

2024

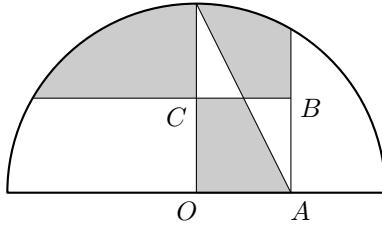
한국주니어수학올림피아드

2024년 9월 7일

제한시간 2시간

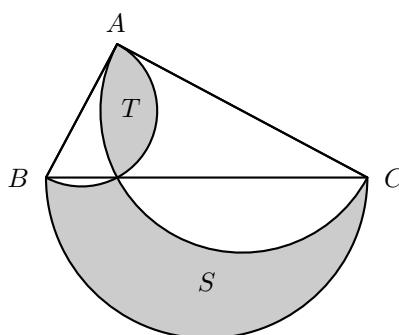
- 답안지에 **수험번호**와 **성명**, **문제유형**을 반드시 기입하십시오.
- 이 시험은 총 20개의 **단답형** 문항으로 이루어져 있습니다.
- 각 문항의 답은 **세 자리수**로 기입해야 합니다. 예를 들면, 답이 “7” 일 경우 “007”이라고 기입해야 합니다.
- 구한 답이 1000 이상일 경우 **1000으로 나눈 나머지**를 기입해야 합니다. 예를 들면, 답이 “1007” 일 경우 “007”이라고 기입해야 합니다.
- 각 문항의 점수는 5점입니다.

1. 다음 그림에서 중심이 O 인 반원의 반지름이 20이며 정사각형 $OABC$ 의 한 변의 길이는 10이다. 색칠된 영역의 넓이의 총합은? (단, 원주율은 3.14로 계산한다.)



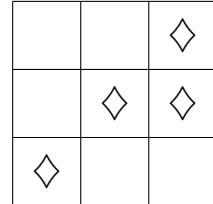
[264]

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고, $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{BC} = 13$ 이다. 세 변 AB , AC , BC 를 지름으로 하는 반원을 그려 색칠된 두 영역 S 와 T 를 얻었다. S 의 넓이와 T 의 넓이의 차는?

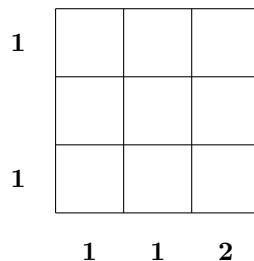


[030]

3. 다음 그림과 같이 아홉 칸 중 몇 개의 칸에 ◊를 려 넣어서 각 세로줄의 ◊의 개수가 순서대로 1, 1, 2이고, 첫 번째와 세 번째 가로줄의 ◊의 개수가 1, 1이 되도록 하려고 한다.



이 예를 포함하여 가능한 방법은 모두 몇 가지인가?



[005]

4. 서로 다른 10 이하의 자연수 여섯 개 a, b, c, d, e, f 를 골라서 $\frac{2a+2b}{e} + \frac{cd}{f}$ 의 값을 계산하자. 이렇게 얻은 값 중에서 가장 작은 것을 k 라 할 때, $90k$ 는?

[130]

2024

한국주니어수학올림피아드

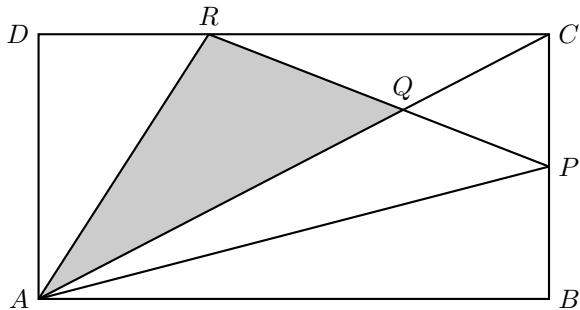
5. 다음과 같이 40보다 작은 홀수를 모두 곱하여 얻은 수를 N 이라 하자.

$$N = 1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times 39$$

이때 $m^3 (= m \times m \times m)$ 이 N 의 약수가 되도록 하는 자연수 m 중에서 가장 큰 수는 무엇인가?

945

6. 다음 그림의 직사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{DR} = 9$, $\overline{RC} = 18$, $\overline{CP} = 7$, $\overline{PB} = 7$ 이다. 색칠된 영역의 넓이는?



090

7. 아홉 개의 수 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26이 있다. 다음 그림과 같이 왼쪽 위 칸에 먼저 20을 적었다. 서로 이웃한 칸에 적힌 두 수는 서로소가 되도록 나머지 여덟 개의 수를 써 넣는 방법은 모두 몇 가지인가?

(이웃한 칸은 대각선이 아닌 좌우 또는 위아래 칸을 말한다. 예를 들어, 그림에서 20이 적힌 칸과 이웃한 칸은 오른쪽 칸과 아래 칸 두 개뿐이다.)

20		

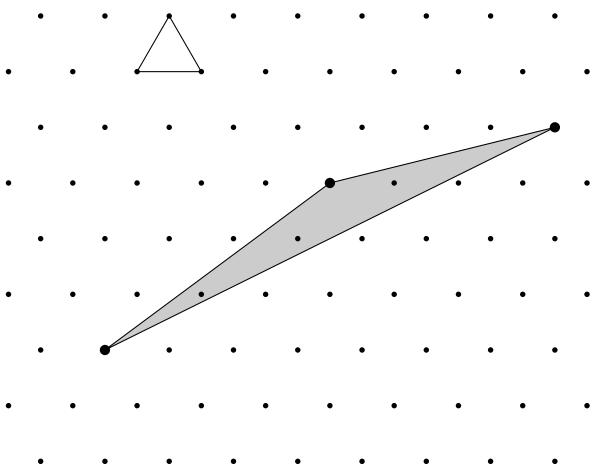
288

8. 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

분수 $\frac{1000}{n}$ 과 $\frac{999}{n}$ 를 각각 소수로 고쳐쓴 후, 소수 점 아래를 버리면 서로 다른 정수가 된다.

016

9. 다음 그림의 정삼각형의 넓이가 1일 때, 색칠된 삼각형의 넓이는?



007

10. 다음 조건을 모두 만족시키는 가장 큰 자연수 n 은 무엇인가?

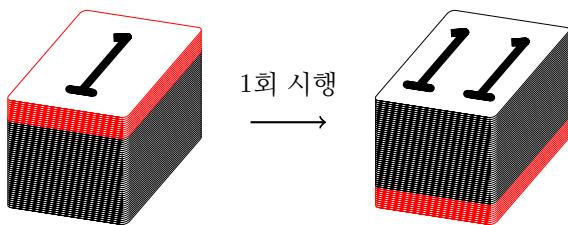
- n 은 1000보다 작다.
- n 은 연속된 두 개의 자연수의 합으로 쓸 수 있다.
- n 은 연속된 세 개의 자연수의 합으로 쓸 수 있다.
- n 은 연속된 다섯 개의 자연수의 합으로 쓸 수 있다.

975

2024

한국주니어수학올림피아드

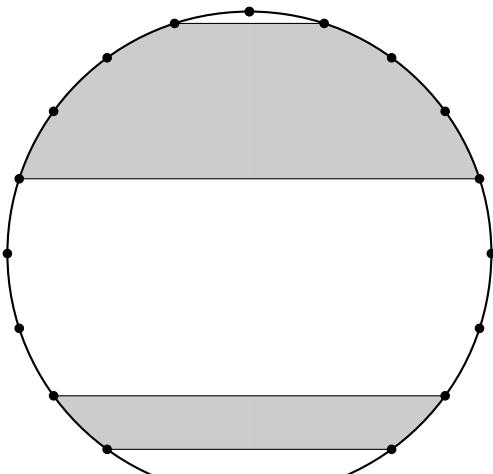
11. 위에서부터 차례로 $1, 2, 3, \dots, 52$ 가 적혀있는 52장의 카드가 있다. 위쪽의 10장의 카드를 아래로 옮기기를 1회 시행하면 카드의 순서는 위에서부터 차례로 $11, 12, \dots, 51, 52, 1, 2, \dots, 9, 10$ 이 된다.



이와 같이 위쪽의 10장의 카드를 아래로 옮기기를 최소 몇 회 반복하여 시행하면 다시 처음 카드의 배열로 되돌아오게 되는가?

026

12. 다음 그림과 같이 반지름이 25인 원의 둘레를 20등분하였다. 색칠된 영역의 넓이의 총합은? (단, 원주율은 3.14로 계산한다.)

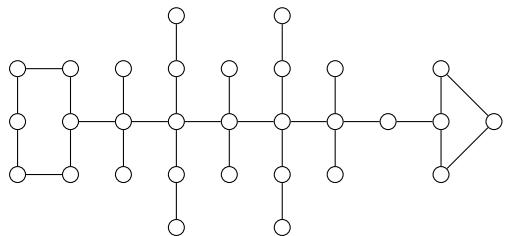


785

13. 세 자리 자연수 n 을 7로 나누었을 때의 몫은 m 이고, $\frac{m}{n}$ 을 기약분수로 나타내면 $\frac{p}{q}$ 이다. 이때 $n = 36p + q$ 가 성립한다면, n 은 얼마인가?

216

14. 다음 그림은 30개의 점을 31개의 선분으로 연결한 것이다.



다음 조건이 만족되도록 30개의 점마다 색을 칠하고자 한다. 최대 몇 개의 색을 사용할 수 있을까?

각 점 A 에 대하여, A 와 선분으로 연결된 점 중 적어도 하나는 A 와 같은 색으로 칠해야 한다.

012

15. 다음 규칙에 따라 정수를 나열하자.

- 첫 번째 수는 양수 a 이고, 두 번째 수는 100이다.
- 세 번째 수 = (첫 번째 수) – (두 번째 수)
- 네 번째 수 = (두 번째 수) – (세 번째 수)
- ⋮

예를 들어 $a = 123$ 인 경우 나열되는 수는 다음과 같으며, 이때 첫 번째 수부터 연속하여 4개의 양수가 나온다.

123, 100, 23, 77, -54, 131, -185, ...

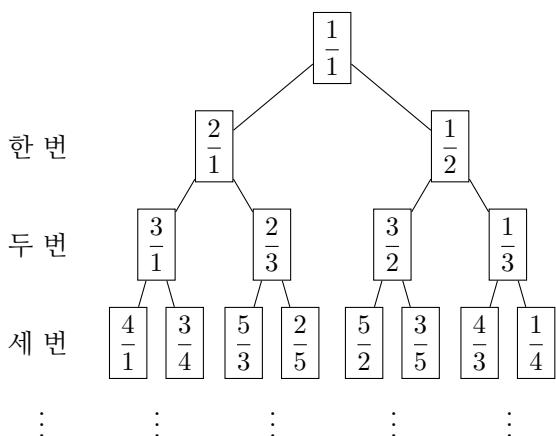
첫 번째 수 a 부터 연속하여 가장 많은 개수의 양수가 나오도록 하는 수 a 는 무엇인가?

162

2024

한국주니어수학올림피아드

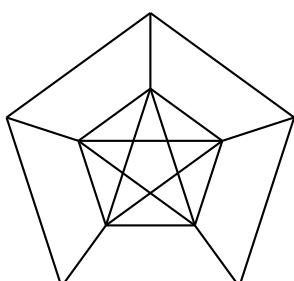
16. 분수 $\frac{1}{1}$ 에서 시작하여 분모를 분자에 더하거나 분자를 분모에 더하여 새로운 분수를 얻을 수 있다. 이러한 과정을 반복하면 다음과 같은 분수들을 얻는다.



분수 $\frac{999}{1234}$ 는 몇 번의 과정을 반복하여 얻게 되는가?

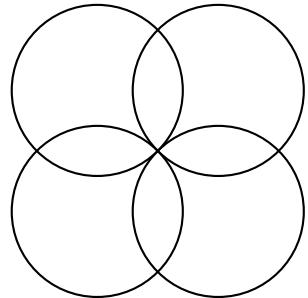
066

17. 다음 그림에서 크고 작은 사각형은 모두 몇 개인가?
(단, 네 각의 크기가 모두 180° 미만인 사각형만 센다.)



025

18. 다음 그림과 같이 네 개의 원으로 만들어진 8개의 칸에 1부터 8까지의 자연수를 하나씩 중복되지 않게 써 넣으려 한다.



다음 조건을 만족시키는 가장 큰 자연수 n 은 무엇인가?

각 원으로 둘러싸인 세 수의 합은 모두 n 이다.

015

19. 자연수 n 에 대하여 $n^3 (= n \times n \times n)$ 의 약수의 개수가 n 의 약수의 개수의 5배이다. 이때 $n^2 (= n \times n)$ 의 약수의 개수는?

021

20. 다음 조건을 만족시키는 가장 큰 자연수 n 은 무엇인가?

2024는 연속된 n 개의 자연수의 합으로 쓸 수 있다.

023