

打飞机奇遇 (40 分)

小 s 同学一天看到天上飞过一架漂亮国的飞机，于是想设计一个电磁炮把它打下，现在来分析这一过程。

- (1) 小 s 同学先设计了一个可以产生 $\vec{B} = k \cdot z^{\frac{3}{2}} \hat{z}$ 磁感应强度的线圈，然后以 v_0 从 $z = 0$ （以炮弹尾而言）处发射一枚炮弹电导率为 σ 的金属圆柱壳，其厚度为 t ，弹头为绝缘材料的炮弹，已知炮管长 L ，不计重力，求出射时炮弹速度。炮身长 l ，半径为 r ，炮弹总质量为 m 。
- (2) 但是小 s 同学惊奇的发现(1)中的炮弹出射速度小于 v_0 ，于是他重新进行设计，仅将电导率为 σ 的金属壳换位超导圆柱壳，初始磁通量为零，磁感应强度改为 $\vec{B} = (B_0 - kz) \hat{z}$ ，其他参量均不变，且 $B_0 > k(L + \frac{l}{2})$ 将炮弹从 $z = 0$ 处静止释放，不记重力，求出射速度。
- (3) 设计完成后他还不满足，又设计了一新型炮弹，全部为绝缘材料，但体心有一微小的，通有恒流 I ，半径为 R 的金属环（可视为磁偶极子）磁场改为 $\vec{B} = k \cdot z^\alpha \hat{z}$ ，炮弹质量为 m ，炮身长 L ，初始时位于 $z = 0$ 处，求出射速度。