

2024

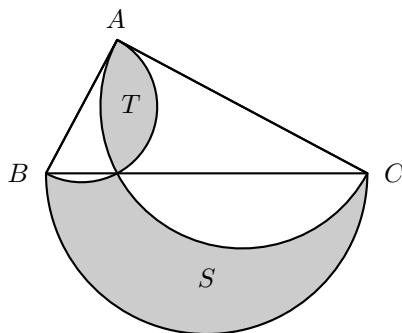
한국주니어수학올림피아드

2024년 9월 7일

제한시간 2시간

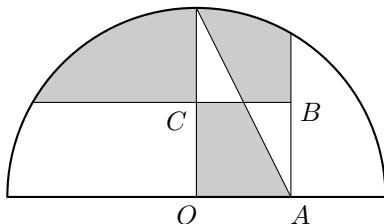
- 답안지에 **수험번호**와 **성명, 문제유형**을 반드시 기입하십시오.
- 이 시험은 총 20개의 **단답형** 문항으로 이루어져 있습니다.
- 각 문항의 답은 **세 자리수**로 기입해야 합니다. 예를 들면, 답이 “7” 일 경우 “007”이라고 기입해야 합니다.
- 구한 답이 1000 이상일 경우 **1000으로 나눈 나머지**를 기입해야 합니다. 예를 들면, 답이 “1007” 일 경우 “007”이라고 기입해야 합니다.
- 각 문항의 점수는 5점입니다.

1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고, $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{BC} = 13$ 이다. 세 변 AB , AC , BC 를 지름으로 하는 반원을 그려 색칠된 두 영역 S 와 T 를 얻었다. S 의 넓이와 T 의 넓이의 차는?



[030]

2. 다음 그림에서 중심이 O 인 반원의 반지름이 20이며 정사각형 $OABC$ 의 한 변의 길이는 10이다. 색칠된 영역의 넓이의 총합은? (단, 원주율은 3.14로 계산한다.)

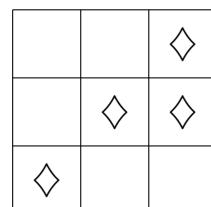


[264]

3. 서로 다른 10 이하의 자연수 여섯 개 a, b, c, d, e, f 를 골라서 $\frac{2a+2b}{e} + \frac{cd}{f}$ 의 값을 계산하자. 이렇게 얻은 값 중에서 가장 작은 것을 k 라 할 때, $90k$ 는?

[130]

4. 다음 그림과 같이 아홉 칸 중 몇 개의 칸에 ◇를 놓여 넣어서 각 세로줄의 ◇의 개수가 순서대로 1, 1, 2이고, 첫 번째와 세 번째 가로줄의 ◇의 개수가 1, 1이 되도록 하려고 한다.



이 예를 포함하여 가능한 방법은 모두 몇 가지인가?

1		
1	1	2

[005]

2024

한국주니어수학올림피아드

5. 아홉 개의 수 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26이 있다. 다음 그림과 같이 왼쪽 위 칸에 먼저 20을 적었다. 서로 이웃한 칸에 적힌 두 수는 서로소가 되도록 나머지 여덟 개의 수를 써 넣는 방법은 모두 몇 가지인가?

(이웃한 칸은 대각선이 아닌 좌우 또는 위아래 칸을 말한다. 예를 들어, 그림에서 20이 적힌 칸과 이웃한 칸은 오른쪽 칸과 아래 칸 두 개뿐이다.)

20		

288

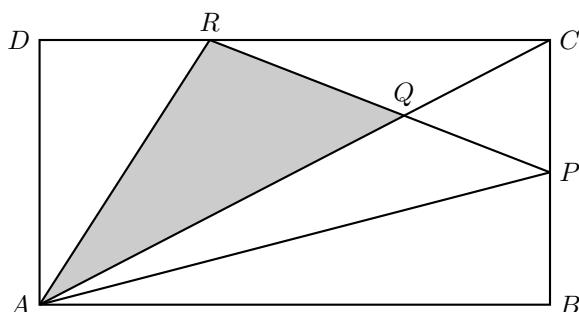
6. 다음과 같이 40보다 작은 홀수를 모두 곱하여 얻은 수를 N 이라 하자.

$$N = 1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times 39$$

이때 $m^3 (= m \times m \times m)$ 이 N 의 약수가 되도록 하는 자연수 m 중에서 가장 큰 수는 무엇인가?

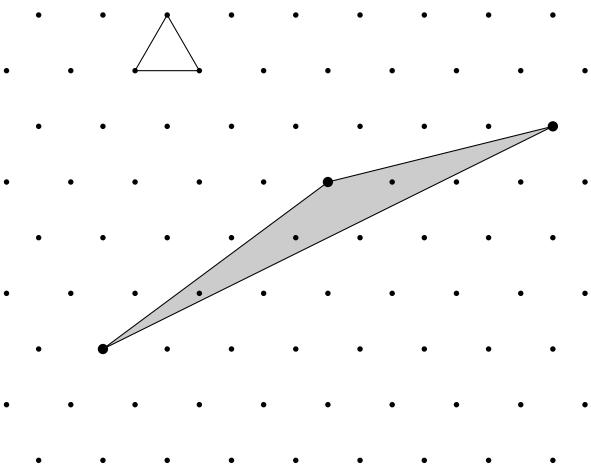
945

7. 다음 그림의 직사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{DR} = 9$, $\overline{RC} = 18$, $\overline{CP} = 7$, $\overline{PB} = 7^\circ$ 이다. 색칠된 영역의 넓이는?



090

8. 다음 그림의 정삼각형의 넓이가 1일 때, 색칠된 삼각형의 넓이는?



007

9. 다음 조건을 모두 만족시키는 가장 큰 자연수 n 은 무엇인가?

- n 은 1000보다 작다.
- n 은 연속된 두 개의 자연수의 합으로 쓸 수 있다.
- n 은 연속된 세 개의 자연수의 합으로 쓸 수 있다.
- n 은 연속된 다섯 개의 자연수의 합으로 쓸 수 있다.

975

10. 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

분수 $\frac{1000}{n}$ 과 $\frac{999}{n}$ 를 각각 소수로 고쳐쓴 후, 소수 점 아래를 버리면 서로 다른 정수가 된다.

016

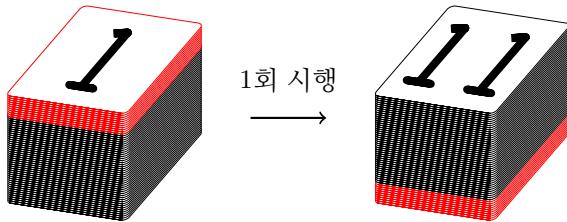
2024

한국주니어수학올림피아드

11. 세 자리 자연수 n 을 7로 나누었을 때의 몫은 m 이고, $\frac{m}{n}$ 을 기약분수로 나타내면 $\frac{p}{q}$ 이다. 이때 $n = 36p + q$ 가 성립한다면, n 은 얼마인가?

216

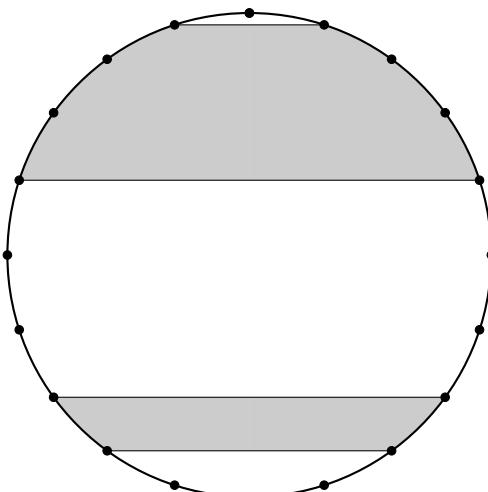
12. 위에서부터 차례로 1, 2, 3, ..., 52가 적혀있는 52장의 카드가 있다. 외쪽의 10장의 카드를 아래로 옮기기를 1회 시행하면 카드의 순서는 위에서부터 차례로 11, 12, ..., 51, 52, 1, 2, ..., 9, 10이 된다.



이와 같이 외쪽의 10장의 카드를 아래로 옮기기를 최소 몇 회 반복하여 시행하면 다시 처음 카드의 배열로 되돌아오게 되는가?

026

13. 다음 그림과 같이 반지름이 25인 원의 둘레를 20등분하였다. 색칠된 영역의 넓이의 총합은? (단, 원주율은 3.14로 계산한다.)



785

14. 다음 규칙에 따라 정수를 나열하자.

- 첫 번째 수는 양수 a 이고, 두 번째 수는 100이다.
- 세 번째 수 = (첫 번째 수) – (두 번째 수)
- 네 번째 수 = (두 번째 수) – (세 번째 수)
- ⋮

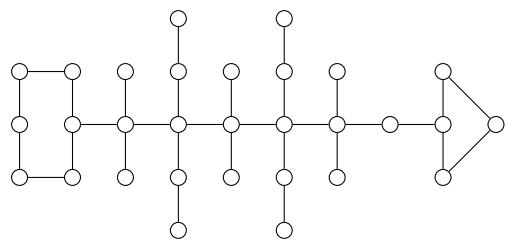
예를 들어 $a = 123$ 인 경우 나열되는 수는 다음과 같으며, 이때 첫 번째 수부터 연속하여 4개의 양수가 나온다.

123, 100, 23, 77, -54, 131, -185, ...

첫 번째 수 a 부터 연속하여 가장 많은 개수의 양수가 나오도록 하는 수 a 는 무엇인가?

162

15. 다음 그림은 30개의 점을 31개의 선분으로 연결한 것이다.



다음 조건이 만족되도록 30개의 점마다 색을 칠하고자 한다. 최대 몇 개의 색을 사용할 수 있을까?

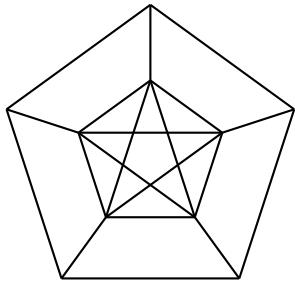
각 점 A 에 대하여, A 와 선분으로 연결된 점 중 적어도 하나는 A 와 같은 색으로 칠해야 한다.

012

2024

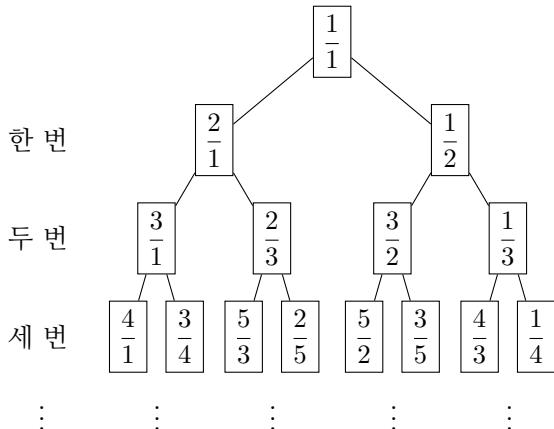
한국주니어수학올림피아드

16. 다음 그림에서 크고 작은 사각형은 모두 몇 개인가?
(단, 네 각의 크기가 모두 180° 미만인 사각형만 센다.)



025

17. 분수 $\frac{1}{1}$ 에서 시작하여 분모를 분자에 더하거나 분자를 분모에 더하여 새로운 분수를 얻을 수 있다. 이러한 과정을 반복하면 다음과 같은 분수들을 얻는다.



분수 $\frac{999}{1234}$ 는 몇 번의 과정을 반복하여 얻게 되는가?

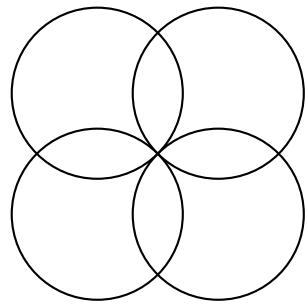
066

18. 다음 조건을 만족시키는 가장 큰 자연수 n 은 무엇인가?

2024는 연속된 n 개의 자연수의 합으로 쓸 수 있다.

023

19. 다음 그림과 같이 네 개의 원으로 만들어진 8개의 칸에 1부터 8까지의 자연수를 하나씩 중복되지 않게 써 넣으려 한다.



다음 조건을 만족시키는 가장 큰 자연수 n 은 무엇인가?

각 원으로 둘러싸인 세 수의 합은 모두 n 이다.

015

20. 자연수 n 에 대하여 $n^3 (= n \times n \times n)$ 의 약수의 개수가 n 의 약수의 개수의 5배이다. 이때 $n^2 (= n \times n)$ 의 약수의 개수는?

021