

## 简单光学题 (40 分)(命题: YY)

(1) 由费马原理

$$nx(\theta) + r(\theta) = nx_0 + r_0 \quad (1)$$

由长度约束

$$x(\theta) + r(\theta) \cos \theta = x_0 + r_0 \quad (2)$$

(1) - n(2)

$$(-1 + n \cos \theta) r(\theta) = (n - 1) r_0 \quad (3)$$

可得

$$r(\theta) = \frac{(n - 1) r_0}{-1 + n \cos \theta} \quad (4)$$

与极坐标下的圆锥曲线标准方程类比

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad (5)$$

得

$$e = n = \frac{c}{a} \quad (6)$$

$$(n - 1) r_0 = \frac{b^2}{a} = (e^2 - 1) a \quad (7)$$

$$a = \frac{r_0}{n + 1} \quad (8)$$

$$c = \frac{nr_0}{n + 1} \quad (9)$$

$$b = \sqrt{\frac{n - 1}{n + 1}} r_0 \quad (10)$$

有

$$\frac{x^2}{\left(\frac{r_0}{n + 1}\right)^2} - \frac{y^2}{\frac{n - 1}{n + 1} r_0^2} = 1 \quad (11)$$

原点在  $O$  右侧  $\frac{r_0}{n + 1}$

(2)

$$r_0 \cos \theta + \frac{mv}{qB} \sin \theta = f \quad (12)$$

$$y = r \sin \theta \quad (13)$$

$$\sin \theta = \frac{xqB}{mv} \quad (14)$$

带入 (12)

$$x + r \sqrt{1 - \left(\frac{xqB}{mv}\right)^2} = f \quad (15)$$

$$r = \frac{f - x}{\sqrt{1 - \left(\frac{xqB}{mv}\right)^2}} \quad (16)$$

$$y = \frac{x(f-x)}{\sqrt{\left(\frac{mv}{qB}\right)^2 - x^2}} \quad (17)$$

(3) 利用简谐运动周期与振幅无关的特点, 可得电场力是线性恢复力

$$\alpha = 1 \quad (18)$$

$$-kyq = m\ddot{y} \quad (19)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{kq}{m}} \quad (20)$$

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{kq}} \quad (21)$$

$$\left(\frac{2f}{\pi v}\right)^2 = \frac{m}{kq} \quad (22)$$

$$k = \frac{m}{q} \left(\frac{\pi v}{2f}\right)^2$$

(4) 类比力学中的莫培督原理与光学的费马原理

$$\delta \int p \cdot dq = 0 \leftrightarrow \delta \int n \cdot dl = 0$$

取  $p \leftrightarrow n, q \leftrightarrow l, m = 1$

在  $y$  处进入电场的速度为

$$v = n(y) \quad (23)$$

时间

$$t = \frac{f-x}{n(y)} = \frac{f}{n_0} \quad (24)$$

$$E_p = -\frac{1}{2}n^2 \quad (25)$$

$$\omega = \frac{\pi n_0}{2f} = \sqrt{k} \quad (26)$$

$$F = -ky = -\left(\frac{\pi n_0}{2f}\right)^2 y \quad (27)$$

$$\int F \cdot dy = \frac{1}{2} (n^2 - n(0)^2) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\pi n_0}{2f}\right)^2 y^2 \quad (28)$$

$$n = \sqrt{n_0^2 - \left(\frac{\pi n}{2f}\right)^2 y^2} \quad (29)$$

$$x = f \left[ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\pi y}{2f}\right)^2} \right] \quad (30)$$

评分标准:

共 60 分

(1) 共 9 分 (1), (2), (3), (6), (7), (8), (9), (10), (11) 各 1 分

(2) 共 8 分 (12), (13), (14), (15) 各 1 分, (16), (17) 各 2 分

(3) 共 11 分 (19), (20), (21), (22) 各 2 分 (18) 3 分

(4) 共 12 分 (24), (25), (26), (27), (29), (30) 各 2 分