

- utiliser cette propriété ;

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| | |

Faire :

- admettre la propriété :

  Soit a un nombre réel, K un intervalle ouvert contenant a, f une fonction définie sur K-{a} et non définie en a. Si g est une fonction continue en a qui coïncide avec f sur K-{a}, alors f admet une limite en a égale à g(a) ;

*La notion de prolongement par continuité est hors programme.*

- utiliser cette propriété ;
- admettre la propriété :

  Soient f et g des fonctions, a, l, l' des nombres réels.
  Si :
  $\lim_{a} f = l$, $\lim_{a} g = l'$ alors $\lim_{a}(f + g) = l + l'$ ; $\lim_{a} f.g = l.l'$ ;

  Si de plus $l' \neq 0$, alors $\lim_{a} \frac{f}{g} = \frac{l}{l'}$

- utiliser cette propriété ;
- reconnaître les cas d'indétermination ;
- admettre la propriété :

  Soit f et g deux fonctions définies sur un intervalle I telles que $f \leq g$ sur I. Si $\lim_{a} f = l$ et $\lim_{a} g = l'$ alors $l \leq l'$

*L'enseignant fera remarquer que cette propriété s'applique également aux cas de limites à droite ou à gauche.*

- utiliser cette propriété ;
- démontrer la propriété :

  Soit f, g, h trois fonctions définies sur un intervalle I telles que $f \leq g \leq h$. Si f et h admettent la même limite l en a, alors g admet également la limite l en a ;

*Cette propriété s'applique également aux cas de limites à droite ou à gauche.*

- utiliser cette propriété ;

Faire :

- démontrer les propriétés :
  - La somme de deux fonctions continues en a est une fonction continue en a ;
  - le produit de deux fonctions continues en a est une fonction continue en a ;
  - le quotient d'une fonction f continue en a par une fonction g continue en a telle que g(a) soit différent de zéro, est une fonction continue en a ;
- utiliser ces propriétés ;
- utiliser les notations de la limite à gauche en a d'une fonction f ;

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|

*On note :* $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x)$*, la limite de f à gauche en a*

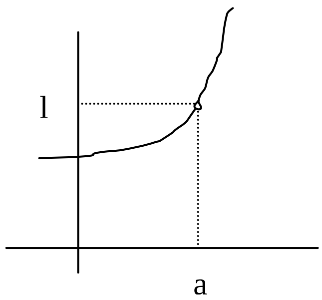
- utiliser les notations de la limite à droite en a d'une fonction f ;

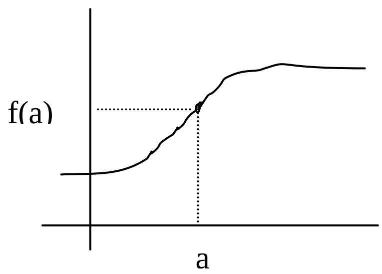
*On note :* $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$*, la limite de f à droite en a*

- définir la continuité à gauche en un point ;
- définir la continuité à droite en un point ;
- admettre la propriété :

  Soit a et l des nombres réels, f une fonction définie sur un intervalle ouvert centré en a sauf éventuellement en a ;

  - Dans le cas où f n'est pas définie en a : f admet une limite l en a si et seulement si f admet en a une limite à gauche et une limite à droite égales à l
  - Dans le cas où f est définie en a : f admet une limite en a si et seulement si f admet en a une limite à gauche et une limite à droite égales à f(a) ;




$\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x) = l = \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$ $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x) = f(a) = \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$

Faire :

- utiliser cette propriété ;
- démontrer cette propriété ;
  - La fonction « valeur absolue » est continue en tout élément de IR.

*Cette propriété sera démontrée en distinguant les trois cas : $x < 0$ ; $x = 0$ ; $x > 0$.*

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|

| | |
|---|---|
| Extension de la notion de limite | - utiliser cette propriété ;<br>- définir la continuité sur un intervalle.<br><br>*Pour l'introduction des notions, on privilégiera l'illustration graphique ; les définitions seront approchées intuitivement sur des exemples de fonctions simples. On pourra dresser à laide d'une calculatrice un tableau de valeurs mettant en évidence le comportement de la fonction lorsque la variable prend des valeurs de plus en plus proches du réel a.*<br><br>Faire :<br>- interpréter géométriquement une limite infinie en un point ;<br>- déterminer l'équation d'une asymptote verticale à la courbe d'une fonction ;<br>*Lorsque f admet une limite infinie en un point a, la droite d'équation x = a est asymptote verticale à la représentation de la fonction f ;*<br>- admettre les propriétés :<br>Soit a un nombre réel et n un entier naturel non nul :<br>$\lim_{\substack{x \to a \\ x \succ a}} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty$<br>➢ Si n est impair, $\lim_{\substack{x \to a \\ x \prec a}} \frac{1}{(x-a)^n} = -\infty$ ;<br>➢ Si n est pair , $\lim_{x \to a} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty$ ;<br><br>- utiliser cette propriété ;<br>Faire :<br>- admettre les propriétés :<br>Soit a et l deux nombres réels, f et g des fonctions telles que : $\lim_{a} g = l$<br>➢ Si $\lim_{a} f = +\infty$ et $l > 0$ alors $\lim_{a} f\,g = +\infty$<br>➢ Si $\lim_{a} f = +\infty$ et $l < 0$ alors $\lim_{a} f\,g = -\infty$<br>➢ Si $\lim_{a} f = -\infty$ et $l > 0$ alors $\lim_{a} f\,g = -\infty$ |

| **Contenus notionnels** | **Indications pédagogiques** |
|---|---|

| | |
|---|---|
| | ➢ Si $\lim\limits_{a} f = -\infty$ et $l < 0$ alors $\lim\limits_{a} f g = +\infty$<br><br>- utiliser cette propriété ;<br>- admettre les propriétés :<br>Soit f une fonction ; s'il existe une fonction g telle que f $\geq$ g sur un intervalle $]a,+\infty[$ et $\lim\limits_{+\infty} g = +\infty$<br>alors on a $\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$ ;<br><br>Soit f une fonction ; s'il existe une fonction g telle que f $\leq$ g sur un intervalle $]a,+\infty[$ et $\lim\limits_{+\infty} g = -\infty$<br>alors on a $\lim\limits_{+\infty} f = -\infty$<br><br>*On a des propriétés analogues dans les cas suivants :*<br>*a*) f $\geq$ g et $\lim\limits_{-\infty} g = +\infty$<br>*b)* f $\leq$ g et $\lim\limits_{-\infty} g = -\infty$<br>c) x tend vers $x_0$,<br>x tend vers $x_0 x < x_0$<br>x tend vers $x_0$, $x > x_0$<br>- utiliser cette propriété ;<br>- calculer la limite à gauche en un point a d'une fonction rationnelle non définie en a ;<br>- calculer la limite à droite en un point a d'une fonction rationnelle non définie en a ;<br>- calculer une limite infinie à l'infini ;<br>- calculer une limite finie à l'infini ;<br>*Il s'agit d'une approche intuitive à partir d'exemples de fonctions simples. On dressera un tableau de valeurs mettant en évidence le comportement de la fonction lorsque la valeur absolue de la variable prend des valeurs très grandes.*<br>Faire :<br>- admettre les propriétés :<br>-<br>$\lim\limits_{n\to+\infty} c = c = \lim\limits_{n\to-\infty} c$<br>$\lim\limits_{+\infty} x^2 = \lim\limits_{-\infty} x^2 = +\infty$ ;<br>- utiliser ces propriétés ;<br>- calculer une limite finie d'une fonction à l'infini ; |
| **Contenus notionnels** | Indications pédagogiques |

- interpréter graphiquement une limite finie d'une fonction à l'infini ;

La courbe représentative d'une fonction f admet au voisinage de +∞ (resp -∞) une asymptote horizontale d'équation y = b (b ∈ /R) lorsque $\lim_{x \to +\infty} f(x) = b$ ( resp $\lim_{x \to -\infty} f(x) = b$

- énoncer les propriétés :

  Soit n un entier naturel non nul :

  $$\lim_{x \to +\infty} x^n = +\infty$$

  Si n est pair, $\lim_{n \to -\infty} x^n = +\infty$

  Si n est impair, $\lim_{n \to -\infty} x^n = -\infty$

  $$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$ ;

- utiliser ces propriétés ;
- énoncer les propriétés :
  - La limite à l'infini d'une fonction polynôme est égale à la limite de son monôme de plus haut degré ;
  - la limite à l'infini d'une fonction rationnelle $\frac{P}{Q}$ est égale à celle du quotient du monôme de plus haut degré de P par le monôme de plus haut degré de Q ;

- utiliser ces propriétés ;

Faire :

- définir le taux de variation d'une fonction ;

*Soit f une fonction d'ensemble de définition $D_f$ ; on appelle fonction taux de variation de f en $x_0$, la fonction notée $T_{x0}$ et définie sur $D_f$-{$x_0$} par :* $T_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

- déterminer le nombre dérivé en un point ;
- déterminer le nombre dérivé à droite en un point donné;
- déterminer le nombre dérivé à gauche en un point donné;

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|

Dérivation

- démontrer la propriété :
  Si une fonction est dérivable en un point alors elle est continue en ce point ;

*A l'aide d'exemple, on montrera que la réciproque est inexacte ; à ce sujet, on pourra prendre l'exemple de la fonction* $x \mapsto /x/$ qui est continue en a sans être dérivable en ce point.

- étudier la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle ;
- déterminer l'équation de la tangente ou des demi tangentes en un point $M_0(x_0, y_0)$ de la courbe représentant une fonction dérivable en $x_0$ ;

*On parlera des demi- tangentes à gauche et à droite en un point et le cas des demi tangentes parallèles à l'axe des ordonnées.*

- déterminer la dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle ;
- démontrer les propriétés sur les fonctions dérivables (somme, produit, quotient) ;
- utiliser ces propriétés ;

Faire :

- admettre la propriété
  - Soit α, β et a des nombres réels, g une fonction et f la fonction définie par $f(x) = g(\alpha x + \beta)$. Si g est dérivable en $\alpha x + \beta$ alors f est dérivable en a et
    $f'(a) = \alpha g(\alpha x + \beta)$ ;
- utiliser ces propriétés ;
- déterminer la dérivée seconde d'une fonction deux fois dérivable sur un intervalle donné de IR ;
- admettre les propriétés :
  - Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert K :
    - f est croissante sur K si et seulement si f ' est positive sur K ;
    - f est décroissante sur K si et seulement si f ' est négative sur K ;
    - f est constante sur K si et seulement si f ' est nulle sur K ;

*L'enseignant (e) fera remarquer que si la dérivée de la fonction garde un signe constant sur un intervalle donné sauf peut-être en un nombre fini de points où elle s'annule, la fonction est strictement monotone sur cet intervalle.*

- utiliser ces propriétés ;
- admettre la propriété :
  - Soit f une fonction dérivable sur un intervalle] a, b [et $x_0$ un élément de] a, b [ ;
    Si f ' s'annule et change de signe en $x_0$, alors f admet

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| | un extrémum relatif en $x_0$.<br><br>- utiliser cette propriété. |
| **Primitives** | **Faire :**<br>**- définir une primitive de fonction continue sur un intervalle ;**<br>**- admettre la propriété :**<br>**Toute fonction continue sur un intervalle K admet une primitive sur K ;**<br>**- utiliser cette propriété ;**<br>**- démontrer la propriété :**<br><br>**Soit f une fonction admettant une primitive particulière F sur un intervalle K. Alors, pour toute constante réelle C, la fonction $x \mapsto F(x) + C$ est une primitive de f sur K et, toute primitive de f sur K, est de la forme $x \mapsto F(x) + C$**<br><br>**- utiliser cette propriété ;**<br>**- démonter la propriété**<br>**f est une fonction continue sur un intervalle K, $x_0$ un nombre réel de K et $y_0$ un nombre réel. Il existe une et une seule primitive de la fonction f sur K qui prend la valeur $y_0$ en $x_0$.**<br>**- utiliser cette propriété ;**<br>**- démontrer la propriété ;**<br>**Si F et G sont des primitives respectives des fonctions f et g sur un intervalle K**<br>**alors, pour tous nombres réels a et b, la fonction (aF+bG) est une primitive de la fonction af+bg ;**<br>**- déterminer les primitives des fonctions usuelles** |
| **5-Suites numériques** | *L'enseignant (e) trouvera ici l'occasion d'initier l'apprenant à l'utilisation du raisonnement par récurrence ; toutefois la théorie sur le raisonnement par récurrence et les opérations sur les suites sont hors programme.*<br>Faire :<br>- définir une suite numérique ;<br>*On appelle suite numérique toute fonction de IN vers IR.*<br>*E étant l'ensemble de définition d'une suite numérique* $n \mapsto u_n$ *, on note cette suite* $(u_n)_{n\in E}$ *ou* $(u_n)$ *si aucune confusionn'est à craindre.*<br>*Dans la pratique l'ensemble de définition E d'une suite est l'ensemble des nombres entiers naturels supérieurs ou égaux à un nombre entier donné.*<br>- utiliser le vocabulaire approprié : terme général, terme de rang n, indice, terme d'indice n ;<br>- noter une suite numérique ;<br>- calculer des termes d'une suite numérique ; |

| | |
|---|---|
| | - déterminer une suite numérique par une formule explicite ;<br>*Le terme général de la suite est donné en fonction de n.*<br>Faire :<br>- déterminer une suite numérique par une formule de récurrence ;<br>*La suite* $(u_n)_{n\in E}$ *est définie par son premier terme et une formule de récurrence explicitant le calcul de* $u_{n+1}$ *en fonction de* $u_n$*;*<br>représenter graphiquement les premiers termes d'une suite ;<br>- définir une suite numérique majorée ;<br>*Soit* $(u_n)_{n\in E}$ *une suite numérique.* $(u_n)_{n\in E}$ *est dite majorée si et seulement si il existe un nombre réel M tel que pour tout n élément de E, on a :* $u_n \leq M$.<br>- prouver qu'une suite est majorée ;<br>- définir une suite numérique minorée ;<br>*Soit* $(u_n)_{n\in E}$ *une suite numérique.* $(u_n)_{n\in E}$ *est dite minorée si et seulement si il existe un nombre réel m tel que pour tout n élément de E, on a :* $m \leq u_n$.<br>- prouver qu'une suite est minorée ;<br>- définir une suite numérique bornée ;<br>*Soit* $(u_n)_{n\in E}$ *une suite numérique.* $(u_n)_{n\in E}$ *est dite bornée si et seulement si elle est à la fois majorée et minorée*<br>- prouver qu'une suite est bornée ; 3 h.<br>- définir une suite décroissante ; |

| **Contenus notionnels** | **Indications pédagogiques** |
|---|---|

| | |
|---|---|
| | *Une suite numérique est décroissante sur E si et seulement si pour tous entiers naturels m et n de E, on a : $m < n \Rightarrow u_m \geq u_n$.*<br>- prouver qu'une suite est décroissante ;<br>- définir une suite croissante ;<br>*Une suite numérique est croissante sur E si et seulement si pour tous entiers naturels m et n de E, on a : $m < n \Rightarrow u_m < u_n$. Dans la pratique, $E = \{n \in IN, n \geq n_0\}$.*<br>- prouver qu'une suite est croissante ;<br>- définir une suite arithmétique ;<br>*Une suite numérique $(u_n)_{n \in E}$ est dite arithmétique si et seulement si il existe un nombre réel r tel que pour tout élément n de E, on a : $u_{n+1} = u_n + r$.*<br>- utiliser le vocabulaire relatif à une suite arithmétique ;<br>- prouver qu'une suite est arithmétique ;<br>- déterminer par une formule explicite le terme général d'une suite arithmétique de raison et de premier terme donnés ;<br>*A titre indicatif, si le premier terme est $u_k$ et la raison r, alors pour tout n supérieur ou égal à k, $u_n = u_k + (n-k)r$.*<br>- calculer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique connaissant deux termes de la suite ;<br>- calculer la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique ;<br>*Soit S la somme des p termes consécutifs $u_k$, $u_{k+1}, \dots u_{k+p-2}, u_{k+p-1}$ d'une suite arithmétique $(u_n)$ ;*<br>$S = u_k + u_{k+1} + \dots + u_{k+p-2} + u_{k+p-1} = \frac{1}{2} p(u_k + u_{k+p-1})$<br>- définir une suite géométrique;<br>*Une suite numérique $(u_n)_{n \in E}$ est dite géométrique si et seulement si il existe un nombre réel q tel que pour tout élément n de E, on a : $u_{n+1} = q\, u_n$.*<br>- utiliser le vocabulaire relatif à une suite géométrique;<br>- prouver qu'une suite est géométrique ;<br>- déterminer par une formule explicite le terme général d'une suite géométrique de raison et de premier terme donnés ;<br>*A titre indicatif, si le premier terme est $u_k$ et la raison q, alors pour tout n supérieur ou égal à k, $u_n = u_k \times q^{(n-k)}$.*<br>- calculer la raison et le premier terme d'une suite géométrique ;<br>*On donnera à cet effet des cas simples et on fournira toutes les informations nécessaires ;*<br>- calculer la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique ; |

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| | *Soit S la somme des p termes consécutifs* $u_k$ , $u_{k+1}$,… $u_{k+p-2}$, $u_{k+p-1}$ *d'une suite* géométrique $(u_n)$ *de raison q;*<br>$S = u_k+u_{k+1}+\ldots+u_{k+p-2}+u_{k+p-1}$<br>▪ *Si* $q \neq 1$*, alors on a* $S = u_k \dfrac{1-q^p}{1-q}$ ;<br>▪ *Si* $q = 1$*, alors on a* $S = pu_k = pu_0$ *où* $u_0$ *est le terme d'indice 0.*<br>- définir une suite strictement croissante ;<br>- prouver qu'une suite est strictement croissante ;<br>- définir une suite strictement décroissante ;<br>- prouver qu'une suite est strictement décroissante ;<br>- définir une suite monotone ;<br>*Une suite numérique est dite monotone lorsqu'elle est croissante ou décroissante.*<br>- définir une suite strictement monotone ;<br>- étudier le sens de variation d'une suite ;<br>*Il s'agit d'établir qu'une suite est croissante, décroissante, constante, strictement croissante ou strictement décroissante ;*<br>- définir une suite convergente ;<br>*Une suite numérique est dite convergente si elle a une limite finie.*<br>Faire :<br>- démontrer qu'une suite est convergente ;<br>- admettre les propriétés :<br>• Toute suite décroissante et minorée est convergente ;<br>• Toute suite croissante et majorée est convergente ;<br>- utiliser ces propriétés ;<br>- admettre les propriétés :<br>Soit l un nombre réel, f une fonction numérique, $(u_n)$ la suite définie par $u_n = f(n)$ ;<br>• Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$ alors $(u_n)$ converge vers l ;<br>• Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ alors $(u_n)$ diverge ;<br>*Toute autre propriété sur les suites convergentes est hors programme.*<br>*Si la fonction f n'admet pas de limite en* $+\infty$ *on ne peut rien conclure quant à la convergence de la suite* $(u_n)$ *définie par* $u_n = f(n)$*. Prendre par exemple les fonctions* $f_1$ *et* $f_2$ *définies par*<br>$f_1(x) = \sin(\dfrac{4x+1}{2})\pi$ et $f_2(x) = \sin(\dfrac{4x+1}{6})\pi$<br>- utiliser ces propriétés ;<br>- étudier une suite ; |

| Contenus notionnels | Indications pédagogiques |
|---|---|
| | *Dans l'étude d'une suite il y a :*<br>▪ *Sens de variation ;*<br>▪ *Minoration, majoration (si nécessaire) ;*<br>▪ *Convergence ;*<br>- étudier une suite définie par une formule de récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$. |

**Les mathématiques ? Ah ! je les fais adorer.**

**SITUATION D'APPRENTISSAGE N° 3 : Lieux géométriques dans le plan**

## I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

### 1.1 Contenus de formation

#### 1.1.1*Compétences*

*a) Les compétences disciplinaires*:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

*b) Compétence transdisciplinaire :*

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- exploiter l'information disponible *;*
- résoudre une situation-problème *;*
- communiquer de façon précise et appropriée;
- exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

### *1.1.2 Connaissances et techniques*

Angles orientés et leurs propriétés (mesure d'un angle ; propriétés).

Trigonométrie (angles associés : formules d'addition et de transformation ; fonctions circulaires : définition, parité, périodicité ; valeurs approchées ; équations et inéquations trigonométriques dans IR).

Barycentre de deux points pondérés du plan.

Barycentre de trois ou quatre points pondérés du plan.

Utilisation de la notion de barycentre

- $M \mapsto \vec{MA} \bullet \vec{AB}$;
- $M \mapsto \vec{MA} \bullet \vec{MB}$;
- $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i MA_i^2$

Droites perpendiculaires.

Equation et représentation paramétrique d'un cercle.

Equation d'une tangente à un cercle.

Isométries du plan : propriétés ; composition des isométries ; déplacements ; antidéplacements ; critères d'isométrie de deux triangles.

Similitudes : propriétés ; composition d'homothétie et d'isométrie ; effet d'une similitude sur les figures simples ; triangles semblables.

Représentations graphiques de fonctions et translations (fonctions de type $x \mapsto f(x-\alpha)+\beta$; fonctions polynômes du second degré ; fonctions homographiques). Représentations graphiques de fonctions et éléments de symétrie (représentation graphique de la fonction $x \mapsto f(x)$; représentation graphique de la fonction $x \mapsto f(-x)$; représentation graphique de la fonction $x \mapsto -f(x)$; représentation graphique de la fonction $x \mapsto |f(x)|$). Propriétés géométriques des représentations graphiques de fonctions (fonction paire, fonction impaire, éléments de symétrie de la représentation graphique d'une fonction (axes de symétrie, centres de symétrie ; fonctions périodiques). Etude de fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 3.Etude de la fonction $x \mapsto \sqrt{ax+b}$ (a Є IR, B Є IR*). Etude de fonctions homographiques.Etude de fonctions de la forme $x \mapsto \dfrac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$. Etude de fonctions trigonométriques simples.

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

**1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage :*** *Résolution de problèmes.*

**1.2 Durée :** *62 heures*

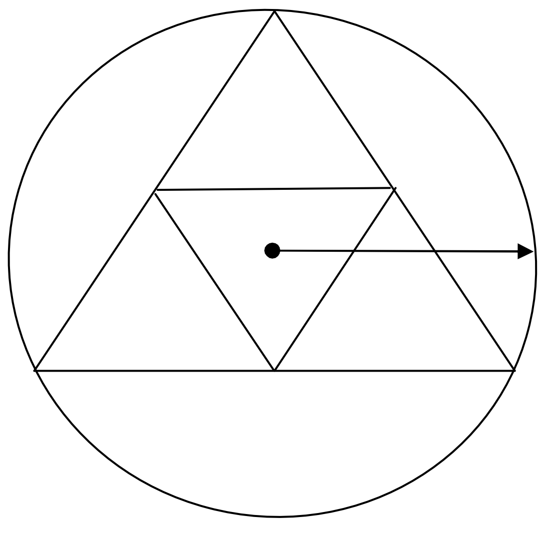
**1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage :** *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

**1.4 Matériel :** **objets familiers**

## *2- DEROULEMENT*

**2.0*Situation de départ***.LA SIRENE DU LYCEE.

C'est la rentrée.Les murs de façade du lycée ont été repeints. Des objets d'embellissement qui suscitent la curiosité des élèves ont été placés à divers endroits de l'établissement. L'un de ces objets a retenu l'attention de Zoé, élève en classe de 1ère. Cet objet est un disque sur lequel est fixée une plaque transparente ayant la forme d'un triangle équilatéral, inscrit dans sa bordure.Au centre du disque est fixé une aiguille de longueur égale au rayon du disque.Cette aiguille est accolée à une autre plaque triangulaire de même nature dont les sommets coïncident avec les milieux des cotésde la première plaque. Un bouton électrique fait tourner l'aiguille dans le plan du disque. Celle-ci entraîne dans sa course la petite plaque triangulaire et déclenche aussitôt la sirène du lycée.
Voici une représentation de la position de repos de l'aiguille :



L’aiguille actionnée par le bouton,tourne dans le sens contraire des aiguilles d’une montre en émettant une jolie brillance circulaire qui évolue régulièrement à partir du centre du disque vers son bord ; c'est-à-dire que la surface de la brillance évolue à vitesse constante en fonction du temps. Quand on cesse d’appuyer sur le bouton, l’aiguille revient au repos en sens opposé et la jolie brillance s’estompe.
Emerveillée par ce dispositif, Zoé se propose de rechercher la variation du rayon de la brillanceet le rapport qui lie les triangles du dispositif de la sirène. /.

**Tâche:**Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela, tu auras, tout au long de la S.A., à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés.
- analyser chacun des problèmes.
- opérer sur l’objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème
- améliorer au besoin ta production

N.B. : Cette consigne est liée à toute la S.A. et non à la situation de départ.

## 2.1- Introduction

| **Cheminement d'apprentissage** L’élève : | **Indications pédagogiques à l’attention de l’enseignant(e)** | **Contenus de formation** |
|---|---|---|
| **Exprime sa perception du problème posé**<br>-lit le texte de la situation de départ ;<br>-reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ;<br>-formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ;<br>-reconnaît des situations similaires ;<br>-anticipe éventuellement sur la réponse au problème. | L’enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n’est nécessaire à cette étape. | *Les compétences visées.* |

## 2.2. Réalisation

| | | |
|---|---|---|
| **2.2.1- Analyse chaque problème posé.**<br><br>-indique le sens des termes et des symboles ;<br><br>- recense les informations explicites ou implicites ;<br><br>- situe le problème par rapport à des | Au cours de cette phase de réalisation l’enseignant(e) :<br>-invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires | |

| | | |
|---|---|---|
| problèmes similaires ;<br>-identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ;<br>-reconnaît un objet géométrique ;<br>-décrit un objet géométrique.<br>**2.2.2- Mathématise le problème posé.**<br>-*f*ormule le problème posé en langage mathématique ;<br>- identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ;<br>-réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux, manipulations . . .<br>- conjecture ;<br>-représente un objet géométrique ;<br>-réalise un patron d'un objet géométrique ;<br>-trace une figure géométrique ;<br>-établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ;<br>-traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ;<br>- établit des relations entre des objets géométriques ;<br>**2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.**<br>-*o*rdonne ses idées ;<br>-*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques.<br>-effectue des opérations ;<br>- justifie les opérations effectuées ;<br>- choisit une stratégie de résolution ;<br>- remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ;<br>- vérifie l'état de progression de sa production ;<br>- prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; | -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées.<br>Au cours de l'étape du *travail individuel* elle ou il :<br>-*circule* pour voir les apprenants au travail ;<br>- *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ;<br>*-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;*<br>*-exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe.<br>-*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ;<br>*-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*.<br>*-commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel.*<br>Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il :<br>*-circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ;<br>*-s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; | |

| | | |
|---|---|---|
| - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ;<br><br>-présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ;<br><br>-vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ;<br><br>-répond à la question posée en respectant les contraintes du problème.<br>-construit des figures géométriques ;<br>-utilise des instruments de géométrie ;<br>-fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ;<br>-utilise des relations entre des objets géométriques ;<br>-utilise des propriétés d'un objet géométrique ;<br>-calcule des mesures de grandeurs ;<br>-exécute un programme de construction ;<br>-utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ;<br>-transforme un objet géométrique en un autre. | -*intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;*<br>-s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ;<br><br>*-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;*<br><br>-*achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire.*<br>Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle :<br><br>-organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ;<br><br>-invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ;<br><br>-invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ;<br><br>L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.* | |

## 2.3 Retour et projection

| | | |
|---|---|---|
| **2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées :**<br>- fait le point des savoirs construits ;<br>- exprime comment les savoirs ont été construits ;<br>- identifie les réussites et les difficultés rencontrées ;<br>- dégage au besoin des possibilités d'amélioration.<br>**2.3.2- Améliore au besoin sa** | -invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris.<br><br>- invite l'élève à s'auto évaluer. | |

| | | |
|---|---|---|
| **production : consolidation/enrichissement**<br>- choisit des possibilités d'amélioration ;<br>- réalise des améliorations.<br><br>**2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :**<br>- identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ;<br>- applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante. | - invite l'élève à améliorer si possible sa production<br><br>-invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées. | *Compétence transdisciplinaire :* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans lasociété. |

**DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°3 :**

**Durée : *62 heures.***

| Contenus notionnels | Indications Pédagogiques |
| --- | --- |
| 1-Angles orientés et leurs propriétés | Faire :<br>- définir la congruence modulo 2$\pi$ dans IR ;<br>- démontrer la propriété suivante<br>Pour tous nombres réels x, y,z on a<br>$(x \equiv y \quad [2\pi]) \Leftrightarrow (x+z \equiv y+z \quad [2\pi])$<br>- utiliser cette propriété ;<br>- définirl'ensemble des mesures d'un angle orienté ;<br>- définir la somme de deux angles orientés ;<br>N.B. :*La notion d'angle orienté d'un couple de vecteurs ou d'un couple de demi-droites de même origine a été vue en 2e ; de même la notion de mesure principale d'angle orienté a été introduite.*<br>*Il s'agit en 1ère C, d'étendre la notion de mesure d'angle orienté à IR.*<br>*Pour cela, l'enseignant fera définir la surjection canonique de IR dans le cercle trigonométrique.*<br>***Etant donné le cercle trigonométrique C rapporté au repère orthonormé (O, I, J), on appelle surjection canonique de IR dans C la relation définie de IR vers C qui à tout nombre réel x associe le point M de C coïncidant par enroulement avec le point d'abscisse x sur la droite réelle.***<br>*L'enseignant fera découvrir la surjection canonique de IR dans C à partir de manipulation d'enroulement de fil sur un solide circulaire. Il en fera déduire la congruence modulo 2$\pi$ sur IR.*<br>Faire :<br>- énoncer la propriété suivante :<br>$\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ étant trois vecteurs non nuls on a :<br>$(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) + (\widehat{\vec{v}, \vec{w}}) = (\widehat{\vec{u}, \vec{w}})$ ;<br>(Cette propriété pourra être démontrée)<br>Faire :<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>$\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{u}'$, $\vec{v}'$ étant quatre vecteurs non nuls<br>$[(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = (\widehat{\vec{u}', \vec{v}'})] \Leftrightarrow [(\widehat{\vec{u}, \vec{u}'}) = (\widehat{\vec{v}, \vec{v}'})]$<br>- $\vec{u}$, $\vec{v}$ étant deux vecteurs non nuls; k un nombre réel non nul on a : |

| | |
|---|---|
| | a) $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = -(\widehat{\vec{v}, \vec{u}})$<br><br>b) $(\widehat{k\vec{u}, \vec{v}}) = (\widehat{\vec{u}, k\vec{v}}) = (\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$ si k est positif<br><br>c) $(\widehat{k\vec{u}, \vec{v}}) = (\widehat{\vec{u}, k\vec{v}}) = (\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) + \pi$ si k est négatif<br><br>d) $(\widehat{k\vec{u} ; k\vec{v}}) = (\widehat{\vec{u} ; \vec{v}})$ |
| 2-Angles associés | Faire :<br>-définir le cosinus, le sinus, la tangente et la Cotangented'un nombre réel ;<br>- écrire pour tout nombre réel a les inégalités et relations suivantes<br>$-1 \leq \cos a \leq 1$ ; $-1 \leq \sin a \leq 1$<br><br>$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ ; $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$ si $\cos a \neq 0$.<br>- donner en fonction des lignes trigonométriques du nombre réel x celles de chacun des réels :<br>$-x$ ; $\pi + x$ ; $\pi - x$ ; $\frac{\pi}{2} - x$ ; $\frac{\pi}{2} + x$<br>à partir du cercle trigonométrique et des transformations géométriques. |
| Formules d'addition et de transformation | Faire :<br><br>- démontrerlesa formules suivantes :<br>Pour tous nombres réels a et b :<br>$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$<br>- démontrer les formulessuivantes<br>$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$<br>$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$<br>$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$<br><br>- utiliser ces propriétés pour avoir la transformation d'un produit en somme et d'une somme en produit.<br><br>Faire :<br>- démontrer les propriétés suivantes<br>$\cos^2 a = \cos^2 a - \sin^2 a$<br>$\cos^2 a = 2\cos^2 a - 1$ |

| | |
|---|---|
| Fonctions circulaires | $\cos^2 a = 1 - 2\sin^2 a$<br>$\sin^2 a = 2\sin a\cos a$<br>- écrire les formules donnant sin a, cos a et tan a en fonction de tan $\frac{a}{2}$ ;<br>Faire :<br>- définir les fonctions circulaires ;<br>-indiquer la parité de chacune de ces fonctions ;<br>-définir une fonction numérique périodique ;<br>-donner la période de chacune des fonctions circulaires ;<br>- énoncer les propriétés :<br>$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$<br>$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2} = ½$<br>- utiliser ces propriétés pour donner des valeurs approchées de sinx ;cosx et tanx pour les petites valeurs de $\|x\|$ ; |
| **Equations et inéquations trigonométriques dans IR** | Faire :<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>❖ pour tout nombre réel t élément de [-1 ;1] il existeun nombre réel a de]-$\pi$ ;$\pi$ ] tel que, sina = t<br>❖ pour tout nombre réel t élément de [-1 ;1] il existeun nombre réel a de]-$\pi$ ;$\pi$ ] tel que, cosa = t.<br>❖ pour tout nombre réel t il existe un nombre réel a de ]-$\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}$[tel que tan a =t.<br>- résoudre :<br>• les équations du type cosx= a ;<br>• les équations du type sinx=b ;<br>• les équations du type tanx =c ;<br>• les équations du type acosx + bsinx =c<br>- résoudre les inéquations du type :<br>• cosx $\leq$ a;<br>• sinx $\leq$ b<br>• tanx $\leq$ c<br>• acosx+bsinx $\leq$ c |

| | |
|---|---|
| 4- Barycentre de deux, trois ou quatre points pondérés | Faire :<br>- définir<br>• le barycentre de deux,trois ou quatre points pondérés du plan ;<br>• l'isobarycentre de deux trois quatre points pondérés du<br>*L'étude des barycentres se fait ici dans le plan et doit être une occasion pour entraîner les élèves à construire des lieux géométriques.*<br>- construire, lorsqu'il existe le barycentre de deux,trois,quatre points ;<br>- démontrer les propriétés suivantes<br>• l'homogénéité du barycentre ;<br>*le barycentre d'un système de points ne change pas lorsqu'on multiplie les coefficients par un même réel non nul.*<br>• l'associativité du barycentre ;<br>*Le barycentre d'un ensemble de trois points au moins ne change pas lorsqu'on remplace une partie de cet ensemble par son barycentre affecté de la somme des coefficients des points qui figurent dans cette partie.*<br>Faire :<br>- admettre la conservation du barycentre par une projection ;<br>- utiliser ces propriétés ;<br>- calculer les coordonnées du barycentre dans un repère cartésien du plan ;<br>- réduire la somme $\sum a_i \vec{MA_i}$ et la somme $\sum a_i \vec{MA_i}^2$ avec $n \in \{2, 3, 4\}$ ;<br>- définir une ligne de niveau ;<br>- déterminer les lignes de niveau associées aux applications suivantes du plan dans IR :<br>– $M \mapsto \vec{MA} \bullet \vec{AB}$;<br>– $M \mapsto \vec{MA} \bullet \vec{MB}$;<br>– $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i MA_i^2$<br>Pour tout nombre réel k on appelle ligne de niveau k l'ensemble des points M tels que : $\sum a_i \vec{MA}_i^2 = k$. |

| | |
|---|---|
| **Orthogonalité, droite et cercle dans le plan** | Faire :<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• Pour toute droite d'équation cartésienne :<br>$ax + by + c = 0$ avec $(a, b) \neq (0,0)$, le vecteur $\vec{n}\,(a, b)$ est un vecteur normal à cette droite.<br>• Toute droite de vecteur normal $\vec{n}\,(a, b)$ admet une équation cartésienne de la forme :<br>$ax + by + c = 0$ (réciproque)<br>*N.B. :Dans toute cette partie, le plan est rapporté à un repère orthonormé (o ; $\vec{i}$ , $\vec{j}$ ).les notions de vecteur normal d'équation cartésienne d'une droite et de distance d'un point à une droite ont été vues en 2nde ; le professeur s'appuiera sur ces acquis pour les approfondir.*<br>Faire :<br>- démontrer les propriétés suivantes à l'aide des vecteurs normaux :<br>Soit (D) et (D') deux droites d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c = 0$.<br>• $(D//D') \Leftrightarrow (ab' - a'b = 0)$ ;<br>• $(D \perp D') \Leftrightarrow (aa' + bb' = 0)$<br>- déterminer un vecteur unitaire colinéaire à un vecteur non nul donné ;<br>- démontrer la propriété suivante :<br>Soit (D) une droite, $\vec{n}$ un vecteur normal de (D) et $\theta$ une mesure de l'angle orienté ( $\vec{i}$ , $\vec{n}$ ), (D) admet une équation cartésienne de la forme<br>$(\cos\theta)\, x + (\sin\theta)\, y + k = 0$ avec $k \in IR$ .<br>***<u>Définition</u>*** *: Une telle équation est appelée équation normale de (D).*<br>- démontrer la propriété suivante :<br>Soit Mo (xo, yo) un point du plan et (D) une droite d'équation normale $(\cos\theta)\, x + (\sin\theta)\, y + k = 0$.<br>On a: $d(M_o; D) = \lvert x_o\cos\theta + y_o\sin\theta + k \rvert$ .<br><br>*Le professeur en fera déduire l'interprétation géométrique du nombre réel k.*<br>- définir une représentation paramétrique du cercle de centre O et de rayon r $(r \geq 0)$ ;<br>- définir une représentation paramétrique du cercle de centre A (a, b) et de rayon r ;<br>- déterminer : |

| | |
|---|---|
| 5- Les translations-les symétries Orthogonales et les rotations | • une équation cartésienne de la tangente en un point à un cercle ;<br>• une équation cartésienne de la tangente en un point à un cercle passant par un point extérieur à ce cercle.<br>• une équation cartésienne du cercle circonscrit à un triangle.<br><br>Faire :<br>- démontrer la propriété caractéristique d'une translation :<br>*Soit f une application du plan dans lui-même*<br>*f est une translation si et seulement si pour tous points M et N d'images respectives M'et N' par f on a :*<br>$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$.<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• La composée $t_{\vec{u}}$ o $t_{\vec{v}}$ des translations $t_{\vec{u}}$ et $t_{\vec{v}}$ estla translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ . on a :$t_{\vec{u}}$ o$t_{\vec{v}}$ = $t_{\vec{u}+\vec{v}}$<br>• Le plan étant rapporté à un repère cartésien, l'expression analytique dela translation de vecteur $\vec{u}$ (a ; b) est $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$<br>• $\vec{u}$ étant un vecteur non nul, soit $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur $\vec{u}$ .Pour toute droite D de vecteur normal $\vec{u}$ ,il existe une droite D' et une seule, telle que $S_D \circ S_{D'} = t_{\vec{u}}$<br>- utiliser ces différentes propriétés.<br><br>- déterminer l'expression analytique de quelques symétries orthogonales particulières.<br>*Soit Δ l'axe d'une symétrie orthogonale. on examinera les cas où :*<br>• *Δ est parallèle à l'axe des abscisses ;*<br>• *Δ est parallèle à l'axe des ordonnées*<br>• *Δ a pour équation y = x*<br><br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• Soit Δ et Δ' deux droites sécantes en O et de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{u}$ '. |

| | |
|---|---|
| | La composée $s_{\Delta} o s_{\Delta'}$ des symétries d'axes respectifs $\Delta$ et $\Delta'$ est la rotation de centre O et d'angle $2(\widehat{\vec{u},\vec{u'}})$<br>• r' (O ; a) étant une rotation de centre O et d'angle de mesure principale non nulle a, $\Delta$une droite passant par O, il existe une droite $\Delta'$et une seule telle que$s_{\Delta} o s_{\Delta'}$= r (O ; a)<br>• f est une rotation d'angle a non nul si et seulement si, pour tous points M et N distincts d'images respectivesM' et N'.On a :<br><br>MN=M'N' et $(\widehat{\overrightarrow{MN},\overrightarrow{M'N'}})$= a.<br><br>- utiliser ces propriétés.<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• Soit r et r' deux rotations de centre O et d'angles respectifsa et a', alors r'or est la rotation de centre O et d'angle a+a'.<br>• Soit r et r' deux rotations de centre distincts et d'anglesrespectifs a et a'.<br>❖ Si a+a'= 0 alors ror' est une translation<br>❖ Si a+a'≠0 alors ror' est une rotation d'anglea+a'.<br>N.B. : cette composition n'est pas commutative.<br>- construire :<br>• le centre de la rotation r'or lorsque a+a'≠0<br>• le vecteur de la translation r'or lorsque a+a'=0 |
| 6- Définition d'une isométrie | Faire :<br>- définir une isométrie ;<br>*On appelle isométrie du plan toute application f du plan dans lui-même qui conserve la distance.*<br><br>*Soit M et N deux points du plan d'images respectives M'et N' par f on a : M'N' = MN.*<br>N.B. : Les translations,les symétries orthogonales et les rotations sont des isométries.<br><br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• les isométries conservent le produit scalaire<br>• les isométries conservent le barycentre<br>• une isométrie est une transformation dont la réciproque est une isométrie.<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• Soit f une isométrie, A et B deux points distincts d'images respectives A' et B' par f alors :<br>❖ l'image par f de (AB) est la droite (A' B') |

| | |
|---|---|
| | ❖ l'image par f de [AB] est le segment [A' B']<br>❖ l'image par f d'une demi- droite [AB) est la demi-droite [A' B')<br>• L'image du cercle C (O ; R) de centre O et de rayon R parf est le cercle de centre O'= f (O) et de même rayon que C (O ; R)<br>*L'enseignant fera ressortir le terme figure globalement invariante par f.*<br>- énoncer les propriétés suivantes :<br>• les isométries conservent les angles non orientés<br>• les isométries conservent le contact<br>• les isométries conservent les aires.<br>- utiliser ces propriétés.<br>- démontrer la propriété suivante :<br>La composée de deux isométries est une isométrie.<br>- reconnaître et définir un déplacement et un antidéplacement ;<br>- énoncer la propriété :<br>Deux triangles sont isométriques si et seulement si il existe une isométrie f transformant les sommets de l'un respectivement en ceux de l'autre.<br>Remarque : Si f est un déplacement alors les deux triangles sont ditsdirectement superposables, sinon ils sont dits superposables après retournement.<br>- énoncer les propriétés suivantes :<br>• la composée de deux déplacements est un déplacement<br>• la composée de deux antidéplacementsest un déplacement.<br>• la composée d'un déplacement et d'un antidéplacement est un antidéplacement.<br>• la réciproque d'un déplacement est un déplacement.<br>• la réciproquement d'un antidéplacement est un antidéplacement<br><br>faire<br>- déterminer l'expression analytique d'une homothétie.<br>- reconnaître une homothétie<br>- déterminer les éléments caractéristiques d'une homothétie (centre ; rapport).<br>*La détermination et la reconnaissance se feront à partir de l'expression analytique.*<br>Si f est une application du plan dans lui-même dont l'expression analytique est de la forme<br>{x'= kx+p ; y'= ky =q $k\neq 0$ $k\neq 1$, alors f admetun seul point invariant I ; f est l'homothétie de centre I et de rapport k.<br>- démontrer les propriétés suivantes : |

| | |
|---|---|
| 7- Similitudes | • l'homothétie conserve le barycentre<br>• Une droite et un cercle tangents sont transformés en une droite et un cercle tangents par toute homothétie.<br>• deux cercles tangents sont transformés en deux cercles tangents par toute homothétie.<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• Si h et h' sont deux homothéties de centre A et de rapports respectifs k et k' alors h oh' est une homothétiede centre A et de rapport $k \times k'$.<br>• Soit h (A, k) et h(A',k') deux homothéties de centres distincts A et A'<br>si $k \times k' \neq 1$ alors h oh' est une homothétie de rapport $k \times k'$<br>si $k \times k' = 1$ alors h oh' est une translation.<br>- construire le centre de l'homothétie h oh' lorsque $k \times k'$ est différent de 1.<br>- construire le vecteur de la translation lorsque $k \times k'$ est égal à 1.<br>- démontrer la propriété suivante :<br>Si h est une homothétie de rapport k différent de 1 et t est une translation alors hot et toh sont des homothétiesde rapport k.<br><br>Faire :<br>- définir une similitude<br>*Une similitude est la composée d'une homothétie et d'une isométrie.*<br>- définir une similitude directe ;<br>- définir une similitude indirecte ;<br>- démontrer les propriétés suivantes :<br>• Si h est une homothétie de rapport k et i une isométrie alors les similitudes h o i et i o h multiplient les distances par $\|k\|$ et les aires par $k^2$.<br><br>• Les similitudes directes conservent les angles orientés ;<br>• Les similitudes indirectes transforment les angles orientés en leurs opposés.<br>• Soit s une similitude directe, composée d'une homothétie et d'une rotation d'angle a<br>Pour tous points M et N distincts d'images respectives M'et N' par s, on a $\widehat{(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{M'N'})} = a$.<br>- Deux triangles ABC et A'BC' sont dits semblables si seulement si il existe une similitude s transformant les sommets de l'un en ceux de l'autre. |

| | |
|---|---|
| **8- Représentations graphiques de Fonctions et transformations du plan. Représentations graphiques de fonctions et translations**<br><br>Etude de fonctions numériques de variable réelle : | Faire :<br>- représenter graphiquement la fonction $x \mapsto f(x-a) + b$.<br>f étant une fonction de représentation graphique $(C_t)$. la représentation graphique de la fonction g : $x \mapsto f(x-a)+b$ est l'image de $(C_t)$ par la translation de vecteur $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$ .<br>- représenter graphiquement une fonction polynôme du second degré<br>Soit g la fonction polynôme du second degré définie par $g(x)=ax^2+bx+c$<br>g peut être définie par la forme explicite<br>$g(x)= a(x- \alpha)^2- \beta$<br>la représentation graphique de g est l'image par la translation de vecteur $\vec{u} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ de la parabole d'équation $y = ax^2$, dans le plan muni d'un repère orthonormé<br>$(O ; \vec{i}, \vec{j})$.<br><br>Faire :<br>- représenter graphiquement une fonction homographique.<br>*Soit a et b deux nombres réels et k un nombre réel non nul.*<br>*On appelle fonction homographique toute fonction f de IR vers IR définie par* $f(x) = \frac{k}{x-\alpha} + \beta$ *dans le plan muni d'un repère orthonormé* $(o ; \vec{i}, \vec{j})$<br>la représentation graphique de f est l'image par la translation de vecteur $\vec{u} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ de l'hyperbole d'équation $y= \frac{k}{x}$<br>Faire :<br>- représenter graphiquement les fonctions :<br>$x\mapsto -f(x)$; $x\mapsto f(-x)$. ; $x\mapsto -f(-x)$ ; $x\mapsto \|f(x)\|$,<br>$x\mapsto f(\|x\|)$.<br>Le plan étant muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, soit la fonction f de représentation graphique $C_f$.<br>La représentation graphique de $x\mapsto -f(x)$ est la courbe symétrique de $C_f$ par rapport à $(O, \vec{i})$.<br>La représentation graphique de $x\mapsto f-x)$ est le symétrique de $C_f$ par rapport à $(O ; \vec{j})$.<br>La représentation graphique de $x \mapsto -f(-x)$ est la |

| | |
|---|---|
| | symétriquede $C_f$par rapport à O.<br>Faire :<br>- définir une fonction paire.<br>Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O $\vec{i}$ , $\vec{j}$ ) , la représentation graphique d'une fonction paire est symétrique par rapport à (O ;$\vec{j}$).<br>Réciproquement, si la courbe représentative d'une fonction est symétrique parrapport à ( O ; $\vec{j}$ ) , alors cette fonction est paire.<br>Faire :<br>- définir une fonction impaire.<br>La représentation graphique d'une fonction est Symétriquepar rapport à O si et seulement si cette fonction est impaire.<br>Faire :<br>-démontrer qu'une fonction est périodique ;<br>- reconnaître un axe de symétrie d'une courbe ;<br>- démontrer qu'une droite est un axe de symétrie d'une courbe ;<br>-reconnaître un centre de symétrie d'une courbe ;<br>-démontrer q'un point est centre de symétrie d'une courbe.<br>*On pourra utiliser les formules de changement de repères pour faire les deux dernières démonstrations.*<br>- étudier une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3.<br>- étudier les fonctions $x \mapsto \sqrt{ax+b}$ ; a€IR*, b €IR.<br>- étudier les fonctions homographiques.<br>- étudier les fonctions de la forme $x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$.<br>- étudier les fonctions x⟼sinx ; x⟼cosx ; x⟼tanx. et quelques fonctions trigonométriques simples. /. |

### 3. Documents d'accompagnement

### 3.1 Document d'exploitation des situations de départ

Une situation de départ est la porte d'entrée d'une situation d'apprentissage.L'enseignant (e) devra l'utiliser comme thème central de toutes les activités et problèmes qui permettent aux apprenants de réfléchir pour construire ensemble les connaissances et techniques associées, par le programme, à la situation d'apprentissage.Cet état de fait permet de constater que toutes les activités de redécouvertes et d'évaluation formatives d'une S.A. devraient être liées à sa situation de départ.

**Avertissement** : Les situations de départ présentées dans ce guide ainsi que les documents d'exploitation qui leur sont associés ne sont que des exemples parmi tant d'autres. Ce sont donc des propositions. Le professeur peut être mieux inspiré, pourvu que la situation de départ qu'il conçoit et l'exploitation qu'il en fait répondent aux exigences de l'approche par compétences.
En outre, les documents d'exploitation ne sont que des pistes parmi tant d'autres pour conduire l'apprentissage à partir des situations de départ.

#### 3.1.1 Situation de départ n° 1

Dans la situation de départ de la $SA_1$, la représentation de l'armoire servira de prétexte

- pour aborder les notions de :
  - droites orthogonales ;
  - droite perpendiculaire à un plan ;
  - plans perpendiculaires ;
  - distance d'un point à un plan ;
  - distance d'un point à une droite ;
  - projection orthogonale sur un plan ;
  - projection orthogonale sur une droite ;
  - vecteurs de l'espace ;
  - vecteurs colinéaires ;
  - vecteurs coplanaires ;
  - vecteurs non coplanaires ;
  - base de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace ;
  - coordonnées d'un vecteur dans une base de $\mathcal{W}$;
  - repère de l'espace ;
  - coordonnées d'un point dans un repère de l'espace ;
  - caractérisation vectorielle d'un plan de l'espace ;
  - caractérisation vectorielle d'une droite de l'espace ;
  - représentation paramétrique d'un plan ;
  - représentation paramétrique d'une droite de l'espace ;
  - produit scalaire dans l'espace ;
  - base orthonormée de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace ;
  - repère orthonormé de l'espace
- pour déterminer :
  - une équation cartésienne d'un plan ;
  - un système d'équations cartésiennes d'une droite de l'espace ;

- pour résoudre un système d'équations linéaires par la méthode du Pivot de Gauss

- pour étudier analytiquement :
  - le parallélisme de droites de l'espace ;
  - le parallélisme d'une droite et d'un plan de l'espace ;
  - le parallélisme de deux plans ;
  - l'orthogonalité de deux droites de l'espace ;
  - l'orthogonalité d'une droite et d'un plan ;
  - l'orthogonalité de deux plans.

Les activités proposées dans le document d'appui ne sont que des exemples. L'enseignent (e) peut s'en inspirer pour préparer chaque séance de classe.

### 3.1.2 Situation de départ n° 2

Le texte de la situation de départ englobe la quasi-totalité des contenus notionnels prévus dans les connaissances et techniques de la situation d'apprentissage. Pour en faire une meilleure exploitation, voici quelques pistes qui permettent de faire découvrir ces connaissances et techniques :

- Les connaissances relatives **aux équations et aux inéquations** se feraient découvrir aisément en imposant une contrainte sur le côté ou l'aire du premier carré à construire ; à titre indicatif on peut poser la consigne suivante :
  <u>Consigne</u> : Comment peut-on choisir x pour que l'aire de ce carré soit au moins trois fois celle d'un carré de côté x ?
- La détermination du temps d'entraînement et du temps de travail de Melon selon les contraintes de la situation serait un moyen privilégié d'aborder les notions relatives à **la programmation linéaire**.
- Les nombres N de carrés à construire et le nombre N'de carrés à choisir dépendent du poids et de la taille de l'agent tireur. A dessein, ces fonctions ne sont pas précisées, laissant ainsi à l'enseignent(e) la latitude de faire des propositions en vue de faire découvrir les connaissances relatives **aux applications et fonctions**. Il (elle) aurait donc des applications définies sur des domaines discrets qu'il (elle) pourrait étendre à des fonctions de domaines continues. A titre indicatif on peut poser $\mathrm{N(x)} = \mathrm{E}(\frac{\mathrm{x}}{11}) - 2$, $N'(x) = E[\sqrt{N(x)}] + 1$où x est le poids et E la fonction partie entière.
- En s'intéressant toujours au côté ou à l'aire du premier carré à construire, on sait que la longueur x appartient à l'intervalle] 0, 8 [. On pourrait alors faire découvrir les connaissances relatives à **la notion de limite** en donnant à x des valeurs de plus en plus proches de 8 ou de 0. De plus la recherche d'une valeur optimale de x pourra permettre à l'enseignent (e) de déboucher sur la notion de **dérivation**. L'enseignent (e) a également la latitude d'exploiter l'une des fonctions N et N' qu'il (elle) aurait définie.
- Les informations concernant la taille et le poids des coéquipiers de Melon offrent un cadre adéquat pour la découverte de l'organisation des données d'une **série statistique à double variable.**
- Les différents choix de N' carrés parmi N autres, les différents résultats des tirs dans l'ordre ou le désordre, sont autant d'occasions de découverte de toutes les connaissances relatives au **dénombrement** (combinaisons, p-listes….).
- Le carré initial ayant pour côté $a_0 = 8$, l'enseignent (e) pourrait s'intéresser à l'étude de la longueur du côté des carrés successivement construits, pour la découverte de toutes les connaissances relatives aux suites numériques (…définitions, vocabulaire,

propriétés, preuve par récurrence, convergence….) ; les relations suivantes pourront être démontrées à cet effet : $\forall\ n \in \mathrm{IN}^*, a_n = \sqrt{1+(a_{n-1}-1)^2}$ ; $a_n - 1 = \frac{(a_{n-1}-1)^2}{a_n+1}$

$a_n \leq 2$ à partir d'un certain rang ; $0 \leq a_n - 1 \leq \frac{1}{2}(a_{n-1}-1)$ ; $0 \leq a_n - 1 \leq \frac{7}{2^n}$ ; etc.…

Il n'est pas superflu de rappeler que chaque nouvelle notion doit être abordée à partir d'une activité de découverte convenablement conçue pour les mettre en relief à partir de la situation de départ

### 3.1.3 Situation de départ n° 3

La situation de départ intitulée la sirène du lycée, présente tous les aspects pouvant inspirer des problèmes dont la résolution conduit à l'acquisition des connaissances et techniques contenues dans la S A n°3.
A titre indicatif, voici quelques exemples de consignes d'activité qui peuvent servir de point de départ pour la construction des savoirs au cours de laS A

Au titre des fonctions circulaires

L'aiguille actionnée fait un écart angulaire avec sa position initiale puis revient en sens inverse quand cesse l'appui sur le bouton. L'enseignant peut faire découvrir alors les angles orientés et les opérations sur les lignes trigonométriques avec les consignes suivantes :
$\vec{u_o}$ et $\vec{u_1}$ étant les vecteurs caractérisant les positions initiale et finale de l'aiguille, l'angle entre $\vec{u_o}$ et $\vec{u_1}$ n'est pas balayé par l'aiguille dans le même sens lorsqu'elle bouge de $\vec{u_o}$ à $\vec{u_1}$ ou de $\vec{u_1}$ à $\vec{u_o}$
Au titre du barycentre

Le grand triangle peut permettre de construire le concept de barycentre.

Au titre des équations de cercle et de tangente

La position de la pointe de l'aiguille sur le bord du disque rapporté dans son mouvement au repère orthonormé $(O, \vec{u_o}, \vec{v_o})$ peut permettre d'écrire :

- une représentation paramétrique du cercle représentant le bord du disque.
- une équation cartésienne de ce cercle.
- une équation cartésienne de la tangente à un point T au cercle ; bord du disque.

Au titre des applications
Le temps nécessaire pour parcourir le cercle peut permettre d'aborder les applications.

Au titre des isométries et similitudes
En considérant la figure formée par les deux triangles de départ peut permettre d'aborder les isométries et les similitudes.
Au titre des représentations graphiques de fonctions numériques.
L'évolution de la brillance lors du mouvement de l'aiguille peut permettre d'aborder les représentations graphiques de fonctions numériques.

### 3.2 Document d'appui à la situation d'apprentissage N° 1

| ACTIVITES | INDICATIONS PEDAGOGIQUES |
|---|---|
| Activité 0 :<br>Consignes :<br>- Lis le texte de la situation de départ ;<br>- reformule la situation-problème en tes propres termes ;<br>- formule toutes les idées ou questions que t'inspire la situation de départ ;<br>- reconnais des situations similaires ;<br>- anticipe éventuellement sur la réponse du problème. | L'enseignant laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape. |
| Activité 1 :<br>Certains camarades de Coffi ont reconnu, en examinant le dessin, deux droites ($\mathcal{D}_1$) et ($\mathcal{D}_2$) telles que $\mathcal{D}_1 \mathbin{/\!/}$ (AB), $\mathcal{D}_2 \mathbin{/\!/}$ (EH) et $\mathcal{D}_1$ perpendiculaire à $\mathcal{D}_2$. | Cette activité permettra d'aborder la notion de "droites orthogonales" par une représentation, la définition et, l'utilisation du symbole $\perp$ et la démonstration de propriétés. |
| Consigne1 :<br>Présente des droites $\mathcal{D}_1$ *et* $\mathcal{D}_2$ qui conviennent. | **Définition :**<br>Deux droites de l'espace sont orthogonales lorsque les parallèles à ces droites passant par un point sont perpendiculaires dans le plan qu'elles définissent. |
| Consigne2 :<br>1) Démontre que deux droites perpendiculaires sont orthogonales.<br>2) Donne deux exemples de droites orthogonales et non perpendiculaires, en utilisant le dessin. | Cette consigne permet de faire remarquer que<br>- deux droites perpendiculaires sont orthogonales ;<br>- deux droites orthogonales ne sont pas nécessairement perpendiculaires ;<br>- deux droites orthogonales et sécantes sont perpendiculaires. |
| Consigne 3 :<br>$\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont deux droites orthogonales, $\Delta$ une droite parallèle à $\mathcal{D}_1$.<br>Démontre que $\Delta$ est orthogonale à $\mathcal{D}_2$. | Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>**Propriété :**<br>Si deux droites de l'espace sont orthogonales, alors toute droite parallèle à l'une est orthogonale à l'autre. |
| Consigne 4 :<br>$\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont deux droites parallèles, $\Delta$ une droite orthogonale à $\mathcal{D}_1$.<br>Démontre que $\Delta$ est orthogonale à $\mathcal{D}_2$. | Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante : |

| | |
|---|---|
| | **Propriété :**<br>Si deux droites de l'espace sont |

| | |
|---|---|
| <br><br>Activité 2 :<br>Cédric, un camarade de classe de Coffi sait depuis la classe de 4ème que : "Une droite est perpendiculaire à un plan lorsqu'elle est perpendiculaire à deux droites sécantes de ce plan". Ce résultat lui a été enseigné sous forme de définition. Il se demande si une droite est perpendiculaire à un plan lorsqu'elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.<br><br>Consigne 1 :<br>$\mathcal{P}$ est un plan, $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ deux droites sécantes du plan $\mathcal{P}$, $\Delta$ une droite orthogonale à $\mathcal{D}$ et à $\mathcal{D}'$.<br>Démontrer que :<br>1) $\Delta$ est sécante à $\mathcal{P}$.<br>2) $\Delta$ est perpendiculaire à $\mathcal{P}$.<br><br>Consigne 2 :<br>$\mathcal{P}$ est un plan et une droite perpendiculaire à $\mathcal{P}$, $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ deux droites sécantes de $\mathcal{P}$.<br>Démontre que $\Delta \perp \mathcal{D}$ et $\Delta \perp \mathcal{D}'$. | parallèles, alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.<br><br>Cette activité permettra de :<br>- faire rappeler la notion de "droite perpendiculaire à un plan" ;<br>- réinvestir les acquis sur le raisonnement par l'absurde, l'équivalence logique ;<br>- faire définir une droite orthogonale à un plan ;<br>- faire énoncer des propriétés ^pour définir et calculer la distance d'un point à un plan, la distance d'un point à une droite.<br><br>Pour la question n°1, on pourra raisonner par l'absurde.<br>Pour la question n°2, utiliser le point d'intersection I de $\Delta$ et $\mathcal{P}$ ; ensuite, considérer les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ passant par I telles que $\mathcal{D}_1 \mathbin{/\mkern-5mu/} \mathcal{D}$ et $\mathcal{D}_2 \mathbin{/\mkern-5mu/} \mathcal{D}'$ et utiliser le résultat de la classe de 4ème sur la notion de droite perpendiculaire à un plan. Cette consigne permettra d'établir que : "Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan alors elle est perpendiculaire à ce plan".<br><br>Cette consigne permettra d'établir la propriété suivante :<br>" Si une droite est perpendiculaire à un plan alors elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan".<br>Le résultat de la consigne n°1 est une implication et son implication réciproque est le résultat de la consigne n°2. On en déduit :<br>**Résumé :**<br>Une droite est perpendiculaire à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan. On dit que la droite est orthogonale au plan. Ainsi, on a : |
| | **Définition :**<br>une droite et un plan sont orthogonaux ou |

| | |
|---|---|
| <u>Consigne 3</u> :<br>Tu considères le dessin de l'armoire.<br>Combien y a t il de droites passant par le point F et perpendiculaires au plan (ABC) ?<br><br><u>Consigne 4</u> :<br>$\mathcal{D}$ est une droite de l'espace $\mathcal{E}$ et M un point de $\mathcal{E}$.<br>Démontre qu'il existe un plan passant par M et perpendiculaire à $\mathcal{D}$.<br><br><u>Consigne 5</u> :<br>$\Delta$ est une droite orthogonale à un plan $\mathcal{P}$ de l'espace $\mathcal{E}$, $\mathcal{D}$ une droite à $\mathcal{P}$.<br>Démontre que la droite $\Delta$ est orthogonale à $\mathcal{D}$.<br><br><u>Consigne 6</u> :<br>$\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont deux droites parallèles ; $\mathcal{P}$ un plan orthogonale à $\mathcal{D}$.<br>Démontre que $\mathcal{P}$ est orthogonal à $\mathcal{D}'$.<br><br><u>Consigne 7</u> :<br>$\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont deux plans parallèles, D une droite orthogonale à $\mathcal{P}$.<br>Démontre que la droite D est orthogonale à $\mathcal{P}'$.<br><br><u>Consigne 8</u> :<br>$\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont deux droites perpendiculaires à un plan.<br>Démontre que $\mathcal{D}$ est parallèle à $\mathcal{D}'$. | perpendiculaires lorsque la droite est orthogonale à deux droites sécantes du plan.<br><br>Cette consigne permettra d'admettre la propriété suivante :<br>$\boxed{P_1}$ Par un point de l'espace, il passe une droite unique perpendiculaire à un plan donné.<br><br>On pourra distinguer deux cas : M $\in \mathcal{D}$ ;<br>M $\notin \mathcal{D}$. Cette consigne permettra d'admettre la propriété suivante :<br>$\boxed{P_2}$ Par un point de l'espace, il passe un plan unique orthogonal à une droite donnée.<br><br>On pourra considérer le point d'intersection de $\Delta$ et $\mathcal{P}$, la parallèle à $\mathcal{D}$ passant par ce point.<br>Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_3}$ Si une droite est orthogonale à un plan alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan.<br><br>Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_4}$Si deux droites sont parallèles alors tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.<br><br>Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_5}$ Si deux plans sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.<br><br><u>Résultat de la consigne 8</u> :<br>$\mathcal{D} \perp \mathcal{P}$ ; donc $\mathcal{D} \cap \mathcal{P} = \{A\}$.<br>$\mathcal{D}' \perp \mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{D}' \cap \mathcal{P} = \{B\}$.<br>• Si A = B alors $\mathcal{D} = \mathcal{D}'$ (car il existe une seule droite passant par A et perpendiculaire à $\mathcal{P}$); d'où $\mathcal{D} // \mathcal{D}'$.<br>• Si A $\neq$ B alors B $\notin \mathcal{D}$<br>Soit $\Delta$ la droite passant par B et parallèle à $\mathcal{D}$. Puisque $\mathcal{D} \perp \mathcal{P}$ alors $\Delta \perp \mathcal{P}$. On a : |
| | $\Delta \cap \mathcal{P} = \{B\}$ et il existe une seule droite passant par B et perpendiculaire à $\mathcal{P}$. On en |

| | |
|---|---|
| | déduit que les droites $\mathcal{D}'$ et $\Delta$ sont confondues et par suite, $\mathcal{D}$ // $\mathcal{D}'$.<br><br>Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br><br>$\boxed{P_6}$ Si deux droites sont orthogonales à un même plan alors elles sont parallèles. |
| <u>Consigne 9</u> :<br>$\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont deux plans et $\mathcal{D}$ une droite telle que $\mathcal{D} \perp \mathcal{P}_1$ et $\mathcal{D} \perp \mathcal{P}_2$<br>Démontre que $\mathcal{P}_1$ est parallèle à $\mathcal{P}_2$. | Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_7}$<br>Si deux plans sont perpendiculaires à une même droite alors ils sont parallèles. |
| <u>Consigne 10</u> :<br>Tu considères le dessin de l'armoire.<br>1) Démontre que :<br>a) la droite (MP) est orthogonale au plan (ABE)<br>b) la droite (MP) est orthogonale à la droite (MP)<br>2) Précise la position relative de la droite (CD) et du plan (ABE). | Cette consigne permettra de faire admettre la propriété suivante :<br>$\boxed{P_8}$<br>Si une droite ($\mathcal{D}$) est perpendiculaire à un plan ($\mathcal{P}$) alors toute droite orthogonale à ($\mathcal{D}$) est parallèle à ($\mathcal{P}$). |
| <u>Consigne 11</u> :<br>1) Reproduis le dessin de l'armoire.<br>2) Justifie que la droite (ON) est perpendiculaire au plan (ABE).<br>3) Construis le point d'intersection Q de la droite (ON) avec le plan (ABE).<br>4) On donne HL = $\frac{2}{5}HE$ ; $HE = 1{,}6m$.<br>Calcule la distance NQ. | Cette consigne permettra de définir la distance d'un point à un plan.<br>***<u>Définition</u> :***<br>($\mathcal{P}$) *est un plan et A un point de l'espace.* On appelle distance du point A au plan ($\mathcal{P}$) notée d (A ; ($\mathcal{P}$)), la distance AH où H est le point d'intersection de ($\mathcal{P}$) avec la droite passant par A et perpendiculaire à ($\mathcal{P}$). |
| <u>Consigne 12</u> :<br>1) Construis sur une reproduction du dessin de l'armoire, le point d'intersection R de la droite (BC) avec le plan passant par L et perpendiculaire à (BC).<br>2) On donne les valeurs réelles AE et AB : AB = 0,4m ; AE = 0,6m.<br>Calcule la distance LK. | Cette consigne permettra de définir la distance d'un point à une droite.<br>*<u>Définition</u>* :<br>($\mathcal{D}$) *est une droite et A un point de l'espace.* On appelle distance du point A au plan ($\mathcal{D}$), notée d(A ; ($\mathcal{D}$), la distance AH où H est le point d'intersection de ($\mathcal{D}$) avec la droite passant par A et perpendiculaire à ($\mathcal{D}$). |

| | |
|---|---|
| <u>Activité 3</u> :<br>En examinant le dessin de l'armoire, Natacha, une fille de $1^{\text{ère}}$ C reconnaît deux plans perpendiculaires. Sa camarade Linda déclare en avoir oublié la définition.<br><u>Consigne 1</u> :<br>1) Démontre que la droite (MP) est perpendiculaire au plan (ABE)<br>2) Les plans (ABE) et (HLM) sont ils perpendiculaires ? | Cette consigne permettra de rappeler la définition suivante, vue en classe de $4^{\text{ème}}$ :<br><br>*<u>Définition</u>* :<br>Deux plans sont perpendiculaires lorsque l'un contient une droite orthogonale à l'autre. |
| <u>Consigne 2</u> :<br>$\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont deux plans, $(\mathcal{D})$ une droite telle que : $(\mathcal{D}) // \mathcal{P}$ et $(\mathcal{D}) \perp \mathcal{P}'$<br>Démontre que $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont perpendiculaires. | Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_1}$<br>Si une droite est parallèle à un plan et perpendiculaire à un second plan, alors ces deux plans sont perpendiculaires. |
| <u>Consigne 3</u> : $(\mathcal{D})$ est une droite, $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont deux plans tels que $(\mathcal{D}) \perp \mathcal{P}'$ et $\mathcal{P} \perp \mathcal{P}'$<br>Démontre que $(\mathcal{D})$ est parallèle à $\mathcal{P}$. | <u>Résultat de la consigne 3</u><br>**$1^{\text{er}}$ cas : $(\mathcal{D})$ n'est pas inclus dans $\mathcal{P}'$**<br>Soit A le point d'intersection de $(\mathcal{D})$ et $\mathcal{P}'$, $\Delta$ la droite intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$, $\mathcal{D}_1$ la parallèle à $\Delta$ passant par A, $\mathcal{D}_2$ la perpendiculaire à en A à $\mathcal{D}_1$ contenue dans $\mathcal{P}'$.<br>La droite $\mathcal{D}_2$coupe $\Delta$ en B. Soit $\mathcal{D}'$ la droite perpendiculaire en B à $\Delta$ et contenue dans $\mathcal{P}$.<br>On a : $\mathcal{D}' \perp \Delta$<br>$\mathcal{D} \perp (AB)$<br>$\Delta$ et (AB) sont deux droite sécantes du plan $(\mathcal{P}')$. Donc $\mathcal{D}' \perp \mathcal{P}'$. Or $(\mathcal{D}) \perp \mathcal{P}'$ ; donc $(\mathcal{D}) // (\mathcal{D}')$ et comme $\mathcal{D}' \subset \mathcal{P}$ alors $\mathcal{D} // \mathcal{P}$.<br>**$2^{\text{ème}}$ cas : $\mathcal{D} \subset \mathcal{P}$**<br>Dans ce cas, le résultat est immédiat.<br><br>Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_2}$<br>Si une droite $\mathcal{D}$ et un plan $\mathcal{P}$ sont perpendiculaire à un plan $\mathcal{P}'$, alors $\mathcal{D}$ est parallèle à $(\mathcal{P})$. |

| | |
|---|---|
| <u>Consigne 4</u> :<br>Soit $(\mathcal{P}_1)$, $(\mathcal{P}_2)$ et $(\mathcal{P}_3)$ trois plans tels que $(\mathcal{P}_1) \perp (\mathcal{P}_2)$.<br>Démontre que si $(\mathcal{P}_3) // (\mathcal{P}_1)$ alors $(\mathcal{P}_3) \perp (\mathcal{P}_2)$. | Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_3}$ Si deux plans sont perpendiculaires alors tout plan parallèle à l'un est perpendiculaire à l'autre. |
| <u>Consigne 5</u> :<br>$\Delta$ est la droite d'intersection de deux plans sécants $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$. Démontre que si un plan $\mathcal{P}_3$ est orthogonal à $\Delta$, alors $\mathcal{P}_3$ est orthogonal à chacun des plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$. | <u>Résultat de la consigne 5</u><br>$\Delta \subset \mathcal{P}_1$ et $\Delta \perp \mathcal{P}_3 \Rightarrow \mathcal{P}_1 \perp \mathcal{P}_3$<br>$\Delta \subset \mathcal{P}_2$ et $\Delta \perp \mathcal{P}_3 \Rightarrow \mathcal{P}_2 \perp \mathcal{P}_3$<br>Ce résultat permet d'énoncer :<br>Si la droite d'intersection de deux plans sécants $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ est perpendiculaire à un plan $(\mathcal{P}'')$ alors $(\mathcal{P}'')$ est perpendiculaire à chacun des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$. |
| <u>Consigne 6</u> :<br>Reprends le dessin de l'armoire.<br>1) Détermine la droite $(\Delta)$ intersection des plans sécants (OMP) et (IJK).<br>2) Justifie que :<br>a) les plans (ADE) et (OMP) sont perpendiculaires<br>b) les plans (ADE) et (IJK) sont perpendiculaires<br>c) la droite $(\Delta)$ est orthogonale au plan (ADE). | Cette consigne permettra de faire admettre le résultat suivant :<br>Si un plan $(\mathcal{P})$ est orthogonal à deux plans sécants $(\mathcal{P}')$ et $(\mathcal{P}'')$, alors il est orthogonal à la droite d'intersection de $(\mathcal{P}')$ et $(\mathcal{P}'')$.<br>Les résultats de la consigne 5 et de la consigne 6 permettent d'énoncer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_4}$<br>Un plan est perpendiculaire à deux plans sécants si et seulement si il est perpendiculaire à leur droite intersection.<br>N.B. : Les propriétés $\boxed{P_1}$, $\boxed{P_2}$, $\boxed{P_3}$, et $\boxed{P_4}$ pourront être démontrées |
| <u>Activité 4</u> :<br>Donald, un élève de cette classe de 1ère s'intéresse au procédé qui, à chaque point X de l'espace associe le point d'intersection X' du plan (ABE) avec la droite passant par X et perpendiculaire au plan (ABE). Joël affirme que ce procédé est une application de l'espace dans lui-même. Colombe, une élève de la classe déclare qu'il existe des points X tels que X et X' soient confondus. | Cette activité permettra de définir la projection orthogonale sur un plan et d'énoncer les propriétés relatives à cette notion. |

| | |
|---|---|
| <u>Consigne 1</u> :<br>Le procédé tel que présenté est-il une application de l'espace dans lui-même ? | Cette consigne permettra d'énoncer la définition suivante :<br><u>Définition</u> :<br>La projection orthogonale sur un plan $(\mathcal{P})$ est l'application qui à tout point M de l'espace associe le point d'intersection M' de $(\mathcal{P})$ avec la droite passant par M et orthogonale à $(\mathcal{P})$. |
| <u>Consigne 2</u> :<br>$(\mathcal{P})$ est un plan et p une projection orthogonale sur $(\mathcal{P})$, M un point quelconque de l'espace. Si p (M) = M alors on dit que M est un point invariant par p.<br>1) Justifie que :<br>a) tout point du plan $\mathcal{P}$ est invariant par p.<br>b) tout point invariant par p appartient au plan $\mathcal{P}$.<br>2) Enonce une propriété au regard des résultats obtenus. | Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :<br>$\boxed{P_1}$ L'ensemble des points invariants par une projection orthogonale sur un plan est ce plan. |
| <u>Consigne 3</u> :<br>$(\mathcal{P})$ est un plan, et la projection orthogonale sur le plan $(\mathcal{P})$, $(\mathcal{D})$ une droite de l'espace E, A et B deux points distincts de la droite $(\mathcal{D})$, A' et B' les points tels que<br>p(A) = A' et p(B) = B'<br>L'ensemble des images par p des points de $(\mathcal{D})$ est appelé image de la droite $(\mathcal{D})$ et noté p$(\mathcal{D})$.<br>L'ensemble des images par p des points du segment [AB] est appelé image du segment [AB] et noté p([AB]).<br>I) On suppose que la droite $(\mathcal{D})$ est perpendiculaire en I au plan.<br>Détermine p$(\mathcal{D})$ et p([AB]).<br>II) On suppose que la droite $(\mathcal{D})$ n'est pas perpendiculaire au plan $(\mathcal{P})$.<br>$II_1$ Détermine p$(\mathcal{D})$ lorsque $(\mathcal{D}) \subset (\mathcal{P})$<br>$II_2$ On suppose que $(\mathcal{D}) \not\subset (\mathcal{P})$. Soit M un point un point de $(\mathcal{D})$ distinct de A et B, M' | **<u>Indication pour répondre à la question $II_2$ – 1)c).</u>**<br>- Justifier que les droites (AA'), (BB') et (MM') sont strictement parallèles.<br>- Considérer le plan $(\mathcal{Q})$ défini par les droites (AA') et (BB').<br>- Déterminer l'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{Q})$.<br>- Justifier que (MM') $\subset$ $(\mathcal{Q})$.<br>- En déduire que M' appartient à $(\mathcal{P}) \cap (\mathcal{Q})$.<br>**<u>Indication pour répondre à la question $II_2$ 3)a).</u>**<br>- Justifier que la droite perpendiculaire en N' à $(\mathcal{P})$ est contenue dans $(\mathcal{Q})$.<br>- Justifier que la droite Δ est sécante à (AB).<br>- Soit N le point d'intersection de Δ et (AB). Justifie que p(N) = N'.<br>**<u>Indication pour répondre à la question $II_2$ 4)b).</u>**<br>- Considérer la droite parallèle à (A'B') et passant par A. Elle coupe (BB') en C.<br>- Utiliser la réponse à la question $II_2$)3)a) |

son image par p.

1) Démontre que :

a) A' ≠ B'

b) M' ≠ M

c) M' ∈ (A'B')

2) Compare l'ensemble p(𝒟) et la droite (A'B').

3) Soit N' un point de la droite (A'B').

a) Justifie qu'il existe un point N de la droite (𝒟) tel que p(N) = N'.

b) Compare l'ensemble p(𝒟) et la droite (A'B'). Justifie que la droite.

<u>Activité 5</u> :

Joël affirme qu'en remplaçant le plan (ABE) par la droite (IK) et en considérant le procédé décrit à l'activité 4, on définit aussi une application. Il s'interroge sur la justification des propriétés analogues à $\boxed{P_1}$ et $\boxed{P_2}$ de l'activité 4.

<u>Consigne 1</u> :

Le procédé géométrique tel que décrit est-il une application ?

<u>Consigne 2</u> :

(𝒟) est une droite de l'espace ℰ et p la projection orthogonale sur (𝒟) et (Δ) une droite de ℰ.

On dit qu'un point M de E est invariant par p si seulement si p(M) = M.

L'ensemble des images par p des points de (Δ) est appelé image de la droite (Δ) et est noté p(Δ).

1) Détermine l'ensemble des points invariants par p.
2) Détermine p(Δ) dans les cas suivants :
   a) (Δ) est orthogonale à (𝒟).
   b) (Δ) n'est pas orthogonale à (𝒟).

A'B' = AB si (AB) // (𝒫)
A'B' < AB si (AB) et (𝒫) sont non Parallèles

- L'image par la projection orthogonale p du milieu d'un segment dont le support est non orthogonal à (𝒫) est le milieu du segment image.

N.B. : Les propriétés $\boxed{P_1}$ et $\boxed{P_2}$ pourront être démontrées.

Cette activité permettra de définir la projection orthogonale sur une droite et d'énoncer quelques propriétés relatives à cette notion.

Cette consigne permettra d'énoncer la définition suivante :

**<u>Définition</u> :**

On appelle projection orthogonale sur une droite (𝒟) l'application qui à tout point M de l'espace associe le point d'intersection M' de (𝒟) et du plan orthogonal à (𝒟) passant par M.

Le point M' est appelé projeté orthogonal de M sur 𝒟.

**<u>Indication pour répondre à la question 3 de la consigne 2</u> :**

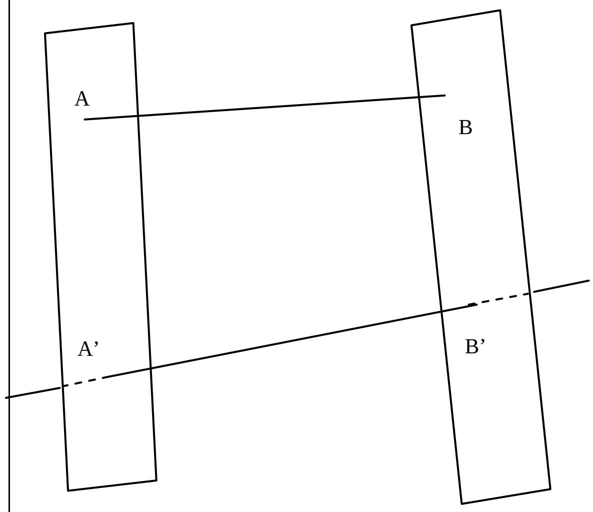
($P_A$) et $P_B$ sont les plans passant par A et B et perpendiculaires à la droite (𝒟).

3) Soit A et B deux points distincts de E tels que la droite (AB) n'est pas orthogonale à $(\mathcal{D})$.

L'ensemble des images par p des points du segment [AB] est appelé image du segment [AB] et noté p ([AB]).

On désigne par I le milieu de [AB], par A' et B' les images respectifs par p des points A et B.

Démontre que p (I) est le milieu du segment [A'B'].




- Considérer la droite ($\Delta$') passant par A et parallèle à $(\mathcal{D})$.
- Justifier que ($\Delta$') coupe (BB') en un point C.
- Comparer AC et A'B'
- Utiliser la propriété de "la droite des milieux" dans le triangle ABC.

Cette consigne 2 permettra de démontrer les propriétés suivantes :

Soit p la projection orthogonale sur une droite $(\mathcal{D})$.

$\boxed{P_1}$

L'ensemble des points invariants par p est la droite $(\mathcal{D})$.

$\boxed{P_2}$

L'image d'une droite orthogonale à $(\mathcal{D})$ est un singleton.

$\boxed{P_3}$

L'image d'une droite non orthogonale à $(\mathcal{D})$ est la droite $(\mathcal{D})$.

$\boxed{P_4}$

L'image du milieu d'un segment dont le support n'est pas orthogonal à $(\mathcal{D})$ est le milieu de l'image de ce segment.

Les propriétés $\boxed{P_1}$, $\boxed{P_2}$, $\boxed{P_3}$ et $\boxed{P_4}$ résultant de la consigne 2 de l'activité 5 pourront être démontrées.

| | |
|---|---|
| <u>Activité 6</u> :<br>Halim, un élève de cette classe de 1ère C, se souvient de la notion de vecteur et affirme :<br>« Le vecteur LN est une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ tandis que $\overrightarrow{AL}$ n'est pas une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}$ ». Certains de ses camarades s'interrogent sur la notion de combinaison linéaire et déclarent qu'ils n'ont rien compris à sa déclaration. | Cette activité permettra :<br>- de caractériser un vecteur de l'espace ;<br>- d'énoncer les propriétés relatives à l'égalité de deux vecteurs ;<br>- de définir la somme de deux vecteurs et le produit d'un vecteur par un nombre réel ;<br>- d'énoncer les règles de calcul sur les vecteurs de l'espace ;<br>- d'utiliser ces règles ;<br>- de caractériser vectoriellement une droite et un plan de l'espace ;<br>- de définir trois vecteurs coplanaires ;<br>- de définir une base de W ;<br>- de définir les coordonnées d'un vecteur dans une base de W ;<br>- de définir un repère de l'espace $\mathcal{E}$<br>- de définir les coordonnées d'un point de l'espace $\mathcal{E}$; |
| <u>Consigne 1</u> :<br>Un vecteur de l'espace se définit de la même manière qu'un vecteur du plan. On note W l'ensemble des vecteurs de l'espace.<br>Détermine :<br>1) les caractéristiques du vecteur $\overrightarrow{AB}$<br>2) les caractéristiques d'un vecteur quelconque de l'espace. | La consigne 1 permettra de caractériser :<br>• un vecteur non nul de l'espace ;<br>• le vecteur nul de l'espace et d'énoncer les propriétés suivantes à admettre :<br>$\boxed{P_1}$ Pour tous points A, B, C, D de l'espace, on a :<br>o $(\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}) \Leftrightarrow (\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD})$<br>o $(\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}) \Leftrightarrow$ ([$AD$] *et* [$BC$] *ont* le même milieu)<br>$\boxed{P_2}$<br>Pour tout point O et pour tout vecteur $\vec{u}$ de l'espace, il existe un point M unique tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$ . |
| <u>Consigne 2</u> :<br>On définit la somme de deux vecteurs de W ainsi que le produit d'un vecteur par un nombre réel de la même manière que dans le plan.<br>Reprends le dessin de l'armoire et construis le point Q tel que<br>$\overrightarrow{AQ} = \sqrt{3}\,\overrightarrow{EH} + 3\overrightarrow{OC}$ | Cette consigne permettra :<br>- de faire définir la somme de deux vecteurs de l'espace ;<br>- de faire définir le produit d'un vecteur de l'espace par un nombre réel ;<br>- de faire construire la somme de deux vecteurs de l'espace ;<br>- de faire construire le produit d'un vecteur de l'espace par un nombre réel ;<br>- de faire énoncer les règles de calcul sur les vecteurs de l'espace : |

| | |
|---|---|
| | • Pour tous points A, B, C de l'espace on a :<br>$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ (C'est la relation de CHASLES)<br>• Pour tous vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ de l'espace et pour tous nombres réels<br>$\alpha$ *et* $\beta$ *on a* : $(\alpha\vec{u} = \vec{0}) \Leftrightarrow (\alpha = 0$ *ou* $\vec{u} = \vec{0})$;<br>$1 \bullet \vec{u} = \vec{u}$ ; $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$;<br>$(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$;<br>$\alpha.(\beta.\vec{u}) = (\alpha\beta).\vec{u}$ .<br>- de faire utiliser ces règles ;<br>- de faire définir une combinaison linéaire de vecteurs de l'espace.<br>- de faire définir des vecteurs coplanaires ;<br>***Définition :*** *Trois vecteurs* $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ *de l'espace tels que* $\vec{u} = \vec{AB}, \vec{v} = \vec{AC}, \vec{W} = \vec{AD}$ *sont dits coplanaires si et seulement si A, B, C, D sont dans un même plan de l'espace.*<br>- d'admettre les propriétés suivantes :<br>$\boxed{P_1}$<br>Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de l'espace sont coplanairessi et seulement si l'un au moins de ces vecteurs est une combinaison linéaire des deux autres.<br>$\boxed{P_2}$<br>Si $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont non colinéaires et $\vec{w}$ un vecteur de l'espace, alors $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si $\vec{w}$ est une combinaison linéaire de $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ . |

Consigne 3 :

$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont trois vecteurs de l'espace.

1) Démontre que s'il existe des nombres réels $\alpha, \beta, \gamma$ non tous nuls tels que $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\gamma\vec{w}=\vec{0}$ alors $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont coplanaires.
2) Démontre que si $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont coplanaires alors il existe des nombres réels $\alpha, \beta, \gamma$ non tous nuls tels que $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\gamma\vec{w}=\vec{0}$.

Consigne 4 :

Démontre que trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de l'espace sont non coplanairessi et seulement si, le seul triplet $(\alpha, \beta, \gamma)$ de nombres réels tels que $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\gamma\vec{w}=\vec{0}$ est (0,0, 0).

Consigne 5 :

Détermine et représente sur un dessin de l'armoire :

1) L'ensemble $(\Gamma_1)$ des point R de $\mathcal{E}$ tels que $\overrightarrow{ER}=\alpha\,\overrightarrow{EB}$ *avec* $\alpha\in IR$
2) L'ensemble $(\Gamma_2)$ des points S de $\mathcal{E}$ tels que $\overrightarrow{IS}=\alpha\,\overrightarrow{IJ}+\beta\,\overrightarrow{IL}$ *avec* $(\alpha, \beta)\in IR^2$

**<u>Indication pour répondre à la question n°2 de la consigne 3</u>**

- On rappelle que deux vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si, il existe des nombres réels $\alpha$ *et* $\beta$ non tous nuls tels que $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}=\vec{0}$.
- Envisager deux cas :

1er cas : $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires

2ème cas : $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont non colinéaires et dans ce cas, utiliser $\boxed{P_2}$

Cette consigne permettra de démontrer la propriété :

$\boxed{P_3}$

Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de l'espace sont coplanairessi et seulement si, il existe au moins un triplet $(\alpha, \beta, \gamma)$ non nul de nombres réels tels que $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\gamma\vec{w}=\vec{0}$.

**<u>Indication pour répondre à la consigne 4</u>**

Le résultat de la consigne 4 se déduit par contraposition de $\boxed{P_3}$ et permet d'énoncer :

$\boxed{P_4}$

Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de l'espace sont non coplanairessi et seulement si, le seul triplet $(\alpha, \beta, \gamma)$ de nombres réels tels que $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\gamma\vec{w}=\vec{0}$ est (0,0, 0).

Cette consigne permettra de :

- faire caractériser vectoriellement une droite de $\mathcal{E}$ :

*SoitA un point de*$\mathcal{E}$ et $\vec{u}$ *un vecteur non nul de* $\mathcal{W}$.

*La droite* $(\mathcal{D})$ *de repère*$(A\,;\vec{u})$ *est l'ensemble des points M de* $\mathcal{E}$ *tels que* $\overrightarrow{AM}=\lambda\vec{u}, \lambda\in IR$.

| | |
|---|---|
| | - faire caractériser vectoriellement un plan de $\mathcal{E}$ :<br>*SoitA un point de* $\mathcal{E}$ , $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ deux *vecteurs* non colinéaires *de* $\mathcal{W}$. *Le plan de repère* ($A$ ; $\vec{u}$ , $\vec{v}$) *est l'ensemble des points M de* $\mathcal{E}$ *tels que* $\vec{AM} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$ $(\alpha, \beta) \in IR^2$. |
| Consigne 6 :<br>Détermine un vecteur directeur d'une droite perpendiculaire au plan (OMN). | Cette consigne permettra de définir un vecteur normal à un plan.<br>***Définition :***<br>*On appelle vecteur normal à un plan, tout vecteur directeur d'une droite perpendiculaire à ce plan.* |
| Consigne 7 :<br>Sur le dessin de l'armoire, représente le vecteur $\vec{AB} + \vec{KN} + \vec{EF}$ après avoir justifié que $\vec{AB}, \vec{KN}$ *et* $\vec{EF}$ sont non coplanaires.<br>(Tu prendras le point E pour origine de cette représentation).<br>Quelle est la configuration géométrique obtenue ? | Cette consigne permettra de faire construire la somme de trois vecteurs non coplanaires de l'espace.<br>***Remarque :***<br>*La configuration géométrique associée à cette somme est un pavé.* |
| Consigne 8 :<br>Soit $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires de $\mathcal{W}$, O, I, J, K des points de $\mathcal{E}$, tels que $\vec{OI} = \vec{i}$ , $\vec{OJ} = \vec{j}$, $\vec{OK} = \vec{k}$, $\vec{u}$ un vecteur quelconque de $\mathcal{W}$, M le point de $\mathcal{E}$ tel que $\vec{OM} = \vec{u}$<br>1) On suppose que M appartient à la droite (OK). Démontre qu'il existe un seul triplet (a, b, c) de nombres réels tel que<br>$\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ . | **Indication :**<br>Pour la réponse à la question 1)<br>- On démontre l'existence du triplet (a, b, c) ;<br>- On démontre l'unicité de ( a, b, c) en supposant qu'il existe un triplet (a', b', c') tel que $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$<br>Et on obtient a' = a, b' = b et c' = c puisque $\vec{i}, \vec{j}$, et $\vec{k}$ sont non coplanaires.<br>* Idem pour la réponse à la question 2)<br>* la réponse à la question 3) utilise la relation de Chasles et les résultats de 1) et 2)<br>La consigne 8 permet de démontrer la propriété : |

| | |
|---|---|
| 2) On suppose que M appartient au plan (O, I, J). Démontre qu'il existe un seul triplet (a, b, c) de nombres réels tel que<br>$\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ .<br>3) On suppose que M n'appartient pas à la droite (OK), ni au plan (O, I, J).<br>a) Justifie que la droite Δ passant par M et parallèle à (OK) est sécante au plan (O, I, J).<br>Soit P leur point d'intersection,<br>b) Justifie que le plan passant par M et parallèle à (O, I, J) est sécant à (OK).<br>Soit Q leur point d'intersection,<br>c) Démontre qu'il existe un seul triplet (a, b, c) de nombres réels tel que<br>$\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ .<br>3) Déduis des résultats précédents une propriété. | <u>Propriété</u><br>Si $\vec{i}, \vec{j}$, et $\vec{k}$ sont trois vecteurs non coplanaires de l'espace, alors pour tout vecteur $\vec{u}$ de l'espace, il existe un triplet unique (x, y, z) de nombre réels tel que<br>$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ |
| <u>Consigne 9</u><br>A l'aide du dessin de l'armoire tel que<br>$\overrightarrow{HL} = \frac{3}{5}\overrightarrow{HE}$ :<br>1) Justifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{HN}$ et $\overrightarrow{EH}$ sont non coplanaires ;<br>2) Détermine le triplet (x, y, z) de nombre réels tels que<br>$\overrightarrow{HN} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{HP} + z\overrightarrow{EH}$ | Le résultat de cette consigne permettra :<br>- de faire approfondir la propriété précédente ;<br>- de faire définir une base de W ainsi que les coordonnées d'un vecteur dans une base de W.<br>**<u>Définition</u> :**<br>Un triplet de vecteurs non coplanaires est appelé une base de l'ensemble W des vecteurs de l'espace.<br>Soit $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base de W des vecteurs et $\vec{u}$ un vecteur de W. Le triplet (x, y, z) de nombres réels tels que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ est appelé coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On note $\vec{u}$ (x, y, z). |
| <u>Consigne 10</u><br>Soit $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. une base de W, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les vecteurs de W tels que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ et $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$, et un réel λ<br>1) Démontre que<br>$(\vec{u} = \vec{v}) \Longleftrightarrow (x = x' \; ; \; y = y' \; ; \text{ et } z = z')$<br>2) Détermine les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $\lambda\vec{v}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. | Cette consigne permettra<br>- de faire énoncer la propriété :<br>Si dans une même base de W, $\vec{u}$ (x, y, z) et $\vec{v}$ (x', y', z') alors :<br>$(\vec{u} = \vec{v}) \Longleftrightarrow (x = x' \; ; \; y = y' \; ; \text{ et } z = z')$<br>- de faire utiliser cette propriété ;<br>- de faire déterminer les coordonnées de<br>$\vec{u} + \vec{v}$ et |

| | |
|---|---|
| | |

| | |
|---|---|
| <u>Consigne 11</u><br>On sait que d'après la consigne 9 que ( $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{HP}$ , $\overrightarrow{EH}$ ) est une base de W. On dit que (C ; $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{HP}$ , $\overrightarrow{EH}$ ) par exemple est un repère de ξ.<br>Détermine les coordonnées du vecteur CN dans la base ( $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{HP}$ , $\overrightarrow{EH}$ ). | de $\lambda\vec{v}$ dans une base de W. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant des vecteurs de W et λ un réel.<br><br>Cette consigne permettra de :<br>- faire définir un repère de ℰ ;<br>- faire un triplet de coordonnées d'un point de l'espace dans un repère ;<br>- d'habituer l'apprenant au vocabulaire approprié :<br>• origine du repère ;<br>• axe des abscisses ;<br>• axe des ordonnées ;<br>• axe des cotes.<br>Si M a pour coordonnées (x, y, z) dans un repère de ℰ, alors x est l'abscisse, y l'ordonnée et z la cote de M. |
| <u>Consigne 12</u><br>A l'aide du dessin de l'armoire, construis le point T de coordonnées (2, -3, - $\frac{5}{3}$ ) dans le repère (C, $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{HP}$ , $\overrightarrow{EH}$ ).<br><u>Consigne 13</u><br>Donne ton point de vue sur la discussion présentée dans le texte de la situation de départ. | Cette consigne permettra de faire construire un point dans un repère de l'espace, connaissant ses coordonnées. |
| <u>Activité 7</u><br>Joël affirme que si l'on connaît les longueurs JN, LN et l'angle KLM , on pourra calculer $\overrightarrow{LN}\cdot\overrightarrow{NJ}$<br><br><u>Consigne 1</u><br>On définit le produit scalaire de deux vecteurs de l'espace comme dans le plan.<br>On donne KN = KL = a avec a réel strictement positif.<br>Calcule $\overrightarrow{LN}\cdot\overrightarrow{NJ}$ | Cette activité te permettra de faire :<br>- définir le produit scalaire de deux vecteurs de l'espace ;<br>- définir la norme d'un vecteur ;<br>- définir un vecteur unitaire ;<br>- énoncer les propriétés du produit scalaire et de la norme ;<br>- définir l'orthogonalité de deux vecteurs à partir du produit scalaire ;<br>- caractériser un plan à l'aide de ses vecteurs normaux ;<br>- définir une base orthogonale ;<br>- définir une base orthonormée ;<br>- déterminer l'expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée ;<br>- déterminer l'expression analytique de la norme d'un vecteur connaissant ses coordonnées dans une base |

| | |
|---|---|
| | orthonormée de W ;<br>- énoncer la définition trigonométrique du produit scalaire.<br>***N.B.* : Cette définition se fait d'abord par projection orthogonale come dans le plan.** |
| Consigne 2<br>En utilisant le dessin de l'armoire,<br>1) Calcule $\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{AB}$<br>2) Détermine l'ensemble (Γ) des points T de ξ tels que $\overrightarrow{LT} . \overrightarrow{AD} = 0$ | Cette consigne permettra de :<br>- faire définir l'orthogonalité de deux vecteurs à partir du produit scalaire ;<br>- faire caractériser un plan à laide de l'un de ses vecteurs normaux.<br>$\vec{n}$ est un vecteur normal à un plan P, A un point de P. Pour tout point M de ξ :<br>( M∈ P )<==>( $\overrightarrow{AM} \bullet \vec{n} = 0$ )<br><br>Cette consigne permettra de définir :<br>- une base orthogonale de W<br>- une base orthonormée de W |
| Consigne 3<br>En utilisant le dessin de l'armoire, justifie que ( $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{AD}$ , $\overrightarrow{AE}$ ) est une base de W tels que $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont des vecteurs deux à deux orthogonaux. | Cette consigne permettra de déterminer l'expression analytique :<br>- du produit scalaire dans une base orthonormée de W ;<br>- de la norme d'un vecteur dans une base orthonormée de W. |
| Consigne 4<br>Soit ß = ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$). une base orthonormée de W, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de W tels que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ et $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$<br>1) Exprime $\vec{u}\bullet\vec{v}$ en fonction de x, y et z ;<br>2) Déduis en l'expression de $\lVert\vec{u}\rVert$ en fonction de x, y et z | Cette consigne permettra d'énoncer la définition trigonométrique du produit scalaire de deux vecteurs. |
| Consigne 5<br>En utilisant le dessin de l'armoire, | Cette activité permettra :<br>- de définir une équation cartésienne d'un plan ;<br>- de déterminer une équation cartésienne d'un plan ;<br>- d'établir une représentation paramétrique d'un plan ;<br>- de déterminer une équation cartésienne d'un plan à partir de sa représentation |

exprime $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF}$ à l'aide de l'angle $\widehat{FAB}$ et des distances AB et AF

Activité 8

Clarisse une élève de cette classe de 1ère C sait qu'à partir d'un repère d'un plan on peut déterminer une représentation paramétrique ou une équation cartésienne d'une droite de ce plan. Elle se demande s'il est possible de déterminer une représentation paramétrique ou une équation cartésienne d'un plan ou d'une droite connaissant un repère de l'espace.

Consigne 1

Les dimensions réelles de l'armoire sont :
EA = 80 cm, EF = 40 cm et EH = 120 cm.
On choisit 20 cm comme unité de longueur et on considère les points $A_0$ $B_0$ $C_0$ tels que

$A_0 \in [EA]$ $B_0 \in [EF]$ $C_0 \in [EH]$ et

$EA_0 = EB_0 = EC_0 = 1$

1) Justifie que( E ; $\overrightarrow{EA_0}$, $\overrightarrow{EB_0}$, $\overrightarrow{EC_0}$) est un repère orthonormée de ξ.
2) Soit T un point de coordonnées (x, y, z) dans ce repère et (P) le plan passant par D et de vecteur normal $\overrightarrow{HK}$ Détermine une condition nécessaire et suffisante portant sur x, y, et z pour que T appartienne à (P).

On rappelle que $\overrightarrow{HL} = \frac{3}{5}\overrightarrow{HE}$

paramétrique ;
- de déterminer une représentation paramétrique d'un plan à partir de son équation cartésienne ;
- d'établir un système d'équations cartésiennes d'une droite de l'espace,
- d'établir une représentation paramétrique d'une droite ;
- de résoudre un système d'équations linéaires par la méthode de pivot de Gauss ;
- de déterminer l'expression analytique de la distance d'un point à un plan de l'espace ;
- de faire l'étude analytique des positions relatives de droites et plans.

Cette consigne permettra :
- de déterminer une équation cartésienne d'un plan ;
- de déterminer une équation paramétrique d'un plan ;
- de déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à un plan à partir de l'équation cartésienne de ce plan.

Résultats partiels de la consigne

Dans le repère orthonormée

( E ; $\overrightarrow{EA_0}$, $\overrightarrow{EB_0}$, $\overrightarrow{EC_0}$), on a :

F( 0, 2, 0), H( 0, 0, 6), L(0, 0 ; 12/5)

Par ailleurs, $\overrightarrow{HK}$ (0, 2, -18/5) ;

$\overrightarrow{LT}$ (x, y, z- 12/5)

T ϵ (P)⟺(2y – 18/5 z + 216/25 = 0 )
⟺(25y – 45z + 108 = 0)

Une condition nécessaire et suffisante portant sur x, y et z pour que T appartienne à (P) est 25y – 45z + 108 = 0.
La relation 25y – 45z + 108 = 0 est appelée équation cartésienne du plan ($\mathscr{P}$).
- Dans un repère de l'espace, une équation cartésienne d'un plan est de la forme ax + by + cz + d = 0 avec (a, b, c) ≠ (0, 0, 0) a, b, c, d des constantes réelles, définit un plan de l'espace.

Indications

On pourra choisir deux points quelconques

Consigne 2

Soit a, b, c, d des constantes réelles avec $(a,b,c) \neq (0,0,0)$. Dans un repère orthonormé de l’espace, un plan $(\mathscr{P})$ a pour équation : $ax + by + cz + d = 0$

Soit le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$. Justifie que $\vec{n}$ est un vecteur normal à $(\mathscr{P})$

Consigne 3

Les hypothèses de la consigne 1 sont maintenues. On désigne par (Q) le plan défini par les points O, I et F. Soit T un point quelconque de coordonnées $(x, y, z)$ dans le repère (E ; $\vec{EA_0}$ ,$\vec{EB_0}$ ,$\vec{EC_0}$ ). Détermine une condition nécessaire et suffisante portant sur x, y, z, pour que T appartienne à (Q)

distincts M et N de $(\mathscr{P})$ et justifier que $\vec{MN} \perp \vec{n}$

Cette consigne permettra de déterminer les coordonnées d’un vecteur normal à un plan, connaissant une équation cartésienne de ce plan dans un repère orthonormé de l’espace.

La consigne 3 permettra de déterminer une représentation paramétrique d’un plan.

Résultats de la consigne 3.

O(2, 2, 6), I(4, 0, $\frac{12}{5}$), F((0, 2, 0).

(T$\in$ (Q)) $\Leftrightarrow \left( \exists(\alpha,\beta) \in \mathrm{IR}^2,\ \vec{OT} = \alpha \vec{OI} + \beta \vec{OF} \right)$

On a: $\vec{OI}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -\frac{18}{5} \end{pmatrix}$, $\vec{OF}\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$, $\vec{OT}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-2 \\ z-6 \end{pmatrix}$

(T$\in$ (Q)) $\Leftrightarrow \exists(\alpha,\beta) \in \mathrm{IR}^2 / \begin{cases} x-2 = 2\alpha - 2\beta \\ y-2 = -2\alpha \\ z-6 = \frac{-18}{5}\alpha - 6\beta \end{cases}$

On a : (T$\in$ (Q)) $\Leftrightarrow \exists((\alpha,\beta) \in \mathrm{IR}^2/$

$$\begin{cases} x = 2\alpha - 2\beta + 2 \\ y = -2\alpha + 2 \\ z = \frac{-18}{5}\alpha - 6\beta + 6 \end{cases}$$

Le système $\begin{cases} x=2\alpha-2\beta+2 \\ y=-2\alpha+2 \\ z=\frac{-18}{5}\alpha-6\beta+6 \end{cases}$ avec $(\alpha,\beta) \in \mathrm{IR}^2$, est appelé une représentation paramétrique du plan (Q).

| | |
|---|---|
| Consigne 4<br>L'espace $\mathscr{E}$ est muni du repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.<br>1°) Soit le plan ($\mathscr{P}$) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2t + t' - 1 \\ y = t - t' + 2 \\ z = -t + 3t' + 4 \end{cases}$, $(t, t') \in$ IR$^2$<br>Détermine une équation cartésienne de ($\mathscr{P}$).<br>2°) Soit le plan (Q) d'équation $x - 2y + 3 = 0$.<br>Détermine une représentation paramétrique de (Q). | D'une manière générale, le système $\begin{cases} x = x_o + at + a't' \\ y = y_o + bt + b't' \\ z = z_o + ct + c't' \end{cases}$ avec $(t, t') \in$ IR$^2$, est appelé une représentation paramétrique du plan (P) passant par le point $A(x_0, y_0, z_0)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$, t et t' étant les paramètres ; à chaque valeur de $(t, t')$ correspond un point de (P). $\left(A; \vec{u}, \vec{u'}\right)$ est un repère cartésien de (P).<br><br>Cette consigne permettra de :<br>• déterminer une équation cartésienne d'un plan à partir de l'une de ses représentations paramétriques ;<br>• déterminer une représentation paramétrique d'un plan à partir de son équation cartésienne. |

| | |
|---|---|
| Consigne 5<br>Les hypothèses de la consigne 1 sont maintenues. Soit ($\mathscr{D}$) la droite passant par K et de vecteur directeur $\overrightarrow{AG}$, T un point quelconque de coordonnées $(x, y, z)$ dans le repère (E ; $\overrightarrow{EA_0}$, $\overrightarrow{EB_0}$, $\overrightarrow{EC_0}$ ). Détermine une condition nécessaire et suffisante portant sur x, y, z pour que T appartienne à ($\mathscr{D}$). | Cette consigne permettra d'établir :<br>• une représentation paramétrique d'une droite ;<br>• un système d'équations cartésiennes d'une droite.<br>Soit ($\mathscr{D}$) la droite passant par le point $A(x_0, y_0, z_0)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$<br>On dit que le système $\begin{cases} x = x_0 + ta \\ y = y_0 + tb, avec\ t \in IR \\ z = z_0 + tc \end{cases}$ est une représentation paramétrique de ($\mathscr{D}$). On dit que $\left(A, \overrightarrow{u}\right)$ est un repère cartésien de la droite ($\mathscr{D}$).<br>Remarque<br>Une droite donnée peut être considérée comme l'intersection de deux plans non parallèles la contenant. Le système formé par les équations cartésiennes de ces plans constitue un système d'équations cartésiennes de la droite. Une droite de l'espace ne peut donc pas être définie par une seule équation cartésienne. |
| Consigne 6<br>L'espace $\mathscr{E}$ étant muni d'un repère, on considère les plans ($\mathscr{P}_1$), ($\mathscr{P}_2$) et ($\mathscr{P}_3$) d'équations respectives $x + y - z + 3 = 0$, $2x - y + z + 1 = 0$, -x+2y-z+2=0.<br>Détermine l'intersection de ces trois plans. | Cette consigne permettra de faire :<br>• transformer un système en un système équivalent ;<br>• reconnaître deux systèmes équivalents.<br>Deux systèmes d'équations sont équivalents si et seulement si ils ont le même ensemble de validité et le même ensemble de solutions ;<br>• résoudre un système d'équations linéaires à trois inconnues par la méthode du pivot de Gauss. |

| | |
|---|---|
| <u>Consigne</u> 7<br>1°) Résoudre dans IR$^3$ le système suivant d'inconnue $(x, y, z)$<br>I $\begin{cases} x+y+z+1=0 \\ 2x-y+3z+8=0 \\ -x+2y+z+2=0 \end{cases}$<br>2°) Déduis-en l'ensemble des solutions du système suivant d'inconnue $(x, y, z)$ dans IR$^3$<br>$\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{y-2}+z+1=0 \\ 2x^2-\dfrac{1}{y-2}+3z+8=0 \\ -x^2+\dfrac{2}{y-2}+z+2=0 \end{cases}$ | Cette consigne permettra de résoudre un système d'équations linéaires en effectuant si possible un changement d'inconnues. |
| <u>Consigne</u> 8<br>L'espace $\mathscr{E}$ étant muni d'un repère, détermine l'intersection des plans $(\mathscr{P}_1)$ et $(\mathscr{P}_2)$ d'équations respectives 2x-y+z+1=0 et x+3y-2z+1=0 | Cette consigne permettra de résoudre un problème conduisant à un système d'équations linéaires à trois inconnues.<br>**NB** : On se limitera aux systèmes d'équations linéaires sans paramètre. |
| <u>Consigne</u> 9<br>L'espace $\mathscr{E}$ est muni du repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. Soit $A(x_0,y_0,z_0)$ un point donné de $\mathscr{E}$ et le plan $(\mathscr{P})$ d'équation ax+by+cz+d=0 où a, b, c, d sont des constantes réelles telles que $(a,b,c)\neq(0,0,0)$.<br>Exprime la distance d(A, $\mathscr{P}$) de A à $(\mathscr{P})$ en fonction de a, b, c, d, $x_0$, $y_0$, $z_0$. | Cette consigne permettra de :<br>- démontrer la propriété suivante :<br><u>Propriété</u><br>L'espace $\mathscr{E}$ étant muni d'un repère orthonormé, soit $A(x_0,y_0,z_0)$ un point donné de $\mathscr{E}$ et $(\mathscr{P})$ un plan d'équation ax+by+cz+d=0 où a, b, c, d sont des constantes réelles telles que $(a,b,c)\neq(0,0,0)$.<br>La distance du point A au plan $(\mathscr{P})$ est le nombre réel positif d(A, $\mathscr{P}$) tel que :<br>d(A, $\mathscr{P}$)= $\dfrac{\lvert ax_0+by_0+cz_0+d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$<br>- d'énoncer cette propriété. |

| | |
|---|---|
| Consigne 10<br>L'espace $\mathscr{E}$ est muni du repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. Soit le plan $(\mathscr{P})$ d'équation 2x-y+3z+1=0. Détermine l'ensemble (Γ)des points M situés à la distance 3 du point $(\mathscr{P})$ | Cette consigne permettra d'utiliser la propriété précédente. |
| Consigne 11<br>Dans l'espace $\mathscr{E}$,on considèreune droite $(\mathscr{D})$ de repère $\left(A,\vec{u}\right)$ et une droite $(\mathscr{D}')$ de repère $\left(B,\vec{v}\right)$. Etudie le parallélisme et l'orthogonalité des droites $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$. | Résultat de la consigne 11<br>♠Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, alors $(\mathscr{D})//(\mathscr{D}')$ ; si de plus A∈$(\mathscr{D}')$ alors $(\mathscr{D})$ et $\mathscr{D}'$ sont confondues.<br>♠Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, alors les droites $(\mathscr{D})$ et $\mathscr{D}'$ n'ont pas la même direction, et :<br>• si $\vec{AB}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont coplanaires, alors les droites $(\mathscr{D})$ et $\mathscr{D}'$ sont sécantes ;<br>• si $\vec{AB}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas coplanaires, alors les droites $(\mathscr{D})$ et $\mathscr{D}'$ ne sont pas coplanaires ;<br>♠Si $\vec{u} \perp \vec{v}$, alors les droites $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$ sont orthogonales ; si de plus les droites $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{D}')$ sont sécantes, alors elles sont perpendiculaires.<br>Le résultat de cette consigne permettra d'utiliser l'outil analytique pour étudier :<br>les positions relatives de deux droites<br>➢ de l'espace ;<br>➢ l'orthogonalité de deux droites de l'espace. |
| Consigne 12<br>Dans l'espace $\mathscr{E}$, on considèreune droite $(\mathscr{D})$ de repère $\left(A,\vec{u}\right)$ et un plan $(\mathscr{P})$ passant par B et de vecteur normal $\vec{n}$. Etudie le parallélisme et l'orthogonalité de $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{P})$. | Résultat de la consigne 12<br>♠Si $\vec{u} \perp \vec{n}$, alors $(\mathscr{D})$ // $(\mathscr{P})$ et si de plus A ∈$(\mathscr{P})$, alors $(\mathscr{D}) \subset (\mathscr{P})$<br>♠ Si $\vec{u}$ n'est pas orthogonal à $\vec{n}$, alors la droite $(\mathscr{D})$ est sécante au plan $(\mathscr{P})$.<br>♠Si $\vec{u}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires, alors $(\mathscr{D}) \perp (\mathscr{P})$ |

| | |
|---|---|
| | Le résultat de cette consigne permettra d'utiliser l'outil analytique pour étudier :<br>• les positions relatives d'une droite et d'un plan ;<br>• l'orthogonalité d'une droite et d'un plan. |
| <u>Consigne</u> 13<br>Dans l'espace $\mathscr{E}$, on considèreune droite ($\mathscr{D}$) de repère $\left(A,\vec{u}\right)$ et un plan ($\mathscr{P}$) de repère $\left(B,\vec{u}_1,\vec{u}_2\right)$<br><br>Etudie le parallélisme et l'orthogonalité de ($\mathscr{D}$) et ($\mathscr{P}$). | <u>Résultat de la consigne 1</u>3<br>♠si $\vec{u}$, $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ sont coplanaires, alors $(\mathscr{D})//(\mathscr{P})$ ; et si de plus A$\in(\mathscr{P})$, alors $(\mathscr{D})\subset(\mathscr{P})$.<br>♠Si $\vec{u}$, $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ ne sont pas coplanaires, alors la droite $(\mathscr{D})$est sécante au plan $(\mathscr{P})$ ;<br>♠ Si $\vec{u}\perp\vec{u}_1$ et $\vec{u}\perp\vec{u}_2$, alors $(\mathscr{D})\perp(\mathscr{P})$<br>Cette consigne permettra aussi d'utiliser l'outil analytique pour étudier :<br>• les positions relatives d'une droite et d'un plan ;<br>• l'orthogonalité d'une droite et d'un plan. |
| <u>Consigne</u> 14<br>Dans l'espace $\mathscr{E}$, on considère le plan ($\mathscr{P}$) passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$, le plan ($\mathscr{P}'$) passant par B et de vecteur normal $\vec{n}'$.<br>Etudie le parallélisme et l'orthogonalité des plans ($\mathscr{P}$) et ($\mathscr{P}'$) | <u>Résultat de la consigne 1</u>4<br>♠Si $\vec{n}$ et $\vec{n}'$ sont colinéaires, alors $(\mathscr{P})//(\mathscr{P}')$; si de plus A$\in(\mathscr{P}')$alors $(\mathscr{P})$et $(\mathscr{P}')$ sont confondus :<br>♠Si $\vec{n}$ et $\vec{n}'$ ne sont pas colinéaires, alors $(\mathscr{P})$ et $(\mathscr{P}')$sont sécants.<br>♠Si $\vec{n}\perp\vec{n}'$, alors $(\mathscr{P})\perp(\mathscr{P}')$<br>Cette consigne permettra d'utiliser l'outil analytique pour étudier :<br>• les positions relatives de deux plans ;<br>l'orthogonalité de deux plans. |

# Répartition trimestrielle des S.A.

**(Classe de première C)**

Cette répartition trimestrielle n'est pas la seule possible. Cependant, **les professeurs sont fermement invités à la respecter scrupuleusement pendant les années d'expérimentation.**

| Période | Situation d'apprentissage | Tempsd'apprentissage |
|---|---|---|
| | S.A. n° 1…………………. | 21heures (trois premières semaines de travail) |
| Premier trimestre (Septembre – Décembre) | S.A. n° 2 (début) ……… | 49 heures (sept semaines d'apprentissage) |
| Deuxième trimestre (Janvier – Mars) | S.A. n° 2 (suite et fin) ……….. | 26 heures (quatre semaines d'apprentissage) |
| | S.A. n° 3 (début) …….. | 35 heures (cinq semaines d'apprentissage) |
| Troisième trimestre (Avril – Juin) | S.A. n° 3 (suite et fin) …… | 27 heures (quatre semaines d'apprentissage) |

23 heures6 heures