République du Bénin

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE ET DE LA FORMATION TECHNIQUE ET PROFESSIONNELLE

GUIDE DU PROGRAMME D'ÉTUDES

MATHÉMATIQUE

Classes de première D

DIRECTION DE L'INSPECTION PEDAGOGIQUE

PORTO-NOVO

JUILLET 2010

SOMMAIRE

INTRODUCTION ……………………………………………………………………3

1. ORIENTATIONS GÉNÉRALES……………………………………………3

1.1 Clarifications conceptuelles………………………………………4

1.1.1 Démarche d'enseignement/apprentissage……………………………4

1.1.2 Situations d'apprentissage ……………………………………….. 4

1.1.3 Stratégies d'enseignement /apprentissage ………………………4

1.2 Mode d'emploi du guide…………………………………………5

2. DEVELOPPEMENT DES DIFFERENTES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE.

2.1 Canevas général du déroulement d'une situation d'apprentissage…5-7

2.2 Planification des situations d'apprentissage ……………………………8

SITUATION D'APPRENTISSAGE N° 1 : CONFIGURATIONS DE L'ESPACE ……..8-12

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA S.A. N° 1 …………….… 12-19

SITUATION D'APPRENTISSAGE N° 2 : ORGANISATION DES DONNÉES……20-24

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA S.A. N° 2……………………………..25-42

SITUATION D'APPRENTISSAGE N° 3 : LIEUX GÉOMÉTRIQUES…………….43-48

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA S.A. N° 3………………………………48-60

3. DOCUMENTS D'ACCOMPAGNEMENT ………………………………………61

3.1 Document d'exploitation des situations de départ…………………61-64

3.2 Documents d'appui……………………………………………………65-88

4. Répartition trimestrielle des situations d'apprentissage………… 89

INTRODUCTION

Le présent guide de l'enseignant (e) est produit pour accompagner les programmes de mathématiques selon l'approche par compétences dans les lycées et collèges d'enseignement général.

Il s'est nourri principalement des options prises dans le cadre de la généralisation des Programmes d'études par compétences au cours primaire et au premier cycle de l'Enseignement Secondaire, dans leur évolution qualitative. Il s'est nourri aussi des acquis de la mise en œuvre des programmes d'études HPM (Harmonisation des Programmes de Mathématiques) pour ce qui est de l'aspect adéquation avec les nouvelles exigences académico-pédagogiques.

Ce guide comporte trois parties essentielles. La première présente les orientations générales ; la deuxième concerne les situations d'apprentissage et la troisième a trait aux documents d'accompagnement.

Les orientations générales portent sur la clarification de certains concepts et sur le mode d'emploi du guide.

La partie concernant les situations d'apprentissage présente d'une part le cadre conceptuel et d'autre part leurs contenus notionnels assortis d'indications pédagogiques.

Les documents d'accompagnement comprennent :

- un document d'exploitation des situations de départ qui expose l'esprit de ces dernières.
- un document d'appui pouvant servir à la confection de fiches de séquence de classe sur la situation d'apprentissage n°1.

1. ORIENTATIONS GÉNÉRALES

Ce guide est l'une des deux composantes (programme et guide) produites pour l'enseignement de la mathématique dans les classes de secondes scientifiques.

Il ambitionne d'une part de fournir aux professeurs des informations et des commentaires sur certains concepts et sur la mise en œuvre des situations d'apprentissage et d'autre part de suggérer des pistes et des activités pour une exploitation efficiente de ces mêmes situations d'apprentissage.

Au demeurant, le processus de rénovation des programmes d'études en cours voudrait faire de l'enfant béninois un citoyen compétent c'est-à-dire capable de faire appel aux bonnes ressources qu'il peut combiner de manière efficace afin de les utiliser à bon escient. Pour cela, il est impérieux entre autres :

- d'accompagner l'apprenant dans un cheminement d'apprentissage en adoptant une pédagogie de la découverte et de la production ;
- d'éveiller la curiosité intellectuelle de l'apprenant et de soutenir son plaisir d'apprendre ;
- de permettre à l'apprenant de s'interroger pour découvrir lui-même les vérités des choses plutôt que de chercher à le rendre dépendant en travaillant à sa place ;
- de provoquer chez l'apprenant la remise en cause de ses schémas mentaux lorsque la nécessité s'impose et ce, par des moyens appropriés.

Il est nécessaire, pour une bonne utilisation des situations d'apprentissage, de procéder à la clarification de certains concepts et de donner le mode d'emploi du guide.

1.1 CLARIFICATION CONCEPTUELLE.

1.1.1 Démarche d'enseignement / apprentissage

La démarche d'enseignement/apprentissage adoptée en mathématique est structurée autour de la compétence disciplinaire n°1 dont le libellé est le suivant:
" Résoudre un problème ou une situation –problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques". Faire les mathématiques consiste avant tout à résoudre des problèmes ou des situations–problèmes. Au delà des algorithmes, des règles de calculs, des techniques, et des formules, faire les mathématiques, c'est développer des capacités de résolution de problèmes.

Deux autres compétences viennent prendre en compte les deux dimensions essentielles des mathématiques à savoir: les activités géométriques et les activités numériques dans le but de donner un contenu disciplinaire à la compétence n°1.

Elles sont libellées comme suit:
" Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie".
"Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation d'outils, de techniques et de procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données".

Tout en étant dépendantes de la première du point de vue de la démarche de résolution de problèmes, ces deux dernières compétences se distinguent l'une de l'autre par les outils à acquérir et les procédures de raisonnement propres à chacune d'elles.

Néanmoins, elles sont parfois simultanément exigibles pour résoudre certains problèmes; en cela, elles sont aussi complémentaires.

1.1.2 Situations d'apprentissage

Une situation d'apprentissage est un document dans lequel figure un ensemble de tâches et de consignes avec leurs indications pédagogiques respectives, tâches et consignes auxquelles l'enseignant soumet l'élève par des stratégies d'enseignement appropriées afin de le rendre compétent en lui faisant construire, transférer et réinvestir le savoir.

Ce document fournit aussi des renseignements sur le contenu de la formation, la durée, le matériel et les stratégies d'enseignement /apprentissage.

NB : *Une situation d'apprentissage n'est pas une fiche pédagogique.*

1.1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage

Ce sont les stratégies à utiliser par l'enseignant (e) et celles à faire mettre en œuvre par l'apprenant au cours du déroulement de la situation d'apprentissage. Les stratégies les plus recommandées sont : le «travail individuel », le « travail en petits groupes » et le « travail collectif ».

a) ***Phase du travail individuel***

Au cours de cette phase, les élèves sont invités à travailler ***vraiment*** individuellement, même s'ils sont déjà disposés en petits groupes.

L'importance de cette phase n'est plus à démontrer puisque si chaque élève ne s'efforce pas de circonscrire la question en jeu, l'échange dans le groupe en pâtira.

Pour cela, l'enseignant (e) se doit de veiller à ce que chaque élève comprenne ce qu'on attend de lui, afin de trouver quelque chose à proposer aux autres membres du groupe.

b) ***<u>Phase du travail en petits groupes</u>***

Les apprenants après la phase précédente discutent et échangent en petits groupes autour de leurs travaux respectifs. Ils retiennent après l'harmonisation des différents points de vue quelques résultats relativement à l'objet d'étude. L'un des éléments du groupe se charge de **<u>présenter</u>** à la classe au cours de la phase ultérieure ce que le groupe a retenu.

c) ***<u>Phase du travail collectif</u>***

C'est au cours de cette phase que la classe entière prend connaissance des travaux réalisés au sein des différents petits groupes. L'enseignant (e) anime la classe de façon à **<u>faire dégager par les apprenants</u>** la réponse ou les réponses à donner à la question posée.

1.2 Mode d'emploi du guide.

Les situations d'apprentissage proposées dans ce guide ne sauraient être assimilées à des fiches pédagogiques. Il s'agit, pour l'enseignant(e), d'opérer des choix pertinents en tenant compte des potentialités de ses apprenants, des indications pédagogiques, du matériel disponible, etc.…

Il est recommandé à l'enseignant(e) de se référer aux documents d'accompagnement pour mieux comprendre l'esprit dans lequel les situations de départ ont été proposées.

<u>2. DÉVELOPPEMENT DES DIFFÉRENTES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE.</u>

2.1 Canevas général du déroulement d'une situation d'apprentissage

Le déroulement de toute situation d'apprentissage se fera suivant le cheminement ci-après:

<table>
<tr><th>Activités</th><th>Indications pédagogiques</th></tr>
<tr><td>A - INTRODUCTION

Activité 0 : cf. situation de départ proposée pour la situation d’apprentissage</td><td>Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d’apprentissage ».
La situation de départ proposée n’est pas la seule pouvant servir à contextualiser les connaissances et techniques visées.
L’enseignant(e) pourra s’en inspirer pour élaborer une autre prenant appui sur les réalités concrètes de son milieu.
A ce stade, on n’exigera pas de réponses aux tâches et consignes qui accompagnent la situation de départ. Les tâches et consignes seront démultipliées tout au long du déroulement des activités.</td></tr>
<tr><td>B - RÉALISATION

Activité N°1 (découverte d’une ou de plusieurs notions)

Activité N°2
N° 3
.
.
.
N°n
(décontextualisation)

Activité N°n +1
N°n +2
.
.
.
N°n +p
(approfondissement)

Activité N°n + p +1 (découverte d’autres notions nouvelles)
.
.
.
.
Activités de décontextualisation
Activités d’approfondissement
.
.
ainsi de suite jusqu’ à épuisement des notions visées par la situation d’apprentissage</td><td>Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d’apprentissage » relatives aux différentes stratégies d’enseignement/ apprentissage et aux trois étapes. L’activité n°1 est une activité qui s’appuie sur la situation de départ.

Ces activités visent à dépouiller le concept de son habillage concret pour le mettre à l’état pur (définition, propriété, règle, procédure)

Elles ont pour but de travailler le ou les nouveau(x) concept(s) dégagé(s) suite à des activités de décontextualisation.

Activité en contexte à l’instar de l’activité N°1.</td></tr>
</table>

C -RETOUR ET PROJECTION	
.Activité d'objectivation	Exemples de questions que l'enseignant(e) peut poser aux élèves à la fin de l'apprentissage : -qu'as-tu découvert sur….. ? -qu'as-tu appris de nouveau sur…. ? -qu'as-tu trouvé difficile ? facile ?
.Activité d'autoévaluation	.qu'est-ce que tu as réussi ? .qu'est-ce que tu n'as pas réussi ? .qu'est-ce que tu vas faire pour améliorer ta production ?
.Activité de projection/réinvestissement	Il s'agit de proposer des activités pour une utilisation ultérieure des acquis dans la résolution des problèmes de vie.

RECOMMANDATIONS

Les situations d'apprentissage seront déroulées à partir :

- d'activités judicieusement conçues en s'appuyant sur les connaissances et techniques, les compétences disciplinaires, les compétences transdisciplinaires et les compétences transversales.
- de stratégies d'enseignement/apprentissage appropriées.
- d'une mobilisation par l'apprenant des capacités relatives à :
  - l'expression de sa perception du problème ou de la situation- problème;
  - l'analyse d'un problème ou d'une situation-problème;
  - la mathématisation d'un problème ou d'une situation- problème ;
  - l'opération sur les objets mathématiques identifiés au cours d'un problème ou d'une situation-problème.

A cet effet, pour chaque situation d'apprentissage, les détails des connaissances et techniques se présentent comme suit :

2. 2 Planification des situations d'apprentissage.

SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 1 : Configurations de l'espace

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 *Compétences*

a) Les compétences disciplinaires **:**

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) Compétences transversales :

- Exploiter l'information disponible *;*
- Résoudre une situation-problème *;*
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 ***Connaissances et techniques***

Orthogonalité dans l'espace : Droites orthogonales – droite et plan orthogonaux – plans perpendiculaires – projection orthogonale sur un plan - projection orthogonale sur une droite

Vecteurs de l'espace : Extension à l'espace de la notion de vecteur – caractérisation vectorielle de configurations de l'espace.

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 ***Stratégie objet d'apprentissage :*** *Résolution de problèmes.*

1.2 Durée : *12 heures*

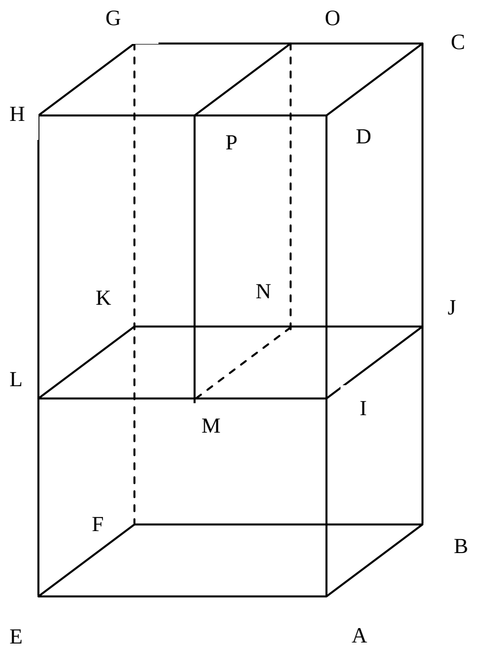
1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : objets familiers

2. DÉROULEMENT

2.0. Situation de départ : Une discussion autour du dessin d'une armoire

Coffi est un élève de la classe de 1ère. Son tuteur Fako lui demande d'aller retirer auprès du menuisier l'armoire qu'il a commandée, pour y ranger ses habits. Il dessine le plan de l'armoire sur une feuille de papier qu'il remet à Coffi pour faciliter l'identification chez le menuisier. Voici le plan de cette armoire :



Des camarades de Coffi ont vu ce dessin. L'un d'eux affirme qu'on peut y trouver des traces de droites dont les parallèles sont perpendiculaires dans un même plan. Un autre affirme : « Le point A permet de repérer n'importe quel point de l'espace ; il suffit de connaître la distance AS ». Non rétorque un autre « la distance AS seule ne suffit pas ; il faut connaître aussi le sens de A vers S sur la droite (AS) ». Un autre élève apporte une nuance en déclarant : «Encore faut-il que S soit distinct de A ». Jean qui, jusque là n'est pas intervenu pose la question suivante à ses camarades « S'agit-il des coordonnées géographiques d'un point ? ».

Tâche : Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela, tu auras, tout au long de la S.A., à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés.
- analyser chacun des problèmes.
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème
- améliorer au besoin ta production

N.B. : Cette consigne est liée à toute la S.A. et non à la situation de départ.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage	**Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)**	**Contenus de formation**

L’élève : **Exprime sa perception du problème posé** -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L’enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n’est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

L’élève : **2.2.1- Analyse chaque problème posé.** - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.** -formule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux,	Au cours de cette phase de réalisation l’enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l’étape du *travail individuel* elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ; - *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; *-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;* *-exhorte chaque apprenant à faire l’effort de trouver quelque chose par lui-même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et*	

manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -*o*rdonne ses idées ; -*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifie l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème.	*la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; *-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*. -*commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : -*circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; -*s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; -*intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; *-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;* -*achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des	

-construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	

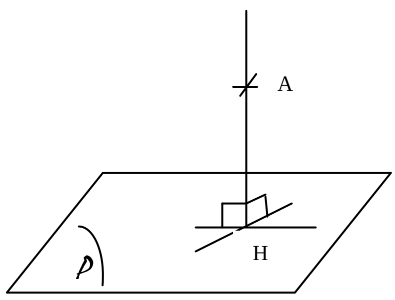
2.3 Retour et projection

L'élève : **2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées :** - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. **2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/enrichissement** - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. **2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :** - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	- invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production - invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire:* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°1 :

Configurations de l'espace

Durée : *12 heures*

Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**
1 – Droites orthogonales Définition	Faire : - définir deux droites orthogonales ; *Deux droites de l’espace sont orthogonales lorsque les parallèles à ces droites passant par un point donné sont perpendiculaires dans le plan qu’elles définissent.* - utiliser le symbole $\perp$.
Propriétés	Faire - démontrer la propriété suivante : • *Si deux droites de l’espace sont orthogonales alors toute droite parallèle à l’une est orthogonale à l’autre.* - Utiliser cette propriété.
2- Droite et plan orthogonaux Définition	Faire : - définir une droite orthogonale à un plan. *Une droite est orthogonale ou perpendiculaire à un plan lorsque la droite est orthogonale à toute droite de ce plan.* 

Propriétés	Faire : - admettre les propriétés : • *Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan, elle est orthogonale à ce plan.* • *Par un point A de l'espace, il passe une droite unique de l'espace perpendiculaire à un plan donné de l'espace.* - démontrer (si possible) les propriétés suivantes : • *Par un point de l'espace, il passe un plan unique orthogonal à une droite donnée de l'espace.* • *Si deux plans sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.* • *Si deux plans sont perpendiculaires à une même droite alors ils sont parallèles.* • *Si deux droites sont parallèles alors tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.* • *Si deux droites sont orthogonales à un même plan alors elles sont parallèles.* - utiliser ces propriétés. N.B. : Si les conditions didactiques le permettent, ces propriétés pourront être démontrées.

3 – Plans perpendiculaires

Définition

Faire :

- définir deux plans perpendiculaires ;

Deux plans sont perpendiculaires lorsque l'un contient une droite orthogonale à l'autre.

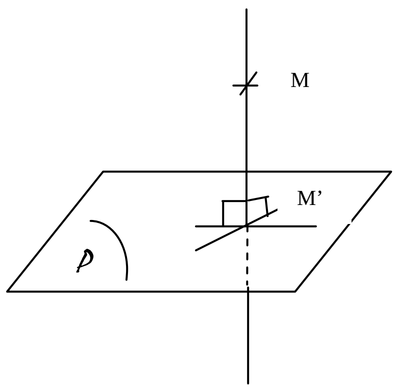
4 - Projection orthogonale sur un plan.

Définition

Faire :

- définir la projection orthogonale sur un plan ;

La projection orthogonale sur un plan ($\mathcal{P}$) est l'application qui à tout point M de l'espace associe le point M', intersection de ($\mathcal{P}$) avec la droite passant par M et orthogonale à ($\mathcal{P}$).



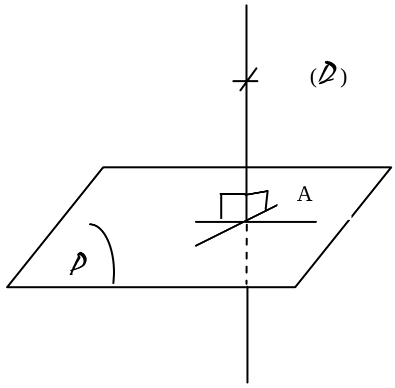
Propriétés

Faire :

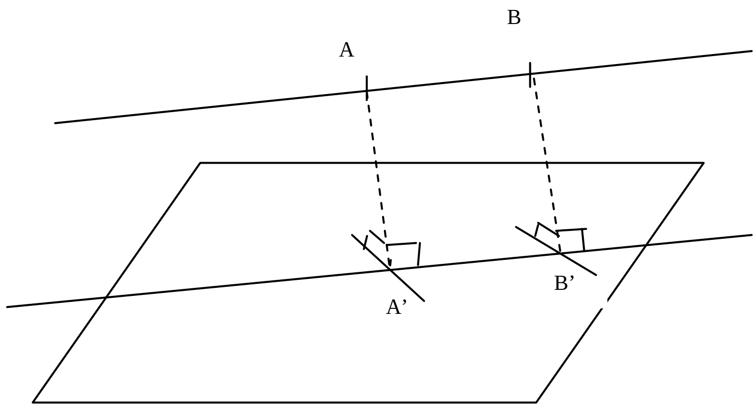
- admettre la propriété suivante :

  L'ensemble des points invariants par une projection orthogonale sur un plan est ce plan lui-même.
- démontrer (si possible) les propriétés suivantes :

- Soit p la projection orthogonale sur un plan ($\mathcal{P}$). L'image d'une droite ($\mathcal{D}$) par p est :
  - une droite si ($\mathcal{D}$) n'est pas orthogonale à ($\mathcal{P}$) ;
  - un singleton si ($\mathcal{D}$) est perpendiculaire à ($\mathcal{P}$).



$(\mathcal{D}) \perp (\mathcal{P})$. On a $p(\mathcal{D}) = \{A\}$

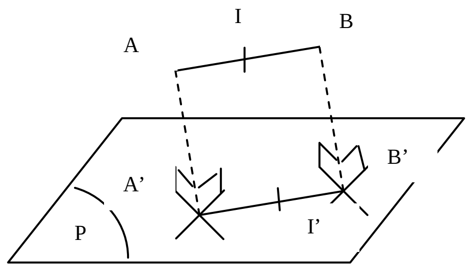


($\mathcal{D}$) non orthogonale à ($\mathcal{P}$) ; on a : A' ≠ B' et p($\mathcal{D}$) =(A' B')

- Si A et B sont deux points d'images respectives A' et B' par p, le segment [AB] a pour image par p :
  - [A' B'] si (AB) n'est pas orthogonale à ($\mathcal{P}$) ;
  - {A'} si (AB) est perpendiculaire à ($\mathcal{P}$).

De plus, on a :
$\{A'B' = AB$ si (AB) // ($\mathcal{P}$) et A' B' < AB si (AB) et ($\mathcal{P}$) sont non parallèles $\}$

- L'image, par une projection orthogonale p, du milieu d'un segment dont le support est non orthogonal à ($\mathcal{P}$), est le milieu du segment image.

	 - utiliser ces propriétés. **N.B. :** Si les conditions didactiques le permettent, ces propriétés pourront être démontrées.
5 – Projection orthogonale sur une droite. Définition	Faire : - définir la projection orthogonale sur une droite donnée ; *On appelle projection orthogonale sur une droite $(\mathcal{D})$, l'application qui à tout point M de l'espace associe le point d'intersection M' de $(\mathcal{D})$ et du plan orthogonal à $(\mathcal{D})$ passant par M.*
Propriétés	Faire : - démontrer (si possible) les propriétés suivantes : Soit p la projection orthogonale sur une droite $(\mathcal{D})$. o L'ensemble des points invariants par p est la droite $(\mathcal{D})$. o L'image par p d'une droite orthogonale à $(\mathcal{D})$ est un singleton. o L'image d'une droite non orthogonale à $(\mathcal{D})$ est la droite $(\mathcal{D})$. o L'image du milieu d'un segment dont le support n'est pas orthogonal à $(\mathcal{D})$ est le milieu de l'image de ce segment. - utiliser ces propriétés. **N.B. :** Si les conditions didactiques le permettent, ces propriétés pourront être démontrées.
6- Vecteurs de l'espace. Extension à l'espace de la notion de vecteur : caractérisation d'un vecteur	Faire : - caractériser un vecteur de l'espace ; *Il s'agit d'étendre à l'espace la notion de vecteur vue dans le plan en classe de seconde et d'attirer l'attention des élèves sur les caractéristiques d'un vecteur non nul : direction, sens et longueur.*

Propriété	Faire : - admettre la propriété suivante : Pour tout point O et pour tout vecteur $\vec{u}$ de l'espace, il existe un point M unique tel que $\vec{OM} = \vec{u}$. - utiliser cette propriété.
Opérations sur les vecteurs : Somme	Faire : - définir la somme de deux vecteurs de l'espace ; - construire la somme de deux vecteurs de l'espace.
Produit d'un vecteur par un nombre réel	Faire : - définir le produit d'un vecteur par un nombre réel ; - construire le produit d'un vecteur par un nombre réel ;
Vecteurs colinéaires	Faire : - définir deux vecteurs colinéaires de l'espace ; *Deux vecteurs sont dits colinéaires lorsque l'un d'eux est le vecteur nul ou bien lorsque les deux ont la même direction.*
Vecteurs coplanaires	- définir trois vecteurs coplanaires ; *Trois vecteurs* $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ *sont coplanaires si l'un au moins de ces vecteurs est une combinaison linéaire des deux autres.*
Propriétés	Faire : - démontrer (si possible) les propriétés suivantes : • A et B étant deux points distincts de l'espace, pour tout point M de l'espace, M Є (AB) si et seulement si il existe un nombre réel x tel que $\vec{AM} = x \cdot \vec{AB}$. • A, B, C étant trois points non alignés de l'espace, pour tout point M de l'espace, M Є (ABC) si et seulement si il existe deux nombres réels x et y tels que $\vec{AM} = x \cdot \vec{AB}$ + y. $\vec{AC}$ - utiliser ces propriétés. **N.B. :** Si les conditions didactiques le permettent, ces propriétés pourront être démontrées.

Base de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace	Faire : - définir une base de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace ; *Un triplet de vecteurs non coplanaires est appelé une base de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace.*
Repère de l'espace	Faire : - définir un repère de l'espace ; *On appelle repère de l'espace, tout quadruplet (O, I, J, K) de points non coplanaires (repère affine) ou bien un quadruplet (O ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) où O est un point de l'espace $\mathcal{E}$ et ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) une base de $\mathcal{W}$ (repère cartésien)*
Propriété	Faire : - démontrer la propriété : *(O, I, J, K) étant un repère de l'espace, pour tout point M de l'espace, pour tout point M de l'espace, il existe un triplet (x, y, z) unique de nombres réels tels que :* $\vec{OM} = x\vec{OI} + y\vec{OJ} + z\vec{OK}$ - utiliser cette propriété.
Coordonnées d'un point dans un repère - Coordonnées d'un vecteur dans une base	Faire : - définir les coordonnées d'un point de l'espace dans un repère ; *(O, I, J, K) étant un repère de l'espace, pour tout point M de l'espace, l'unique triplet (x, y, z) de nombres réels tels que :* $\vec{OM} = x\vec{OI} + y\vec{OJ} + z\vec{OK}$ *est appelé triplet de coordonnées de M dans le repère (O, I, J, K).* *En posant* $\vec{OI} = \vec{i}; \vec{OJ} = \vec{j}; \vec{OK} = \vec{k}$, *on a :* $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. (x, y, z) est aussi appelé triplet de coordonnées de M dans le repère *(O ;* $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) ou du vecteur $\vec{OM}$ dans la base ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).

SITUATION D’APPRENTISSAGE n° 2 : Organisation des données

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 *Compétences*

a) Les compétences disciplinaires:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l’appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l’appropriation d’outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d’insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l’information disponible *;*
- résoudre une situation-problème *;*
- communiquer de façon précise et appropriée;
- exercer sa pensée critique;
- travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

Equations et inéquations dans IR, systèmes linéaires : Equations du second degré à une inconnue. Inéquations du second degré à une inconnue. Equations se ramenant à une équation du second degré à une inconnue. Inéquations se ramenant à une inéquation du second degré à une inconnue. Etude de problèmes se ramenant à la résolution d’une équation du second degré à une inconnue ou d’une inéquation du second degré à une inconnue. Système d’équations linéaires à trois inconnues. Programmation linéaire portant sur deux variables.

Statistiques : Regroupement en classes de séries statistiques. Représentations graphiques ; effectifs et fréquences cumulées ; caractéristiques de position : classe modale, mode, moyenne, médiane, densité d’une classe. Caractéristiques de dispersion : variance, écart-type.

Dénombrement : Dénombrement de parties d’ensembles finis ; dénombrement de listes, dénombrement d’arrangements, dénombrement de permutations, dénombrement de combinaisons. Triangle de Pascal et formule du binôme de Newton.

Fonctions numériques d’une variable réelle : [applications : applications particulières (injection, surjection, bijection), composition d’applications, restriction –

prolongement, image directe, image réciproque] - majoration et minoration d'une fonction numérique ; opérations sur les fonctions numériques ; limite d'une fonction en un point ; limite d'une fonction en un point ; limite d'une fonction à gauche en un point ; limite d'une fonction à droite en un point ; continuité d'une fonction en un point ; continuité d'une fonction sur un intervalle ; limite infinie ; limite à l'infinie ; calcul de limites ; dérivation en un point a ; détermination de la dérivée ; dérivée et sens de variation, primitive d'une fonction

Suites numériques : Généralités (définition, représentation graphique des termes d'une suite numérique) ; étude d'une suite numérique (suite majorée, suite minorée, suite bornée, sens de variation d'une suite numérique, convergence) ; suites arithmétiques, suites géométriques.

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage :* *Résolution de problèmes.*

1.2 Durée : *70 heures*
1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*
1.4 Matériel : *objets familiers*

2. DÉROULEMENT

2.0. Situation de départ : Le meilleur tireur

Une société de surveillance organise de façon périodique pour ses agents une séance d'entraînement au tir. Chaque agent est soumis à un test à l'aide d'un dispositif spécial construit à partir d'un carré de 8 dm de côté. Ce dispositif génère de façon successive plusieurs carrés concentriques tels que chaque sommet du carré à construire soit sur un côté du carré précédemment construit et à une distance x de l'une des extrémités de ce côté. A chaque agent, le dispositif construit selon sa taille et son poids un nombre N donné de carrés dont il doit atteindre au tir un certain nombre N' (N' < N). Melon n'est ni gros ni grand mais trapu, il veut se qualifier meilleur agent tireur de la société. Il consacre plus de 12 heures à son travail et à l'entraînement. Il se demande comment choisir la durée de chacune de ces deux activités de façon que, en s'entraînant trois fois plus que d'habitude, il travaille plus qu'il ne s'entraîne. Il se propose aussi d'étudier les principes mathématiques de ce test. Pour cela il relève dans les bases de données de la société les poids et les tailles de certains de ses co-équipiers. Il dresse le tableau suivant :

Poids en kg (x)	65	68	62.5	62	68	68	59	71	74	68	68	74	71	65	65	62	65	68
Taille en cm (y)	165	177	174	168	165	171	165	177	174	171	165	174	174	174	174	174	174	168

Poids en kg (x)	71	65	74	74	71	65	77	74	62	77	68	71
Taille en cm (y)	171	174	168	177	174	165	180	177	168	180	171	174

Tâche : Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela, tu auras, tout au long de la S.A., à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés.
- analyser chacun des problèmes.
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème.
- améliorer au besoin ta production.

N.B. : Cette consigne est liée à toute la S.A. et non à la situation de départ.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage L'élève :	**Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)**	**Contenus de formation**
Exprime sa perception du problème posé -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.**	Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du *travail individuel* elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ;	

-*f*ormule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes tableaux manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -*o*rdonne ses idées ; -*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifie l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ;	- *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; *-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;* *-exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; *-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*. *-commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : *-circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; *-s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; *-intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; *-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;* *-achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ;	

-vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	

2.3 Retour et projection

2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. **2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/enrichissement** - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. **2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :** - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	-invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production -invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire* : N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°2 : Organisation des données

Durée : 70 *heures.*

<table>
<tr><th>Contenus notionnels</th><th>Indications pédagogiques</th></tr>
<tr><td>1-Equations et inéquations dans IR. Systèmes linéaires</td><td>Faire :
- calculer le discriminant d'une équation du second degré à une inconnue ;

La notion de discriminant sera introduite à partir de la forme canonique d'un polynôme du second degré à une variable.

- résoudre une équation du second degré à une inconnue avec ou sans paramètre par la méthode du discriminant ;

On donnera des exemples simples d'équations avec paramètre

- démontrer la propriété :

Si x_1 et x_2 sont les solutions d'une équation du second degré du type $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) alors $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$;
$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$;

- utiliser cette propriété ;
- déterminer deux nombres connaissant leur somme et leur produit ;
- étudier le signe des solutions d'une équation du second degré ;
- résoudre une équation du second degré utilisant une inconnue auxiliaire ;
- résoudre des équations irrationnelles ;
On se limitera à des équations irrationnelles sans paramètre dont les équations résolvantes sont des équations de degré inférieur ou égal à 2
- résoudre un problème conduisant à la résolution d'une équation du second degré ;
- étudier le signe d'un polynôme du second degré ;
- résoudre une inéquation du second degré à une inconnue ;
- résoudre une inéquation irrationnelle du type $\sqrt{P(x)} \geq Q(x)$ ou $\sqrt{P(x)} \leq Q(x)$ sans paramètre ;</td></tr>
</table>

Contenus notionnels	Indications pédagogiques
	Faire :

                         2-Statistique Regroupement en classes de séries statistiques Représentations graphiques	- résoudre une inéquation irrationnelle du type $\sqrt{P(x)} \geq Q(x)$ sans paramètre ; *On se limitera aux cas où P(x) est un polynôme de degré un ou deux sans paramètre et Q(x) est un polynôme de degré un.* - résoudre des problèmes conduisant à la résolution d'une inéquation du second degré ; - étudier la position d'un nombre réel par rapport aux racines d'un polynôme du second degré ; - transformer un système en un système équivalent ; - reconnaître deux systèmes linéaires équivalents ; *Deux système d'équations sont équivalents si et seulement si ils ont le même ensemble de validité et le même ensemble de solutions.* - résoudre un système d'équations linéaires à trois inconnues par la méthode du pivot de Gauss ; - résoudre un système d'équations linéaires à trois inconnues en effectuant si nécessaire un changement d'inconnues ; - résoudre un problème conduisant à un système d'équations linéaires à trois inconnues ; *N.B. : On se limitera aux systèmes linéaires sans paramètre.* - résoudre un problème de programmation linéaire portant sur deux variables. *L'acquisition des connaissances et technique en statistique sera une occasion pour utiliser les calculatrices.* Faire : - regrouper les valeurs de certaines séries en des intervalles disjoints deux à deux ; - utiliser le vocabulaire relatif aux séries statistiques regroupées (effectifs, fréquence, centre, amplitude) ; - définir la densité d'une classe ; *La densité d'une classe est le quotient de l'effectif par l'amplitude de la classe.* - définir une série statistique des centres ; *C'est la série statistique discrète dont les modalités sont les centres d'une série regroupée en classes.* Faire : - construire un histogramme des effectifs ou des fréquences ; *L'histogramme est le mode de représentation le plus adapté pour une série statistique groupée en classes.*
Contenus notionnels	Indications pédagogiques
	- construire le polygone des effectifs à partir d'un histogramme ;

	Le polygone des effectifs d'une série statistique groupée s'obtient en traçant le polygone des effectifs de la série des centres associés.
Effectifs et fréquences cumulés	Faire : - définir les effectifs cumulés (croissant ou décroissent) d'une série statistique ; - définir les fréquences cumulés (croissant ou décroissent) d'une série statistique ; - construire le diagramme des effectifs cumulés ; - lire le diagramme des effectifs cumulés ; - définir les caractéristiques de position : ➢ classe modale – mode ; ➢ moyenne ; ➢ médiane ; On distinguera à cet effet la classe modale du mode : pour une série statistique groupée on appelle classe modale toute classe présentant un effectif maximal. On appelle mode le centre de toute classe de densité maximale. - définir les paramètres de dispersion : ➢ variance ; ➢ écart-type ; On note que la moyenne, la variance et l'écart- type d'une série groupée sont calculés à l'aide de la série statistique des centres qui lui est associée.
3-Dénombrement	*Ici ce sera l'occasion de présenter certaines notions sur les ensembles (réunion, intersection, différence, différence symétrique, partition d'ensembles). Toutefois ces notions ne sont pas exigibles des apprenants.* Faire : - reconnaître un ensemble fini ; - définir le cardinal d'un ensemble fini ; *Un ensemble est dit fini s'il est vide ou si on peut compter tous ses éléments.* - démontrer la propriété : A et B étant deux parties d'un ensemble fini, card $(A \cup B)$ = card A + card B – card $(A \cap B)$; - utiliser cette propriété;

Contenus notionnels	Indications pédagogiques
	- définir le produit cartésien d'un ensemble fini A par un ensemble fini B; - admettre la propriété : A et B étant deux ensembles finis non vides,

	$\text{card}(A \times B) = \text{card}\, A \times \text{card}\, B$; - utiliser cette propriété; - définir une p-liste ; *Une suite (a_1, a_2, ………a_p) de p éléments d'un ensemble fini non vide, E est appelée p-liste (ou p-uplet) d'éléments de E.* - définir le produit cartésien d'ensembles finis ; - admettre la propriété : E_1, E_2,…….E_p étant des ensembles finis, $\text{card}(E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_p) = (\text{card}\, E_1) \times (\text{card}\, E_2) \times \ldots \times (\text{card}\, E_p)$. *Cette propriété sera introduite à l'aide d'exemples simples. On pourra utiliser un arbre de choix.* - utiliser cette propriété; - énoncer la propriété: E étant un ensemble fini de n éléments, le produit cartésien $E \times E \times \ldots \times E$ (p ensembles égaux à E) est noté E^p. On a donc $\text{card}\, E^p = n^p$; *Cette propriété est un cas particulier de la précédente.* - utiliser cette propriété ; - énoncer la propriété: Le nombre d'applications d'un ensemble A de p éléments dans un ensemble E de n éléments est égale à n^p ; *Cette propriété est une conséquence de la précédente.* - utiliser cette propriété ; - définir un arrangement de p éléments d'un ensemble de n éléments ($p \leq n$) ; *On dit aussi p- arrangement.* Faire : - énoncer la propriété: • Soit n et p des nombres entiers naturels tels que $1 \leq p \leq n$, E un ensemble de n éléments ; le nombre de p-arrangements d'éléments de E est : $n(n-1)(n-2)\ldots[n-(p-1)]$; *Cette propriété sera introduite à l'aide d'exemples. Le nombre de p- arrangements d'éléments de E est noté* A_n^p *et lu A, n, p d'où* $A_n^p = n(n-1)(n-2)\ldots[n-(p-1)]$. - utiliser cette propriété ;

Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**
	- démontrer la propriété:

n et p étant des nombres entiers naturels tels que

$1 \leq p \leq n$, E un ensemble de n éléments ; le nombre d'injections d'un ensemble A de p éléments dans un ensemble E de n éléments, est égal à A_n^p ;

- utiliser cette propriété ;
- définir une permutation des n éléments d'un ensemble non vide ;
- démontrer les propriétés :
  - E étant un ensemble non vide de n éléments, le nombre de permutations des éléments de E est A_n^p ;
  - $n! = n(n-1)!$;
  - n et p étant des nombres entiers naturels tels que $1 \leq p \leq n$, on a : $A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$;
  - n étant un nombre entier naturel non nul, le nombre de bijections d'un ensemble A de n éléments sur un ensemble B de même cardinal est égal à n!;

On note $A_n^n = n!$ et on lit « factorielle n ».

$A_n^n = n(n-1)\times\ldots\ldots\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1$. Par convention 0 ! = 1.

- utiliser cette propriété ;
- définir une combinaison de p éléments d'un ensemble fini à n éléments ($p \leq n$) ;

On dit aussi p - combinaison.

- énoncer la propriété :
  Soit n et p deux nombres entiers naturels non nuls tels que $p \leq n$. E un ensemble de n éléments, le nombre de p - combinaisons d'éléments de E est : $\dfrac{A_n^p}{p!}$;

Cette propriété sera introduite à l'aide d'exemples. On note

$C_n^p = \dfrac{A_n^p}{p!}$ et on lit c, n, p.

- utiliser cette propriété ;

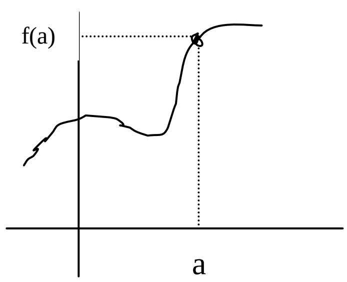
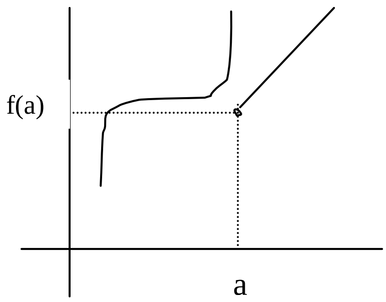
Contenus notionnels	Indications pédagogiques
	- démontrer les propriétés :

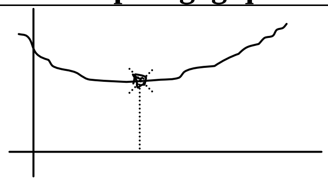
4-Fonctions Fonctions et applications	Soit n et p deux nombres entiers naturels tels que $p \leq n$: ➢ $C_n^n = 1$; $C_n^0 = 1$; $C_n^1 = n$; ➢ $C_n^p = C_n^{n-p}$; $C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$; ➢ $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$ $(1 \leq p \leq n-1)$; - utiliser ces propriétés ; - construire le triangle de Pascal ; - admettre la formule du binôme de Newton ; - utiliser cette formule. Faire : - définir la restriction d'une fonction donnée ; *Soit f une fonction de A vers B, E une partie non vide de l'ensemble de définition de la fonction f l'application g de E dans B définie par g(x) = f(x).* - définir un prolongement d'une fonction donnée ; - comparer deux fonctions sur un ensemble donné ; *f et g étant deux fonction numériques de domaines de définition respectifs D_f et D_g, il s'agit d'étudier sur $D_f \cap D_g$ chacune des situations suivantes : $f = g$; $f < g$; $f \leq g$.* *On pourrait s'appuyer sur des fonctions simples dont on connaît les représentations graphiques.* - définir un minorant d'une fonction ;définir un majorant d'une fonction ; - définir une fonction bornée sur un ensemble donné ; *On pourra utiliser des illustrations graphiques. On examinera les cas des fonctions élémentaires :* $x \mapsto x^2$; $x \to\mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$. - définir un minimum relatif d'une fonction ; - définir un maximum relatif d'une fonction ; - définir la somme de deux fonctions ; - définir le produit de deux fonctions ; - définir le quotient de deux fonctions ; *On s'appuiera sur des exemples simples.* - démontrer la propriété : Toute application est une fonction. (La réciproque est fausse) - définir la composée de deux applications ; *Utiliser la notion relative à la composée deux fonctions.*

Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**
	- admettre la propriété :

	La composition des applications est associative ; - admettre les propriétés : • La composée de deux injections est une injection ; • La composée de deux surjections est une surjection ; • La composée fog de deux bijections f et g est une bijection et $(fog)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$; - utiliser ces propriétés ; - démontrer qu'une application est bijective ; - démontrer la propriété : Soit f une application d'un ensemble A dans un ensemble B ; f est bijective si et seulement si pour tout élément y de B, l'équation f(x) = y admet une solution unique dans A ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Si f est une bijection d'un ensemble A sur un ensemble B et g une bijection de l'ensemble B sur l'ensemble C alors gof est une bijection de l'ensemble A sur l'ensemble C ; - utiliser cette propriété ; Faire : - démontrer la propriété : Si f est une bijection d'un ensemble A sur un ensemble B et f^{-1} sa réciproque alors $f^{-1}of$ est l'application identique de A et fof^{-1} est l'application identique de B ; *E étant un ensemble non vide on appelle application identique de E, l'application $x \mapsto x$. On note Id_E* - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Dans le plan muni d'un repère orthonormé,les représentations graphiques de deux bijections sont symétriques l'une de l'autre par rapport à la droite y = x ; *La droite y = x est appelée première bissectrice.* - utiliser cette propriété ; - définir l'image directe par une application d'un sous-ensemble de son ensemble de départ ; - définir l'image réciproque par une application d'un sous-ensemble de son ensemble d'arrivée ; - *L'enseignant (e) fera remarquer que dans la définition*

Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**

	de l’image réciproque, l’application n’est pas nécessairement bijective. - déterminer l’image directe et l’image réciproque. -
Limites et continuité	*Pour l’introduction des notions, on privilégiera l’illustration graphique ; l’utilisation des calculatrices est recommandée pour les calculs de valeurs.* Faire : - définir la limite d’une fonction en un point a ; *A ce niveau, il s’agit de limite finie et les définitions de limite utilisant ε et α sont hors programme ; il s’agit d’approcher intuitivement la notion par une représentation graphique de fonctions simples ; on donnera un tableau de valeurs de la fonction f où figurent en assez grand nombre des valeurs de la variable suffisamment proches du nombre réel a afin d’appréhender la limite visée.* *On choisira des exemples de fonctions définies en a et des exemples de fonctions non définies en a.* *Il s’agit des notations* $\lim_{a} f$ *et* $\lim_{x \to a} f(a)$. - admettre la propriété : Lorsqu’une fonction f est définie en a et admet une limite en a, alors cette limite est égale à f(a) ; - utiliser cette propriété ; Faire : - définir la continuité en un point ; *Une fonction dite est continue en a lorsqu’elle est définie en a et admet une limite en a.* - reconnaître graphiquement une fonction continue en un point a ;  *f est continue en a*  *f est définie en a mais f est non continue en a*

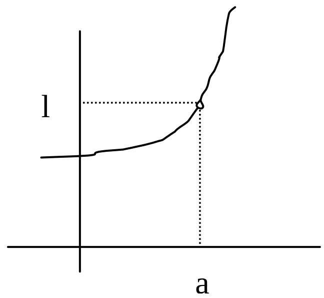
Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**
	 a *f est non continue en a parce que non définie en a.* - reconnaître graphiquement une fonction non continue en un point a ; - admettre la propriété : • Les fonctions élémentaires : $x \mapsto c$; $x \mapsto ax$ $(a \in \mathbb{R})$; $x \mapsto x^2$; $x \mapsto x^3$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \cos(x)$; $x \mapsto \sin(x)$ sont continues sur leur ensemble de définition ; - utiliser cette propriété ; - admettre la propriété : • La somme, le produit ou le quotient de deux quelconques fonctions élémentaires définies ci-dessus est continue en tout point de son ensemble de définition ; *Cette propriété sera utilisée pour justifier la continuité des fonctions tangente, cotangente, polynômes et rationnelles en tout point de leur ensemble de définition.* utiliser cette propriété ; Faire : - admettre la propriété : • Soit a un nombre réel, K un intervalle ouvert contenant a, f une fonction définie sur K-{a} et non définie en a. Si g est une fonction continue en a qui coïncide avec f sur K-{a}, alors f admet une limite en a égale à g(a) ; *La notion de prolongement par continuité est hors programme.* - utiliser cette propriété ; - admettre la propriété : • Soient f et g des fonctions, a, l, l' des nombres réels. Si : $\lim\limits_{a} f = l$, $\lim\limits_{a} g = l'$ alors $\lim\limits_{a}(f + g) = l + l'$; $\lim\limits_{a} f.g = l.l'$;

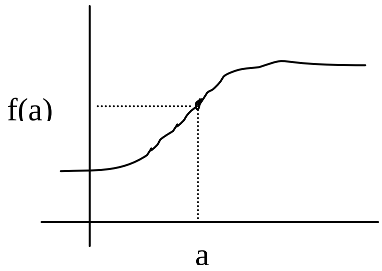
Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**

	Si de plus l' ≠ 0, alors $\lim_{a} \frac{f}{g} = \frac{l}{l'}$ - utiliser cette propriété ; - reconnaître les cas d'indétermination ; - admettre la propriété : • Soit f et g deux fonctions définies sur un intervalle I telles que $f \leq g$ sur I. Si $\lim_{a} f = l$ et $\lim_{a} g = l'$ alors $l \leq l'$ *L'enseignant fera remarquer que cette propriété s'applique également aux cas de limites à droite ou à gauche.* - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : • Soit f, g, h trois fonctions définies sur un intervalle I telles que $f \leq g \leq h$. Si f et h admettent la même limite l en a, alors g admet également la limite l en a ; C*ette propriété s'applique également aux cas de limites à droite ou à gauche.* - utiliser cette propriété ; Faire : - démontrer la propriété : • La somme de deux fonctions continues en a est une fonction continue en a ; • le produit de deux fonctions continues en a est une fonction continue en a ; • le quotient d'une fonction f continue en a par une fonction g continue en a telle que g(a) soit différent de zéro, est une fonction continue en a ; - utiliser cette propriété ; - utiliser les notations de la limite à gauche en a d'une fonction f ; *On note :* $\lim_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x)$ *la limite de f à gauche en a* - utiliser les notations de la limite à droite en a d'une fonction f ; *On note :* $\lim_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$ *la limite de f à droite en a* - définir la continuité à gauche en un point ; - définir la continuité à droite en un point ; - admettre la propriété : Soit a et l des nombres réels, f une fonction définie sur un intervalle ouvert

Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**
	centré en a sauf éventuellement en a ;

- Dans le cas où f n’est pas définie en a : f admet une limite l en a si et seulement si f admet en a une limite à gauche et une limite à droite égale à l
- Dans le cas où f est définie en a : f admet une limite en a si et seulement si f admet en a une limite à gauche et une limite à droite égale à f(a) ;





$\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x) = l = \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$ $\qquad$ $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x) = f(a) = \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$

Faire :

- utiliser cette propriété ;
- démontrer cette propriété ;

La fonction « valeur absolue » est continue en tout élément de IR.

Cette propriété sera démontrer en distinguant les trois cas : $x < 0$; $x = 0$; $x > 0$.

- utiliser cette propriété ;
- définir la continuité sur un intervalle.

Pour l’introduction des notions, on privilégiera l’illustration graphique ; les définitions seront approchées intuitivement sur des exemples de fonctions simples. On pourra dresser à laide d’une calculatrice un tableau de valeurs mettant en évidence le comportement de la fonction lorsque la variable prend des valeurs de plus en plus proches du réel a.

Extension de la notion de limite

Faire :

- interpréter géométriquement une limite infinie en un point ;
- déterminer l’équation d’une asymptote verticale à la courbe d’une fonction ;
- *Lorsque f admet une limite infinie en un point a, la droite d’équation x = a est asymptote verticale à la*

Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**

	représentation de la fonction f ; - admettre les propriétés : • Soit a un nombre réel et n un entier naturel non nul : $$\lim_{\substack{x \to a \\ x \succ a}} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty$$ ➢ Si n est impair ; $\lim_{\substack{x \to a \\ x \prec a}} \frac{1}{(x-a)^n} = -\infty$; ➢ Si n est pair ; $\lim_{x \to a} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty$; utiliser cette propriété ; Faire : - admettre les propriétés : • Soit a et l deux nombres réels, f et g des fonctions telles que : $\lim_{a} g = l$ ➢ Si $\lim_{a} f = +\infty$ et $l > 0$ alors $\lim_{a} f\,g = +\infty$ ➢ Si $\lim_{a} f = +\infty$ et $l < 0$ alors $\lim_{a} f\,g = -\infty$ ➢ Si $\lim_{a} f = -\infty$ et $l > 0$ alors $\lim_{a} f\,g = -\infty$ ➢ Si $\lim_{a} f = -\infty$ et $l < 0$ alors $\lim_{a} f\,g = +\infty$ - utiliser cette propriété ; - admettre les propriétés : • Soit f une fonction ; s'il existe une fonction g telle que $f \geq g$ sur un intervalle $]a,+\infty[$ et $\lim_{+\infty} g = +\infty$ alors on a $\lim_{+\infty} f = +\infty$; • Soit f une fonction ; s'il existe une fonction g telle que $f \leq g$ sur un intervalle $]a,+\infty[$ et $\lim_{+\infty} g = -\infty$ alors on a $\lim_{+\infty} f = -\infty$ *On a des propriétés analogues dans les cas suivants :* *a*) $f \geq g$ et $\lim_{-\infty} g = +\infty$
Contenus notionnels	Indications pédagogiques

	b) f $\leq$ g et $\lim\limits_{-\infty} g = -\infty$ c) x tend vers x_0, x tend vers x_0 $x < x_0$ x tend vers x_0, $x > x_0$ - utiliser cette propriété ; - calculer la limite à gauche en un point a d'une fonction rationnelle non définie en a ; - calculer la limite à droite en un point a d'une fonction rationnelle non définie en a ; - calculer une limite infinie à l'infini ; - calculer une limite finie à l'infini ; *Il s'agit d'une approche intuitive à partir d'exemples de fonctions simples. On dressera un tableau de valeurs mettant en évidence le comportement de la fonction lorsque la valeur absolue de la variable prend des valeurs très grandes.* Faire : - admettre les propriétés : $\lim\limits_{+\infty} c = c = \lim\limits_{-\infty} c$; $\lim\limits_{+\infty} x^2 = \lim\limits_{-\infty} x^2 = +\infty$ - utiliser ces propriétés ; - calculer une limite finie d'une fonction à l'infini ; - interpréter graphiquement une limite finie d'une fonction à l'infini ; La courbe représentative d'une fonction f admet au voisinage de +∞ (resp -∞) une asymptote horizontale d'équation y = b (b ∈ /R) lorsque $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = b$ (resp $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = b$) - énoncer les propriétés : • soit n un entier naturel non nul : $\lim\limits_{x \to +\infty} x^n = +\infty$ ▪ Si n est pair, $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n = +\infty$ ▪ Si n est impair, $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n = -\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$;

Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**

	- utiliser ces propriétés ; - énoncer les propriétés : • La limite à l'infini d'une fonction polynôme est égale à la limite de son monôme de plus haut degré ; • La limite à l'infini d'une fonction rationnelle $\frac{P}{Q}$ est égale à celle du quotient du monôme de plus haut degré de P par le monôme de plus haut degré de Q ; - utiliser ces propriétés ;
Dérivation	Faire : - définir le taux de variation d'une fonction ; *Soit f une fonction d'ensemble de définition D_f ; on appelle fonction taux de variation de f en x_0, la fonction notée T_{x0} et définie sur D_f -{x_0 } par :* $T_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. - déterminer le nombre dérivé en un point ; - déterminer le nombre dérivé à droite en un point donné; - déterminer le nombre dérivé à gauche en un point donné; - démontrer la propriété : • Si une fonction est dérivable en un point alors elle est continue en ce point ; *A l'aide d'exemple, on montrera que la réciproque est inexacte ; à ce sujet, on pourra prendre l'exemple de la fonction* $x \mapsto /x/$ qui est continue en a sans être dérivable en ce point. - étudier la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle ; - déterminer l'équation de la tangente ou des demi tangentes en un point $M_0(x_0, y_0)$ de la courbe représentant une fonction dérivable en x_0 ; *On parlera des demi tangents à gauche et à droite en un point et le cas des demi tangentes parallèles à l'axe des ordonnées.* - déterminer la dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle ; - démontrer les propriétés sur les fonctions dérivables (somme, produit, quotient) ; - utiliser ces propriétés ; Faire : - admettre la propriété • Soit α, β et a des nombres réels, g une fonction et f la fonction définie par f(x) = g(αx + β). Si g est dérivable en αx + β alors f est dérivable en a et f '(a) = αg(αx + β) ;

Contenus notionnels	**Indications pédagogiques**
	- utiliser cette propriété ; - déterminer la dérivée seconde d'une fonction deux fois dérivable sur un intervalle donné de IR ; - admettre les propriétés : • Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert K : ➢ f est croissante si et seulement si f ' est positive sur K ; ➢ f est décroissante si et seulement si f ' est négative sur K ; ➢ f est constante si et seulement si f ' est nulle sur K ; *L'enseignant (e) fera remarquer que si la dérivée de la fonction garde un signe constant sur un intervalle donné sauf peut-être en un nombre fini de points où elle s'annule, la fonction est strictement monotone sur cet intervalle.* - utiliser ces propriétés ; - admettre la propriété : • Soit f une fonction dérivable sur un intervalle] a, b [et x_0 un élément de] a, b [; Si f ' s'annule et change de signe en x_0, alors f admet un extrémum relatif en x_0. - utiliser cette propriété.
Primitive	Définir les primitives et déterminer les primitives de fonctions usuelles
5-Suites numériques	*L'enseignant (e) trouvera ici l'occasion d'initier l'apprenant à l'utilisation du raisonnement par récurrence ; toutefois la théorie sur le raisonnement par récurrence et les opérations sur les suites sont hors programme.* Faire : - Définir une suite numérique ; *On appelle suite numérique toute fonction de IN vers IR.* *E étant l'ensemble de définition d'une suite numérique* $n \mapsto u_n$ *, on note cette suite* $(u_n)_{n\in E}$ *ou* (u_n) *si aucune confusion n'est à craindre. Dans la pratique l'ensemble de définition E d'une suite est l'ensemble des nombres entiers naturels supérieurs ou égaux à un nombre entier donné.* - utiliser le vocabulaire approprié : terme général, terme de rang n, indice, terme d'indice n ; - noté une suite numérique ; - calculer des termes d'une suite numérique ; - déterminer une suite numérique par une formule explicite ; *Le terme général de la suite est donné en fonction de n.*

Contenus notionnels	Indications pédagogiques
	Faire : - déterminer une suite numérique par une formule de récurrence ; *La suite $(u_n)_{n\in E}$ est définie par son premier terme et une formule de récurrence explicitant le calcul de u_{n+1} en fonction de u_n;* - représenter graphiquement les premiers termes d'une suite ; - définir une suite numérique majorée ; *Soit $(u_n)_{n\in E}$ une suite numérique. $(u_n)_{n\in E}$ est dite majorée si et seulement si il existe un nombre réel M tel que pour tout n élément de E, on a $u_n \leq M$.* - prouver qu'une suite est majorée ; - définir une suite numérique minorée ; *Soit $(u_n)_{n\in E}$ une suite numérique. $(u_n)_{n\in E}$ est dite minorée si et seulement si il existe un nombre réel m tel que pour tout n élément de E, on a $m \leq u_n$.* - prouver qu'une suite est minorée ; - définir une suite numérique bornée ; *Soit $(u_n)_{n\in E}$ une suite numérique. $(u_n)_{n\in E}$ est dite bornée si et seulement si elle est à la fois majorée et minorée* - prouver qu'une suite est bornée ; - définir une suite décroissante ; *Une suite numérique est décroissante sur E si et seulement si pour tous entiers naturels m et n de E, on a : $m < n \Rightarrow u_m \geq u_n$.* - prouver qu'une suite est décroissante ; - définir une suite croissante ; *Une suite numérique est croissante sur E si et seulement si pour tous entiers naturels m et n de E, on a : $m < n \Rightarrow u_m < u_n$. Dans la pratique, $E = \{n \in IN, n \geq n_0\}$.* - prouver qu'une suite est croissante ; - définir une suite arithmétique ; *Une suite numérique $(u_n)_{n\in E}$ est dite arithmétique si et seulement si il existe un nombre réel r tel que pour tout élément n de E, on a : $u_{n+1} = u_n + r$.* - utiliser le vocabulaire relatif à une suite arithmétique ; - prouver qu'une suite est arithmétique ; - déterminer par une formule explicite le terme général d'une suite arithmétique de raison et de premier terme donnés ; *A titre indicatif, si le premier terme est u_k et la raison r, alors pour tout n supérieur ou égal à k, $u_n = u_k + (n-k)r$.* - calculer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique connaissant deux termes de la suite ; - calculer la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique ;

Contenus notionnels	Indications pédagogiques
	Soit S la somme des p termes consécutifs u_k , $u_{k+1}, \dots u_{k+p-2}, u_{k+p-1}$ *d'une suite arithmétique* (u_n) *;* $S = u_k + u_{k+1} + \dots + u_{k+p-2} + u_{k+p-1} = \frac{1}{2}\, p(u_k + u_{k+p-1})$ - définir une suite géométrique; *Une suite numérique* $(u_n)_{n \in E}$ *est dite géométrique si et seulement si il existe un nombre réel q tel que pour tout élément n de E, on a :* $u_{n+1} = q\,u_n$. - utiliser le vocabulaire relatif à une suite géométrique; - prouver qu'une suite est géométrique ; - déterminer par une formule explicite le terme général d'une suite géométrique de raison et de premier terme donnés ; *A titre indicatif, si le premier terme est* u_k *et la raison r, alors pour tout n supérieur ou égal à k,* $u_n = u_k \times q^{(n-k)}$. - calculer la raison et le premier terme d'une suite géométrique ; *On donnera à cet effet des cas simples et on fournira toutes les informations nécessaires ;* - calculer la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique ; *Soit S la somme des p termes consécutifs* u_k , $u_{k+1}, \dots u_{k+p-2}, u_{k+p-1}$ *d'une suite* géométrique (u_n) *de raison q;* $S = u_k + u_{k+1} + \dots + u_{k+p-2} + u_{k+p-1}$ ▪ *Si* $q \neq 1$*, alors on a* $S = u_k \dfrac{1-q^p}{1-q}$; ▪ *Si* $q = 1$*, alors on a* $S = pu_k = pu_0$ *où* u_0 *est le terme d'indice 0.* - définir une suite strictement croissante ; - prouver qu'une suite est strictement croissante ; - définir une suite strictement décroissante ; - prouver qu'une suite est strictement décroissante ; - définir une suite monotone ; *Une suite numérique est dite monotone lorsqu'elle est croissante ou décroissante.* - définir une suite strictement monotone ; - étudier le sens de variation d'une suite ; *Il s'agit d'établir qu'une suite est croissante, décroissante, constante, strictement croissante ou strictement décroissante ;* - définir une suite convergente ; *Une suite numérique est dite convergente si elle a une limite finie.* Faire : - démontrer qu'une suite est convergente ; - admettre les propriétés :

	• Toute suite décroissante et minorée est convergente ;

Contenus notionnels	Indications pédagogiques
	• Toute suite croissante et majorée est convergente ; - utiliser ces propriétés ; - admettre les propriétés : Soit l un nombre réel, f une fonction numérique, (u_n) la suite définie par $u_n = f(n)$; • Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$ alors (u_n) converge vers l ; • Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ alors (u_n) converge ; *Toute autre propriété sur les suites convergentes est hors programme.* *Si la fonction f n'admet pas de limite en* $+\infty$ *on ne peut rien conclure quant à la convergence de la suite* (u_n) *définie par* $u_n = f(n)$*. Prendre par exemple les fonctions* f_1 *et* f_2 *définies par* $f_1(x) = \sin(\frac{4x+1}{2})\pi$ et $f_2(x) = \sin(\frac{4x+1}{6})\pi$ - utiliser ces propriétés ; - étudier une suite ; *Dans l'étude d'une suite il y a :* ▪ *Sens de variation ;* ▪ *Minoration, majoration (si nécessaire) ;* ▪ *Convergence ;*

J'enseigne les mathématiques sans effrayer l'apprenant

SITUATION D'APPRENTISSAGE N° 3 : Lieux géométriques dans le plan

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 *Compétences*

a) Les compétences disciplinaires:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- résoudre une situation-problème *;*
- communiquer de façon précise et appropriée;
- exercer sa pensée critique;
- travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

Angles orientés et leurs propriétés (mesure d'un angle ; propriétés).

Trigonométrie (angles associés : formules d'addition et de transformation ; fonctions circulaires : définition, parité, périodicité ; valeurs approchées ; équations et inéquations trigonométriques dans IR).

Barycentre de deux points pondérés du plan.

Barycentre de trois ou quatre points pondérés du plan.

Utilisation de la notion de barycentre

- $M \mapsto \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{AB}$;
- $M \mapsto \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB}$;
- $M \mapsto MA^2 + MB^2$
- $M \mapsto MA^2 - MB^2$

Droites perpendiculaires.

Equation et représentation paramétrique d'un cercle.

Equation d'une tangente à un cercle.

Transformations du plan : isométries ; composée de quelques transformations (homothéties, rotations, translations) ; utilisation des transformations du plan.

Représentations graphiques de fonctions et translations (fonctions de type $x \mapsto f(x-\alpha)+\beta$; fonctions polynômes du second degré ; fonctions homographiques). Représentations graphiques de fonctions et éléments de symétrie (représentation graphique de la fonction $x \mapsto f(|x|)$; représentation graphique de la fonction $x \mapsto f(-x)$; représentation graphique de la fonction $x \mapsto -f(x)$; représentation graphique de la fonction $x \mapsto |f(x)|$). Propriétés géométriques des représentations graphiques de fonctions (fonction paire, fonction impaire, éléments de symétrie de la représentation graphique d'une fonction (axes de symétrie, centres de symétrie) ; fonctions périodiques). Etude de fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 3. Etude de fonctions homographiques. Etude de fonctions de la forme $x \mapsto \dfrac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$. Etude de fonctions trigonométriques simples. Calculs approchés des zéros d'une fonction. Résolution graphique d'équations et d'inéquations simples.

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage :* *Résolution de problèmes.*

1.2 Durée : *62 heures*

1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

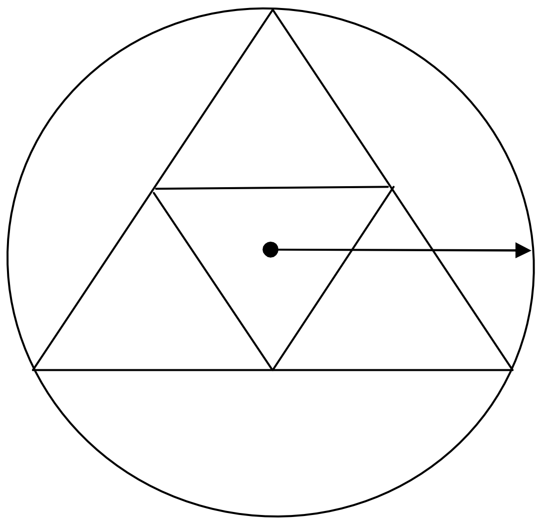
1.4 Matériel : **objets familiers**

2- DEROULEMENT

2.0 *Situation de départ. :* LA SIRENE DU LYCEE.

C'est la rentrée. Les murs de façade du lycée ont été repeints. Des objets d'embellissement qui suscitent la curiosité des élèves ont été placés à divers endroits de l'établissement. L'un de ces objets a retenu l'attention de Zoé, élève en classe de $1^{ère}$. Cet objet est un disque sur lequel est fixée une plaque transparente ayant la forme d'un triangle équilatéral, inscrit dans sa bordure. Au centre du disque est fixée une aiguille de longueur égale au rayon du disque. Cette aiguille est accolée à une autre plaque triangulaire de même nature dont les sommets coïncident avec les milieux des cotés de la première plaque. Un bouton électrique fait tourner l'aiguille dans le plan du disque. Celle-ci entraîne dans sa course la petite plaque triangulaire et déclenche aussitôt la sirène du lycée.

Voici une représentation de la position de repos de l’aiguille :



L’aiguille actionnée par le bouton, tourne dans le sens contraire des aiguilles d’une montre en émettant une jolie brillance circulaire qui évolue régulièrement à partir du centre du disque vers son bord ; c'est-à-dire que la surface de la brillance évolue à vitesse constante en fonction du temps. Quand on cesse d’appuyer sur le bouton, l’aiguille revient au repos en sens opposé et la jolie brillance s’estompe.

Emerveillée par ce dispositif, Zoé se propose de rechercher la variation du rayon de la brillance et le rapport qui lie les triangles du dispositif de la sirène. /.

Tâche : Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématique ; pour cela, tu auras, tout au long de la S.A., à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés.
- analyser chacun des problèmes.
- opérer sur l’objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème
- améliorer au besoin ta production

N.B. : Cette consigne est liée à toute la S.A. et non à la situation de départ.

2.1- Introduction.

Cheminement d'apprentissage L’élève :	**Indications pédagogiques à l’attention de l’enseignant(e)**	**Contenus de formation**
Exprime sa perception du problème posé -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L’enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n’est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.** -*f*ormule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont	Au cours de cette phase de réalisation l’enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l’étape du *travail individuel* elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ; - *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; *-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent*	

appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux, manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -*o*rdonne ses idées ; -*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifie l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème.	*manifestement ;* -*exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; <u>*-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*</u>. -*commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : -*circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; -*s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; -*intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; <u>*-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;*</u> -*achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les	

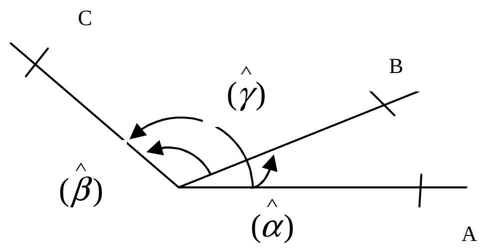
-construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	

2.3 Retour et projection

2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. **2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/enrichissement** - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. **2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :** - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	-invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production -invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire :* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°3 :

Durée : *62 heures.*

Contenus notionnels	Indications Pédagogiques
1-Angles orientés et leurs propriétés	N. B. : *La notion d'angle orienté d'un couple de vecteurs ou d'un couple de demi-droites de même origine a été vue en 2^e C et D ; de même la notion de mesure principale d'angle orienté a été introduite.* *On rappellera de manière très succincte les notions de représentant et de la mesure principale d'un angle orienté.* Faire : - définir la somme de deux angles orientés ;  *Soient* $(\hat{\alpha})$ *et* $(\hat{\beta})$ *deux angles orientés. ([OA) ;[OB)) un représentant de* $(\hat{\alpha})$, ([OB) ;[OC)) un représentant de $(\hat{\beta})$. On appelle somme des angles orientés $(\hat{\alpha})$ et $(\hat{\beta})$ l'angle orienté $(\hat{\gamma})$ tel que $(\hat{\gamma}) = \widehat{(\vec{OA}, \vec{OC})}$. On note $(\hat{\alpha}) + (\hat{\beta}) = (\hat{\gamma})$. - définir la différence de deux angles orientés ; *On appelle différence des angles orientés* $(\hat{\alpha})$ *et* $(\hat{\beta})$, l'angle orienté $(\hat{\alpha})$ +(- $(\hat{\beta})$) où -$(\hat{\beta})$ est l'opposé de l'angle orienté $(\hat{\beta})$. *N.B. : On fera remarquer sur des exemples et des contre exemples que la mesure principale de la somme de deux angles orientés n'est pas toujours égale à la somme des mesures principales de ces angles orientés.* - définir une mesure d'un angle orienté ; *Soit* $(\hat{\alpha})$ *un angle orienté de mesure principale α. Tout nombre réel de la forme* $\alpha + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ *est appelé mesure de l'angle orienté* $(\hat{\alpha})$.

	- déterminer les mesures des angles orientés nul, plat et droit ;
2-Angles associés	- admettre les propriétés : • x est une mesure de l'angle orienté nul si et seulement si il existe un nombre entier relatif k tel que $x = 2k\pi$; • x est une mesure de l'angle orienté plat si et seulement si il existe un nombre entier relatif k tel que $x = \pi + 2k\pi$; • x est une mesure de l'angle orienté droit si et seulement si il existe un nombre entier relatif k tel que $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$; - utiliser ces propriétés. - placer sur le cercle trigonométrique les images des nombres réels : $-x$; $\pi + x$; $\pi - x$; $\frac{\pi}{2} - x$; $\frac{\pi}{2} + x$
Formules d'addition et de transformation	- démontrer (si possible) la relation de Chasles ; *Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$:* $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})} + \widehat{(\vec{v}, \vec{w})} = \widehat{(\vec{u}, \vec{w})}$ - utiliser cette relation. - déterminer la mesure principale d'un angle orienté connaissant une mesure de cet angle ; *N.B. : On pourrait utiliser des encadrements et faire remarquer que :* o *lorsqu'une mesure d'un angle orienté est $2k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$) sa mesure principale est 0.* o *lorsqu'une mesure d'un angle orienté est $\pi + 2k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$) sa mesure principale est π.* - *définir le cosinus, le sinus, la* tangente et la cotangente d'un nombre réel ; - démontrer les propriétés : o Pour tout nombre réel a et pour tout entier relatif k, $-1 \leq \cos a \leq 1$; $-1 \leq \sin a \leq 1$ $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$; . $\cos(a + 2k\pi) = \cos a$; $\sin(a + 2k\pi) = \sin a$ o Pour tout nombre réel a qui n'annule pas cosa et pour tout entier relatif k, $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$, $1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$, $\tan(a + k\pi) = \tan a$ - utiliser ces propriétés.
Fonctions circulaires	- définir les fonctions circulaires ; - indiquer la parité de chacune de ces fonctions ;

	- définir une fonction numérique périodique ; - donner la période de chacune des fonctions circulaires ; - énoncer les propriétés : $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = ½$ - utiliser ces propriétés pour donner des valeurs approchées de sin x ; cos x et tan x pour les petites valeurs de $\lvert x \rvert$; - démontrer les formules suivantes : Pour tous nombres réels a et b : cos (a + b) = cos a cos b – sin a sin b cos (a - b) = cos a cos b + sin a sin b sin (a + b) = sin a cos b + sin b cos a sin (a-b) = sin a cos b – sin b cos a - utiliser ces propriétés pour avoir la transformation d'un produit en somme et d'une somme en produit. - démontrer les propriétés suivantes $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$ $\sin 2a = 2\sin a\cos a$ - écrire les formules donnant sin a, cos a et tan a en fonction de $\tan \frac{a}{2}$
Equations et inéquations trigonométriques dans IR	Faire : - démontrer les propriétés suivantes : ❖ pour tout nombre réel t élément de [-1 ; 1] il existe un nombre réel a de]- π ; π] tel que, sin a = t ❖ pour tout nombre réel t élément de [-1 ; 1] il existe un nombre réel a de]- π ; π] tel que, cos a = t. ❖ pour tout nombre réel t il existe un nombre réel a de $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ tel que tan a = t. - résoudre : • les équations du type cos x = a ; • les équations du type sin x = b ;

3- Barycentre Barycentre de deux, trois ou quatre points pondérés	• les équations du type tan x = c ; • les équations du type a cosx + b sinx = c - résoudre les inéquations du type : • cosx $\leq$ a; • sinx $\leq$ b • tanx $\leq$ c • acosx + bsinx $\leq$ c Faire : - définir • le barycentre de deux, trois ou quatre points pondérés du plan ; • l'isobarycentre de deux trois quatre points pondérés du plan - démontrer la propriété : Les trois propositions suivantes sont équivalentes: ❖ G est le barycentre des points pondérés (A ; α), (B ; β). ❖ Pour tout point M, α $\overrightarrow{MA}$ + β $\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$. ❖ $\overrightarrow{AG} = \dfrac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$ - utiliser cette propriété ; - construire lorsqu'il existe le barycentre de deux, trois, quatre points pondérés donnés; • l'homogénéité du barycentre ; *le barycentre d'un système de points ne change pas lorsqu'on multiplie les coefficients par un même réel non nul.* • l'associativité du barycentre ; *Le barycentre d'un ensemble de trois points au moins ne change pas lorsqu'on remplace une partie de cet ensemble par son barycentre affecté de la somme des coefficients des points qui figurent dans cette partie.* - utiliser le barycentre dans des activités géométriques : ❖ alignement de points ; ❖ concours de droites ; - calculer les coordonnées du barycentre dans un repère cartésien du plan ; - définir une ligne de niveau ; - déterminer les lignes de niveau associées aux applications suivantes du plan dans IR : $- \quad M \mapsto \overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{AB};$

	$- \quad M \mapsto \vec{MA} \bullet \vec{MB};$ $- \quad M \mapsto MA^2 + MB^2$ $- \quad M \mapsto MA^2 - MB^2$ *Pour tout réel k on appelle ligne de niveau k de l'application $M \mapsto \sum \alpha_i \vec{MA_i}^2$ l'ensemble des points M tels que $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i MA^2{}_i = k$.* *Par exemple, l'ensemble des points M tels que $MA^2 + MB^2 = 3$ est la ligne de niveau 3 de l'application $M \mapsto MA^2 + MB^2$.* - déterminer une représentation paramétrique de cercle ; - donner une équation cartésienne du cercle dont on connaît une représentation paramétrique ; - donner une représentation paramétrique du cercle dont on connaît une équation cartésienne *N.B. : On partira d'exemples simples avant d'obtenir le cas général.*
Transformations du plan.	Seules les composées suivantes sont au programme : - composée de deux rotations de même centre ; - composée de deux homothéties de même centre ; - composée d'une homothétie et d'une translation ; - composée d'une rotation et d'une translation ; ***On ne parlera pas de similitude.***
Isométries	Faire : - définir une isométrie ; *On appelle isométrie du plan toute transformation du plan telle que, pour tous points M et N d'images respectives M' et N', M'N' = MN.* - admettre les propriétés suivantes : Toute isométrie conserve : • l'alignement des points ; • le parallélisme de droites ; • l'orthogonalité de droites ; • la mesure des angles ; • le barycentre de points pondérés ; • les longueurs ; • les aires ; - utiliser ces propriétés. Faire :

Représentations graphi	- admettre la propriété : Soit ABC et A'B'C' deux triangles tels que AB = A'B' , BC = B'C' , AC = A'C' ; il existe une isométrie et une seule qui applique A sur A', B sur B', C sur C'. - utiliser cette propriété ; - construire l'image d'un point par une isométrie ; - définir un déplacement ; *Un déplacement est une isométrie qui conserve les angles orientés.* - définir un antidéplacement ; *Un antidéplacement est une isométrie qui transforme un angle orienté en son opposé.* - Faire admettre la propriété : démontrer la propriété : La composée de deux rotations de même centre I et d'angles orientés $\hat{\alpha}_1$ *et* $\hat{\alpha}_2$ est une rotation de centre I et d'angle orienté $\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2$. - utiliser cette propriété. - Faire admettre la propriété : La composée d'une rotation d'angle orienté non nul α et d'une translation est une rotation. *N.B. : Cette propriété sera introduite à l'aide d'exemples simples.* - utiliser cette propriété. - Faire admettre la propriété : admettre la propriété : Soit r une rotation de centre I et d'angle α et soit K un point distinct de I ; il existe deux translations t_1 et t_2 et une rotation r' de centre K et d'angle orienté α telles que : r = r' o t_1 et r = t_2 o r' - utiliser cette propriété ; - Faire admettre la propriété : démontrer la propriété : La composée de deux homothéties de même centre I et de rapports respectifs k_1 et k_2 est l'homothétie de centre I et de rapport k_1k_2. - utiliser cette propriété ; - Faire admettre la propriété : démontrer la propriété : La composée d'une homothétie de rapport k distinct de 1 et d'une translation est une homothétie de rapport k. - utiliser cette propriété ; - Faire admettre la propriété : admettre la propriété : Soit h une homothétie de centre I et de rapport k distinct de 1, J un point distinct de I ; il existe deux translations t_1 et t_2 et une homothétie h' de centre J et de rapport k, telles que h = h' o t_1 et h = t_2 o h' ; - utiliser cette propriété ; *N.B. : Cette propriété sera introduite à l'aide d'exemples simples.* - utiliser les transformations du plan pour résoudre des problèmes.

ques de fonctions et transformations du plan : Fonctions associées à une fonction. **Représentations graphiques de Fonctions et transformations du plan. Représentations graphiques de fonctions et translations**	*N.B. : Il s'agit de traiter cette partie sous forme de travaux dirigés.* Faire : - représenter graphiquement la fonction $x \mapsto f(x - a) + b$. *f étant une fonction de représentation graphique (C_f), la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto f(x - a) + b$ est l'image de (C_f) par la translation de vecteur $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$.* - représenter graphiquement une fonction polynôme du second degré *Soit g la fonction polynôme du second degré définie par $g(x) = ax^2 + bx + c$* *g peut être définie par la forme explicite* *$g(x) = a(x - \alpha)^2 - \beta$ avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$* *la représentation graphique de g est l'image par la translation de vecteur $\vec{u} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ de la parabole d'équation $y = ax^2$, dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o ; \vec{i}, \vec{j})$.* Faire : - représenter graphiquement une fonction homographique. *Soit a et b deux nombres réels et k un nombre réel non nul. On appelle fonction homographique toute fonction f de IR vers IR définie par* *$f(x) = \frac{k}{x-\alpha} + \beta$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$* *la représentation graphique de f est l'image par la translation de vecteur $\vec{u} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ de l'hyperbole d'équation $y = \frac{k}{x}$* - représenter graphiquement les fonctions : $x \mapsto -f(x)$; $x \mapsto f(-x)$. ; $x \mapsto -f(-x)$; $x \mapsto \lvert f(x) \rvert$, $x \mapsto f(\lvert x \rvert)$ le plan étant muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. *Soit la fonction f de représentation graphique C_f.* ✓ *la représentation graphique de $x \mapsto -f(x)$ est la courbe symétrique de C_f par rapport à $(O, \vec{i})$.* ✓ *la représentation graphique de $x \mapsto f(-x)$ est la courbe symétrique de C_f par rapport à $(O ; \vec{j})$* ✓ *la représentation graphique de $x \mapsto -f(-x)$ est la courbe symétrique de C_f par rapport à O.* Faire : - définir une fonction paire *Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ \vec{i}, \vec{j})$, la représentation*

Etude de fonctions numériques de variable réelle :	*graphique d'une fonction paire est symétrique par rapport à (O ; $\vec{j}$). réciproquement si la courbe représentative d'une fonction est symétrique par rapport à (O ; $\vec{j}$), alors cette fonction est paire.* Faire : - définir une fonction impaire. *La représentation graphique d'une fonction est symétrique par rapport à O si et seulement si cette fonction est impaire.* Faire : - démontrer qu'une fonction est périodique ; - reconnaître un axe de symétrie d'une courbe ; - démontrer qu'une droite est un axe de symétrie d'une courbe ; - reconnaître un centre de symétrie d'une courbe ; - démontrer q'un point est centre de symétrie d'une courbe. *On pourra utiliser les formules de changement de repères pour faire les deux dernières démonstrations.* - étudier une fonction polynôme de degré inférieur ou égal à 3. - étudier les fonctions homographiques. - définir une asymptote oblique de la représentation graphique d'une fonction ; *Soit f une fonction de représentation graphique (C) et (D) la droite d'équation y = ax + b (a ≠ 0). La droite (D) est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de + ∞ (resp. de - ∞) si* $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$ *(resp.* $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$ - déterminer l'équation d'une asymptote oblique à la représentation graphique d'une fonction. - étudier les fonctions de la forme $x \mapsto \dfrac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$. - étudier les fonctions $x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \tan x$.et quelques fonctions trigonométriques simples ; - résoudre graphiquement des inéquations de chacun des types : $cox \le a$; $\cos x \ge a$; $\sin x \le b$; $\sin x \ge b$; $\tan x \le c$; $\tan x \ge c$; ***N.B. : Ces inéquations seront résolues sous forme de travaux dirigés.*** - définir un zéro d'une fonction ; - admettre la propriété : Soit J un intervalle ouvert contenant l'intervalle fermé [a ; b]. Si f est une fonction continue sur J strictement monotone sur

	[a ;b] et telle que f(a) et f(b) sont de signes contraires, alors f admet un zéro et un seul dans l'intervalle] a ; b [; *N.B. : On pourrait utiliser les approches graphiques et algébriques.* - utiliser cette propriété ; - déterminer un encadrement d'un zéro d'une fonction : • par la méthode de dichotomie, • par la méthode de balayage, *N.B. : On s'appuiera sur des exemples de fonctions polynômes.* - dénombrer graphiquement les solutions des équations du type : • f(x) = 0 • f(x) = m où m est un paramètre réel. • Si f est une bijection d'un ensemble A sur un ensemble B et f^{-1} sa réciproque alors (f^{-1}) o f est l'application identique de A et fof^{-1} est l'application identique de B. *Définition : E étant un ensemble non vide, on appelle application identique de E, l'application $x \mapsto x$ .On la note Id_E.* *Dans le plan muni d'un repère orthonormé, les représentations graphiques de deux bijections réciproques sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$* - faire utiliser ses propriétés.

3. Documents d’accompagnement

3.1 Document d’exploitation des situations de départ

Une situation de départ est la porte d’entrée d’une situation d’apprentissage. L’enseignant (e) devra l’utiliser comme thème central de toutes les activités et problèmes qui permettent aux apprenants de réfléchir pour construire ensemble les connaissances et techniques associées, par le programme, à la situation d’apprentissage. Cet état de fait permet de constater que toutes les activités de redécouvertes et d'évaluation formatives d'une S.A. devraient être liées à sa situation de départ.

Avertissement : Les situations de départ présentées dans ce guide ainsi que les documents d'exploitation qui leur sont associés ne sont que des exemples parmi tant d'autres. Ce sont donc des propositions. Le professeur peut être mieux inspiré, pourvu que la situation de départ qu'il conçoit et l'exploitation qu'il en fait répondent aux exigences de l'approche par compétences.
En outre, les documents d'exploitation ne sont que des pistes parmi tant d'autres pour conduire l'apprentissage à partir des situations de départ.

3.1.1 Situation de départ n° 1

Dans la situation de départ de la SA_1, la représentation de l'armoire servira de prétexte pour aborder les notions de :

- droites orthogonales ;
- droite et plan orthogonaux ;
- plans perpendiculaires ;
- projection orthogonale sur un plan ;
- projection orthogonale sur une droite ;
- vecteurs de l'espace ;

Les activités proposées dans le document d'appui ne sont que des exemples. L'enseignant (e) peut s'en inspirer pour préparer chaque séance de classe.

3.1.2 Situation de départ n° 2

Le texte de la situation de départ englobe la quasi-totalité des contenus notionnels prévus dans les connaissances et techniques de la situation d'apprentissage. Pour en faire une meilleure exploitation, voici quelques pistes qui permettent de faire découvrir ces connaissances et techniques :

- Les connaissances relatives **aux équations et aux inéquations** se feraient découvrir aisément en imposant une contrainte sur le côté ou l'aire du premier carré à construire ; à titre indicatif on peut poser la consigne suivante :
  Consigne : Comment peut-on choisir x pour que l'aire de ce carré soit au moins trois fois celle d'un carré de côté x ?
- La détermination du temps d'entraînement et du temps de travail de Melon selon les contraintes de la situation serait un moyen privilégié d'aborder les notions relatives à **la programmation linéaire**.
- Les nombres N de carres à construire et le nombre N'de carrés à choisir dépendent du poids et de la taille de l'agent tireur. A dessein ces fonctions ne sont pas précisées, laissant ainsi à l'enseignent(e) la latitude de faire des propositions en vue de faire découvrir les connaissances relatives **aux applications et fonctions**. Il (elle) aurait donc des applications définies sur des domaines discrets qu'il (elle) pourrait étendre à des fonctions de domaines continues. A titre indicatif on peut poser $N(x) = E(\frac{x}{11}) - 2$, $N'(x) = E[\sqrt{N(x)}]+1$ où x est le poids et E la fonction partie entière.
- En s'intéressant toujours au côté ou à l'aire du premier carré à construire, on sait que la longueur x appartient à l'intervalle] 0, 8 [. On pourrait alors faire découvrir les connaissances relatives à **la notion de limite** en donnant à x des valeurs de plus en

plus proches de 8 ou de 0. De plus la recherche d'une valeur optimale de x pourra permettre à l'enseignent (e) de déboucher sur la notion de **dérivation**. L'enseignent (e) a également la latitude d'exploiter l'une des fonctions N et N' qu'il (elle) aurait définie.

- Les informations concernant la taille et le poids des coéquipiers de Melon offrent un cadre adéquat pour la découverte de l'organisation des données d'une **série statistique à double variable.**
- Les différents choix de N' carrés parmi N autres, les différents résultats des tires dans l'ordre ou le désordre, sont autant d'occasions de découverte de toutes les connaissances relatives au **dénombrement** (combinaisons, p-listes….).
- Le carré initial ayant pour côté $a_0 = 8$, l'enseignent (e) pourrait s'intéresser à l'étude de la longueur du côté des carrés successivement construits, pour la découverte de toutes les connaissances relatives aux suites numériques (…définitions, vocabulaire, propriétés, preuve par récurrence, convergence….) ; les relations suivantes pourront être démontrer à cet effet : $\forall\, n \in IN^*, a_n = \sqrt{1+(a_{n-1}-1)^2}$; $a_n - 1 = \dfrac{(a_{n-1}-1)^2}{a_n + 1}$

$a_n \leq 2$ à partir d'un certain rang ; $0 \leq a_n - 1 \leq \dfrac{1}{2}(a_{n-1}-1)$; $0 \leq a_n - 1 \leq \dfrac{7}{2^n}$; etc.…

Il n'est pas superflu de rappeler que chaque nouvelle notion doit être abordée à partir d'une activité de découverte convenablement conçue pour les mettre en relief à partir de la situation de départ

3.1.3 Situation de départ n° 3

La situation de départ intitulée la sirène du lycée, présente tous les aspects pouvant inspirer des problèmes dont la résolution conduit à l'acquisition des connaissances et techniques contenues dans la S A n°3.
A titre indicatif, voici quelques exemples de consignes d'activité qui peuvent servir de point de départ pour la construction des savoirs au cours de la S A

<u>Au titre des fonctions circulaires</u>

L'aiguille actionnée fait un écart angulaire avec sa position initiale puis revient en sens inverse quand cesse l'appui sur le bouton. L'enseignant peut faire découvrir alors les angles orientés et les opérations sur les lignes trigonométriques avec les consignes suivantes :

$\vec{u_o}$ et $\vec{u_1}$ étant les vecteurs caractérisant respectivement les positions initiale et finale de l'aiguille, l'angle entre $\vec{u_o}$ et $\vec{u_1}$ n'est pas balayé par l'aiguille dans le même sens lorsqu'elle bouge de $\vec{u_o}$ à $\vec{u_1}$ ou de $\vec{u_1}$ à $\vec{u_o}$.

<u>Au titre du barycentre</u>

Le grand triangle peut permettre de construire le concept de barycentre.

<u>Au titre des équations de cercle et de tangente</u>

La position de la pointe de l'aiguille sur le bord du disque rapporté dans son mouvement au repère orthonormé $(o, \vec{u_o}, \vec{v_o})$ peut permettre d'écrire :

- une représentation paramétrique du bord du disque.
- une équation cartésienne de ce bord.
- une équation cartésienne de la tangente à un point T au cercle ; bord du disque.

Au titre des applications

Le temps nécessaire pour parcourir le cercle peut permettre d'aborder les applications.

Au titre des isométries et similitudes

La figure formée par les deux triangles de départ peut permettre d'aborder les isométries et les similitudes.

Au titre des représentations graphiques de fonctions numériques.

L'évolution de la brillance lors du mouvement de l'aiguille peut permettre d'aborder les représentations graphiques de fonctions numériques.

3.2 Document d'appui à la situation d'apprentissage N° 1

ACTIVITES	INDICATIONS PEDAGOGIQUES
Activité 0 : Consigne : - Lis le texte de la situation de départ ; - reformule la situation-problème en tes propres termes ; - formule toutes les idées ou questions que	L'enseignant laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.

t'inspire la situation de départ ; - reconnais des situations similaires ; - anticipe éventuellement sur la réponse du problème. <u>Activité 1</u> : Certains camarades de Coffi ont reconnu, en examinant le dessin, deux droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ telles que $(\mathcal{D}_1) /\!/ (AB)$, $(\mathcal{D}_2) /\!/ (EH)$ et $(\mathcal{D}_1)$ perpendiculaire à $(\mathcal{D}_2)$. <u>Consigne1</u> : Présente des droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ qui conviennent. <u>Consigne2</u> : 1) Démontre que deux droites perpendiculaires sont orthogonales. 2) Donne deux exemples de droites orthogonales et non perpendiculaires, en utilisant le dessin. <u>Consigne 3</u> : $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont deux droites orthogonales, Δ une droite parallèle à $\mathcal{D}_1$. Démontre que Δ est orthogonale à $\mathcal{D}_2$. <u>Consigne 4</u> : $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont deux droites parallèles, Δ une droite orthogonale à $\mathcal{D}_1$. Démontre que Δ est orthogonale à $\mathcal{D}_2$.	Cette activité permettra d'aborder la notion de "droites orthogonales" par une représentation, la définition et, l'utilisation du symbole $\perp$ et la démonstration de propriétés. <u>Définition</u> : Deux droites de l'espace sont orthogonales lorsque les parallèles à ces droites passant par un point sont perpendiculaires dans le plan qu'elles définissent. Cette consigne permet de faire remarquer que - deux droites perpendiculaires sont orthogonales ; - deux droites orthogonales ne sont pas nécessairement perpendiculaires ; - deux droites orthogonales et sécantes sont perpendiculaires. Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante : <u>Propriété</u> : Si deux droites de l'espace sont orthogonales, alors toute droite parallèle à l'une est orthogonale à l'autre. Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :

<u>Activité 2</u> : Cédric, un camarade de classe de Coffi sait depuis la classe de $4^{ème}$ que : "Une droite est perpendiculaire à un plan lorsqu'elle est perpendiculaire à deux droites sécantes de ce plan". Ce résultat lui a été enseigné sous	<u>Propriété</u> : Si deux droites de l'espace sont parallèles, alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre. Cette activité permettra de : - faire rappeler la notion de "droite perpendiculaire à un plan" ; - réinvestir les acquis sur le raisonnement par l'absurde,

forme de définition. Il se demande si une droite est perpendiculaire à un plan, cette droite est - elle orthogonale à deux droites sécantes de ce plan ? Consigne 1 : $\mathcal{P}$ est un plan, $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ deux droites sécantes du plan $\mathcal{P}$, Δ une droite orthogonale à $\mathcal{D}$ et à $\mathcal{D}'$. Justifie que : 1) Δ est sécante à $\mathcal{P}$. 2) Δ est perpendiculaire à $\mathcal{P}$. Consigne 2 : Soit $\mathcal{D}$ une droite orthogonale à toute droite d'un plan $\mathcal{P}$. Démontre que $\mathcal{D}$ est perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$. Consigne 3 : Tu considères le dessin de l'armoire. Combien y a t il de droites passant par le point F et perpendiculaires au plan (ABC) ?	l'équivalence logique ; - faire définir une droite orthogonale à un plan ; - faire énoncer des propriétés ^pour définir et calculer la distance d'un point à un plan, la distance d'un point à une droite. Pour la question n°1, on pourra raisonner par l'absurde. Pour la question n°2, utiliser le point d'intersection I de Δ et $\mathcal{P}$; ensuite, considérer les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ passant par I telles que $\mathcal{D}_1 \parallel \mathcal{D}$ et $\mathcal{D}_2 \parallel \mathcal{D}'$ et utiliser le résultat de la classe de 4ème sur la notion de droite perpendiculaire à un plan. Cette consigne permettra d'établir que : "Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan alors elle est perpendiculaire à ce plan". *Utiliser le résultat de la consigne n°1.* La consigne amènera le professeur à présenter la définition suivante : Définition : Une droite est perpendiculaire ou orthogonale à un plan lorsque la droite est orthogonale à toute droite de ce plan. On en déduit la propriété suivante : Propriété : Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan, elle est orthogonale à ce plan. Cette consigne permettra d'admettre la propriété suivante : $\boxed{P_1}$ Par un point de l'espace, il passe une droite unique perpendiculaire à un plan donné.
Consigne 4 : $\mathcal{D}$ est une droite de l'espace $\mathcal{E}$ et M un point de $\mathcal{E}$. Démontre qu'il existe un plan passant par M et perpendiculaire à $\mathcal{D}$. Consigne 5 : $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont deux plans parallèles, D une droite orthogonale à $\mathcal{P}$.	On pourra distinguer deux cas : $M \in \mathcal{D}$; $M \notin \mathcal{D}$. Cette consigne permettra d'admettre la propriété suivante : $\boxed{P_2}$ Par un point de l'espace, il passe un plan unique orthogonal à une droite donnée. Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante : $\boxed{P_3}$ Si deux plans sont parallèles alors

Démontre que la droite D est orthogonale à $\mathcal{P}'$.	toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.
<u>Consigne 6</u> : $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont deux droites parallèles ; $\mathcal{P}$ un plan orthogonal à $\mathcal{D}$. Démontre que $\mathcal{P}$ est orthogonal à $\mathcal{D}'$.	Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante : $\boxed{P_4}$ Si deux droites sont parallèles alors tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.

<u>Consigne 7</u> :
$\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont deux droites perpendiculaires à un plan.
Démontre que $\mathcal{D}$ est parallèle à $\mathcal{D}'$.
	<u>Résultat de la consigne 7</u> :
	$\mathcal{D} \perp \mathcal{P}$; donc $\mathcal{D} \cap \mathcal{P} = \{A\}$.
	$\mathcal{D}' \perp \mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{D}' \cap \mathcal{P} = \{B\}$.
	• Si A = B alors $\mathcal{D} = \mathcal{D}'$ (car il existe une seule droite passant par A et perpendiculaire à $\mathcal{P}$); d'où $\mathcal{D} // \mathcal{D}'$.
	• Si A ≠ B alors $B \notin \mathcal{D}$
	Soit Δ la droite passant par B et parallèle à $\mathcal{D}$. Puisque $\mathcal{D} \perp \mathcal{P}$ alors $\Delta \perp \mathcal{P}$. On a :
	$\Delta \cap \mathcal{P} = \{B\}$ et il existe une seule droite passant par B et perpendiculaire à $\mathcal{P}$. On en déduit que les droites $\mathcal{D}'$ et Δ sont confondues et par suite, $\mathcal{D} // \mathcal{D}'$.
	
	Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante :
	
	$\boxed{P_5}$ Si deux droites sont orthogonales à un même plan alors elles sont parallèles.

<u>Consigne 8</u> : $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont deux plans et $\mathcal{D}$ une droite telle que $\mathcal{D} \perp \mathcal{P}_1$ et $\mathcal{D} \perp \mathcal{P}_2$ Démontre que $\mathcal{P}_1$ est parallèle à $\mathcal{P}_2$.	Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante : $\boxed{P_6}$ Si deux plans sont perpendiculaires à une même droite alors ils sont parallèles.

Activité 3 : En examinant le dessin de l'armoire, Natacha, une fille de $1^{ère}$ D reconnaît deux plans perpendiculaires. Sa camarade Linda déclare en avoir oublié la définition. Consigne : 1) Démontre que la droite (MP) est perpendiculaire au plan (ABE) 2) Les plans (ABE) et (HLM) sont- ils perpendiculaires ?	Cette consigne permettra de rappeler la définition suivante, vue en classe de $4^{ème}$: *Définition* : Deux plans sont perpendiculaires lorsque l'un contient une droite orthogonale à l'autre.
Activité 4 : Donald, un élève de cette classe de $1^{ère}$ s'intéresse au procédé qui, à chaque point X de l'espace associe le point d'intersection X' du plan (ABE) avec la droite passant par X et perpendiculaire au plan (ABE). Joël affirme que ce procédé est une application de l'espace dans lui-même. Colombe, une élève de la classe déclare qu'il existe des points X tels que X et X' soient confondus.	Cette activité permettra de définir la projection orthogonale sur un plan et d'énoncer les propriétés relatives à cette notion.
Consigne 1 : Le procédé tel que présenté est-il une application de l'espace dans lui-même ?	Cette consigne permettra d'énoncer la définition suivante : Définition : La projection orthogonale sur un plan (Ᵽ) est l'application qui à tout point M de l'espace associe le point d'intersection M' de (Ᵽ) avec la droite passant par M et orthogonale à (Ᵽ).
Consigne 2 : (Ᵽ) est un plan et p une projection orthogonale sur (Ᵽ), M un point quelconque de l'espace. Si p (M) = M alors on dit que M est un point invariant par p. 1) Justifie que : a) tout point du plan Ᵽ est invariant par p. b) tout point invariant par p appartient au plan Ᵽ. 2) Enonce une propriété au regard des résultats obtenus.	Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante : $\boxed{P_1}$ L'ensemble des points invariants par une projection orthogonale sur un plan est ce plan.

Consigne 3 :

$(\mathcal{P})$ est un plan, et la projection orthogonale sur le plan $(\mathcal{P})$, $(\mathcal{D})$ une droite de l'espace E, A et B deux points distincts de la droite $(\mathcal{D})$, A' et B' les points tels que

$p(A) = A'$ et $p(B) = B'$

L'ensemble des images par p des points de $(\mathcal{D})$ est appelé image de la droite $(\mathcal{D})$ et noté $p(\mathcal{D})$.

L'ensemble des images par p des points du segment [AB] est appelé image du segment [AB] et noté p([AB]).

I) On suppose que la droite $(\mathcal{D})$ est perpendiculaire en I au plan.

Détermine $p(\mathcal{D})$ et p([AB]).

II) On suppose que la droite $(\mathcal{D})$ n'est pas perpendiculaire au plan $(\mathcal{P})$.

II_1 Détermine $p(\mathcal{D})$ lorsque $(\mathcal{D}) \subset (\mathcal{P})$

II_2 On suppose que $(\mathcal{D})$ $(\mathcal{P})$. Soit M un point un point de $(\mathcal{D})$ distinct de A et B, M' son image par p.

1) Démontre que :

a) $A' \neq B'$

b) $M' \neq M$

c) $M' \in (A'B')$

2) Compare l'ensemble $p(\mathcal{D})$ et la droite (A'B').

3) Soit N' un point de la droite (A'B').

a) Justifie qu'il existe un point N de la droite $(\mathcal{D})$ tel que $p(N) = N'$.

b) Compare l'ensemble $p(\mathcal{D})$ et la droite (A'B'). Justifie que la droite.

Activité 5 :

Joël affirme qu'en remplaçant le plan (ABE) par la droite (IK) et en considérant le procédé décrit à l'activité 4, on définit aussi une application. Il s'interroge sur la justification des propriétés analogues à $\boxed{P_1}$ et $\boxed{P_2}$ de l'activité 4.

Indication pour répondre à la question II_2 – 1)c).

- Justifier que les droites (AA'), (BB') et (MM') sont strictement parallèles.
- Considérer le plan $(\mathcal{Q})$ défini par les droites (AA') et (BB').
- Déterminer l'intersection des plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{Q})$.
- Justifier que $(MM') \subset (\mathcal{Q})$.
- En déduire que M' appartient à $(\mathcal{P}) \cap (\mathcal{Q})$.

Indication pour répondre à la question II_2 3)a).

- Justifie que la droite perpendiculaire en N' à $(\mathcal{P})$ est contenue dans $(\mathcal{Q})$.
- Justifie que la droite Δ est sécante à (AB).
- Soit N le point d'intersection de Δ et (AB). Justifie que $p(N) = N'$.

Indication pour répondre à la question II_2 4)b).

- Considérer la droite parallèle à (A'B') et passant par A. Elle coupe (BB') en C.
- Utiliser la réponse à la question II_2)3)a)

$$\left| \begin{array}{l} A'B' = AB \text{ si } (AB) // (\mathcal{P}) \\ \\ A'B' < AB \text{ si } (AB) \text{ et } (\mathcal{P}) \text{ sont non parallèles} \end{array} \right.$$

- L'image par la projection orthogonale p du milieu d'un segment dont le support est non orthogonal à $(\mathcal{P})$ est le milieu du segment image.

N.B. : Les propriétés $\boxed{P_1}$ et $\boxed{P_2}$ pourront être démontrées.

Cette activité permettra de définir la projection orthogonale sur une droite et d'énoncer quelques propriétés relatives à cette notion.

Consigne 1 :

Le procédé géométrique tel que décrit est-il une application ?

Consigne 2 :

$(\mathcal{D})$ est une droite de l'espace $\mathcal{E}$ et p la projection orthogonale sur $(\mathcal{D})$ et (Δ) une droite de $\mathcal{E}$.

On dit qu'un point M de E est invariant par p si seulement si p(M) = M.

L'ensemble des images par p des points de (Δ) est appelé image de la droite (Δ) et est noté $p(\Delta)$.

1) Détermine l'ensemble des points invariants par p.
2) Détermine $p(\Delta)$ dans les cas suivants :
   a) (Δ) est orthogonale à $(\mathcal{D})$.
   b) (Δ) n'est pas orthogonale à $(\mathcal{D})$.

3) Soit A et B deux points distincts de E tels que la droite (AB) n'est pas orthogonale à $(\mathcal{D})$.

L'ensemble des images par p des points du segment [AB] est appelé image du segment [AB] et noté p ([AB]).

On désigne par I le milieu de [AB], par A' et B' les images respectives par p des points A et B.

Démontre que p (I) est le milieu du segment [A'B'].

Cette consigne permettra d'énoncer la définition suivante :

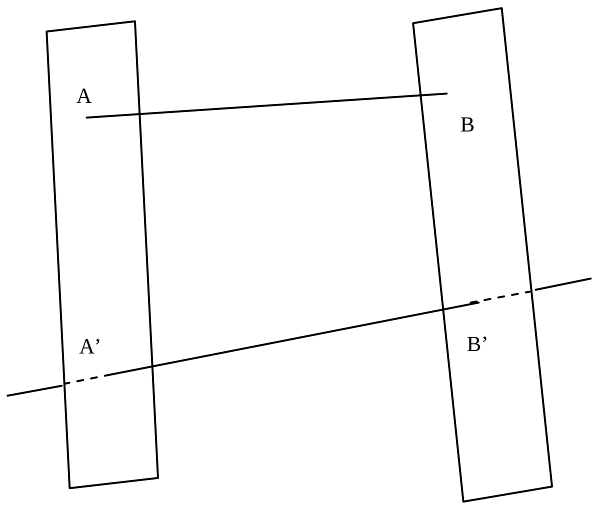
Définition :

On appelle projection orthogonale sur une droite $(\mathcal{D})$ l'application qui à tout point M de l'espace associe le point d'intersection M' de $(\mathcal{D})$ et du plan orthogonal à $(\mathcal{D})$ passant par M.

Le point M' est appelé projeté orthogonal de M sur $\mathcal{D}$.

Indication pour répondre à la question 3

(P_A) et P_B sont les plans passant par A et B et perpendiculaires à la droite $(\mathcal{D})$.



- Considérer la droite (Δ') passant par A et parallèle à $(\mathcal{D})$.
- Justifier que (Δ') coupe (BB') en un point C.
- Comparer AC et A'B'
- Utiliser la propriété de "la droite des milieux" dans le triangle ABC.

Cette consigne 2 permettra de démontrer les propriétés suivantes :

Soit p la projection orthogonale sur une droite $(\mathcal{D})$.

$\boxed{P_1}$

L'ensemble des points invariants par p est la droite $(\mathcal{D})$.

Activité 6 :
Halim, un élève de cette classe de classe de $1^{ère}$ D, se souvient de la notion de vecteur et affirme :

« Le vecteur $\overrightarrow{LN}$ est une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AE}$ tandis que $\overrightarrow{AL}$ n'est pas une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{AE}$ ». Certains de ses camarades s'interrogent sur la notion de combinaison linéaire et affirment n'avoir rien compris à sa déclaration.

Consigne 1 :
Un vecteur de l'espace se définit de la même manière qu'un vecteur du plan. On note $\mathcal{W}$ l'ensemble des vecteurs de l'espace.
Détermine :
1) les caractéristiques du vecteur AB
2) les caractéristiques d'un vecteur quelconque de l'espace.

$\boxed{P_2}$
L'image d'une droite orthogonale à $(\mathcal{D})$ est un singleton.
$\boxed{P_3}$
L'image d'une droite non orthogonale à $(\mathcal{D})$ est la droite $(\mathcal{D})$.
$\boxed{P_4}$
L'image du milieu d'un segment dont le support n'est pas orthogonal à $(\mathcal{D})$ est le milieu de l'image de ce segment.

Les propriétés $\boxed{P_1}$, $\boxed{P_2}$, $\boxed{P_3}$ et $\boxed{P_4}$
Résultant de la consigne 2 de l'activité 5 pourront être démontrées.

Cette activité permettra :
- de caractériser un vecteur de l'espace ;
- d'énoncer les propriétés relatives à l'égalité de deux vecteurs ;
- de définir la somme de deux vecteurs et le produit d'un vecteur par un nombre réel ;
- d'énoncer les règles de calcul sur les vecteurs de l'espace ;
- d'utiliser ces règles ;
- de caractériser vectoriellement une droite et un plan de l'espace ;
- de définir trois vecteurs coplanaires ;
- de définir une base de $\mathcal{W}$;
- de définir les coordonnées d'un vecteur dans une base de $\mathcal{W}$;
- de définir un repère de l'espace $\mathcal{E}$
- de définir les coordonnées d'un point de l'espace $\mathcal{E}$;

La consigne 1 permettra de caractériser :
- un vecteur non nul de l'espace ;
- le vecteur nul de l'espace et d'énoncer la propriété suivante à admettre :

Propriété :
Pour tout point O et pour tout vecteur $\vec{u}$ de l'espace, il existe un point M unique tel que
$$\overrightarrow{OM} = \vec{u}$$

<u>Consigne 2</u> : On définit la somme de deux vecteurs de $\mathcal{W}$ ainsi que le produit d'un vecteur par un nombre réel de la même manière que dans le plan. Reprends le dessin de l'armoire et construis le point Q tel que $\vec{AQ} = \sqrt{3}\,\vec{EH} + 3\vec{OC}$	Cette consigne permettra : - de définir la somme de deux vecteurs de l'espace ; - de définir le produit d'un vecteur de l'espace par un nombre réel ; - de construire la somme de deux vecteurs de l'espace ; - de construire le produit d'un vecteur de l'espace par un nombre réel ; - de définir deux vecteurs colinéaires ; *<u>Définition</u> :* *Deux vecteurs sont dits colinéaires lorsque l'un d'eux est le vecteur nul ou bien lorsque les deux vecteurs ont la même direction.* - de définir trois vecteurs coplanaires ; <u>*Définition*</u> *: Trois vecteurs sont dits coplanaires lorsque l'un de ces vecteurs est une combinaison linéaire des deux autres.*
<u>Consigne 3</u> : A et B sont deux points distincts de l'espace $\mathcal{E}$, M un point quelconque de $\mathcal{E}$. Justifie que M Є (AB) $\Leftrightarrow (\exists\, \alpha \in IR,\ \vec{AM} = \alpha\,\vec{AB})$	Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante : <u>Propriété</u> : A et B étant deux points distincts de l'espace, pour tout point M de l'espace, M Є (AB) si et seulement si il existe un nombre réel x tel que : $\vec{AM} = x\,\vec{AB}$.
<u>Consigne 4</u> : A, B, C sont trois points non alignés de l'espace $\mathcal{E}$, M un point de $\mathcal{E}$ Démontre que M Є (ABC) $\Leftrightarrow (\exists\,(\alpha,\beta) \in IR^2,\ \vec{AM} = \alpha\,\vec{AB} + \beta\,\vec{AC})$	Cette consigne permettra de démontrer la propriété suivante : <u>Propriété</u> : A, B, C étant trois points non alignés de l'espace $\mathcal{E}$, pour tout point M de l'espace, M Є (ABC) si et seulement si il existe deux nombres réels x et y tels que : $\vec{AM} = x\,\vec{AB} + y\,\vec{AC}$. N.B. : Les deux propriétés précédentes pourront être démontrées.
<u>Consigne 5</u> : Reprends le dessin de l'armoire. Dans chacun des cas suivants, justifie si les vecteurs indiqués sont coplanaires. 1) $\vec{IJ},\ \vec{BE}$ et $\vec{LM}$; 2) $\vec{OP},\ \vec{AI}$ et $\vec{AE}$	Cette consigne permettra de définir : - une base de l'ensemble $\mathcal{W}$ des vecteurs de l'espace. Définition : On appelle base de $\mathcal{W}$ tout triplet $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de vecteurs de $\mathcal{W}$ non coplanaires.

<table>
<tr>
<td>
<u>Consigne 6</u> :
Soit $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires de 𝒲, O, I, J, K des points de ℰ, tels que $\vec{OI} = \vec{i}$, $\vec{OJ} = \vec{j}, \vec{OK} = \vec{k}$, $\vec{u}$ un vecteur quelconque de 𝒲, M le point de ℰ tel que
$\vec{OM} = \vec{u}$
1) On suppose que M appartient à la droite (OK). Démontre qu'il existe un seul triplet (a, b, c) de nombres réels tel que
$\vec{u} = a\,\vec{i} + b\,\vec{j} + c\,\vec{k}$.
2) On suppose que M appartient au plan (O, I, J). Démontre qu'il existe un seul triplet (a, b, c) de nombres réels tel que
$\vec{u} = a\,\vec{i} + b\,\vec{j} + c\,\vec{k}$.
3) On suppose que M n'appartient ni à la droite (OK), ni au plan (O, I, J).
a) Justifie que la droite Δ passant par M et parallèle à (OK) est sécante au plan (O, I, J).
Soit P leur point d'intersection,
b) Justifie que le plan passant par M et parallèle à (O, I, J) est sécant à (OK).
Soit Q leur point d'intersection,
c) Démontre qu'il existe un seul triplet (a, b, c) de nombres réels tel que
$\vec{u} = a\,\vec{i} + b\,\vec{j} + c\,\vec{k}$.
Déduis des résultats précédents une propriété.
</td>
<td>
- un repère de l'espace ;
- <u>Définition</u> :
On appelle repère de l'espace tout quadruplet (O,I, J, K) de points non coplanaires (repère affine) ou bien un quadruplet (O, $\vec{i}, \overleftarrow{j}, \vec{k}$) où O est un point de l'espace ℰ et ($\vec{i}, \overleftarrow{j}, \vec{k}$) une base de 𝒲.(repère cartésien).

<u>Indication</u> :
Pour la réponse à la question 1)
- On démontre l'existence du triplet (a, b, c) ;
- On démontre l'unicité de (a, b, c) en supposant qu'il existe un triplet (a', b', c') tel que $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ et on obtient a' = a, b' = b et c' = c puisque $\vec{i}$, $\vec{j}$, et $\vec{k}$ sont non coplanaires.
* Idem pour la réponse à la question 2)
* la réponse à la question 3) utilise la relation de Chasles et les résultats de 1) et 2)
La consigne 6 permettra de :
- démontrer la propriété :
<u>Propriété</u> :
(O,I, J, K) étant un repère de l'espace, pour tout point M de l'espace, il existe un triplet (x, y, z) unique de nombres réels tels que :
$\vec{OM} = x\vec{OI} + y\vec{OJ} + z\,\vec{OK}$.
- définir les coordonnées d'un point
<u>Définition</u> :

(O,I, J, K) étant un repère de l'espace, pour tout point M de l'espace, l'unique triplet (x, y, z) de nombres réels tels que :
$\vec{OM} = x\vec{OI} + y\vec{OJ} + z\,\vec{OK}$.
est appelé triplet de coordonnées de M dans le repère (O, I, J, K).
En posant $\vec{OI} = \vec{i}$, $\vec{OJ}=\vec{j}, \vec{OK}=\vec{k}$, on a :
$\vec{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$. (x, y, z) est aussi appelé triplet de coordonnées de M dans le repère (O, $\vec{i}, \overleftarrow{j}, \vec{k}$) ou du vecteur $\vec{OM}$ dans la base ($\vec{i}, \overleftarrow{j}, \vec{k}$).
</td>
</tr>
</table>

Répartition trimestrielle des S.A.
(Classe de première D)

Cette répartition trimestrielle n'est pas la seule possible. Cependant, **les professeurs sont fermement invités à la respecter scrupuleusement pendant les années d'expérimentation.**

Période	Situation d'apprentissage	Temps d'apprentissage
Premier trimestre (Septembre – Décembre)	S.A. n° 1………………….	12heures (deux premières semaines de travail)
	S.A. n° 2 (début) ………	48 heures (huit semaines d'apprentissage)
Deuxième trimestre (Janvier – Mars)	S.A. n° 2 (suite et fin) ………..	22 heures (quatre semaines d'apprentissage)
	S.A. n° 3 (début) ……..	30heures (cinq semaines d'apprentissage)
Troisième trimestre (Avril – Juin)	S.A. n° 3 (suite et fin) ……	32 heures (six semaines d'apprentissage)