📊 Tarea 3 — Análisis de Series de Tiempo

Curso: Análisis de Datos

Autor: Carlos Solares

Fecha: 31/10/2025

🎯 Objetivo general

Analizar el comportamiento de dos procesos estocásticos fundamentales:

1. **Ruido blanco** — proceso sin dependencia temporal.
2. **Proceso autoregresivo AR(1)** — proceso con dependencia del pasado.

Se estudian sus propiedades de **estacionariedad**, **autocorrelación** y **estimación de parámetros**.

Fundamentos teóricos

- Una **serie de tiempo** es una realización de un proceso aleatorio dependiente del tiempo.
- En un proceso estacionario:
  - $E[X_t] = \mu$
  - $\operatorname{Var}(X_t) = \sigma^2$
  - $\operatorname{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \gamma(h)$
- La **función de autocorrelación (ACF)** mide:

$$r(h) = \frac{\operatorname{Cov}(X_t, X_{t-h})}{\operatorname{Var}(X_t)}$$

🧪 Inciso 3 — Ruido Blanco

Proceso simulado

$$X_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

- No presenta memoria ni correlación temporal.
- La ACF debe ser (\approx 0) para todo (h \ge 1).

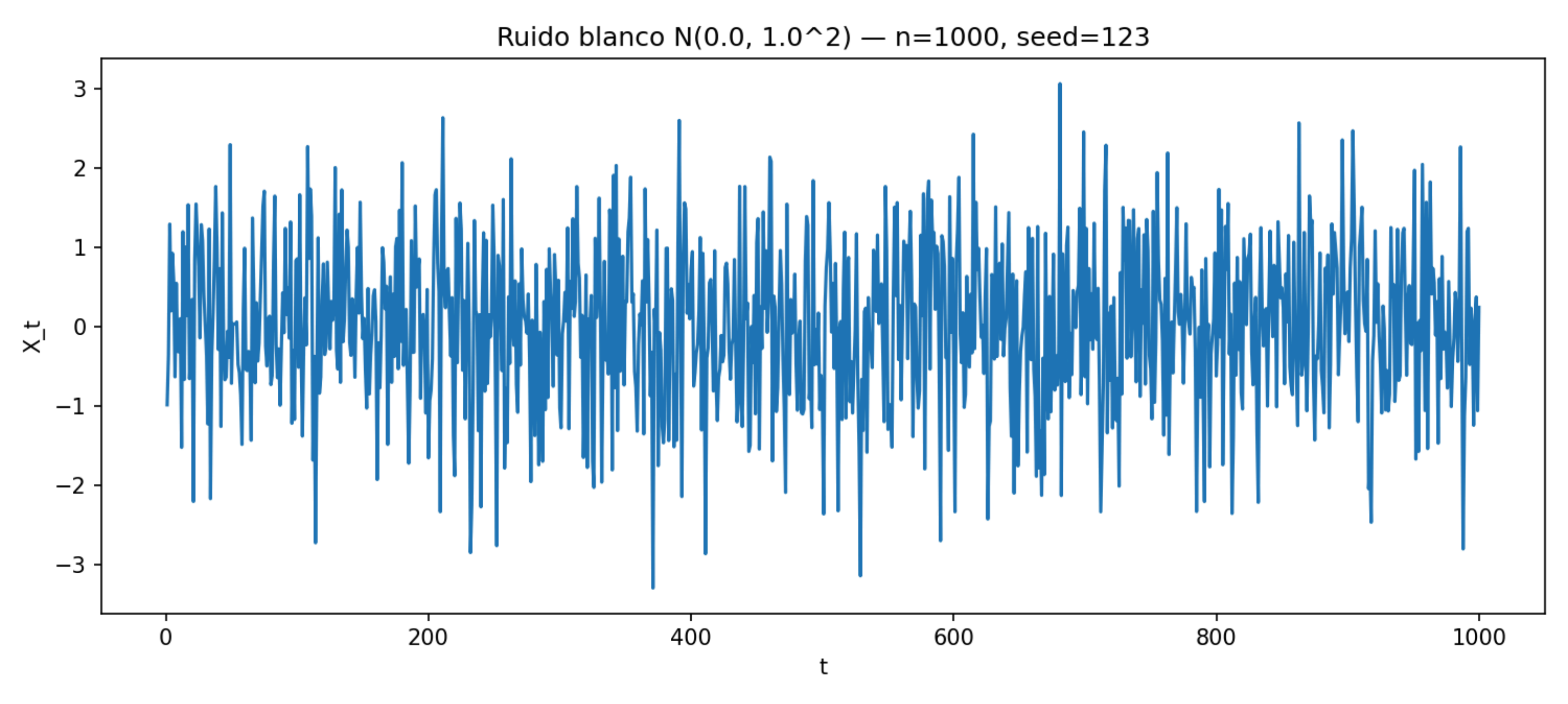
⚙️ Implementación

```
cd "Inciso 3"
python -m venv .venv
.venv\Scripts\Activate.ps1     # En Windows (PowerShell)
# source .venv/bin/activate    # En macOS/Linux
pip install numpy matplotlib

python simulate_white_noise_acf.py --n 1000 --lags 40
```

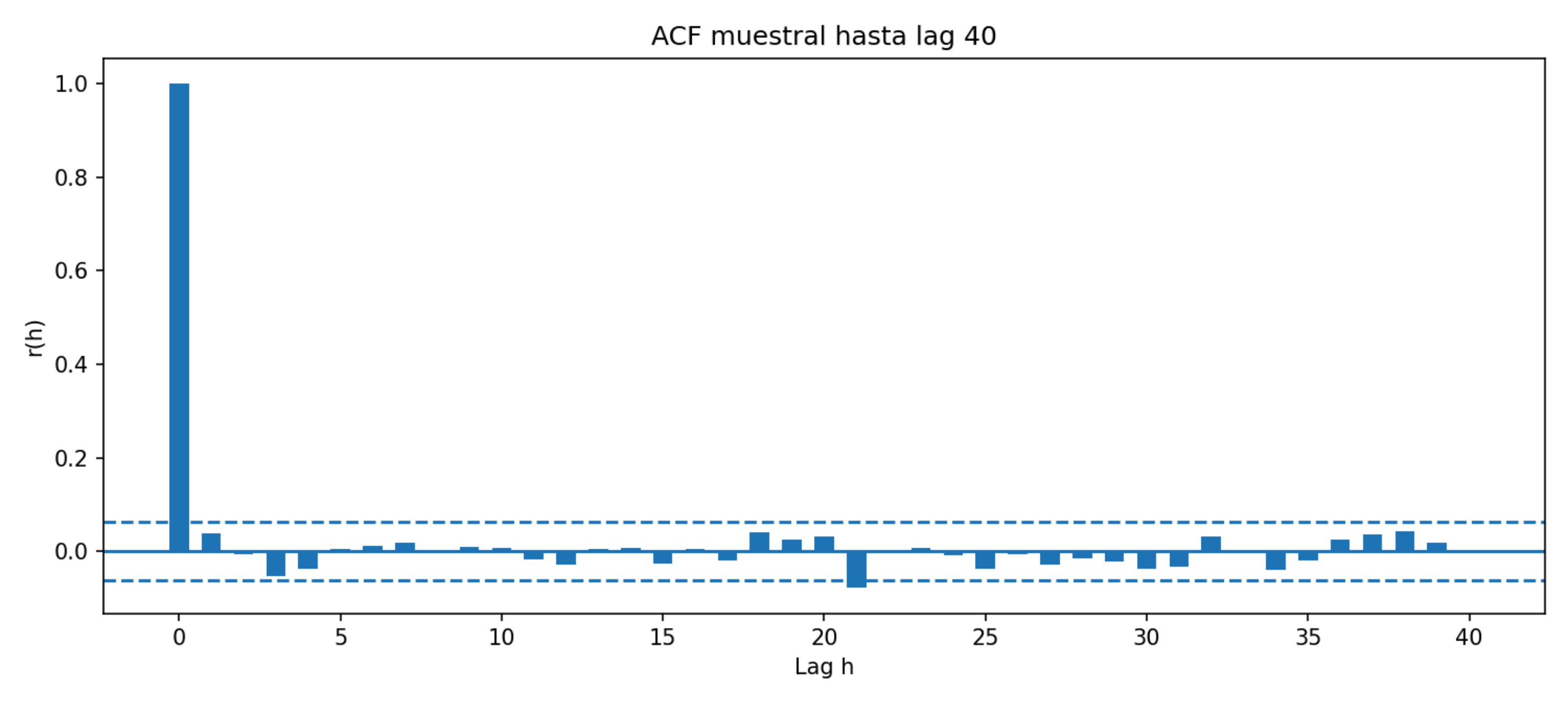
- Se generan 1000 observaciones.
- Se calcula la ACF muestral.
- Se grafican la serie y su ACF con bandas (\pm 1.96/\sqrt{T}).

📈 Resultados — Serie simulada



- Distribución normal sin tendencia.
- Valores centrados en cero.

📉 Resultados — ACF del ruido blanco



- La ACF es (\approx 0) para todos los lags (dentro de bandas).
- Confirma independencia temporal → **ruido blanco**.

🔁 Inciso 6 — Proceso AR(1)

Modelo

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Parámetros:

$$\phi = 0.7, \quad \sigma = 1, \quad T = 200$$

- La ACF teórica es (r(h)=\phi^{|h|}).
- Se espera un decrecimiento geométrico con (h).

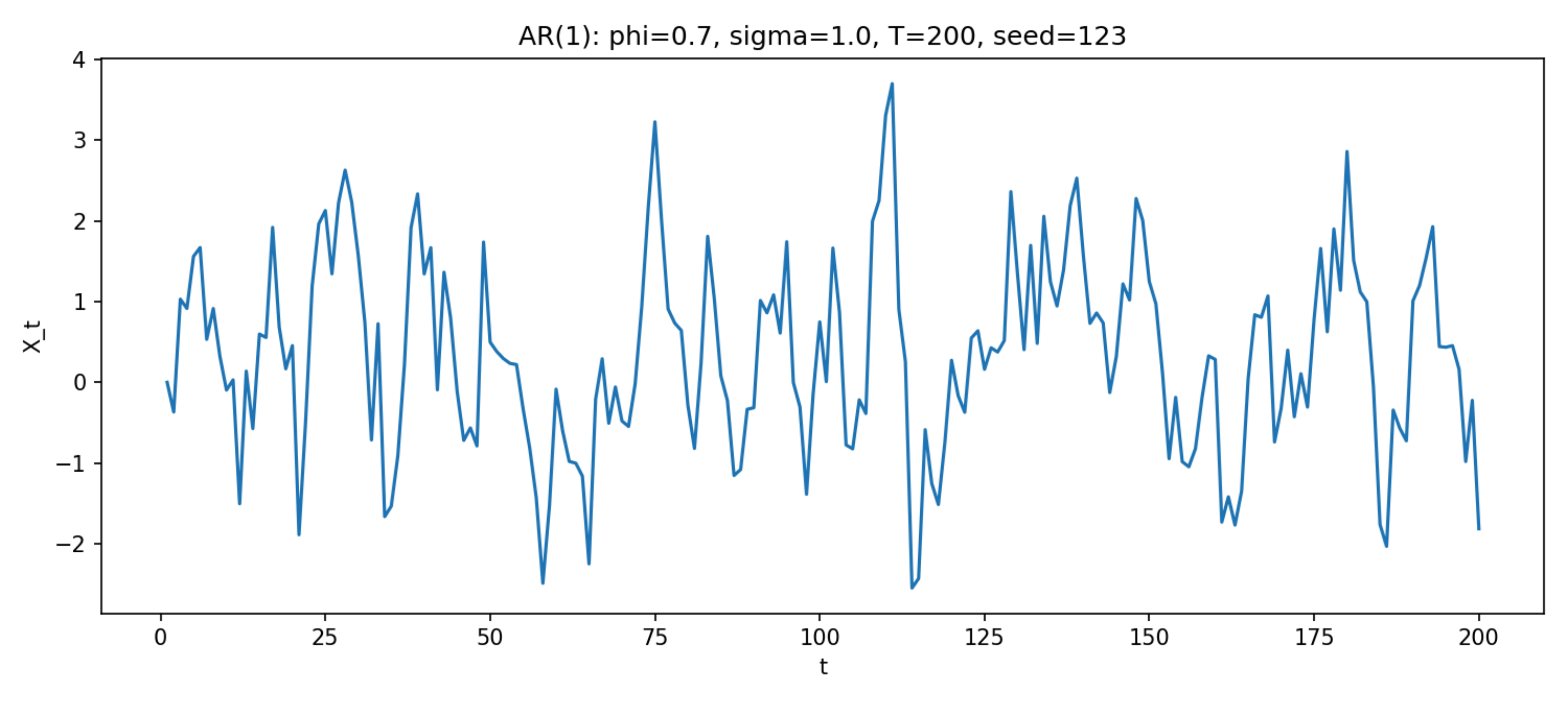
⚙️ Implementación

```
cd "Inciso 6"
python -m venv .venv
.venv\Scripts\Activate.ps1     # En Windows (PowerShell)
# source .venv/bin/activate    # En macOS/Linux
pip install numpy matplotlib

python simulate_ar1_acf.py --phi 0.7 --sigma 1 --T 200 --lags 40
```

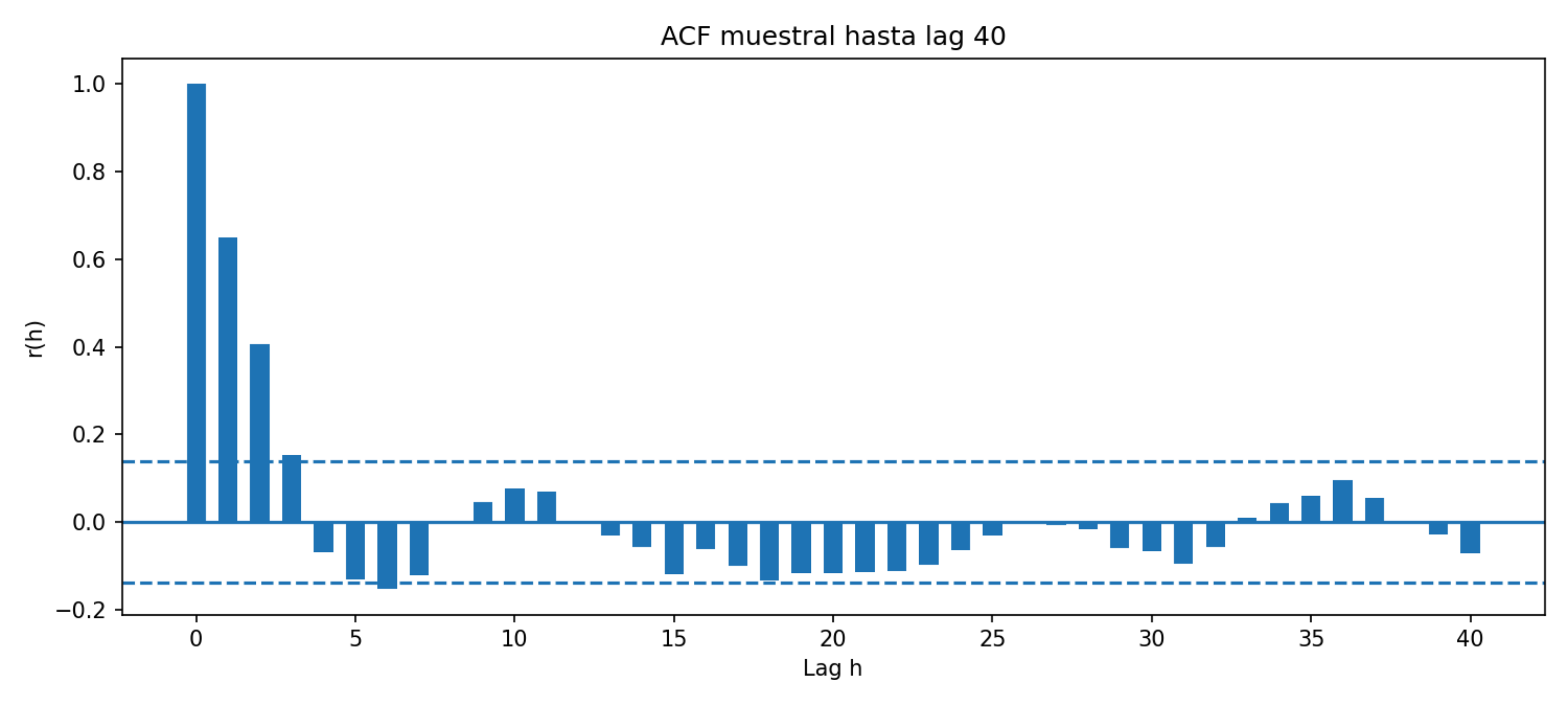
- Simula AR(1) estacionario.
- Calcula la ACF muestral.
- Estima (\hat{\phi}) con OLS en (X_t = \beta X_{t-1} + \varepsilon_t).

📈 Serie AR(1) simulada



- Presenta correlación positiva entre periodos consecutivos.
- Valores suavizados por el efecto de memoria.

📉 ACF del proceso AR(1)



- ACF decrece geométricamente con (h).
- Forma típica de un **proceso autoregresivo**.
- Confirma dependencia temporal.

📊 Estimación de (\phi)

Regresión lineal:

$$X_t = \beta X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Resultado:

$$\hat{\phi} \approx 0.7$$

➡️ Estimación **muy cercana** al valor real → OLS válido bajo estacionariedad.

⚠️ Caso no estacionario

- Si ($|\phi| \ge 1$):
  - Varianza diverge: ($\operatorname{Var}(X_t) \to \infty$)
  - No se cumple estacionariedad.
  - OLS produce estimaciones **no confiables**.

Ejemplos:

- ($\phi=1$): Random Walk (camino aleatorio).
- ($\phi=-1$): Alternancia con acumulación de choques.

🧠 Conclusiones

1. **Ruido blanco** → no hay dependencia temporal; ACF (≈ 0).
2. **AR(1)** → dependencia que decae como ($r(h)=\phi^h$).
3. Estimación OLS de (ϕ) es **consistente** si ($|\phi|<1$).
4. Si ($|\phi|\ge1$), el proceso **no es estacionario** y la varianza se vuelve infinita.

📚 Referencias

- Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C. (2008). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Wiley.
- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
- Chatfield, C. (2003). *The Analysis of Time Series: An Introduction*. Chapman & Hall/CRC.

🏁 Fin de la presentación

Gracias por su atención.