

# Распределение тепла в пластине

## Метод Якоби

Игорь Степанов, ФРТК, 213

May 15, 2015

---

### 1 Постановка задачи

Для уравнения

$$\Delta U = -f(x, y), f(x, y) = -2(x^2 + y^2) + 2(x + y), U|_{\partial\Omega} = 0 \quad (1)$$

в области  $\Omega = [0, 1] \cap [0, 1]$  найти распределение тепла в пластине численно. При решении СЛАУ использовать итерационный метод Якоби для равномерной сетки с шагом по обоим направлениям  $h \in \{10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-7}\}$

Точное решение имеет вид:

$$U(x, y) = xy(1 - x)(1 - y) \quad (2)$$

### 2 Метод Якоби

Для метода Якоби используется разностная схема:

$$U_{i,j}^{(k+1)} = \frac{1}{4} \left( U_{i-1,j}^{(k)} + U_{i+1,j}^{(k)} + U_{i,j-1}^{(k)} + U_{i,j+1}^{(k)} - h^2 f_{i,j} \right) \quad (3)$$

### 3 Результат

Шаг h	Точность $\varepsilon$	Кол-во итераций N	Ошибка err
0.1	0.1	1	0.05771015319824219
0.01	0.01	1977	0.009993698168278047
0.001	0.001	-	-
0.0001	0.0001	-	-

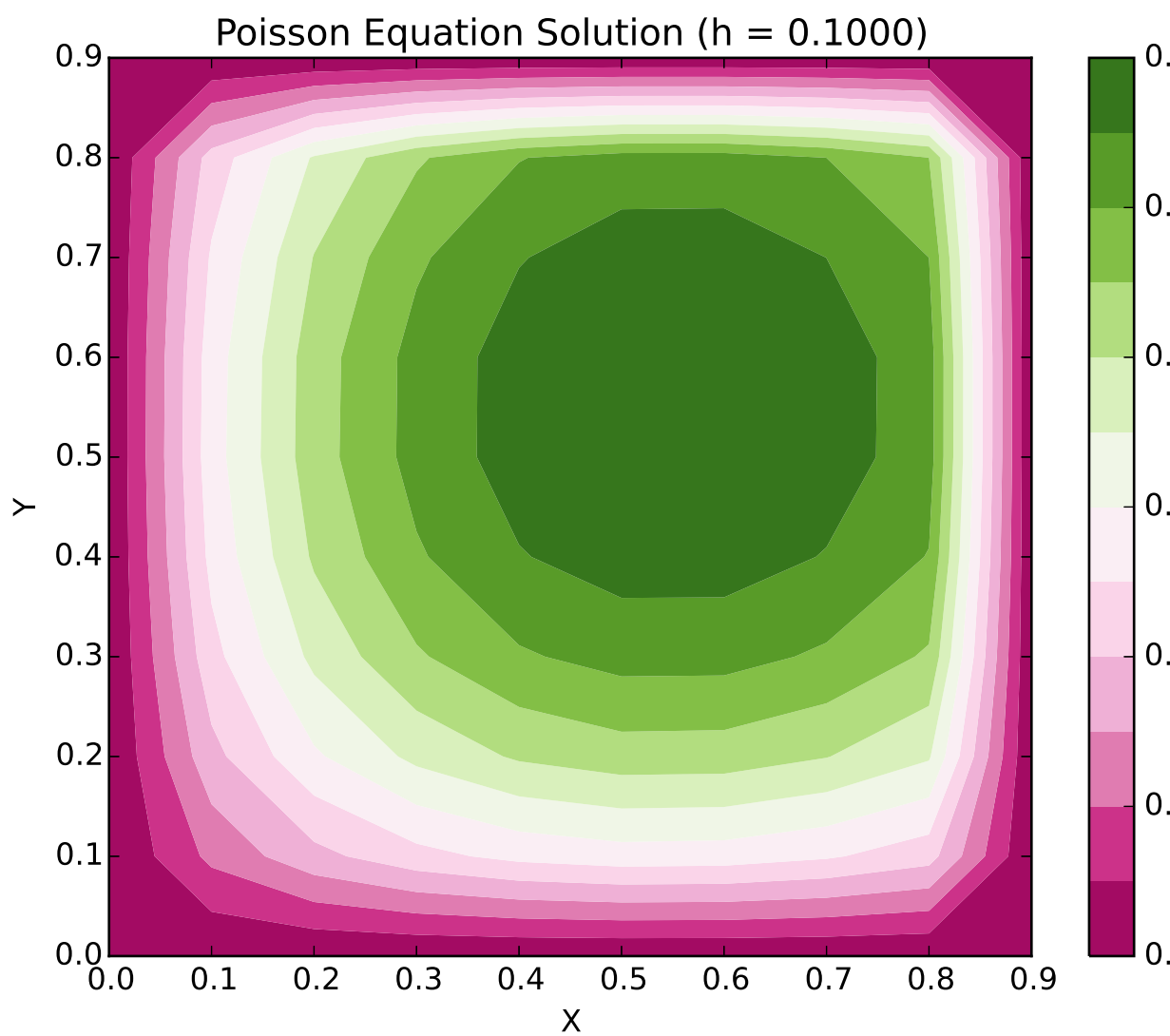


Figure 1: Метод Якоби для шага  $h = 0.1$

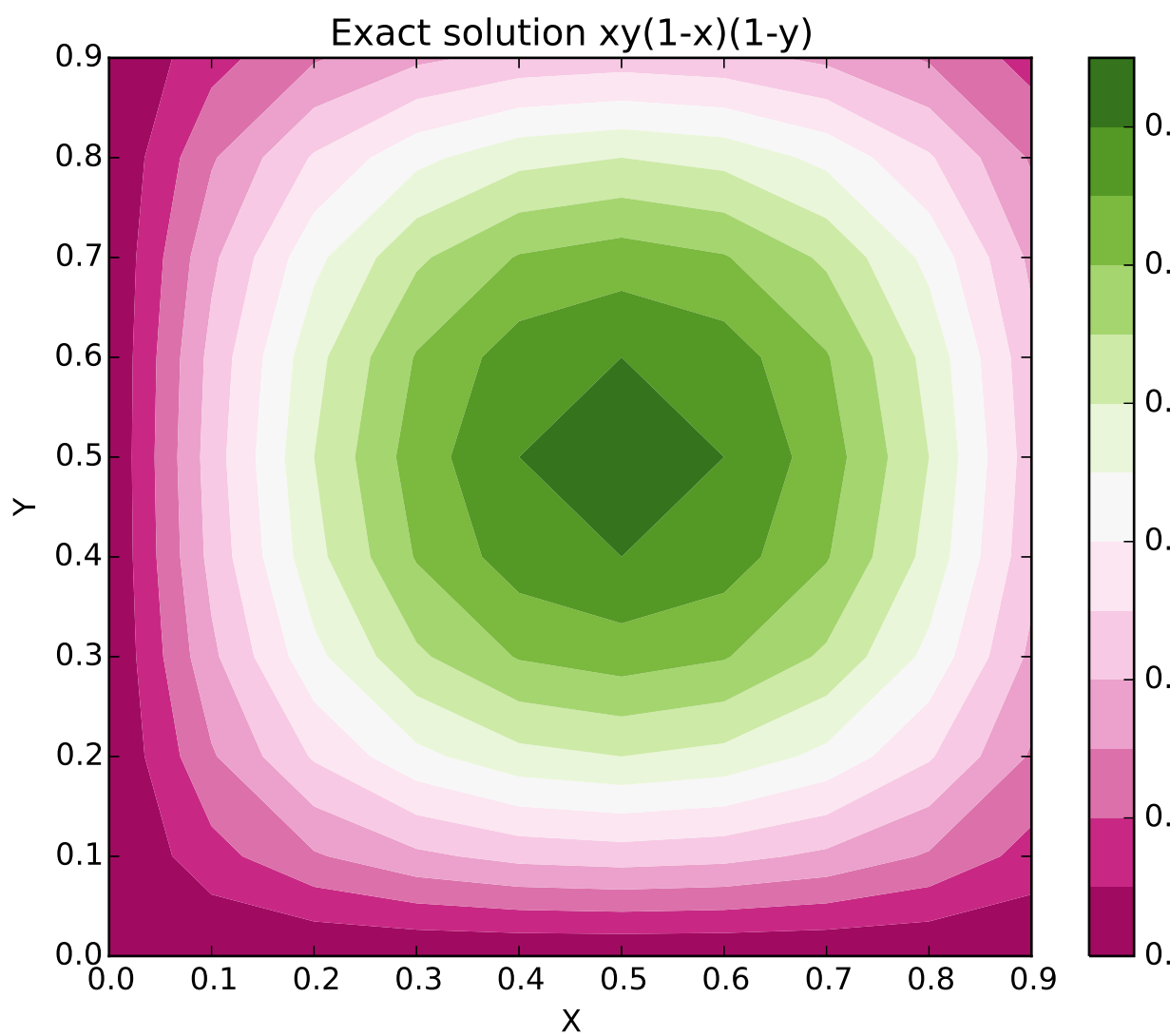


Figure 2: Точное решение

## 4 Заключение