République du Bénin

⋞⋞⋞⋞⋞ ⋟⋟⋟⋟⋟

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE, DE LA FORMATION TECHNIQUE ET PROFESSIONNELLE

⋞⋞⋞⋞⋞⋞⋞⋞⋞ ⋟⋟⋟⋟⋟⋟⋟⋟⋟

DIRECTION DE L'INSPECTION PEDAGOGIQUE

GUIDE PEDAGOGIQUE

MATHÉMATIQUE

Classes terminales C

PORTO-NOVO

Mai 2011

SOMMAIRE

INTRODUCTION

Le présent guide de l'enseignant (e) est produit pour accompagner les programmes de mathématiques selon l'approche par compétences dans les lycées et collèges d'enseignement général.

Il s'est nourri principalement des options prises dans le cadre de la généralisation des programmes d'études par compétences au cours primaire et au premier cycle de l'enseignement secondaire, dans leur évolution qualitative. Il s'est nourri aussi des acquis de la mise en œuvre des programmes d'études HPM (Harmonisation des Programmes de Mathématiques) pour ce qui est de l'aspect adéquation avec les nouvelles exigences académico-pédagogiques.

Ce guide comporte trois parties essentielles. La première présente les orientations générales ; la deuxième concerne les situations d'apprentissage et la troisième a trait aux documents d'accompagnement.

Les orientations générales portent sur la clarification de certains concepts et sur le mode d'emploi du guide.

La partie concernant les situations d'apprentissage présente d'une part le cadre conceptuel et d'autre part leurs contenus notionnels assortis d'indications pédagogiques.

Les documents d'accompagnement comprennent :

- un document d'exploitation des situations de départ qui expose l'esprit de ces dernières.
- un document d'appui pouvant servir à la confection de fiches de séquence de classe sur la situation d'apprentissage n°1.

1. ORIENTATIONS GÉNÉRALES

Ce guide est l'une des deux composantes (programme et guide) produites pour l'enseignement de la mathématique dans les classes terminales de la série C.

Il ambitionne d'une part de fournir aux professeurs des informations et des commentaires sur certains concepts et sur la mise en œuvre des situations d'apprentissage et d'autre part de suggérer des pistes et des activités pour une exploitation efficiente de ces mêmes situations d'apprentissage.

Au demeurant, les présents programmes d'études voudraient contribuer à faire de l'enfant béninois un citoyen compétent, c'est-à-dire capable de faire appel aux bonnes ressources qu'il peut combiner de manière efficace afin de les utiliser à bon escient. Pour cela, il est impérieux entre autres :

- d'accompagner l'apprenant dans un cheminement d'apprentissage en adoptant une pédagogie de la découverte et de la production ;
- d'éveiller la curiosité intellectuelle de l'apprenant et de soutenir son plaisir d'apprendre ;
- de permettre à l'apprenant de s'interroger pour découvrir lui-même les vérités des choses plutôt que de chercher à le rendre dépendant en travaillant à sa place ;
- de provoquer chez l'apprenant la remise en cause de ses schémas mentaux lorsque la nécessité s'impose et ce, par des moyens appropriés.

Il est nécessaire, pour une bonne utilisation des situations d'apprentissage, de procéder à la clarification de certains concepts et de donner le mode d'emploi du guide.

1.1 CLARIFICATION CONCEPTUELLE.

1.1.1 Démarche d'enseignement / apprentissage

La démarche d'enseignement/apprentissage adoptée en mathématique est structurée autour de la compétence disciplinaire n°1 dont le libellé est le suivant:
" Résoudre un problème ou une situation –problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques". Faire les mathématiques consiste avant tout à

résoudre des problèmes ou des situations–problèmes. Au delà des algorithmes, des règles de calculs, des techniques, et des formules, faire les mathématiques, c'est développer des capacités de résolution de problèmes.

Deux autres compétences viennent prendre en compte les deux dimensions essentielles des mathématiques à savoir: les activités géométriques et les activités numériques dans le but de donner un contenu disciplinaire à la compétence n°1.

Elles sont libellées comme suit:

" Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie".

"Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation d'outils, de techniques et de procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données".

Tout en étant dépendantes de la première du point de vue de la démarche de résolution de problèmes, ces deux dernières compétences se distinguent l'une de l'autre par les outils à acquérir et les procédures de raisonnement propres à chacune d'elles.

Néanmoins, elles sont parfois simultanément exigibles pour résoudre certains problèmes; en cela, elles sont aussi complémentaires.

1.1.2 Situations d'apprentissage

Une situation d'apprentissage est un document dans lequel figure un ensemble de tâches et de consignes avec leurs indications pédagogiques respectives, tâches et consignes auxquelles l'enseignant soumet l'élève par des stratégies d'enseignement appropriées afin de le rendre compétent en lui faisant construire, transférer et réinvestir le savoir.

Ce document fournit aussi des renseignements sur le contenu de la formation, la durée, le matériel et les stratégies d'enseignement /apprentissage.

NB : *Une situation d'apprentissage n'est pas une fiche pédagogique.*

1.1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage

Ce sont les stratégies à utiliser par l'enseignant (e) et celles à faire mettre en œuvre par l'apprenant au cours du déroulement de la situation d'apprentissage. Les stratégies les plus recommandées sont : le «travail individuel », le « travail en petits groupes » et le « travail collectif ».

a) *Phase du travail individuel*

Au cours de cette phase, les élèves sont invités à travailler ***vraiment*** individuellement, même s'ils sont déjà disposés en petits groupes.

L'importance de cette phase n'est plus à démontrer puisque si chaque élève ne s'efforce pas de circonscrire la question en jeu, l'échange dans le groupe en pâtira.

Pour cela, l'enseignant (e) se doit de veiller à ce que chaque élève comprenne ce qu'on attend de lui, afin de trouver quelque chose à proposer aux autres membres du groupe.

b) *Phase du travail en petits groupes*

Les apprenants, après la phase précédente, discutent et échangent en petits groupes sur leurs travaux respectifs. Ils retiennent après l'harmonisation des différents points de vue, quelques résultats relativement à l'objet d'étude. L'un des éléments du groupe se charge de **présenter** à la classe au cours de la phase ultérieure ce que le groupe a retenu.

c) *Phase du travail collectif*

C'est au cours de cette phase que la classe entière prend connaissance des travaux réalisés au sein des différents petits groupes. L'enseignant (e) anime la classe de façon à **faire dégager par les apprenants** la réponse ou les réponses à donner à la question posée.

1.2 Mode d'emploi du guide.

Le document d'appui proposé dans ce guide ne saurait être assimilé à un ensemble de fiches pédagogiques. Il s'agit, pour l'enseignant(e), d'opérer des choix pertinents en tenant compte des potentialités de ses apprenants, des indications pédagogiques, du matériel disponible, etc.

Il est recommandé à l'enseignant(e) de se référer aux documents d'accompagnement pour mieux comprendre l'esprit dans lequel les situations de départ ont été proposées.

Il est superflu de rappeler que l'enseignant (e) ne pourra prétendre préparer une fiche sans se référer au guide.

2. DÉVELOPPEMENT DES DIFFÉRENTES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE.

2.1 Canevas général du déroulement d'une situation d'apprentissage

Le déroulement de toute situation d'apprentissage se fera suivant le cheminement ci-après:

Activités	Indications pédagogiques
A - INTRODUCTION **Activité** 0 : cf. situation de départ proposée pour la situation d'apprentissage	Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d'apprentissage ». La situation de départ proposée n'est pas la seule pouvant servir à contextualiser les connaissances et techniques visées. L'enseignant(e) pourra s'en inspirer pour élaborer une autre prenant appui sur les réalités concrètes de son milieu. A ce stade, on n'exigera pas de réponses aux tâches et consignes qui accompagnent la situation de départ. Les tâches et consignes seront démultipliées tout au long du déroulement des activités.
B - RÉALISATION **Activité N°1** (découverte d'une ou de plusieurs notions) **Activité N°2** **N° 3** . . . **N°n** (décontextualisation) **Activité N°n +1** **N°n +2** . . . **N°n +p** (approfondissement) **Activité N°n + p +1** (découverte d'autres notions nouvelles) . . . . **Activités de décontextualisation** **Activités d'approfondissement** . . ainsi de suite jusqu' à épuisement des notions visées par la situation d'apprentissage	Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d'apprentissage » relatives aux différentes stratégies d'enseignement/ apprentissage et aux trois étapes. L'activité n°1 est une activité qui s'appuie sur la situation de départ. Ces activités visent à dépouiller le concept de son habillage concret pour le mettre à l'état pur (*définition, propriété, règle, procédure)* Elles ont pour but de travailler le ou les nouveau(x) concept(s) dégagé(s) suite à des activités de décontextualisation. Activité en contexte à l'instar de l'activité N°1.

C -RETOUR ET PROJECTION	
.Activité d'objectivation	Exemples de questions que l'enseignant(e) peut poser aux élèves à la fin de l'apprentissage : -qu'as-tu découvert sur….. ? -qu'as-tu appris de nouveau sur…. ? -qu'as-tu trouvé difficile ? facile ?
.Activité d'autoévaluation	.qu'est-ce que tu as réussi ? .qu'est-ce que tu n'as pas réussi ? .qu'est-ce que tu vas faire pour améliorer ta production ?
.Activité de projection/réinvestissement	Il s'agit de proposer des activités pour une utilisation ultérieure des acquis dans la résolution des problèmes de vie.

RECOMMANDATIONS

Les situations d'apprentissage seront déroulées à partir :

- d'activités judicieusement conçues en s'appuyant sur les connaissances et techniques, les compétences disciplinaires, les compétences transdisciplinaires et les compétences transversales.
- de stratégies d'enseignement/apprentissage appropriées.
- d'une mobilisation par l'apprenant des capacités relatives à :
  - l'expression de sa perception du problème ou de la situation- problème;
  - l'analyse d'un problème ou d'une situation-problème;
  - la mathématisation d'un problème ou d'une situation- problème ;
  - l'opération sur les objets mathématiques identifiés au cours d'un problème ou d'une situation-problème.

A cet effet, pour chaque situation d'apprentissage, les détails des connaissances et techniques se présentent comme suit :

2. 2 Planification des situations d'apprentissage.

SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 1 : Configurations de l'espace

1. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 *Compétences*

a) Les compétences disciplinaires :

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- Résoudre une situation-problème *;*
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 *Connaissances et techniques*

- Calcul vectoriel
  - Barycentre de n points pondérés (n entier naturel supérieur à 1)
  - Etude des fonctions :

$$M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \vec{MA_i}$$

$$M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i MA_i^2$$

  - Lignes de niveau
  - Produit vectoriel
- Applications de l'espace
  - Translation
  - Homothétie
  - Symétrie orthogonale par rapport à un plan
  - Symétrie orthogonale par rapport à une droite.

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage :* *Résolution de problèmes.*

1.2 Durée : 27 heures

1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : objets familiers

2. DÉROULEMENT

2.0. Situation de départ : **Le pont de Codji.**

Reliant les deux rives d'un fleuve, le pont réalisé par l'ingénieur PIKO est un chef d'œuvre que les pêcheurs contemplent chaque jour. Les travaux ont duré deux ans et une vingtaine de pêcheurs riverains ont été des ouvriers spécialisés en plongée. Sonon, l'un des ouvriers, a du plaisir à raconter à la jeune génération les longues journées de travail sur le chantier.

L'ingénieur PIKO dirigeait simultanément tous les ateliers : il exigeait partout la précision dans les mesures et s'en assurait. La qualité du sol, la qualité du béton, les précisions du dosage, la forme et la qualité des poutres, l'implantation des piliers, le flux et le reflux du cours d'eau; rien n'échappait au contrôle de l'ingénieur PIKO. Les travaux achevés, le pont fut livré à la circulation. Les riverains sont encore fiers de ce pont qui n'a rien perdu de sa solidité des décennies durant.

Sonon s'interroge encore aujourd'hui sur les méthodes et les procédés qui ont permis à l'ingénieur PIKO de réussir ce chef d'œuvre.

<u>Tâche</u>: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A. , à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;
- mathématiser chacun des problèmes posés;
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage	**Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)**	**Contenus de formation**
L'élève : **Exprime sa perception du problème posé** -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves. Aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ;	L'élève : Au cours de cette phase de la réalisation, l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires	Au cours de cette phase réalisation l'enseignant(-invite les élèves à recen exploiter judicieusemen informations contenues de la situation de départ rechercher, au besoin, d complémentaires -veille au bon fonctio stratégies appropriées.

-identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.** -formule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux, manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -*o*rdonne ses idées ; -*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques ; -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifie l'état de progression de sa production ;	-veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du *travail individuel*, elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ; - *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; *-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;* *-exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui-même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; *<u>-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique</u>.* *-commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : *-circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; *-s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; *-intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ;	Au cours de l'étape *individuel* elle ou il : -*circule* pour voir les ap travail ; - *reprécise* au besoin la réaliser avec les consign rattachent ; *-ne fait rien pour dérout apprenants même s'ils s manifestement ;* *-exhorte chaque appren l'effort de trouver quelq lui-même d'abord en év verser dans le plagiat, l' la paresse* qui sont autan préjudiciables entre autr ultérieure du travail de g -*intervient* pour qu'aucu ne soit perturbé dans so recherche ; *<u>-repère les travaux indiv intéressants du point de exploitation didactique</u>.* *-commence à préparer l groupe à partir des obse qu'il ou qu'elle a faites travail individuel ;* Au cours de l'étape de *t groupe*, elle ou il : *-circule pour voir comm groupes fonctionnent* ; *-s'assure que les conditi bon fonctionnement de c groupe sont réunies et le cas échéant* ; *-intervient dans les grou les observations qu'il a p cours de l'étape précé* -s'assure que *les membre*

- prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	*-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;* *-achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	*groupe coopèrent vérita* pour la confection d'un défendre et à justifier au troisième étape ; *-repère les travaux de g* *intéressants du point de* *exploitation didactique* *-achève de préparer la g* *l'étape suivante (travail* *regard des observations* *qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du t collectif il ou elle : -organise les comptes-re différents groupes et les entre eux en vue de débo les résultats essentiels à le groupe-classe ; -invite les élèves à exécu tâches et activités appro -invite les élèves à noter éventuellement les résul essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travau mise en place des compe visées, doit intégrer à la *rigueur scientifique, les* *disciplinaires et les cons* *d'ordre pédagogique.*

2.3 Retour et projection

1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. **2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/Enrichissement** - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. **2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres**	- invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris ; - invite l'élève à s'auto évaluer ; - invite l'élève à améliorer si possible sa production ;	

situations de la vie : - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.**2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :** - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	- invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées - invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire:* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°1 :

Configurations de l'espace

Durée : 27 heures

Contenus notionnels	Indications pédagogiques
1. Calcul vectoriel **1.1Barycentre de n points pondérés** **Etude de la fonction** M$\mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$	Faire : -définir la fonction vectorielle de Leibniz. *ξ désigne une droite, un plan ou l'espace ; E l'ensemble des vecteurs de ξ.* *Soient $A_1, A_2\ldots\ldots A_n$ n points de ξ et $\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots, \alpha_n$ n nombres réels ($n \in IN$, $n \geq 2$).* *On appelle fonction vectorielle de Leibniz associée aux points pondérés (A_1, α_1), (A_2, α_2),…… (A_n, α_n), l'application $f : \xi \to E$* $M \mapsto \alpha_1 \overrightarrow{MA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{MA_2} + \ldots + \alpha_n \overrightarrow{MA_n}$ *Le vecteur $\alpha_1 \overrightarrow{MA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{MA_2} + \ldots + \alpha_n \overrightarrow{MA_n}$ est noté $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$* Faire : - démontrer la propriété : ➢ Si $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \neq 0$ alors l'application $M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ est bijective ➢ Si $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 0$ alors l'application M$\mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$ est constante -utiliser cette propriété -définir le barycentre de n points pondérés

	Si $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i \neq 0$, *l'unique antécédent du vecteur nul* $\vec{0}$ *par l'application* $M \mapsto \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{MA_i}$ *est appelé barycentre des points pondérés* *(A_1, α_1), (A_2, α_2),…, (A_n, α_n).* Faire : - démontrer la propriété : G étant le barycentre des points pondérés (A_1, α_1), (A_2, α_2),…, (A_n, α_n) et O un point quelconque de ξ on a : $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i}\left[\sum_{i=1}^{n}\alpha_1\overrightarrow{OA_i}\right]$ - utiliser cette propriété.
Etude de la fonction M $\mapsto \sum_{i=1}^{n}\alpha_i MA_i^2$	Faire : - définir une fonction scalaire de Leibniz. *ξ désigne une droite, un plan ou l'espace. Soient A_1, A_2…, A_n, n points de ξ, α_1, α_2,… , α_n n nombres réels ($n \in IN$, $n \geq 2$). On appelle fonction scalaire de Leibniz associée aux points pondérés (A_1, α_1), (A_2, α_2),…, (A_n, α_n) l'application* $\varphi : \xi \rightarrow IR$ $M \mapsto \alpha_1 MA_1^2 + \alpha_2 MA_2^2 + ... + \alpha_n MA_n^2$ *Le nombre réel* $\alpha_1 MA_1^2 + \alpha_2 MA_2^2 + ... + \alpha_n MA_n^2$ *est noté* $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i MA_i^2$ ➢ *Si* $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i \neq 0$ *alors* $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i MA_1^2 = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i GA_i^2 + \left(\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\right)GM^2$ *où G est le barycentre des points pondérés (A_1, α_1), (A_2, α_2),…, (A_n, α_n) ;* ➢ *Si* $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i = 0$ *alors* $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i MA_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i OA_i^2 + 2\overrightarrow{MO}.\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{OA_i}$ *où O est un point quelconque de ξ,*
1.2 Lignes de niveau	Faire : - démontrer la propriété Soit l'application $\varphi : \xi \rightarrow IR$ $M \mapsto \sum_{i=1}^{n}\alpha_i MA_i^2$ et k un nombre réel. Soit Γ l'ensemble des points M de ξ tels que $\varphi(M) = k$ ➢ *Si* ξ est une droite alors Γ est soit l'ensemble vide, soit un singleton, soit une paire, soit ξ ; ➢ *Si* ξ est un plan alors Γ est soit l'ensemble vide, soit une droite, soit un cercle, soit un singleton, soit ξ ; ➢ *Si* ξ est l'espace alors Γ est soit l'ensemble vide, soit un plan, soit une

sphère, soit un singleton, soit ξ

- Faire utiliser cette propriété.

1.3 Produit vectoriel

Faire :

- définir l'espace orienté
- définir un plan orienté dans l'espace orienté
- définir le produit vectoriel de deux vecteurs
- démontrer la propriété :

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de l'ensemble des vecteurs de l'espace, on a $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$ si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Faire :

- utiliser cette propriété ;
- admettre les propriétés :

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ de l'ensemble des vecteurs de l'espace, pour tout nombre réel k, on a :

- $\vec{u} \wedge \vec{v} = -(\vec{v} \wedge \vec{u})$
- $(k\vec{u}) \wedge \vec{v} = \vec{u} \wedge (k\vec{v}) = k(\vec{u} \wedge \vec{v})$
- $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \wedge \vec{v}) + (\vec{u} \wedge \vec{w})$
- $(\vec{u} + \vec{v}) \wedge \vec{w} = (\vec{u} \wedge \vec{w}) + (\vec{v} \wedge \vec{w})$

Faire

- utiliser ces propriétés
- démontrer la propriété :

Soit $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée directe de l'ensemble des vecteurs de l'espace et soit les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$.

Les coordonnées du vecteur $\vec{u} \wedge \vec{v}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont

$$\left(\begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix} ; \begin{vmatrix} z & z' \\ x & x' \end{vmatrix} ; \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} \right)$$

Faire :

- utiliser cette propriété
- utiliser le produit vectoriel pour établir une équation cartésienne d'un plan.
- utiliser le produit vectoriel pour démontrer que quatre points sont coplanaires
- utiliser le produit vectoriel pour calculer la distance d'un point à une

droite.
- utiliser le produit vectoriel pour calculer la distance d'un point à un plan
- utiliser le produit vectoriel pour calculer l'aire d'un triangle
- utiliser le produit vectoriel pour calculer le volume d'un tétraèdre

2. Applications de l'espace

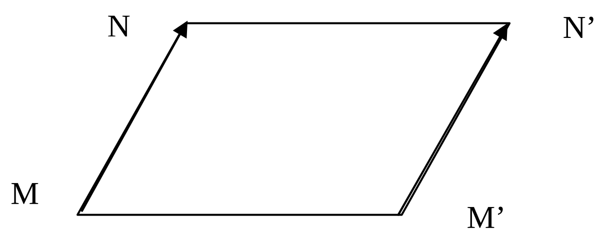
NB: Aucune propriété de cette partie ne sera démontrée ; on fera approcher chacune d'elles par un exemple.

Faire :
- définir une application affine dans l'espace ;
- définir l'application vectorielle associée à une application affine dans l'espace.

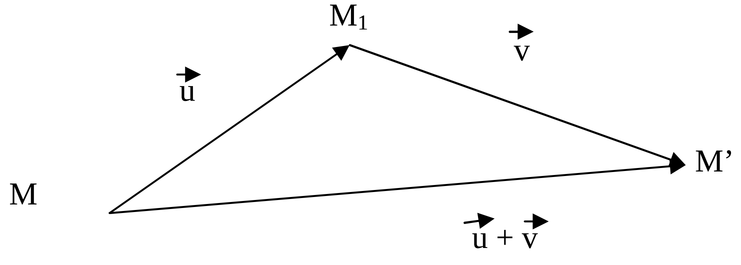
2.1 Translation

Faire :
- définir une translation ;
- admettre la propriété :

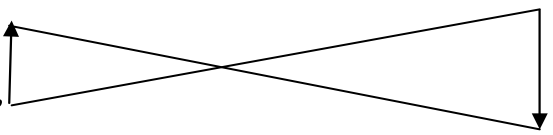
Soit f une application de l'espace ξ dans lui-même.
f est une translation si et seulement si pour tous points M et N d'images respectives M' et N' par f, on a : $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$



- utiliser cette propriété ;
- déterminer l'expression analytique d'une translation donnée ;
- admettre la propriété :



Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de l'ensemble E des vecteurs de l'espace. La composée $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}}$ de la translation de vecteur $\vec{u}$ par la translation de vecteur $\vec{v}$ est la translation de vecteur $\vec{u}+\vec{v}$
- utiliser cette propriété ;
- remarquer que les propriétés étudiées dans le cas d'une translation

	plane s'étendent à l'espace.
2.2 Homothétie	Faire - définir une homothétie ; - admettre la propriété : Soit f une application de l'espace dans lui-même, k un nombre réel différent de 0 et de 1 ; f est une homothétie si et seulement si, pour tous points M et N d'images respectives M' et N' par f, on a $\overrightarrow{M'N'} = k\,\overrightarrow{MN}$.  - utiliser cette propriété - admettre la propriété : Toute homothétie de l'espace est une application affine - utiliser cette propriété - admettre la propriété : L'application vectorielle associée à une homothétie h de rapport k différent de l'unité est l'application de E dans lui-même qui à tout vecteur $\vec{u}$ associe le vecteur $k\vec{u}$ Cette application vectorielle de E dans E s'appelle homothétie vectorielle de rapport k. - utiliser cette propriété - admettre la propriété : Une homothétie de rapport k multiplie la distance par $\lvert k \rvert$, les aires par k² et les volumes par $\lvert k \rvert^3$. - utiliser cette propriété - déterminer l'expression analytique d'une homothétie donnée. - remarquer que les propriétés étudiées dans le cas d'une homothétie plane s'étendent à l'espace. - admettre la propriété : La composée de deux homothéties h et h' de l'espace de centre O est une homothétie de centre O. Si k et k' sont les rapports de ces homothéties alors le rapport de la composée est kk' et cette composée vérifie: h'oh = hoh'. - utiliser cette propriété - admettre la propriété : Soit h et h' deux homothéties de rapports respectifs k et k' ➢ Si kk' = 1, alors h'oh est une translation ; ➢ Si kk'≠ 1, alors h'oh est une homothétie de rapport kk'. Faire : - remarquer que dans le cas d'une translation, le vecteur de translation se détermine par la recherche de l'image d'un point par h'oh et dans le cas de l'homothétie, son centre est le point invariant par h'oh

- utiliser cette propriété
- admettre la propriété

Soit h une homothétie de rapport k différent de 1 et t une translation. hot et toh sont des homothéties de rapport k.

- utiliser cette propriété.

2.3 Symétrie Orthogonale par rapport à un plan

Faire définir le plan médiateur d’un segment :

Le plan médiateur d’un segment [AB] est le plan passant par le milieu de [A B] et qui est perpendiculaire à (AB).

Faire :

- admettre la propriété :

L’ensemble des points équidistants de deux points fixes A et B est le plan médiateur du segment [AB].

- utiliser cette propriété
- définir une réflexion de plan
- remarquer qu’une réflexion de plan s’appelle aussi symétrie orthogonale par rapport à ce plan.
- admettre la propriété :

Soit S_P la réflexion de plan (P)

- L’ensemble des points invariants par S_P est (P)
- Soit H le projeté orthogonal de M sur (P)

$\left(S_P(M) = M'\right) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MM'} = 2\,\overrightarrow{MH}\right)$

- Si $M' = S_P(M)$ alors $M = S_P(M')$
- $S_P \circ S_P = Id_{\xi}$ et $(S_P)^{-1} = S_P$

On dit que S_P est involutive.

- utiliser cette propriété
- admettre la propriété :

Soit (P) un plan et S_P la réflexion de plan (P)

- Si (Q) est un plan perpendiculaire à (P) et $(\Delta) = (P) \cap (Q)$, alors :
  - ✓ (Q) est globalement invariant par S_P.
  - ✓ la restriction de S_P à (Q) est, dans le plan (Q), la symétrie orthogonale d’axe (Δ) (fig 1).
- Si (Δ’) est une droite orthogonale à (P) en un point I, alors :
  - ✓ (Δ’) est globalement invariante par S_P.
  - ✓ la restriction de S_P à (Δ’) est, sur la droite (Δ’), la symétrie de centre *I*.

Faire :

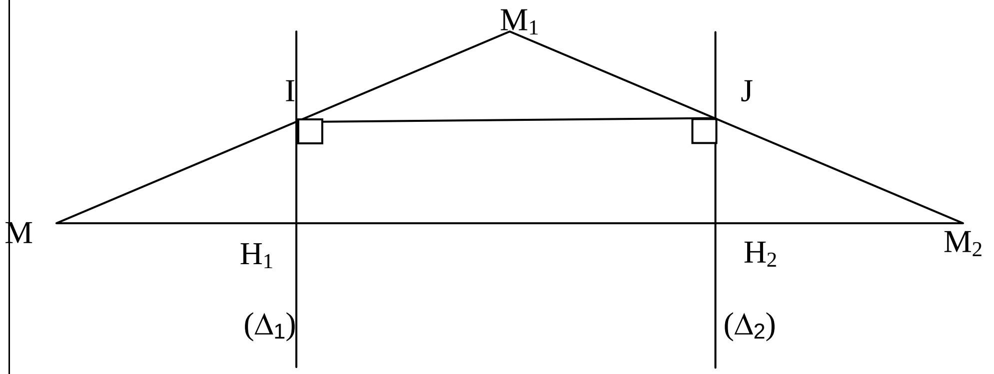
- remarquer que cette propriété se déduit de la propriété du plan médiateur d’un segment
- utiliser cette propriété
- admettre la propriété :

Toute réflexion de l’espace ξ transforme :

- une droite en une droite ;
- un plan en un plan
- une figure plane en une figure plane de même nature ;
- un solide de l’espace en un solide de même nature.
- utiliser cette propriété
- admettre la propriété :

	Toute réflexion de l'espace conserve le parallélisme et l'orthogonalité. - utiliser cette propriété - admettre les propriétés : ➢ La composée de deux réflexions de plans parallèles est une translation dont le vecteur est normal à chacun de ces deux plans. ➢ Toute translation de vecteur $\vec{u}$ non nul est la composée de deux réflexions de plans parallèles telles que $\vec{u}$ soit normal à chacun de ces deux plans. - utiliser ces propriétés.
2.4 Symétrie orthogonale par rapport à une droite	Faire - définir un demi -tour d'axe (Δ) - remarquer qu'un demi-tour d'axe (Δ) est aussi appelé symétrie orthogonale par rapport à (Δ) - admettre les propriétés : ➢ L'ensemble des points invariants par un demi-tour S_Δ est la droite (Δ) ➢ Soit I le projeté orthogonal de M sur (Δ) $(M' = S_\Delta(M)) \Leftrightarrow (\overrightarrow{MM'} = 2\,\overrightarrow{MI})$ ➢ Si $M' = S_\Delta(M)$ alors $M = S_\Delta(M')$ ➢ Pour toute droite (Δ) on a : $S_\Delta \circ S_\Delta = Id$ et $(S_\Delta)^{-1} = S_\Delta$ - remarquer que S_Δ est une involution ; - utiliser ces propriétés ; - admettre la propriété : Soit (Δ) une droite de l'espace ξ, S_Δ le demi-tour d'axe (Δ) et (P) le plan orthogonal en I à (Δ). ➢ (P) est globalement invariant par S_Δ ➢ la restriction de S_Δ à (P) est, dans le plan (P), la symétrie de centre I - utiliser cette propriété - admettre les propriétés : ➢ la composée de deux réflexions de plans perpendiculaires suivant une droite (Δ) est le demi-tour d'axe (Δ) ➢ tout demi-tour d'axe (Δ) est la composée de deux réflexions de plans perpendiculaires suivant une droite. - utiliser ces propriétés - admettre la propriété : Tout demi-tour transforme : ➢ une droite en une droite ➢ un plan en un plan ➢ une figure plane en une figure plane de même nature ➢ un solide de l'espace en un solide de l'espace de même nature. - utiliser ces propriétés - admettre la propriété : Tout demi-tour conserve le parallélisme et l'orthogonalité. Faire : - utiliser cette propriété - admettre les propriétés :

- La composée de deux demi- tours d'axes parallèles est une translation dont le vecteur est orthogonal à un vecteur directeur de l'un de ces deux axes



- Toute translation de vecteur $\vec{u}$ non nul est la composée de deux demi-tours d'axes parallèles dont un vecteur directeur est orthogonal à $\vec{u}$.

Faire :

- utiliser ces propriétés
- admettre les propriétés :
  - La composée de deux demi- tours d'axes (Δ_1) et (Δ_2) perpendiculaires en un point A est le demi- tour dont l'axe (D) est la perpendiculaire commune à (Δ_1) et (Δ_2) en A
  - Tout demi-tour de l'espace est la composée de deux demi-tours d'axes perpendiculaires.
- utiliser ces propriétés.
- admettre les propriétés :
  - La composée d'un demi-tour d'axe (Δ) et d'une réflexion de plan (P) tels que (Δ) est orthogonal à (P) en un point A, est la symétrie de centre A,
  - Toute symétrie centrale de l'espace est la composée d'un demi- tour et d'une réflexion dont l'axe et le plan sont orthogonaux.
- utiliser ces propriétés.

SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 2 : Organisation des données

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 *Compétences*

a) Les compétences disciplinaires :

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- Résoudre une situation-problème *;*
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

- Système d'équations linéaires
  - Généralités
  - Résolution d'un système d'équations linéaires par la méthode du pivot de Gauss
- Arithmétique
  - Système de numération
  - Anneau ($\boldsymbol{Z}$, $+$, $\times$)
  - Sous - groupes de ($\boldsymbol{Z}$, $+$)
  - Division euclidienne dans IN et dans $\boldsymbol{Z}$
  - Congruence : anneau ($\boldsymbol{Z}/_n\boldsymbol{Z}$, $+$, $\times$), n Є IN*
  - Nombres premiers : Corps ($\boldsymbol{Z}/_p\boldsymbol{Z}$, $+$, $\times$), p entier naturel premier
  - Décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers (existence et unicité)
  - P.P.C.M. et P.G.C.D.
- Nombres complexes
  - Forme algébrique
  - Corps des nombres complexes
  - Représentation géométrique
  - Forme trigonométrique
  - Forme exponentielle
  - Application des nombres complexes à la trigonométrie
  - Equations du second degré dans $\mathbb{C}$
  - Racines nièmes d'un nombre complexe
- Limites et continuité
  - Limite infinie

- Limite de la composée de deux fonctions
- Limite de la somme d'une fonction bornée et d'une fonction tendant vers l'infini
- Prolongement par continuité
- Opérations sur les fonctions continues sur un intervalle
- Image d'un intervalle par une fonction continue
- Fonction continue et strictement monotone sur un intervalle

• Dérivabilité – Etude de fonctions

- Dérivée d'ordre n, n Є IN*-{1}
- Développement limité d'ordre 3 au voisinage de zéro
- Dérivée de la composée de deux fonctions
- Inégalité des accroissements finis
- Dérivée de la bijection réciproque d'une fonction dérivable et strictement monotone sur un intervalle
- Etude de la fonction $x \mapsto \sqrt[n]{x}, \quad n \in IN^* - \{1\}$
- Etude de la fonction
  $x \mapsto x^r, \quad r \in \mathbb{Q}$, n Є IR_+
- Etude des fonctions trigonométriques

• Primitives

- Notion de primitive
- Propriétés

• Fonction logarithme népérien

- Définition
- Propriétés
- Etude
- Dérivées logarithmiques
- Quelques limites remarquables

• Fonction exponentielle népérienne

- Définition
- Propriétés
- Etude
- Dérivée
- Quelques limites remarquables

• Fonctions exponentielles - Fonctions puissances

- Définitions
- Propriétés
- Etude

• Calcul intégral

- Définition
- Propriétés
- Calcul d'intégrales
- Valeur approchée d'une intégrale
- Applications du calcul intégral

• Equations différentielles

- Généralités
- Equations de types ay' + by = 0 ; $ay' + by = f(x)$; $y' = f(x)$
- Equations de types ay'' + by' + cy = 0 ; $ay'' + by' + cy = f(x)$; $y'' = g(x)$

• Probabilités

- Probabilité d'un événement
- Probabilité conditionnelle – Evénements indépendants

- Variable aléatoire réelle
- Loi binomiale
- • Suites numériques
- Raisonnement par récurrence
- Suites convergentes : définition et propriétés
- Suites divergentes
- Suites n $\mapsto a^n$ et n $\mapsto n^\alpha$ (croissances comparées)
- Suites récurrentes

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 ***Stratégie objet d'apprentissage :*** *Résolution de problèmes.*

1.2 Durée : 135 heures

1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : objets familiers

2- DEROULEMENT

2.0. Situation de départ :

Les nombres dans le Fâ.

Dansou est un brillant élève de terminale D. Cependant, à l'approche de son examen du baccalauréat prévu pour le 18 juin 2007, sa maman lui demande de consulter le fâ, comme il est de coutume dans la famille à l'occasion des événements importants. Il se rend le 14 mars 2007 chez Gouton, un devin du Fâ. Pour réaliser la consultation, Gouton utilise quatre cauris dont les dos sont rognés. Après les rituels d'usage, il jette les quatre cauris sur la surface préparée pour la circonstance. Il obtient trois cauris fermés et un ouvert.
Il reprend l'opération et obtient les quatre cauris fermés. Alors il annonce à Dansou qu'il lui faut faire beaucoup de sacrifices avant d'obtenir le baccalauréat. Il lui demande si le marché de Tokpa qui a une périodicité de 4 jours s'animera l'un des trois jours que durera la composition du bac et quel est, le cas échéant, le jour de la semaine qui correspondra à ce marché.
Entre autres sacrifices, il lui demande de disposer de 1069 citrons qu'il amènera au marché d'Adjarra, conditionnés de la façon suivante :
_ avec sept citrons, il constitue un tas.
_ avec sept tas, il constitue un filet.
_ avec sept filets, il constitue un panier.
Dansou, pris de peur, décide d'aller consulter Adandé, un autre devin du Fâ. Adandé utilise également quatre cauris comme Gouton, après les rituels d'usage. Adandé jette ses quatre cauris une première fois. Il obtient deux cauris ouverts et deux cauris fermés. Il jette une deuxième fois les quatre cauris et en obtient trois ouverts et un fermé. Il dit alors à Dansou qu'au vu des signes obtenus, il réussira son baccalauréat avec une très bonne mention. Dansou se pose alors plusieurs questions.

Tâche: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A. , à :
- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;
- mathématiser chacun des problèmes posés;

- opérer sur l’objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage L’élève :	**Indications pédagogiques à l’attention de l’enseignant(e)**	**Contenus de formation**
Exprime sa perception du problème posé -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L’enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n’est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.** -*f*ormule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes tableaux	Au cours de cette phase de réalisation l’enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l’étape du *travail individuel* elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ; - *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; *-ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;* *-exhorte chaque apprenant à faire l’effort de trouver quelque chose par*	

manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -*o*rdonne ses idées ; -*j*ustifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifier l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir	*lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; <u>*-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*</u>. -*commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : -*circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; -*s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; -*intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; <u>*-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;*</u> -*achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les	

d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	

2.3 Retour et projection

2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration.	-invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer.	
2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/Enrichissement - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations.	- invite l'élève à améliorer si possible sa production	
2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie : - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	-invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire :* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°2 :

Organisation des données

Durée : 135 heures

Contenus notionnels	Indications Pédagogiques
1- Systèmes d'équations linéaires	Faire : - résoudre un système d'équations linéaires à n inconnues ($n \geq 3$) par la méthode du Pivot de Gauss. - résoudre un problème se ramenant à un système d'équations linéaires à plusieurs inconnues.
2- Arithmétique	*NB. Les notions de loi de composition interne, de groupe, d'anneau, de corps, de relation d'ordre et de relation d'équivalence seront introduites mais on évitera toute formalisation à propos de ces notions.*
2.1 **Anneau ($\mathbb{Z}$, +, ×)**	Faire : - admettre les propriétés de l'addition et de la multiplication dans $\mathbb{Z}$. *NB : A ce niveau seront introduites les notions de groupe, de groupe commutatif ; d'anneau, d'anneau commutatif unitaire.* Faire : - utiliser ces propriétés - démontrer si possible la propriété : pour tous entiers relatifs a, b et c, on a : $(a+c=b+c) \Leftrightarrow (a=b)$. - utiliser cette propriété ; - démontrer les propriétés Pour tous entiers relatifs a, b et c ($(c \neq 0)$, on a • $a \times 0 = 0$ • $(ca=cb) \Leftrightarrow (a=b)$ - utiliser ces propriétés ; - définir la relation d'ordre notée "≤" dans $\mathbb{Z}$ - démontrer la propriété : Toute partie non vide de IN admet un plus petit élément ; - utiliser cette propriété - admettre les propriétés de l'addition dans $\mathbb{Z}$; - utiliser ces propriétés : - admettre les propriétés : Soit a et b deux entiers relatifs : • Pour tout entier relatif c, on a : $(a \leq b) \Leftrightarrow (a + c \leq b + c)$; • Pour tout entier relatif c strictement positif ; on a : $(a \leq b) \Leftrightarrow (a \times c \leq b \times c)$ • Pour tout entier relatif c strictement négatif, on a $(a \leq b) \Leftrightarrow (a\times c \geq b \times c)$ - utiliser ces propriétés

	- admettre les propriétés : • Toute partie non vide et majorée de Z admet un plus grand élément ; • Toute partie non vide et minorée de Z admet un plus petit élément. - utiliser ces propriétés
2.2 Division euclidienne dans Z	Faire : - admettre la propriété : Soit a et b deux entiers relatifs tels que $b \neq 0$. Il existe un unique couple (q, r) de Z × IN tel que a = bq + r avec $0 \leq r < \|b\|$; q est le quotient et r le reste de la division euclidienne de a par b. Faire utiliser cette propriété ;
2.3 Systèmes de numération	Faire : - écrire un entier naturel dans un système de numération de base b ($b \in$ IN, $b \geq 2$). *On évoquera à titre d'exemples : le système binaire, le système hexadécimal et le système octal.*
2.4 Divisibilité dans Z **Multiples et diviseurs**	Faire : - définir un multiple d'un entier relatif ; - définir un diviseur d'un entier relatif - démonter la propriété ; Soit a et b deux entiers relatifs non nuls. Si b divise a, alors $\|b\| \leq \|a\|$; -utiliser cette propriété - démonter la propriété Soit a, b et c trois entiers relatifs, $(a \neq 0; b \neq 0)$ • a divise a • si a divise b et b divise a, alors a = b ou a = -b. • si a divise b et b divise c, alors a divise c. - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Soit a, b et c trois entiers relatifs $(a \neq 0)$ si a divise b et a divise c alors pour tous entiers relatifs p et q, a divise pb + qc ; - utiliser cette propriété - déterminer l'ensemble des multiples d'un entier relatif Soit $n \in$ IN, l'ensemble des multiples de n est noté n Z. $\forall a \in Z, \quad aZ = -aZ = \|a\|Z$ *NB : Ce sera une occasion pour introduire la notion de sous-groupe de (Z,+)* Faire : - déterminer l'ensemble des diviseurs d'un entier relatif ;
Congruence modulo n ($n \in$ IN*)	Faire - définir la congruence modulo n ($n \in$ IN*) *Soit n élément de IN* ; (x, y) élément de Z^2. On dit que x est congru à y modulo n*

	si et seulement si (x – y) est élément de nZ. On note x ≡ y [n] Faire : - démontrer les propriétés • $\forall a \in Z$, $a \equiv a\ [n]$. • $[\forall (a, b) \in Z^2,\ a \equiv b\ [n]] \Rightarrow (b \equiv a[n])$. • $\forall (a, b, c) \in Z^3$, $[a \equiv b[n]\ \text{et}\ b \equiv c\ [n]] \Rightarrow (a \equiv c\ [n])$ *NB : Ce sera une occasion pour introduire la notion de relation d'équivalence* Faire -utiliser ces propriétés - définir la classe d'un entier relatif pour la relation de congruence modulo n. *Soit a∈ Z. On appelle classe de a pour la relation de congruence modulo n, le sous-ensemble de Z constitué des entiers relatifs qui sont congrus à a modulo n.* *Ce sous- ensemble est noté* $\dot{a}$ *ou encore cl(a).* *L'ensemble des classes pour la relation de congruence modulo n est noté* Z/nZ Faire démontrer la propriété : Soit n un entier naturel non nul, a et a' deux entiers relatifs, r et r' les restes respectifs des divisions euclidiennes de a et a' par n. On a : (a ≡ a' [n]) ⇔ (r = r'); - utiliser cette propriété - démontrer les propriétés : Soit n un entier naturel non nul et a, a', b, b' quatre entiers relatifs * si a ≡ a'[n] et b ≡ b'[n] alors (a + b) ≡ (a' + b') [n] * Si (a ≡ a' [n] et b ≡ b' [n]) alors (a×b ≡ a' × b' [n] - utiliser ces propriétés - justifier à l'aide des congruences les critères de divisibilité par 1, 3, 4, 5, 9, 11 et 25 ; - définir le PPCM de deux entiers relatifs - démontrer la propriété Soit a et b deux entiers relatifs non nuls et μ leur PPCM. On a : aZ ∩ bZ = μZ ; - utiliser cette propriété - démontrer la propriété Soit a, b et k trois entiers naturels non nuls. On a: PPCM(ka, kb) = kPPCM(a,b); - utiliser cette propriété - définir le PGCD de deux entiers relatifs; - démontrer la propriété Soit a et b deux entiers relatifs non nuls et δ leur PGCD. On a : D(a) ∩ D(b) = D(δ) D(a) ; D(b) ; D(δ) désignant respectivement l'ensemble des diviseurs de a, de b et de δ ; *En d'autres termes l'ensemble des diviseurs communs de a et b est l'ensemble des diviseurs de leur PGCD, δ.* - utiliser cette propriété - démontrer la propriété Soit a, b et k trois entiers naturels non nuls. On a PGCD (ka, kb) = kPGCD(a,b) ;

	- utiliser cette propriété - démontrer la propriété Soit a et b deux entiers relatifs non nuls et δ leur PGCD. Un entier relatif m est multiple de δ si, et seulement si, il existe deux entiers relatifs u et v tels que $m = au + bv$; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Soit a et b deux entiers naturels non nuls tels que $a > b$ et r le reste de la division euclidienne de a par b ; * Si $r = 0$ alors $D(a) \cap D(b) = D(b)$; * Si $r \neq 0$ alors $D(a) \cap D(b) = D(b) \cap D(r)$ - utiliser cette propriété - démontrer la propriété Soit a et b deux entiers naturels non nuls tels que $a > b$ et r le reste de la division euclidienne de a par b. * Si $r = 0$ alors PGCD $(a, b) = b$; * Si $r \neq 0$ alors PGCD (a, b) = PGCD (b, r) *Cette propriété pourra être utilisée pour déterminer le pgcd de deux entiers relatifs* - utiliser cette propriété ; -admettre la propriété : Si a et b sont deux entiers relatifs distincts et tous non nuls, alors PGCD (a, b) = PGCD$(a - b, b)$ - définir deux nombres premiers entre eux ; - démontrer le théorème de Bezout - utiliser ce théorème - démontrer les propriétés Soit a, b et c trois entiers relatifs non nuls. * Si a et b sont premiers entre eux et si a et c sont premiers entre eux, alors a et bc sont premiers entre eux : * Si a et b divisent c et si a et b sont premiers entre eux ; alors ab divise c ; * Si a et b sont premiers entre eux, alors PPCM $(a, b) = \vert a \times b \vert$; - utiliser ces propriétés ; - démontrer la propriété : Soit n un entier naturel non nul et a, b et c trois entiers relatifs $(a \neq 0)$; Si a est premier avec n et si $ab \equiv ac\ [n]$ alors $b \equiv c\ [n]$; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Soit a et b deux entiers naturels non nuls, δ leur PGCD et μ leur PPCM. On a $\delta\mu = a \times b$; - utiliser cette propriété - résoudre dans Z^2 les équations du type $ax + by = c$ avec a, b, c donnés dans $\mathbb{Z}$; a et b tous non nuls ; - définir un nombre premier - démontrer la propriété : Tout entier naturel n différent de 0 et de 1 admet au moins un diviseur premier. - utiliser cette propriété - admettre la propriété Il existe une infinité de nombres premiers ; - utiliser cette propriété

	- démontrer la propriété Tout entier naturel n, autre que 0 et 1 et non premier, admet au moins un diviseur premier d tel que : $1 > d^2 \leq n$; - utiliser cette propriété ; - justifier qu'un entier naturel est premier ou non - admettre le théorème : Soit n un entier naturel ($n \geq 2$) Il existe des nombres premiers P_1 ; P_2 ;…; P_k et des entiers naturels non nuls α_1 ; α_2 ;…; α_k tels que $n = P_1^{\alpha 1} \times P_2^{\alpha 2} \times \ldots \times P_k^{\alpha k}$ et $P_1 < P_2 < \ldots ;P_k$ Cette décomposition est unique : - définir l'addition dans Z/nZ ; $\forall (x, y) \in Z^2$, *on a :* $\overline{x} + \overline{y} = \overline{x + y}$ Faire : - définir la multiplication dans Z/nZ $\forall (x, y) \in Z^2$ *on a :* $\overline{x} \times \overline{y} = \overline{x \times y}$ Faire : - admettre la propriété : $(Z/nZ;+,x)$ est un anneau commutatif ; *On choisira une valeur particulière de n pour introduire la notion de corps.* Faire : - utiliser cette propriété - démontrer la propriété $[(Z/pZ;+,x)$ est un corps$] \Leftrightarrow [$P est un nombre premier$]$ - utiliser cette propriété.
3- NOMBRES COMPLEXES	Faire - définir un nombre complexe par sa forme algébrique : * Soit a et b deux nombres réels * $z = a + ib$, avec $i^2 = -1$ est un nombre complexe * l'écriture a + ib est appelée forme algébrique de z, * le nombre réel a est appelé partie réelle de z et noté Re(z) * le nombre réel b est appelé partie imaginaire de z et noté Im(z) ; * si b =0 alors z = a ; z est un nombre réel. * si a = 0, alors z = ib, le nombre z est dit imaginaire. * si a = 0 et $b \neq 0$ alors z = ib le nombre z est dit imaginaire pur. L'ensemble des imaginaires purs est noté iR*. - admettre la propriété soit z et z' deux nombres complexes. On a : z = z' si et seulement si : Re (z) = Re (z') et Im(z) = Im(z') - démontrer la propriété z = 0 si et seulement si Re(z) = 0 et Im(z) =0 - utiliser ces propriétés.

- définir la somme de deux nombres complexes
- calculer la somme de deux nombres complexes
- définir le produit de deux nombres complexes
- calculer le produit de deux nombres complexes
- définir l'inverse d'un nombre complexe non nul
- calculer l'inverse d'un nombre complexe non nul
- étudier la structure de $\mathbb{C}$ muni de l'addition et de la multiplication

On vérifiera que ($\mathbb{C}$, +, x) est un corps commutatif.

Faire :

- démontrer la propriété :
  Soit z et z' deux nombres complexes.
  On a : (zz' =0) si et seulement si (z = 0 ou z' =0)
- utiliser ces propriétés

- énoncer la propriété :

Pour tous nombres complexes non nuls u et v et pour tout entier naturel non nul n :

$(u + v)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^{\,k} u^{n-k} v^k$

- utiliser cette propriété
- représenter géométriquement par un point ou par un vecteur un nombre complexe ;
- définir le conjugué d'un nombre complexe ;
- démontrer les propriétés :

Soit z et z' deux nombres complexes et n un entier relatif :

* z= a+ib ; a et b réels alors on a :
  - $z\bar{z} = a^2 + b^2$
  - $z + \bar{z} = 2a = 2\,\mathrm{Re}(z)$
  - $z - \bar{z} = 2ib = 2i\,\mathrm{Im}(z)$

* (z est réel) si et seulement si $(\bar{z} = z)$
* (z est imaginaire pur) $\Leftrightarrow (\bar{z} = -z$ et $z \neq 0)$
* $\bar{\bar{z}} = z$
* $\overline{-z} = -\bar{z}$
* $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z'}$
* $\overline{zz'} = \bar{z}\bar{z'}$
* $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}$
* $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}}\ (z' \neq 0)$
* $\overline{z^n} = \left(\bar{z}\right)^n\ (z \neq 0)$

- utiliser ces propriétés
- définir le module d'un nombre complexe
- calculer le module d'un nombre complexe
- interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe

Le plan complexe étant rapporté un repère orthonormé d'origine O, pour tout point M d'affixe z on a OM = |z|

Pour deux points M et M' d'affixes respectives z et z' on a : MM' = |z'- z|

Faire démontrer les propriétés suivantes :

Soit z et z’ deux nombres complexes et n un entier relatif. On a :

* $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
* $|\bar{z}| = |z| = |-z|$
* $|zz'| = |z|\,|z'|$
* $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$ $(z \neq o)$
* $|z^n| = |z|^n$ $(z \neq o)$
* $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|} (z' \neq 0)$
* $|z+z'| \leq |z| + |z'|$

Faire

- utiliser ces propriétés
- définir la forme trigonométrique d’un nombre complexe non nul.
- écrire sous forme trigonométrique un nombre complexe non nul.
- démontrer les propriétés

Soit z et z’ deux nombres complexes non nuls et n un entier relatif.

- $z = z'$ si et seulement si $|z| = |z'|$ et $\arg z = \arg z' + 2k\pi$; kϵz
- $\arg(-z) = \pi + \arg z + 2k\pi$, k$\epsilon$Z
- $\arg(zz') = \arg z + \arg(z') + 2k\pi$, k$\epsilon$Z
- $\arg(\bar{z}) = -\arg z + 2k\pi$, k ϵZ
- $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg z + 2k\pi$, k ϵ Z
- $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg z - \arg z' + 2k\pi$, k ϵZ
- $\arg(z^n) = n \arg z + 2k\pi$, k ϵZ

Pour tout nombre réel α et pour tout entier relatif n, on a :

$(\cos\alpha + i\sin\alpha)^n = \cos n\alpha + i\sin n\alpha$

Cette égalité est appelée formule de Moivre.

- utiliser ces propriétés
- définir la forme exponentielle d’un nombre complexe non nul
- écrire la forme exponentielle d’un nombre complexe non nul
- démontrer les propriétés suivantes :

Soit z et z’ deux nombres complexes non nuls tels que $z = re^{i\theta}$ et $z' = r'e^{i\theta'}$ avec α et α' des nombres réels $r > 0$, $r' > 0$. Soit n un entier relatif, on a :

- $zz' = rr'e^{i(\alpha+\alpha')}$
- $-z = re^{i(\pi+\alpha)}$
- $\frac{1}{z} = \frac{1}{r}e^{-i\alpha}$
- $\bar{z} = r\,e^{-i\alpha}$
- $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'}e^{i(\alpha-\alpha')}$

- $z^n = r^n e^{in\alpha}$

* $\cos\alpha = \dfrac{e^{i\alpha}+e^{-i\alpha}}{2}$; $\sin\alpha = \dfrac{e^{i\alpha}-e^{-i\alpha}}{2i}$

Ces égalités sont appelées formules d'Euler

- utiliser ces propriétés
- linéariser un polynôme trigonométrique
- définir les racines carrées d'un nombre complexe non nul ;
- déterminer les racines carrées d'un nombre complexe non nul
- définir les racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un nombre complexe non nul, avec $n \geq 3$;
- démontrer la propriété :

Soit $re^{i\alpha}$ un nombre complexe non nul ($r > 0$) et n un entier naturel $n \geq 2$

$re^{i\alpha}$ admet n racines n-ièmes z_k telles que $z_k = \sqrt[n]{r}\ e^{i\frac{\alpha+2k\pi}{n}}$; $k \in \{0;1;2;\ldots;(n-1)\}$

Pour $n \geq 3$ les points images de ces racines n-ièmes sont les sommets d'un polygone régulier à n côtés inscriptible dans le cercle de centre O et de rayon $\sqrt[n]{r}$, O désigne l'origine du repère choisi dans le plan.

Faire

- utiliser cette propriété
- résoudre dans $\mathbb{C}$ des équations du 2nd degré
- résoudre dans $\mathbb{C}$ des équations se ramenant à des équations du second degré

Si P(z) est un polynôme de degré n, ($n \geq 3$) et z_0 est une racine de P(z) alors il existe un polynôme Q(z) de degré (n-1) tel que $P(z) = (z-z_0)\,Q(z)$

- utiliser les nombres complexes pour préciser la nature de certaines configurations planes.

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).

* A et B étant deux points distincts du plan

mes$\left(\widehat{\overrightarrow{OI}\ \ \overrightarrow{AB}}\right)$= arg $(z_B - z_A) + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

*A, B, C et D sont quatre points du plan tels que $A \neq B$ et $C \neq D$

mes$\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\ \ \overrightarrow{DC}}\right)$= arg $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

* Trois points distincts A, B et C sont alignés si et seulement si $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}^*$

* A, B, C et D étant quatre points distincts du plan $(AB) \perp (CD)$ si et seulement si $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}^*$

- utiliser les nombres complexes pour déterminer des lieux géométriques

4- Limites et continuité

Faire :

- admettre et énoncer la propriété

gof étant la composée d'une fonction f par une fonction g, a un élément ou une borne d'un intervalle sur lequel gof est définie, si

$\lim\limits_{a} f = b$ et $\lim\limits_{a} g = l$ alors $\lim\limits_{a} gof = l$

	a, b et l peuvent être des nombres réels ou + ∞ ou - ∞ - utiliser cette propriété - calculer la limite de la somme d'une fonction majorée et d'une fonction tendant vers (-∞) ; - calculer la limite de la somme d'une fonction minorée et d'une fonction tendant vers (+∞) ; - admettre et énoncer les propriétés : Soit f une fonction croissante sur $]a;b[$ (a∈IR, b ∈IR tels que a < b) * si f est majorée sur $]a;b[$, alors f admet une limite finie à gauche en b ; * si f est non majorée sur $]a;b[$, alors f a pour limite (+∞) à gauche en b ; * si f est minorée sur $]a;b[$, alors f admet une limite finie à droite en a ; * si f est non minorée sur $]a;b[$, alors f a pour limite (-∞) à droite en a ; - utiliser ces propriétés ; - définir le prolongement par continuité en un point ; - admettre la propriété relative à la continuité de la composée de deux fonctions continues - utiliser cette propriété - admettre et énoncer les propriétés : * si f est une fonction continue sur un intervalle J alors f(J) est un intervalle ; * si f est une fonction continue sur [a, b] (a ε IR, b ε IR tel que a < b), alors il existe deux nombres réels m et M (m ≤ M) tels que f([a, b]) = [m, M] ; - utiliser ces propriétés ; - énoncer le théorème des valeurs intermédiaires (*ce théorème pourra être démontré)* - utiliser ce théorème ; - démontrer et énoncer les propriétés : - démontrer les propriétés : Soit f une fonction continue sur un intervalle K ; * S'il existe deux éléments a et b (a< b) de K tels que f(a) et f(b) sont de signes contraires, alors l'équation f(x) = 0 dans K admet au moins une solution appartenant à $]a,b[$; * Si f ne s'annule pas sur K, alors f garde un signe constant sur K. - utiliser ces propriétés ; - admettre et énoncer ; Soit a et b deux nombres réels tels que a < b si f est continue sur [a, b] alors le sens de variation de f sur [a ; b] est celui de f sur $]a,b[$ *si f est continue sur un intervalle du type* $]-\infty;b[$ *;* $]-\infty;b]$ *;* $[a;+\infty[$ *;* $]a;+\infty[$ *;* $]a;b]$ *ou* $[a;b[$ *alors on obtient un résultat analogue sur cet intervalle* - utiliser cette propriété ; - admettre et énoncer les propriétés : a et b sont des éléments de IR tels que a < b, f est une fonction admettant une limite à droite en a et une limite à gauche en b.

	* si f est continue et strictement croissante sur [a ; b] alors f(([a ; b]) = [f(a) ; f(b)] * si f est continue et strictement décroissante sur [a ; b] alors f([a ; b]) = [f(b) ; f(a)] * si f est continue et strictement croissante sur $]a;b[$ alors f($]a;b[$) = $\left]\lim_{x\to a} f(x); \lim_{x\to b} f(x)\right[$ *(a pouvant être éventuellement - ∞ et b, +∞)* * si f est continue et strictement décroissante sur $]a;b[$ alors f($]a;b[$) = $\left]\lim_{x\to b} f(x); \lim_{x\to a} f(x)\right[$ *(a pouvant être éventuellement - ∞ et b, +∞)* - utiliser ces propriétés ; - admettre et énoncer la propriété : a et b sont des nombres réels tels que a < b, f une fonction continue sur [a ; b] , (E) l'équation f(x) = 0. * si f(a) et f(b) sont de signes contraires alors l'équation (E) admet au moins une solution dans [a ; b] ; * si de plus f est strictement monotone sur [a ; b] alors l'équation (E) admet une unique solution dans [a ; b] ; - utiliser cette propriété ; - démontrer et énoncer la propriété : K est un intervalle non vide, f une fonction numérique définie sur K, g une fonction définie de K dans f(K) telle que, pour tout x élément de K, g(x) = f(x) ; si f est continue et strictement monotone sur K alors g est bijective et g^{-1} est continue et strictement monotone sur f(K) et g^{-1} varie dans le même sens que g. (Dans ce cas, f réalise une bijection de K sur f(K)) *La continuité de g^{-1} sera admise.* - utiliser cette propriété ; - définir la fonction racine n-ième, n ϵ IN*-{1} *Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.* *la fonction racine n-ième est la bijection réciproque de la fonction* $\begin{array}{l} IR_+ \to IR_+ \\ x \mapsto x^n \end{array}$ * *l'image de tout nombre réel positif par la fonction racine n-ième est notée* $\sqrt[n]{x}$ *ou* $x^{\frac{1}{n}}$ *; pour n = 2 on note* $\sqrt{x}$ *ou* $x^{\frac{1}{2}}$ *;* * *On a* $\left\{\begin{array}{l} x \in IR_+ \\ y = \sqrt[n]{x} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y \in IR_+ \\ x = y^n \end{array}\right.$ * *On a* $\forall\, x \in IR_+ ;\ \left(\sqrt[n]{x}\right)^n = \sqrt[n]{x^n} = x$ *Faire :* - calculer la racine nième d'un nombre réel positif ; - définir la puissance d'exposant rationnel d'un nombre réel strictement positif ;

5- Dérivée – Etude de fonctions	Soit p ϵ Z ; q ϵIN* et x ϵIR* on appelle puissance d'exposant $\frac{p}{q}$ de x et on note $x^{\frac{p}{q}}$, le nombre défini par $x^{\frac{p}{q}} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^{p}$ l'égalité ci-dessus peut s'écrire $x^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{x^{p}}$ - calculer la puissance d'exposant rationnel d'un nombre réel strictement positif ; - démontrer et énoncer les propriétés : soit r et r' deux nombres rationnels non nuls, x et y deux nombres réels strictement positifs * $x^{r} \times y^{r} = (xy)^{r}$ * $(x^{r})^{r'} = x^{r r'}$ * $\frac{x^{r}}{y^{r}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{r}$ * $x^{r} \times x^{r'} = x^{r+r'}$ - utiliser ces propriétés Faire : - interpréter géométriquement le nombre dérivé : * définir un point anguleux : *$\mathcal{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f. M_0 est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse x_0. M_0 est un point anguleux lorsque $\mathcal{C}$ admet en M_0 deux demi-tangentes de supports distincts. C'est le cas par exemple lorsque $f_g'(x_0)$ et $f_d'(x_0)$ existent et sont différents.* *définir un point d'inflexion : *$\mathcal{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f. M_0 est le point de $\mathcal{C}$ d'abscisse x_0. M_0 est un point d'inflexion lorsque la tangente à $\mathcal{C}$ en M_0 traverse $\mathcal{C}$. C'est le cas par exemple lorsque f'(x) s'annule sans changer de signe.* *admettre la propriété f est une fonction définie et continue sur un intervalle K contenant x_0. Lorsque la limite à droite ou la limite à gauche en x_o de la fonction $x \mapsto \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ est infinie, la représentation graphique $\mathcal{C}$ de f admet une demi-tangente verticale au point $M_o(x_0, f(x_0))$; *On déterminera cette demi-tangente*; - utiliser cette propriété; - définir la fonction dérivée d'ordre n (n ∈ IN*) d'une fonction n fois dérivable ; on note f'' ou $\frac{d^{2} f}{dx^{2}}$ la fonction dérivée seconde *de f*, x étant la variable et d'une manière générale $\frac{d^{n} f}{dx^{n}}$ la fonction dérivée d'ordre n de f. - utiliser la dérivée seconde pour déterminer un point d'inflexion ;

	- définir le développement limité d'ordre n d'une fonction n fois dérivable au voisinage de 0, n $\in$ {1, 2, 3} ; *Réinvestir cette notion à l'occasion de l'étude des fonctions au programme,* - admettre et énoncer la propriété : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, g une fonction dérivable sur un intervalle contenant f(K). Alors la fonction *gof* est dérivable sur K et on a : $(gof)' = f' \times g'of$; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Soit f une fonction numérique dérivable, strictement monotone sur un intervalle K, telle que : $\forall$ x $\in$K, $f'(x) \neq 0$. Soit φ l'application définie de K dans f(K) par φ (x) = f (x). φ est bijective et sa réciproque φ^{-1} est dérivable sur f (K) et $(\varphi^{-1})' = \frac{1}{\varphi' o \varphi^{-1}}$; Lorsque f est dérivable sur K, l'ensemble de dérivabilité de φ^{-1} est $\{x \in f(K),\ f'(\varphi^{-1}(x)) \neq 0\}$ - utiliser cette propriété - démontrer la propriété Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K (a < b). S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de [a, b], $m \leq f'(x) \leq M$, alors $m(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$. *Cette propriété est appelée théorème des inégalités des accroissements finis.* - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K (a<b). S'il existe un nombre réel M tel que pour tout x de l'intervalle [a, b], $\mid f'(x)\mid \leq M$, alors $\mid f(b)- f(a)\mid \leq M \mid b - a\mid$; - utiliser cette propriété ; - étudier des fonctions irrationnelles, *Ce sera l'occasion pour introduire la notion de branche infinie* - étudier la fonction f : IR $\rightarrow$ IR, $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ n$\in$ IN*- {1} - étudier la fonction g : $IR^*_+ \rightarrow IR$ $x \mapsto x^r$ r$\in$ Q. - étudier des fonctions trigonométriques.
6- Primitives	Faire - définir une primitive de fonction continue sur un intervalle ; - admettre la propriété : Toute fonction continue sur un intervalle K admet une primitive sur K ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Soit f une fonction admettant une primitive particulière F sur un intervalle K. Alors, pour toute constante réelle C, la fonction $x \mapsto F(x) + C$ est une primitive de f sur K et, toute primitive de f sur K, est de la forme $x \mapsto F(x) + C$ - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété f est une fonction continue sur un intervalle K, x_0 un nombre réel de K et y_0 un

	nombre réel. Il existe une et une seule primitive de la fonction f sur K qui prend la valeur y_0 en x_0. - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété ; Si F et G sont des primitives respectives des fonctions f et g sur un intervalle K alors, pour tous nombres réels a et b, la fonction (aF+bG) est une primitive de la fonction af+bg ; - utiliser cette propriété ; - déterminer les primitives des fonctions usuelles - démontrer les propriétés : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, f' sa dérivée et n un nombre entier naturel non nul : * La fonction $\frac{1}{n+1} f^{n+1}$ est une primitive sur K de la fonction f.'f ^{n} * Si f ne s'annule pas sur K, alors la fonction $\frac{1}{1-n} f^{1-n}$ est une primitive sur K de la fonction $\frac{f'}{f^n}$, $n \neq 1$ * Si f est strictement positive sur K, alors la fonction $\sqrt{f}$ est une primitive sur K de la fonction $\frac{f'}{2\sqrt{f}}$ - utiliser ces propriétés ; - démontrer la propriété : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, f' sa dérivée, g une fonction dérivable sur L avec f(K) $\subset$ L. La fonction *gof* est une primitive sur K de la fonction *f'×(g'of)* - utiliser cette propriété.
7- Fonction logarithme népérien	Faire : - définir la fonction logarithme népérien ; La fonction logarithme népérien notée ln est la primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]0;+\infty[$ qui s'annule en 1 ; - démontrer la propriété fondamentale : Pour tous nombres réels strictement positifs x et y, ln(x ×y) = ln x + lny ; - utiliser cette propriété - démontrer les propriétés : Pour tous x et y éléments de $]0;+\infty[$, pour tout r élément de Q, * $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x$; * $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$;

	* $\ln(x^r) = r\ln x$ - utiliser ces propriétés - admettre la propriété : $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$ - démontrer les propriétés : $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{\ln x}{x}\right) = 0$ - utiliser ces propriétés - dresser le tableau de variation de la fonction ln ; - démontrer la propriété La fonction logarithme népérien est bijective *L'antécédent de 1 par ln est noté e (e ≈2, 71828)* - utiliser cette propriété - représenter graphiquement la fonction ln ; - démontrer les propriétés : Pour tous nombres réels strictement positifs a et b, * $(a < b) \Leftrightarrow (\ln a \prec \ln b)$ * $(a = b) \Leftrightarrow (\ln a = \ln b)$ - utiliser ces propriétés ; - démontrer les propriétés : * Si µ est une fonction strictement positive et dérivable sur un intervalle I, alors lnoµ est dérivable sur I et on a : $\forall x \in$ I, (lnoµ)' (x) = $\dfrac{\mu'(x)}{\mu(x)}$ * Si µ est une fonction dérivable sur un intervalle I sur lequel elle ne s'annule pas, alors lno|µ| est dérivable sur I et on a : $\forall x \in$ I, (lno|µ|)' (x) = $\dfrac{\mu'(x)}{\mu(x)}$ - utiliser ces propriétés ; - démontrer la propriété : Si µ est une fonction dérivable sur un intervalle I sur lequel elle ne s'annule pas, alors la fonction lno |µ| est une primitive sur I de la fonction $\dfrac{\mu'}{\mu}$; - utiliser cette propriété - démontrer les propriétés : * $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x-1} = 1$ * $\lim\limits_{x \to 0^+} (x^r \ln x) = 0$ avec $r \in Q_+^*$ * $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1$ - utiliser ces propriétés ; - étudier la fonction logarithme décimal.

8. Fonction exponentielle népérienne	Faire : - définir la fonction exponentielle népérienne, - démontrer les propriétés • Pour tout x élément de IR, exp(x) > 0 ; • Pour tout x élément de IR*$_+$, exp(lnx) = x ; • Pour tout x élément de IR, ln [exp(x)] = x • La fonction exp est une bijection de IR sur IR$_+$*. Elle est strictement croissante sur IR . • Pour tout r élément de Q, [r = ln(e^r) $\Leftrightarrow$ exp (r) = e^r] ; • Pour tout nombres réels a et b, on a : $e^a = e^b$ si, et seulement si a = b ; $e^a < e^b$ si, et seulement si a < b • Pour tous nombres réels a et b et pour tout nombre rationnel r, on a : * $e^{a+b} = e^a \times e^b$ * $e^{-b} = \frac{1}{e^b}$ * $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$ * $e^{ra} = (e^a)^r$ - utiliser ces propriétés ; - démontrer les propriétés * La fonction exp est dérivable sur IR et elle est égale à sa dérivée. * Si u est une fonction dérivable sur un intervalle K, alors la fonction exp∘u est dérivable sur K et l'on a : $\forall x \in K$, (exp ou)'(x) = u'(x)×(exp∘u) (x) * Si u est une fonction dérivable sur un intervalle K, alors la fonction exp∘ u est une primitive sur K de la fonction u' × exp∘u ; - utiliser cette propriété - démontrer les propriétés : $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ * $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{\ln x} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} x\, e^x = 0$; $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ - utiliser ces propriétés ; - représenter graphiquement la fonction exp.

9- Fonctions exponentielles Fonctions puissances	Faire : - définir la puissance d'exposant réel d'un nombre réel strictement positif ; *a étant un nombre réel strictement positif et α un nombre réel quelconque, on appelle puissance de a d'exposant α le nombre réel, noté a^{α}, défini par :* $a^{\alpha} = e^{\alpha \ln a}$ *; a^{α} se lit : « a exposant α »* - démontrer les propriétés : * Pour tout nombre réel strictement positif a, pour tout nombre réel α, on a : $\ln a^{\alpha} = \alpha \ln a$; * Pour tous nombres réels strictement positifs a et b, pour tous nombres réels α et β, • $a^{\alpha} \times b^{\alpha} = (a\,b)^{\alpha}$; • $a^{\alpha} \times a^{\beta} = a^{\alpha+\beta}$ • $(a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha\beta}$ • $\frac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha}$ • $\frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}} = a^{\alpha-\beta}$ - utiliser ces propriétés - définir la fonction exponentielle de base a, a $\in \mathbb{R}_+^*$; - démontrer les propriétés a étant un nombre réel strictement positif, différent de 1, la fonction $\exp_a$ est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}_+^*$, elle est strictement monotone sur $\mathbb{R}$; *Si $0 < a < 1$ alors $\exp_a$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$; *Si $a > 1$ alors $\exp_a$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$; *a étant un nombre réel strictement positif, différent de 1, α et β deux nombres réels : • $(a^{\alpha} = a^{\beta}) \Leftrightarrow (\alpha = \beta)$ • Si $0 < a < 1$ alors $[(a^{\alpha} < a^{\beta})] \Leftrightarrow (\alpha > \beta)$; • Si $a > 1$ alors $[(a^{\alpha} < a^{\beta})] \Leftrightarrow [(\alpha < \beta)]$; - utiliser ces propriétés ; - étudier et représenter la fonction $\exp_a$; - définir la fonction puissance d'exposant réel α ; *α étant un nombre réel, on appelle fonction puissance d'exposant α, l'application :* $f_{\alpha} : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}_+^*$ $x \mapsto x^{\alpha}$ $\forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad f_{\alpha}(x) = x^{\alpha} = e^{\alpha \ln x}$ Démontrer et énoncer les propriétés : • α étant un nombre réel différent de 0, la fonction puissance d'exposant α est une bijection strictement monotone de $\mathbb{R}_+^*$ sur $\mathbb{R}_+^*$: *si $\alpha < 0$ alors f_{α} est strictement décroissante sur $\mathbb{R}_+^*$; *si $\alpha > 0$ alors f_{α} est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$; • α est un nombre réel, différent de 0, a et b des nombres réels

strictement positifs :

$*a^{\alpha} = b^{\alpha} \Leftrightarrow a=b$

$*$ si $\alpha < 0$ alors $(a^{\alpha} < b^{\alpha}) \Leftrightarrow (a > b)$;

$*$si $\alpha > 0$ alors $(a^{\alpha} < b^{\alpha}) \Leftrightarrow (a < b)$;

α étant un nombre réel différent de 0 :

$*$la fonction $f_{\alpha}: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}_+^*$

$x \mapsto x^{\alpha}$

est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$

$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $f'_{\alpha}(x) = \alpha x^{\alpha-1}$

- si g est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K alors la fonction g^{α} est dérivable sur K et on a :

$\forall x \in K$, $(g^{\alpha})'(x) = \alpha g'(x) g^{\alpha-1}(x)$

$*$ α étant un nombre réel différent de -1 :

- une primitive sur $]0 ; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto x^{\alpha}$ est la fonction $x \mapsto \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1}$;
- si g est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K alors une primitive sur K de la fonction $g'g^{\alpha}$ est la fonction $\frac{1}{\alpha+1} g^{\alpha+1}$;

- utiliser ces propriétés :
- énoncer et démontrer les propriétés :

Soit $\alpha \in \mathbb{R}^*$

$*$ si $\alpha > 0$ alors $\lim_{x\to 0^+} x^{\alpha} = 0$ et $\lim_{x\to +\infty} x^{\alpha} = +\infty$

si $\alpha < 0$ alors $\lim_{x\to 0^+} x^{\alpha} = +\infty$ et $\lim_{x\to +\infty} x^{\alpha} = 0$

$*\lim_{x\to +\infty} \frac{x^{\alpha}}{e^{x}} = 0$

- si $\alpha > 0$ alors $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x^{\alpha}} = 0$
- si $\alpha > 0$ alors $\lim_{x\to 0^+} x^{\alpha} \ln x = 0$
- $\lim_{x\to -\infty} |x|^{\alpha} e^{x} = 0$

- utiliser ces propriétés

10- Calcul intégral

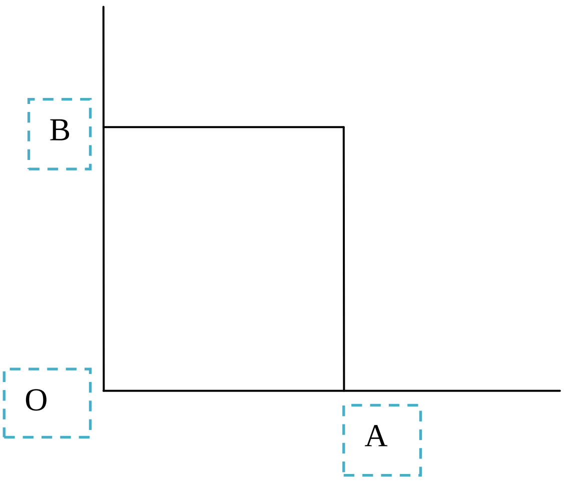
Faire :

- définir l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle ;

Soit f une fonction continue sur un intervalle K, a et b deux éléments de K. On appelle intégrale de a à b de f, le nombre réel F (b)-F (a), où F est une primitive de f sur K. On note : F (b)-F (a) = $\int_a^b f(x)dx$ *=* $[F(x)]_a^b$

- admettre la propriété :

Si f est une fonction positive admettant une primitive sur un intervalle I et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal, le nombre $\int_a^b f(x)dx$ est l'aire, exprimée en unité d'aire du domaine limité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = a et x = b :



L'unité d'aire, notée u.a est l'aire du rectangle construit sur les côtés [OA] et $[OB]$.

- démontrer et énoncer les propriétés :

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I

* $\forall a \in I$, $\forall b \in I$,

- $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$
- $\int_a^a f(x)dx = 0$;

* $\forall a \in I$, $\forall b \in I$, $\forall c \in I$,

	$\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$ *(relation de Chasles)* * $\forall a \in I$, $\forall b \in I$, $\forall \alpha \in R$ • $\int_a^b (f+g)(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ • $\int_a^b \alpha f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx$. * Si f est positive sur I alors on a: $\forall a \in I$, $\forall b \in I$, (a $\prec$ b), $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ * Si f est négative sur I alors on a : $\forall a \in I$, $\forall b \in I$, (a$\leq$b) $\int_a^b f(x)dx \leq 0$ *si f $\geq$ g sur I, alors on a : pour tous a, b éléments de I, (a≤b) $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$ * $\forall a \in I$, $\forall b \in I$ avec a ≤b, $\left\lvert \int_a^b f(x)dx \right\rvert \leq \int_a^b \lvert f(x) \rvert dx$ * S'il existe un nombre réel M tel qu'on ait : pour tout x de [a, b], a∈ I, b∈ I, a<b, $\lvert f(x) \rvert \leq M$ alors $\int_a^b \lvert f(x) \rvert dx \leq M \lvert b-a \rvert$; - utiliser ces propriétés - énoncer les propriétés ; Soit f une fonction continue sur un intervalle [a, b] avec (a<b), m et M des nombres réels : * Si pour tout élément x de [a, b], m ≤ f(x) ≤ M, alors m $\leq \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \leq M$ (*inégalité de la moyenne*) * Il existe au moins un nombre réel c de l'intervalle [a, b] tel que f(c) = $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$. Le nombre $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$. est appelé la valeur moyenne de f sur [a, b] *Ces propriétés pourront être démontrées* - utiliser ces propriétés - démontrer les propriétés : *Si f est une fonction paire et continue sur un intervalle contenant les nombres réels 0 et a alors • $\int_{-a}^0 f(x)dx = \int_o^a f(x)dx$; • $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$ * Si f est une fonction impaire et continue sur un intervalle contenant les nombres réels 0 et a, alors : • $\int_{-a}^0 f(x)dx = -\int_o^a f(x)dx$;

- $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$

* Si f est continue sur IR et périodique de période T alors on a : pour tout a élément de IR, $\int_{a}^{a+T} f(x)dx = \int_{0}^{T} f(x)dx$;

- utiliser ces propriétés
- démontrer la propriété

f et g sont deux fonctions dérivables sur un intervalle [a, b]. Si les fonctions dérivées f' et g' sont continues sur [a, b] alors

$\int_{a}^{b} f'(x)g(x)dx = \left[f(x)g(x)\right]_{a}^{b} - \int_{a}^{b} g'(x)f(x)dx$ *(c'est la formule d'intégration par parties).*

- utiliser cette propriété
- démontrer la propriété

f et g sont deux fonctions continues sur un intervalle [a, b] $(a<b)$ telles que : $\forall x \in [a,b]$, f(x)≥ g(x).

l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C_f) et (C_g), représentations graphiques respectives des fonctions f et g, et les droites d'équations x = a et x = b est $\left(\int_{a}^{b}(f(x)-g(x))dx\right)u.a$;

- utiliser cette propriété
- utiliser la méthode du rectangle et celle du trapèze pour déterminer une valeur approchée d'une intégrale ;
- admettre la propriété ;

Le volume V de la partie d'un solide limitée par les plans P_a et P_b d'équations z = a et z = b (b>a) est déterminé (en unité de volume) par : V= $\int_{a}^{b} S(t)dt$,

S(t) étant l'aire de la section du solide par le plan P_t d'équation z = t ($a \leq t \leq b$) et la fonction $t \mapsto S(t)$ continue sur [a ; b].

L'espace étant muni d'un repère orthogonal (O, I, J, K), l'unité de volume, notée *uv*, est le volume du parallélépipède construit à partir des points O, I, J,K.

- utiliser cette propriété
- étudier les cas particuliers de :

*Solides de révolution : cône droit de révolution, boule, cylindre.

* Volume de la portion de l'espace engendrée par la révolution autour de l'axe des abscisses du domaine D limité par la courbe C d'une fonction positive, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = a et x = b.

Dans un repère orthonormé, si l'unité graphique sur l'axe des abscisses est $\alpha\ cm$ alors l'unité de volume est $\alpha^3 cm^3$

- démontrer la propriété

Soit f une fonction continue sur un intervalle I contenant a. La fonction F définie de I vers IR par F(x) = $\int_{a}^{x} f(t)dt$ est l'unique primitive sur I de la fonction f qui prend la valeur 0 en a ;

- utiliser cette propriété :
- étudier une fonction numérique de la forme $x \mapsto \int_{a}^{x} f(t)dt$ où f est une fonction continue

11- Equations différentielles linéaires à coefficients constants	a, b et c sont des constantes réelles données avec $a \neq 0$ Faire : - utiliser les notations et le vocabulaire relatifs aux équations différentielles : - résoudre des équations de types : * y' = f(x) où f est une fonction continue * y'' = g(x) où g est une fonction continue - résoudre les équations du type ay' + by = 0 ; - définir l'équation caractéristique de l'équation différentielle ay''+by'+cy = 0 - résoudre sous forme de travaux dirigés, des équations de types ay'+by = f(x) et ay''+by'+cy = g(x) où f et g sont des fonctions continues.
12- Probabilités	Faire : - utiliser le vocabulaire des probabilités : épreuve (expérience aléatoire), univers, événement, événement élémentaire, événement certain, événement impossible, événements incompatibles, événement contraire d'un événement, éventualité, système complet d'événements, événement "A et B" événement "A ou B". - définir une probabilité : *Soit Ω l'univers associé à une expérience aléatoire. Une probabilité sur Ω est une application p de $\mathscr{P}(\Omega)$ vers [0, 1] qui, à tout événement A de Ω associe le nombre réel p(A) appelé probabilité de l'événement A et qui vérifie les conditions suivantes :* * *p(Ω) = 1* * *Si A et B sont deux événements incompatibles alors $p(A\cup B)= p(A) + p(B)$* - démontrer les propriétés : Soit p une probabilité définie sur un univers Ω, A et B deux événements de Ω * $p(A) + p(\overline{A}) = 1$ * Si $A \subset B$ alors $p(A) \leq p(B)$ * $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$ * Si A_1, A_2..., An ($n\geq 2$) sont des événements deux à deux incompatibles, alors $p(\bigcup_{i=1}^{i=n} Ai) = \sum_{i=1}^{n} p(Ai)$ - utiliser ces propriétés - définir deux événements équiprobables pour une probabilité donnée ; - démontrer la propriété : Soit p une probabilité définie sur un univers fini non vide Ω. Si tous les événements élémentaires de Ω sont équiprobables, alors on a : pour tout événement A de Ω, $p(A) = \dfrac{cardA}{card\Omega}$

	- utiliser cette propriété - définir la probabilité conditionnelle d'un événement A sachant qu'un événement B est réalisé ; - démontrer la propriété : Si A et B sont deux événements tels que $p(A) \neq 0$ et $p(B) \neq 0$ alors $p(A \cap B) = p_A(B) \times p(A) = p(B) \times p_B(A)$ *C'est la formule des probabilités composées pour deux événements* - utiliser cette propriété - démonter la propriété : Si $B_1, B_2\ldots, B_n$ forment un système complet d'événements de l'univers Ω, alors on a : pour tout événement A de Ω, $p(A) = p(A \cap B_1) + p(A \cap B_2) + \ldots + p(A \cap B_n)$. - utiliser cette propriété ; - définir deux événements indépendants : Soit p une probabilité définie sur un univers Ω et A et B deux événements. On dit que A et B sont indépendants si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$. - démontrer la propriété : A et B sont deux événements tels que $p(A) \neq 0$ et $p(B) \neq 0$. Les propriétés suivantes sont équivalentes : * A et B sont deux événements indépendants * $p_B(A) = p(A)$ lorsque $p(B) \neq 0$ * $p_A(B) = p(B)$ lorsque $p(A) \neq 0$ *Deux événements de probabilités toutes non nulles sont indépendants si et seulement si la probabilité de l'un n'est pas modifiée par la réalisation ou la non réalisation de l'autre.* - utiliser cette propriété - démontrer la propriété : Deux événements A et B sont indépendants si et seulement si les événements A et $\overline{B}$ sont indépendants. - utiliser cette propriété. Faire : - définir une variable aléatoire réelle ; - déterminer l'univers-image d'une variable aléatoire réelle ; - déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle ; - définir l'espérance mathématique d'une variable aléatoire réelle ; - calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire réelle ; - définir la variance d'une variable aléatoire réelle ; - calculer la variance d'une variable aléatoire réelle ; - définir l'écart-type d'une variable aléatoire réelle ; - calculer l'écart-type d'une variable aléatoire réelle ; - définir la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle : *Soit X une variable aléatoire réelle. On appelle fonction de répartition de X, l'application F définie de IR dans [0 ; 1] telle que :* $\forall t \in IR,\ F(t) = p(X \leq t)$ Faire - déterminer la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle ; - représenter graphiquement une fonction de répartition ; - définir une épreuve de Bernoulli ; - définir un schéma de Bernoulli ; - admettre la propriété :

	Soit un schéma de Bernoulli à n épreuves où pour chaque épreuve la probabilité d'obtenir le succès est p. La probabilité d'obtenir exactement k succès au cours de ces n épreuves est : $p_k = C_n^k\, p^k\, q^{n-k}$ où q = 1-p ; - utiliser cette propriété ; - calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire réelle qui suit une loi binominale de paramètres n et p ; *[E(X) = n × p]* - calculer la variance d'une variable aléatoire réelle qui suit une loi binominale de paramètres n et p. *[V(X) = n ×p × (1-p)]*
13- Suites numériques	*Les suites convergentes et les suites divergentes ont été définies en classe de première.* ***L'étude des suites récurrentes à deux termes est hors programme.*** Faire - démontrer par récurrence ; - admettre la propriété Soit (U_n) et (V_n) deux suites. S'il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : pour tout entier $n \geq n_0$, $U_n \leq V_n$ et si $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = l$, $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = l'$ alors $l \leq l'$ - utiliser cette propriété ; - admettre la propriété ; Soit (U_n), (V_n) et (Wn) trois suites. S'il existe un entier naturel n_0 tel qu'on ait : pour tout entier $n \geq n_0$, $V_n \leq U_n \leq Wn$ et si $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = \lim\limits_{n \to +\infty} Wn = l$, alors, $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = l$ - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Soit (U_n) et (V_n) deux suites. S'il existe un nombre réel l et un entier naturel n_0 tel qu'on ait : pour tout entier $n \geq n_0$, $\lvert Un - l \rvert \leq Vn$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = 0$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = l$; - utiliser cette propriété ; - admettre les propriétés ; * Toute suite décroissante et minorée est convergente ; * Toute suite croissante et majorée est convergente ; * Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle I. Si (U_n) converge vers un nombre réel a et si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ (b∈ IR) alors $\lim\limits_{n \to +\infty} f(U_n) = b$; - utiliser ces propriétés - admettre la propriété Soit g une fonction continue sur un intervalle K. Soit (U_n) une suite à valeurs dans K définie par la formule de récurrence $U_{n+1} = g(U_n)$. Si (U_n) converge vers α alors α est une solution de l'équation g(x) = x dans l'ensemble K ; - utiliser cette propriété - admettre les propriétés :

	(U_n) et (V_n) sont deux suites numériques. * si $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = +\infty$ et si à partir d'un certain rang, $U_n \geq V_n$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$ * Si $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = -\infty$ et si à partir d'un certain rang, $U_n \leq V_n$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -\infty$ - utiliser ces propriétés ; - admettre les propriétés * Toute suite croissante et non majorée est divergente ; * Toute suite décroissante et non minorée est divergente ; - utiliser ces propriétés ; - admettre la propriété ; Soit $a \in IR_+^*$ et $\alpha \in IR_+$ * Si a > 1 alors $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{a^n}{n^\alpha} = +\infty$ * Si $0 < a < 1$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{a^n}{n^\alpha}\right) = 0$ - utiliser cette propriété.

SITUATION D'APPRENTISSAGE N° 3 : Lieux géométriques dans le plan

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 *Compétences*

a) Les compétences disciplinaires:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible *;*
- Résoudre une situation-problème *;*
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

- Isométries du plan – Applications affines
  - Isométries
  - Applications affines
- Coniques
  - Définitions géométriques
  - Equation cartésienne réduite
  - Représentation paramétrique
  - Tangente en un point d'une conique
- Similitudes planes
  - Similitudes planes directes
  - Similitudes planes indirectes

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage :* *Résolution de problèmes.*

1.2 Durée : *54 heures*

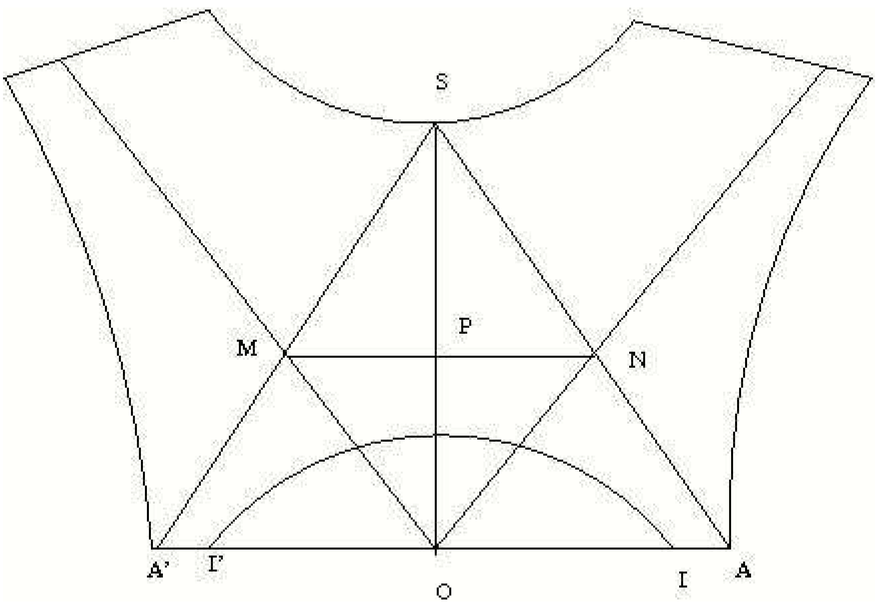
1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : objets familiers

2- DEROULEMENT

2.0 *Situation de départ*. : La coupe d'une tenue

Codjo est un élève de la classe terminale. Son grand frère Adotévi, étudiant, l'envoie chez son couturier pour la confection d'un gilet. Il dessine la coupe du gilet sur une feuille de papier et la lui remet avec le tissu. Emerveillé par le dessin, Codjo désire savoir les principes mathématiques qui ont guidé son grand frère à réaliser ce dessin.



Tâche: Tu vas te construire de nouvelles connaissances en mathématiques ; pour cela, tu auras tout au long de la S.A., à :

- exprimer ta perception de chacun des problèmes posés;
- analyser chacun des problèmes posés;
- mathématiser chacun des problèmes posés;
- opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chaque problème;
- améliorer au besoin ta production.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage L'élève :	**Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)**	**Contenus de formation**
Exprime sa perception du problème pos -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	*Les compétences visées.*

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. **2.2.2- Mathématise le problème posé.** -*f*ormule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes tableaux manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet	Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du *travail individuel* elle ou il : -*circule* pour voir les apprenants au travail ; - *reprécise* au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; -*ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement ;* -*exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse* qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -*intervient* pour qu'aucun apprenant	

géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; **2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié.** -ordonne ses idées ; -justifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifier l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets	ne soit perturbé dans son travail de recherche ; *-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique*. *-commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;* Au cours de l'étape de *travail de groupe*, elle ou il : *-circule pour voir comment les groupes fonctionnent* ; *-s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant* ; *-intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;* -s'assure que *les membres de chaque groupe coopèrent véritablement* pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; *-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;* *-achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire* ; Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences	

géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	visées, doit intégrer à la fois *la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.*	

2.3 Retour et projection

2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. **2.3.2- Améliore au besoin sa production :** **consolidation/Enrichissement** - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. **2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie :** - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	-invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production -invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	*Compétence transdisciplinaire :* N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°3 :

Lieux géométriques dans le plan

Durée : *54 heures.*

Contenus Notionnels	Indications Pédagogiques
1- Isométries du plan **Symétrie glissée**	*Les isométries planes ont été étudiées en classe de 1ère. On fera rappeler les propriétés relatives à la composée de déplacements et/ou d'antidéplacements.* Faire : - définir une symétrie glissée ; *Soit (Δ) une droite de vecteur directeur $\vec{u}$. On appelle symétrie glissée d'axe (Δ) et de vecteur $\vec{u}$ la composée de la symétrie orthogonale d'axe (Δ) et de la translation de vecteur $\vec{u}$.* Faire : - démontrer la propriété : Une symétrie glissée n'admet pas de point invariant. - utiliser cette propriété. - démontrer la propriété : Soit (Δ) une droite du plan et $\vec{u}$ un vecteur non nul ➢ Si $\vec{u}$ est un vecteur normal à (Δ), alors $t_{\vec{u}} \circ s_{\Delta}$ est une symétrie orthogonale. ➢ Si $\vec{u}$ n'est pas un vecteur normal à (Δ), alors $t_{\vec{u}} \circ s_{\Delta}$ est une symétrie glissée. - utiliser cette propriété
Classification des isométries	Faire : - démontrer la propriété :

	Soit f une isométrie du plan et A un point. Il existe une unique isométrie g et une unique translation t telles que : g (A) = A et f = tog. - utiliser cette propriété - démontrer la propriété Une isométrie du plan qui laisse invariants trois points non alignés est l'application identique ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Une isométrie du plan qui laisse invariants deux points *A* et *B* distincts et qui n'est pas l'application identique est la symétrie orthogonale d'axe (*AB*) ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Une isométrie du plan qui laisse invariant un seul point *A* est une rotation de centre *A* ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Toute isométrie du plan est soit une translation soit une rotation, soit une symétrie orthogonale, soit une symétrie glissée ; - utiliser cette propriété ;

Déplacements et antidéplacements	- définir un déplacement *Un déplacement est une isométrie qui conserve les angles orientés*

	- définir un antidéplacement *Un antidéplacement est une isométrie qui transforme tout angle orienté en son opposé.* - démontrer la propriété ➢ Toute isométrie du plan est soit un déplacement, soit un antidéplacement ; ➢ Tout déplacement est soit une translation, soit une rotation ; ➢ Tout antidéplacement est soit une symétrie orthogonale, soit une symétrie glissée ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Soit A, B, A' et B' quatre points du plan tels que $AB = A'B'$ et $A \neq B$. Il existe un déplacement et un seul transformant A en A' et B en B' ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Soit A, B, A' et B' quatre points du plan tels que $AB = A'B'$ et $A \neq B$. Il existe un antidéplacement et un seul du plan transformant A en A' et B en B' ; - utiliser cette propriété ;
2. Applications affines du plan	Faire : - définir une application affine du plan. *On appelle application affine du plan P, toute application de P dans P qui conserve le barycentre de deux points. Une application affine bijective du plan est appelée transformation affine du plan* Faire :

	- démontrer les propriétés • La composée de deux applications affines du plan est une application affine du plan. • La réciproque d'une transformation affine du plan est une transformation affine du plan. - utiliser ces propriétés - définir l'application vectorielle associée à une application affine ; *Soit f une application affine du plan P et soit V l'ensemble des vecteurs du plan. On appelle application vectorielle associée à f l'application de V dans V, notée F, telle que pour tous points A et B de P, on a :* $F(\overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{f(A)f(B)}$ - démontrer la propriété : Soit f une application affine du plan, *F* l'application vectorielle associée à f. Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de *V* et pour tout nombre réel α, on *a* : $F(\vec{u} + \vec{v}) = F(\vec{u}) + F(\vec{v})$ $F(\alpha\vec{u}) = \alpha F(\vec{u})$ On dit que F est une application linéaire - utiliser cette propriété - énoncer la propriété suivante qui est une conséquence de la précédente : Toute application affine conserve le barycentre de n points pondérés ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$). Cette propriété pourra être démontrée - utiliser cette propriété.

	- démontrer la propriété : Une application affine du plan est déterminée par la donnée de trois points non alignés et de leurs images ; - utiliser cette propriété ; - énoncer la propriété : Soit *f* une application affine du plan *P*. L'ensemble des points invariants par f est soit l'ensemble vide, soit un singleton, soit une droite, soit le plan ; Cette propriété pourra être démontrée - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Soit *f* une application affine, (*AB*) une droite, *A*' et *B*' les images respectives de *A* et de *B* par *f*. ➢ Si *A*'= *B*', alors l'image par *f* de la droite (*AB*) est le singleton **{*A*'}** ; ➢ Si $A' \neq B'$, alors l'image par *f* de la droite (*AB*) est la droite (*A*'*B*') ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Soit *f* une application affine du plan, (D_1) et (D_2) deux droites parallèles. Si l'image de la droite (D_1) par *f* est une droite (D'_1), alors l'image de la droite (D_2) par *f* est une droite (D'_2) parallèle à (D'_1) ; - utiliser cette propriété ; - énoncer la propriété : Soit *f* une application affine du plan *P*.

	➢ Si f est bijective, alors $f(P) = P$; ➢ Si f n'est pas bijective, alors $f(P)$ est soit un singleton, soit une droite ; Cette propriété pourra être démontrée - utiliser cette propriété ; - définir l'expression analytique d'une application affine. - énoncer la propriété : Le plan est muni du repère (O, I, J). Soit f une application du plan dans lui-même. f est une application affine du plan si et seulement si elle admet une expression analytique de la forme : $\begin{cases} x' = a x + \mathrm{b}\, \mathrm{y} + \mathrm{c} \\ \mathrm{y}' = a' x + \mathrm{b}' \mathrm{y} + \mathrm{c}' \end{cases}$ avec a, b, c ; a', b', c' des constantes réelles ; - utiliser cette propriété ;

Affinité du plan	Faire : - définir une affinité d'axe, de direction et de rapport donnés ; *Soit (D) une droite, δ une direction de droites distincte de celle de (D) et k un nombre réel. On appelle affinité d'axe (D), de direction δ et de rapport k l'application f qui à tout point M du plan associe le point M' tel que : $\overrightarrow{HM'} = k\,\overrightarrow{HM}$ où H est le projeté de M sur (D), suivant la direction δ.* Faire : - démontrer les propriétés Soit f et g deux fonctions numériques à variable réelle. C_f et C_g les courbes représentatives respectives de f et g dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, a un nombre réel non nul et différent de 1. ➢ Si g (x) = f (*a*x) alors C_g est l'image de C_f par l'affinité par rapport à l'axe des ordonnées, de direction celle de l'axe des abscisses et de rapport $\frac{1}{a}$. Lorsque le repère est orthogonal, C_g est l'image de C_f par l'affinité orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées et de rapport $\frac{1}{a}$. ➢ Si g (x) = *a* f (x), alors C_g est l'image de C_f par l'affinité par rapport à l'axe des abscisses, de direction celle de l'axe des ordonnées et de rapport *a*. Lorsque le repère est orthogonal, C_g est l'image de C_f par l'affinité orthogonale par rapport à l'axe des abscisses et de rapport *a*. - utiliser ces propriétés - étudier, sur des exemples, des applications ne conservant pas le barycentre. *On pourra considérer par exemple des applications de P- {O} dans lui-même qui à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que z' = $\frac{k}{z}$ avec k $\in$ IR+* , P étant le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$.*

3. Coniques **Définition géométrique**	Faire : - définir une conique Soit (D) une droite du plan, F un point n'appartenant pas à (D) et e un nombre réel strictement positif. On appelle conique de foyer F, de directrice (D) et d'excentricité e, l'ensemble (π) des points M du plan tels que $\frac{MF}{MH} = e$ où H désigne le projeté orthogonal de M sur (D) ➢ Si e = 1, (π) est une parabole ➢ Si $0 < e < 1$, (π) est une ellipse ➢ Si $e > 1$, (π) est une hyperbole - démontrer la propriété Soit (π) une conique de foyer F et de directrice (D). La droite (Δ) passant par F et perpendiculaire à (D) est un axe de symétrie de (π). La droite (Δ) est appelée axe focal de la conique (π). - utiliser cette propriété. - démontrer la propriété Soit (π) une conique d'excentricité e et d'axe focal (Δ) : ➢ Si e = 1, (π) coupe (Δ) en un point unique S. Le point S est appelé sommet de la parabole. ➢ Si $e \neq 1$, (Δ) coupe (π) en deux points et en deux seulement. Ces deux points sont des sommets de la conique. - utiliser cette propriété. - faire le régionnement du plan par une conique ; - démontrer la propriété : Soit (P) la parabole de foyer F de directrice (D) de sommet S. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(S, \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\vec{i} = \frac{1}{SF}\overrightarrow{SF}$, (P) est la courbe d'équation $y^2 = 2px$ où p est la distance de F à (D).

Equation réduite de la conique à centre	Le nombre réel strictement positif p est appelé le paramètre de la parabole. - utiliser cette propriété - reconnaître une parabole à l'aide de son équation réduite Faire : - démontrer la propriété Soit (π) une conique de foyer F, de directrice (D) et d'excentricité e (e $\neq$ 1). On désigne par A et A' les sommets de (π) situés sur l'axe focal. Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que O est le milieu de [AA'] et $\vec{i} = \frac{1}{OA}\overrightarrow{OA}$, ($\pi$) est la courbe d'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$ où a = OA et c = OF - utiliser cette propriété - reconnaître une conique à centre à l'aide de son équation réduite. - démontrer les propriétés Soit (π) une conique d'excentricité e (e $\neq$ 1) et d'axe focal (Δ). On désigne par *A et A*' les sommets de (π) situés sur (Δ). ➢ La médiatrice de [*AA*'] est un axe de symétrie de (π). ➢ Le milieu *O* de [*AA*'] est le centre de symétrie de (π) ; Le centre de symétrie est appelé le centre de la conique. - utiliser ces propriétés - démontrer la propriété : Soit (P) la parabole d'équation $y^2 = 2ax$ ($a \neq 0$). La tangente à (P) en un point *M*o (x_0, y_0) a pour équation : $y y_0 = a(x + x_0)$; - utiliser cette propriété ;

	- faire un régionnement du plan par une parabole - construire point par point une parabole connaissant son foyer et sa directrice ; - construire la tangente en un point d'une parabole connaissant son foyer et sa directrice ; - utiliser le vocabulaire relatif à une ellipse (demi-distance focale, petit axe, cercle principal, cercle secondaire) ; - admettre la propriété Soit (ε) l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$ La tangente à (ε) en un point M_0 (x_0,y_0) a pour équation $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété L'ellipse d'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ admet une représentation paramétrique de la forme $\begin{cases} x = a\cos\theta \\ y = b\sin\theta \end{cases}$ $\theta \in$ IR ; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété Soit (ε) l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (a > b > 0), de sommets *A et A'* situés sur l'axe focal. (ε) est l'image du cercle de diamètre [*AA*'] par l'affinité orthogonale d'axe (*AA*') et de rapport $\frac{b}{a}$; - utiliser cette propriété ; - démontrer la propriété : Soit (ε) l'ellipse d'équation réduite $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (a > b > 0), de sommets foyers *F et F'*. (ε) est

	l'ensemble des points *M* du plan tels que *MF* + *MF'* = 2 a ; - utiliser cette propriété ; - admettre la propriété suivante : Soit *F et F'* deux points distincts du plan et a un nombre réel strictement positif tels que *F F'* < 2 *a*. L'ensemble des points *M* du plan tels que *M F* + *M F' = 2 a* est l'ellipse de foyers *F et F'* *Cette propriété est connue sous le nom de définition bifocale de l'ellipse* Faire : - utiliser cette propriété ; - faire un régionnement du plan par une ellipse ; - utiliser le vocabulaire relatif à une hyperbole (demi-distance focale, asymptote, axe transverse, axe non transverse) ; - admettre la propriété suivante : Soit (H) l'hyperbole d'équation $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. La tangente en un point M_0 (x_0, y_0) de (H) a pour équation $\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$ - utiliser cette propriété. - déterminer l'équation d'une hyperbole dans le plan muni d'un repère dont les axes de coordonnées sont les asymptotes de l'hyperbole. - énoncer la propriété : Soit (H) l'hyperbole d'équation réduite $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (a > o et b >o), de foyers *F et F'* (H) est l'ensemble des points M du plan tels que $\lvert MF - MF' \rvert = 2a$. - utiliser cette propriété - faire le régionnement du plan à l'aide d'une hyperbole. - admettre la propriété suivante, connue sous le nom de définition bifocale de l'hyperbole :

	Soit *F et F'* deux points distincts du plan et *a* un nombre réel strictement positif tels que *F F'* > 2 *a*. L'ensemble des points *M* du plan tels que $\lvert MF - MF' \rvert = 2a$ est l'hyperbole de foyers *F et F'*; - utiliser cette propriété.

4. Similitudes planes **Similitudes planes directes**	*Les similitudes planes ont été étudiées en classe de 1ère C. Il s'agit ici d'approfondir la notion en privilégiant l'utilisation des nombres complexes.* Faire : - démontrer la propriété Toute similitude directe du plan a une écriture complexe de la forme $z' = az + b$ avec $a \in \mathbb{C}^*$ **et** $b \in \mathbb{C}$ utiliser cette propriété - démontrer la propriété Tante application s du plan dans lui-même dont l'écriture complexe est de la forme $z' = az + b$ avec $a \in \mathbb{C}^*$ **et** $b \in \mathbb{C}$ est une similitude directe du plan ➢ Si a = 1 alors s est la translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe b. ➢ Si $a \neq 1$ alors s admet un seul point invariant Ω. Soit α un argument de a et k son module ; s peut se décomposer sous la forme s = roh ou s = hor où h est l'homothétie de centre Ω de rapport k et r la rotation de centre Ω et d'angle α . Ω, k et α sont les éléments caractéristiques de s. La composée

roh = hor est la forme réduite de s.

Si $a \neq 1$ et $|a| = 1$ alors s est une rotation ;

- utiliser cette propriété
- démontrer la propriété :

Soit s une similitude plane directe de rapport k et d'angle α, s'une similitude plane directe de rapport k' et d'angle α'.

Les composées s'os et sos' sont des similitudes planes directes de rapports k × k' et d'angle $\alpha + \alpha$'.

- utiliser cette propriété
- démontrer la propriété :

La réciproque d'une similitude plane directe de rapport k et d'angle α est une similitude plane directe de rapport $\frac{1}{k}$ et d'angle $-\alpha$.

- utiliser cette propriété
- démontrer la propriété suivante, caractéristique d'une similitude plane directe :

Soit f une application du plan dans lui-même k un nombre réel strictement positif et α un nombre réel. f est une similitude plane directe de rapport k et d'angle α, si et seulement si pour tous points distincts M et N d'images respectives M'et N' par f on *a* :

M'N'= kMN et mes $(\widehat{\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{M'N'}}) = \alpha + n\,2\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

- utiliser cette propriété
- énoncer les propriétés :

Toute similitude plane directe de rapport k

- conserve :
  - l'alignement de points
  - le parallélisme de droites
  - l'orthogonalité de droites
  - les angles orientés
  - le barycentre
  - le contact

- multiplie :
  - les longueurs par k
  - les aires par k²
- transforme :
  - les droites en droites
  - les demi-droites en demi-droites
  - les segments en segments
  - les cercles en cercles

- utiliser ces propriétés
- démonter la propriété suivante qui se déduit de la propriété caractéristique d'une similitude plane directe :

Soit s la similitude directe de centre Ω, de rapport k et d'angle *a*.

Pour tous points *M et M'* du plan, distincts de Ω, on a :

$$(M' = s(M)) \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega M' = k\Omega M \\ \text{mes}\,\widehat{(\overrightarrow{\Omega M},\ \overrightarrow{\Omega M'})} = a + n\,2\pi\,,\ \ n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

- utiliser cette propriété ;
- démontrer la propriété suivante qui se déduit de la précédente :

Soit Ω, *A* et *A*' trois points du plan tels que $A \neq \Omega$ et $A' \neq \Omega$.
IL existe une unique similitude plane directe de centre Ω qui transforme A en A'. ;

- utiliser cette propriété ;
- démontrer la propriété ;

Soit k un nombre réel strictement positif, *a* un nombre réel, A et A' deux points du plan.

Il existe une unique similitude directe de rapport k et d'angle *a*, qui transforme A en A'.

- utiliser cette propriété ;
- démontrer la propriété

Soit *A*, *B*, *A' et B'* quatre points du plan tels que $A \neq B$ et $A' \neq B'$.
Il existe une unique similitude directe qui transforme A en A' et B en B' ;

- utiliser cette propriété ;

	- énoncer la propriété : Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct, toute similitude plane indirecte est définie par une relation de la forme $z' = a\overline{z} + b$ (avec $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$) ; Cette propriété pourrait être démontrée - utiliser cette propriété ; - énoncer la propriété Soit σ une similitude plane indirecte définie par la relation $z' = a\overline{z} + b$ avec $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$) ➢ Si $\lvert a \rvert = 1$, alors σ est un antidéplacement et cet antidéplacement est une réflexion si, et seulement si $a\overline{b} + b = 0$. ➢ Si $\lvert a \rvert \neq 1$, alors σ admet un point invariant M_0, et un seul, et peut se décomposer sous la forme : $\sigma = h o S_D = S_D o h$, où S_D est une réflexion d'axe D passant par M_0 et h l'homothétie de centre M_0 et de rapport $\lvert a \rvert$; Cette propriété pourra être démontrée Le point Mo, la droite D et le rapport $\lvert a \rvert$ sont les éléments caractéristiques de σ.

3. Documents d'accompagnement

3.1 Document d'exploitation de situations de départ

Une situation de départ est la porte d'entrée d'une situation d'apprentissage. L'enseignant (e) devra l'utiliser comme thème central de toutes les activités et problèmes qui permettent aux apprenants de réfléchir pour construire ensemble les connaissances et techniques associées, par le programme, à la situation d'apprentissage. Cet état de fait permet de constater que toutes les activités de redécouvertes et d'évaluation formatives d'une S.A. devraient être liées à sa situation de départ.

Avertissement : Les situations de départ présentées dans ce guide ainsi que les documents d'exploitation qui leur sont associés ne sont que des exemples parmi tant d'autres. Ce sont donc des propositions. Le professeur peut être mieux inspiré, pourvu que la situation de départ qu'il conçoit et l'exploitation qu'il en fait répondent aux exigences de l'approche par compétences et que les contenus notionnels prévus ne soient pas modifiés.

En outre, les documents d'exploitation ne sont que des pistes parmi tant d'autres pour conduire l'apprentissage à partir des situations de départ.

3.1.1 Situation de départ n° 1

Du texte de cette situation de départ, on peut dégager la totalité des contenus notionnels prévus dans les connaissances et techniques de la situation d'apprentissage. Voici quelques pistes qui permettent une exploitation possible de la situation de départ pour couvrir ces connaissances et techniques :

- A partir de la position des poutres et de l'alignement des piliers, on peut introduire la notion de barycentre de n points pondérés et la notion de lignes de niveau.
- Prenant appui sur un pilier et le flux et le reflux constatés à la surface du cours d'eau, on peut introduire l'orientation de l'espace et définir le produit vectoriel.
- La position des poutres et l'alignement des piliers peuvent permettre aussi d'aborder le concept de translation et d'homothétie.
- Le reflet des piliers dans l'eau peut aider à introduire la notion de symétrie orthogonale par rapport à un plan.
- La position des piliers les uns par rapport aux autres permet d'introduire la notion de symétrie orthogonale par rapport à une droite.

3.1.2 Situation de départ n° 3

Le texte de la situation de départ englobe la quasi-totalité des contenus notionnels prévus dans les connaissances et techniques de la SA n3. Pour en faire une meilleure exploitation, voici quelques pistes qui permettent de faire découvrir ces connaissances et techniques.

- Le triangle SA'A peut permettre de construire le concept de et donc des lignes de niveau.
- Les triangles de la figure peuvent permettre d'aborder les isométries, les applications affines et les similitudes.
- La symétrie de la figure par rapport à la droite (AA') permet d'aborder les différents types de coniques.

Répartition trimestrielle des S.A.
(Classe Terminale C)

Cette répartition trimestrielle n'est pas la seule possible. Cependant, **les professeurs sont fermement invités à la respecter scrupuleusement pour que la progression dans l'exécution du programme soit uniforme.**

Période	Situation d'apprentissage	Temps d'apprentissage en classe
Premier trimestre (octobre – décembre)	S.A. n° 1…… ……. S.A. n° 2 (début) …….	27 heures (Trois semaines) 45heures (Cinq semaines)
Deuxième trimestre (janvier – mars)	S.A. n° 2 ………. S.A. n° 3 (début) ……….	90 heures (Dix semaines) 18 heures (Deux semaines)
Troisième trimestre (avril – juin)	S.A. n° 3…………………	36 heures (Quatre semaines)