

2022
한국주니어수학올림피아드

2022년 9월 3일 제한시간 2시간

- 답안지에 **수험번호**와 **성명**, **문제유형**을 반드시 기입하십시오.
- 이 시험은 총 20개의 **단답형** 문항으로 이루어져 있습니다.
- 각 문항의 답은 **세 자리 수**로 기입해야 합니다. 예를 들면, 답이 “7” 일 경우 “007” 이라고 기입해야 합니다.
- 구한 답이 1000 이상일 경우 **1000으로 나눈 나머지**를 기입해야 합니다.
- 각 문항의 점수는 5점입니다.

1. 4월 2일부터 4월 5일까지 전날과 비교한 확진자의 증감 비율은 다음 표와 같다.

| 날짜 | 전날과 비교한 증감 비율 |
|-------|---------------|
| 4월 2일 | +10% |
| 4월 3일 | -10% |
| 4월 4일 | +20% |
| 4월 5일 | -20% |

예를 들어 4월 2일의 확진자는 4월 1일에 비해 10% 늘어났으며, 4월 3일의 확진자는 4월 2일에 비해 10% 줄어들었다. 4월 1일의 확진자가 2500명이었다면, 4월 5일의 확진자는 몇 명인가?

2376

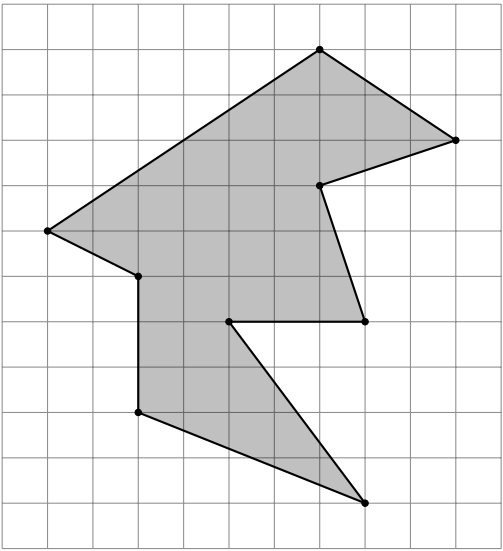
2. 비어있는 수영장에 물을 받아 가득 채우려고 한다. 세 개의 호스 A, B, C를 이용할 수 있으며, 호스 A와 B를 동시에 이용하면 1시간 40분, B와 C를 동시에 이용하면 2시간, A와 C를 동시에 이용하면 2시간 30분이 걸린다. 세 개의 호스 A, B, C를 동시에 이용해 30분간 물을 받은 후 A를 제외하고 B와 C만을 동시에 이용하여 수영장에 물을 가득 채우려면 몇 분 더 받아야 하는가?

075

3. 자연수 1부터 10까지를 모두 붙여 적으면 12345678910인데, 이는 11자리 수이다. 1부터 n 까지의 자연수를 모두 붙여 적었더니 2022자리 수가 되었다면, 자연수 n 의 값은?

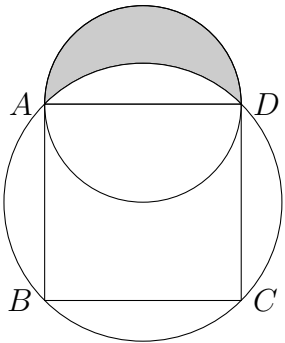
710

4. 다음 모눈종이의 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 색칠된 부분의 넓이는?



036

5. 한 변의 길이가 4인 정사각형 $ABCD$ 를 그린 후, 정사각형 $ABCD$ 의 대각선을 지름으로 하는 원과 변 AD 를 지름으로 하는 원을 그렸다. 이때 그림의 색칠된 부분의 넓이는?



004

2022
한국주니어수학올림피아드

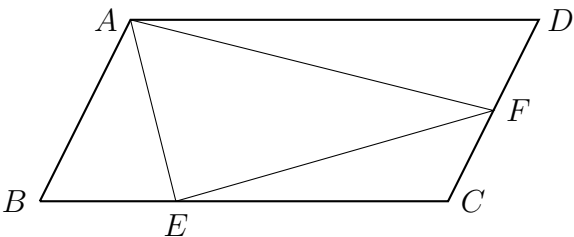
6. 자연수 a, b, c, d, e, f 에 대하여

$$a + b + c + d + e + f = a \times b \times c \times d \times e \times f$$

가 성립한다. 이때 $a + b + c + d + e + f$ 의 값은?

012

7. 다음 그림에서 평행사변형 $ABCD$ 의 넓이는 36, $\triangle ABE$ 의 넓이는 6, $\triangle AFD$ 의 넓이는 9이다. 이때 $\triangle AEF$ 의 넓이는?



015

8. 자연수 n 에 대하여 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ 을 계산했을 때, 일의 자리에서부터 연속으로 나타나는 0의 개수를 “ n 년도의 행운의 수”라 부르자. 2022년도의 행운의 수가 x 이고, 2022년 이후 행운의 수가 x 보다 처음으로 커지는 해의 행운의 수를 y 라고 하자. 이때 $y - x$ 의 값은?

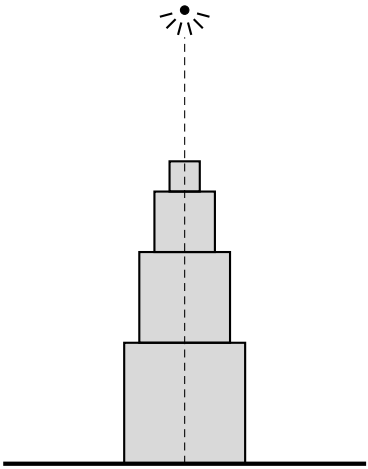
002

9. 다음 조건을 모두 만족하는 두 자연수 m, n 의 순서쌍 (m, n) 은 모두 몇 개인가?

- $m > n$ 이다.
- m 과 n 의 최소공배수와 최대공약수의 차가 77이다.

008

10. 다음 그림은 한 변의 길이가 각각 4, 3, 2, 1인 정사각형 네 개를 그린 것이며, 정사각형은 모두 점선에 대하여 대칭이다. 점선을 따라 바닥으로부터 높이가 15인 지점에서 빛을 비추었다. 바닥에 생기는 정사각형 무더기의 그림자의 양 끝점 사이의 거리를 기약분수로 썼을 때, 그 기약분수의 분자는?



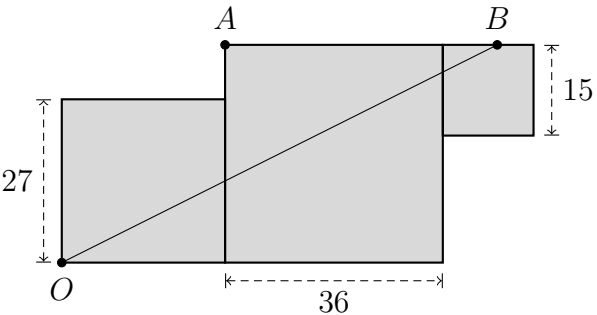
045

11. 어떤 자연수에서 시작하여 각 자리의 수들의 합을 구하고, 다시 그 수의 각 자리의 수들의 합을 구하고, 이러한 과정을 반복하면 결국 한 자리 수를 얻게 된다. 이를 “한 자리 수 만들기”라고 하자. 예를 들어 54329의 각 자리의 수들을 모두 합하면 $5 + 4 + 3 + 2 + 9 = 23$ 이다. 그리고 23의 각 자리의 수들을 모두 합하면 $2 + 3 = 5$ 이다. 다음 수에 “한 자리 수 만들기”를 적용하면 어떤 수를 얻는가?

$$3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times 13 \times 15 \times 17 \times 19$$

009

12. 한 변의 길이가 각각 27, 36, 15인 세 정사각형이 그림과 같이 놓여 있다. 선분 OB 가 색칠된 부분의 넓이를 이등분할 때, 선분 AB 의 길이는?



049

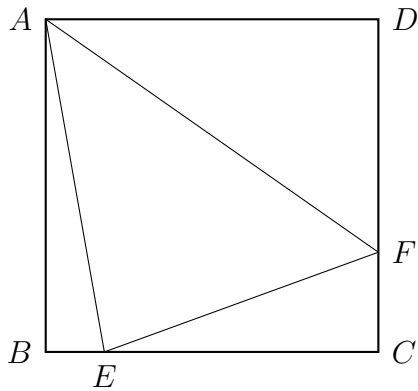
13. 아래의 왼쪽 표에서 비어 있는 13개의 칸에 A, B, C, D 중 하나를 적어 넣되, 각 가로줄과 세로줄에 A, B, C, D가 모두 나타나도록 하는 표의 개수는? (오른쪽 표는 이러한 조건을 만족하는 표의 한 예이다.)

| | | | |
|---|---|--|--|
| A | B | | |
| B | | | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
| B | C | D | A |
| D | A | B | C |
| C | D | A | B |

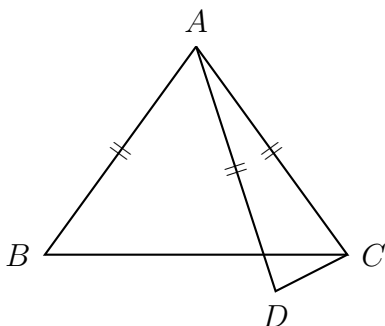
016

14. 다음 그림에서 정사각형 $ABCD$ 위의 점 E, F 에 대하여 $\angle BAE = 10^\circ$, $\angle AFD = 55^\circ$ 이다. 이때 $\angle FEC$ 는 몇 도($^\circ$)인가?



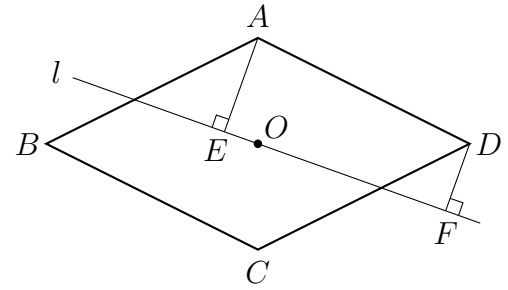
020

15. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AC}$ 이고, $\angle BAD$ 는 $\angle DAC$ 의 세 배이며, $\angle ACB$ 는 $\angle BCD$ 의 두 배이다. 이때 $\angle BAD$ 는 몇 도($^\circ$)인가?



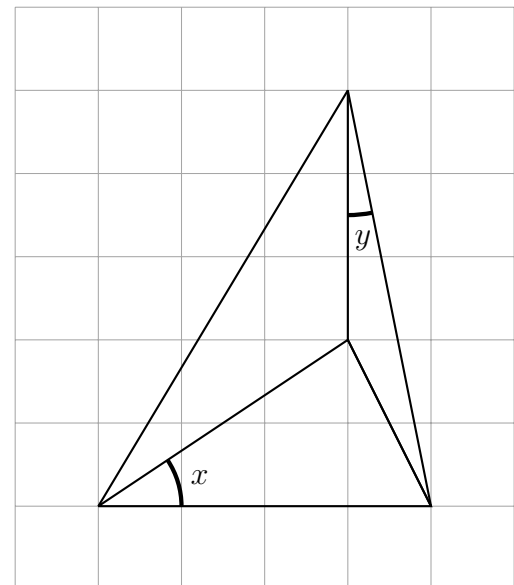
054

16. 다음 그림의 마름모 $ABCD$ 에서 $\overline{AC} : \overline{BD} = 1 : 2$ 이다. 직선 l 은 선분 AC 와 선분 BD 의 교점 O 를 지나고, 선분 AB 와 선분 CD 를 만난다. 직선 l 위의 두 점 E, F 에 대하여 선분 AE 와 선분 DF 는 직선 l 과 수직이고, $\overline{AE} = 7$, $\overline{DF} = 5$ 이다. 사각형 $AEFD$ 의 넓이는?



099

17. 가로줄의 간격과 세로줄의 간격이 똑같고 수직하게 만나는 모눈종이에 그린 아래 그림에서 두 각의 크기 x, y 의 합은 몇 도($^\circ$)인가?

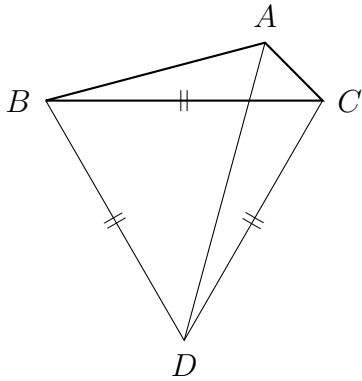


045

2022

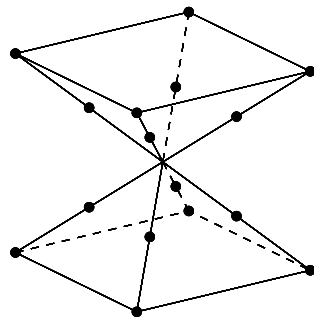
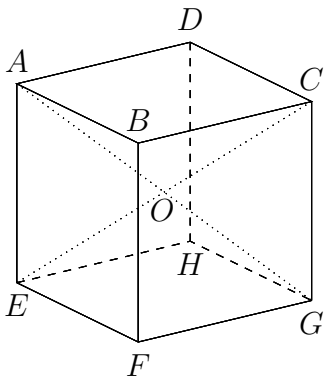
한국주니어수학올림피아드

18. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 100$, $\overline{AC} = 36$ 이고 $\angle BAC = 120^\circ$ 이다. 그림처럼 선분 BC 를 한 변으로 하는 정삼각형 $\triangle BCD$ 를 그렸을 때 선분 AD 의 길이는?



136

19. 아래의 왼쪽 그림은 꼭짓점이 A, B, C, D, E, F, G, H 인 직육면체를 나타낸 것이며, 내부의 점 O 에서 두 선분 AG 와 CE 가 만난다. 오른쪽 그림은 직육면체의 여덟 개의 꼭짓점과 함께, O 와 각 꼭짓점을 잇는 선분의 중점 여덟 개를 나타낸 것이다. 오른쪽 그림의 16개의 점 중에서 4개를 꼭짓점으로 하는 직사각형의 개수는?



024

20. 전구 128개에 각각 1번부터 128번까지 번호가 붙어 있다. 각 전구마다 스위치가 있어서 누를 때마다 켜져있는 전구는 꺼지고, 꺼져있는 전구는 켜진다. 모든 전구에 불이 켜져있는 상태에서 시작하여 아래의 일곱 단계를 수행하였을 때, 불이 켜져있는 전구의 개수는?

- 1단계: 번호가 2의 배수인 전구의 스위치를 누른다.
- 2단계: 번호가 4의 배수인 전구의 스위치를 누른다.
- \vdots
- m 단계: 번호가 $\overbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}^{m\text{개}}$ 의 배수인 전구의 스위치를 누른다.
- \vdots
- 7단계: 번호가 128의 배수인 전구의 스위치를 누른다.

085