

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)

Faglig kontakt under eksamen: Trond Andresen, tlf. **7359 4358**, mobil **9189 7045**
Han går to veiledningsrunder, ca. kl. 0945 - 1015 og ca. kl. 1115 - 1145

Eksamen i TTK4105 reguleringsteknikk

tirsdag 9. august 2005

Tid: 0900 - 1300

Denne besvarelse teller 100% på karakteren – midtsemesterprøven teller ikke

Sensur vil foreligge innen tre uker. Følg med på fagets nettsted for mulig tidligere resultat.

Hjelpemiddelkombinasjon D: Kalkulator med tomt minne tillatt. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt, unntatt Rottmann.

Prosenttallene angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen.

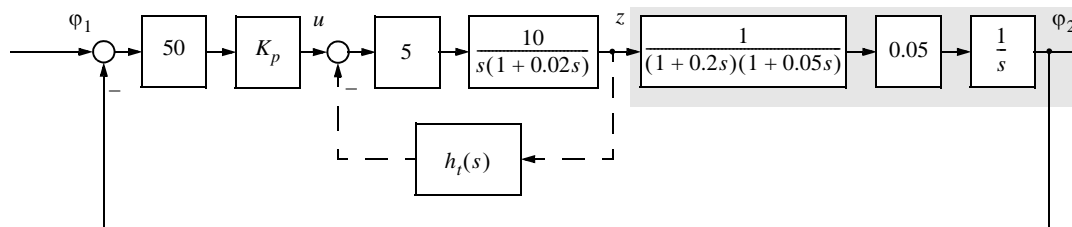
Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke **formelsamlinga** bakerst i oppgavesettet. **Se kjapt gjennom den før du begynner.** Sjekk den alltid før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga. Noen spørsmål skal besvares ved å **måle ut verdier på figurer i oppgavesettet** – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet"! Der hvor rubrikk for studentnr. etc. er angitt på sider i oppgavesettet, **kan man tegne i figurer og levere det påtegnede arket som en del av besvarelsen.**

STUDENTS MAY ANSWER THIS EXAM IN ENGLISH IF THAT IS PREFERRED.

Oppgave 1 (18 %)

Figur 1.1 viser blokkdiagrammet for et forholdsvis komplisert elektro-hydraulisk system for dreining i horisontalplanet av ei jordbasert antenne som skal følge en satellitt over himmelen.

Referansevinkelen φ_1 er en rampefunksjon (= øker lineært med tida), og φ_2 er antennes vinkelposisjon. Se inntil videre bort fra den interne tilbakemeldinga $h_t(s)$ som er antydnet i figuren.



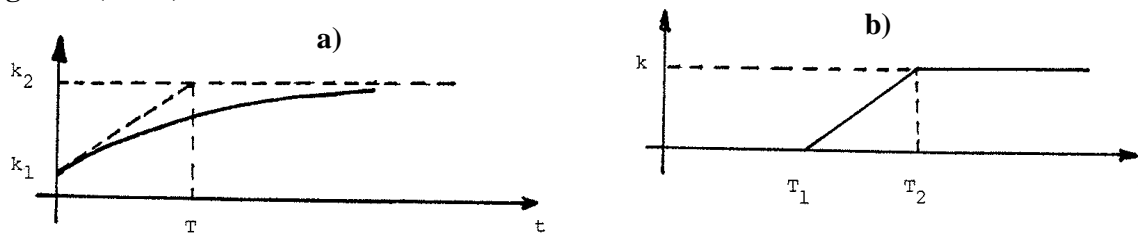
figur 1.1

- a) (8 %) Vi betrakter en del av den uregulerte (= åpne) prosessen fra z til utgangen φ_2 (det skraverte området). Sett $\varphi_2 = y$ og finn matriser A , b , c^T i en tilstandsrommodell

$$\dot{x} = Ax + bz, y = c^T x. \quad (1.1)$$

- b) (5 %) En kollega foreslår å bruke rein proporsjonalregulering K_p , uten intern tilbakemelding. Du bør svare at dette ikke er akseptabelt, uansett verdi av K_p . Forklar!
- c) (5 %) Hvis man innfører en intern tilbakemelding som en rein forsterkning: $h_i = K_i$, vil det for en passende verdi av K_i (som du ikke trenger å regne på for å besvare dette spørsmålet) løse problemet fra punkt b). Forklar!
Men en viktig egenskap med dette servosystemet vil da samtidig gå tapt. Forklar!
(En mer komplisert intern tilbakemelding vil løse begge problemer, men det er ikke tema i dette eksamenssettet ... ;-)).

Oppgave 2 (15 %)



figur 2.1

Finn rimelige transferfunksjoner som svarer til sprangresponsene i figur 2.1.

Poeng gis som følger: a) (5 %), b) (6 %).

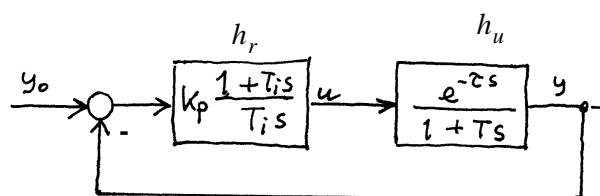
(Tips: Begge svar kan kontrolleres v.h.a. sluttverditeoremet, men dette kreves ikke. På spørsmål a) kan begynnelsverditeoremet komme til nytte, men du kan også klare deg uten.)

- c) (4 %) Hvilke av disse transferfunksjonene svarer til systemer som er asymptotisk stabile?
Begrunnet, kort svar!

Oppgave 3 (41 %)

En prosess h_u skal reguleres med en PI-regulator h_r som vist i figur 3.1.
En mulig framgangsmåte i dette tilfelle er å begynne med å velge $T_i = T$, og så bestemme en K_p som er akseptabel.

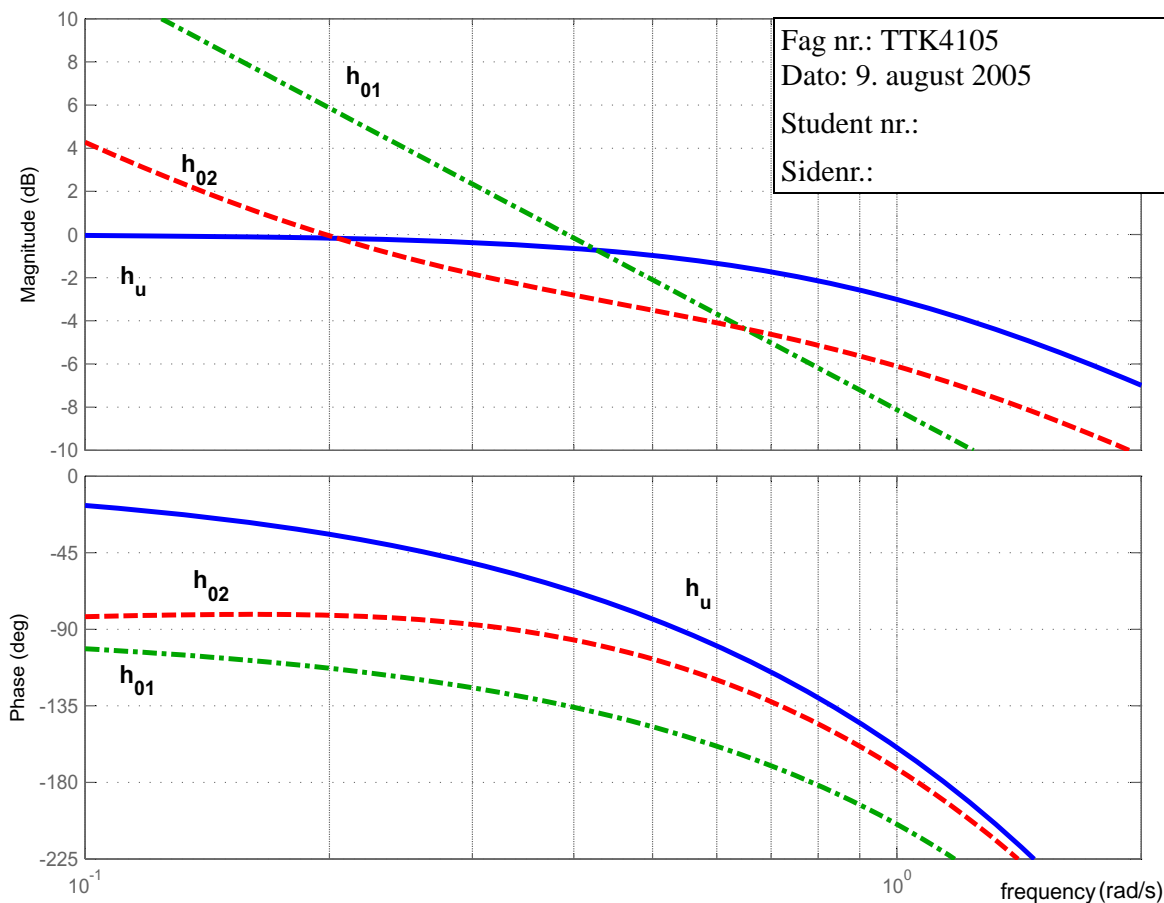
figur 3.1



- a) (6 %) Finn den K_p som bringer systemet på stabilitetsgrensa. I dette spesielle tilfellet kan denne lett beregnes algebraisk – vi trenger ikke bruke Bode-diagram.
Er resultatet rimelig (begrunn svaret)?
(To tips: Svaret blir et uttrykk som inneholder T og τ . Et nyttig mellomresultat er at $\omega_{180} = \pi/(2\tau)$, dvs. ω_{180} er uavhengig av K_p).
- b) (6 %) Vi forlanger størst mulig båndbredde på betingelse av at forsterkningsmargin og fasemargin skal tilfredsstille henholdsvis $\Delta K \geq 6$ dB og $\psi \geq 45^\circ$. Hva blir da K_p ?
(Igjen skal du finne et algebraisk uttrykk).

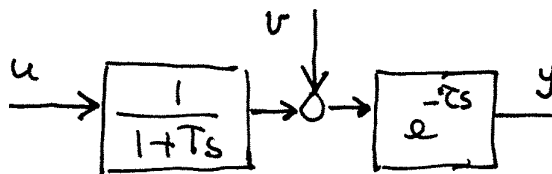
Vi betegner resultatet av syntesen ovenfor med $h_{01} = h_{r1}h_u$.

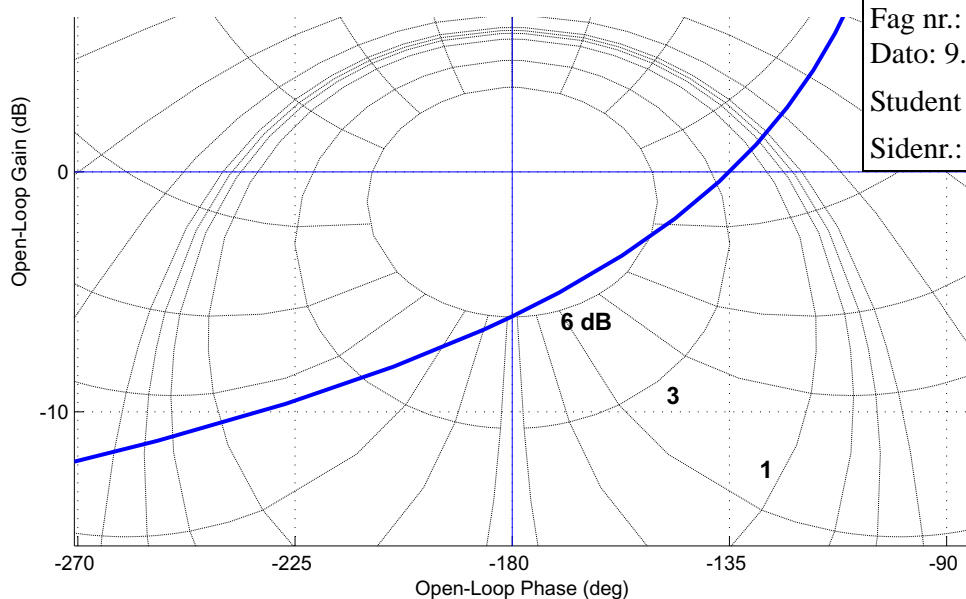
En alternativ framgangsmåte er å bruke Ziegler-Nichols' metode for å fastlegge *begge* parametre i PI-regulatoren. Regulatoren du da finner, kaller du h_{r2} .
 Sett fra nå av $T = 1$ og $\tau = 2$. Figur 3.2 med Bodediagrammer skal brukes i det følgende:



figur 3.2

- c) (5 %) Finn K_p og T_i ved hjelp av Ziegler-Nichols metode brukt på Bodediagrammet av prosessen h_u .
- d) (4 %) I figur 3.2 er også Bodediagrammet for $h_{02} = h_{r2}h_u$, og $h_{01} = h_{r1}h_u$ fra den første metoden (med $T = 1$ og $\tau = 2$). Hvilken metode ga best resultat? Begrunnet svar!
- e) (7 %) I Nichols-diagrammet i figur 3.3 neste side er grafen for h_{01} vist. Finn maksimalverdien av $|N_1(j\omega)|$! Er den akseptabel? Hva bør eventuelt justeres noe? Finn ut ved hvilken frekvens maksimalverdien inntreffer! Skisser $|N_1(j\omega)|$ grovt i Bodediagrammet, og lever det påtegnete ark som del av besvarelsen!
- f) (5 %) En forstyrrelse v angriper inne i prosessen, som vist til høyre. Tegn blokkdiagram for reguleringssystemet med en foroverkopplingsblokk h_f lagt til i strukturen. Bruk bare symbolet h_r for regulator-blokka.





Fag nr.: TTK4105
 Dato: 9. august 2005
 Student nr.:
 Sidenr.:

figur 3.3

- g) (4 %) Finn et algebraisk uttrykk for den ideelle forkopling $h_{fi}(s)$. Finn en mer realistisk foroverkopling. (Tips: Bortsett fra fortegnet, har denne samme struktur som en begrenset PD-regulator.)
- h) (4 %) Du skal nå drøfte hva som skjer for forskjellige verdier av T og τ , og betrakter forholdet T/τ . Hvis denne brøken er liten, er foroverkoplinga mer verdifull, og omvendt. Forklar! (Dette kan gjøres verbalt uten regning – ved betraktninger på blokkdiagrammet med foroverkopling.)

Oppgave 4 (8 %)

Du skal lage en diskret PI-regulator basert på den kontinuerlige, $h_r(s) = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s}$.

Tastetida er T . Regulatoralgoritmen får formen

$$u[k] = u[k-1] + g_0 e[k] + g_1 e[k-1], \text{ der } e \text{ er avvik og } u \text{ er pådrag} \quad (4.1)$$

Finn uttrykkene for koeffisientene g_0 og g_1 .

Oppgave 5 (18 %)

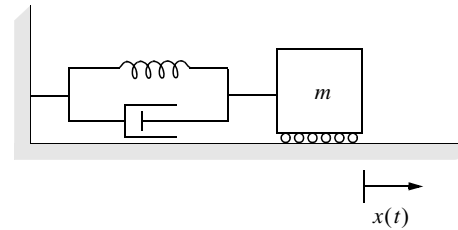
Gitt *Van der Pols* ligning:

$$\ddot{x} + \alpha(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0, \quad \alpha > 0 \quad (5.1)$$

- a) (6 %) Definér tilstander $x_1 = x$ og $x_2 = \dot{x}$. Skriv opp ligningssettet $\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x})$.

- b) (5 %) Finn matrisa A i en linearisert modell $\Delta \dot{\underline{x}} = A \Delta \underline{x}$ for et vilkårlig arbeidspunkt $\underline{x}^p = \begin{bmatrix} x_1^p \\ x_2^p \end{bmatrix}$ der $\Delta \underline{x}$ representerer små variasjoner rundt \underline{x}^p slik at $\underline{x} = \underline{x}^p + \Delta \underline{x}$.

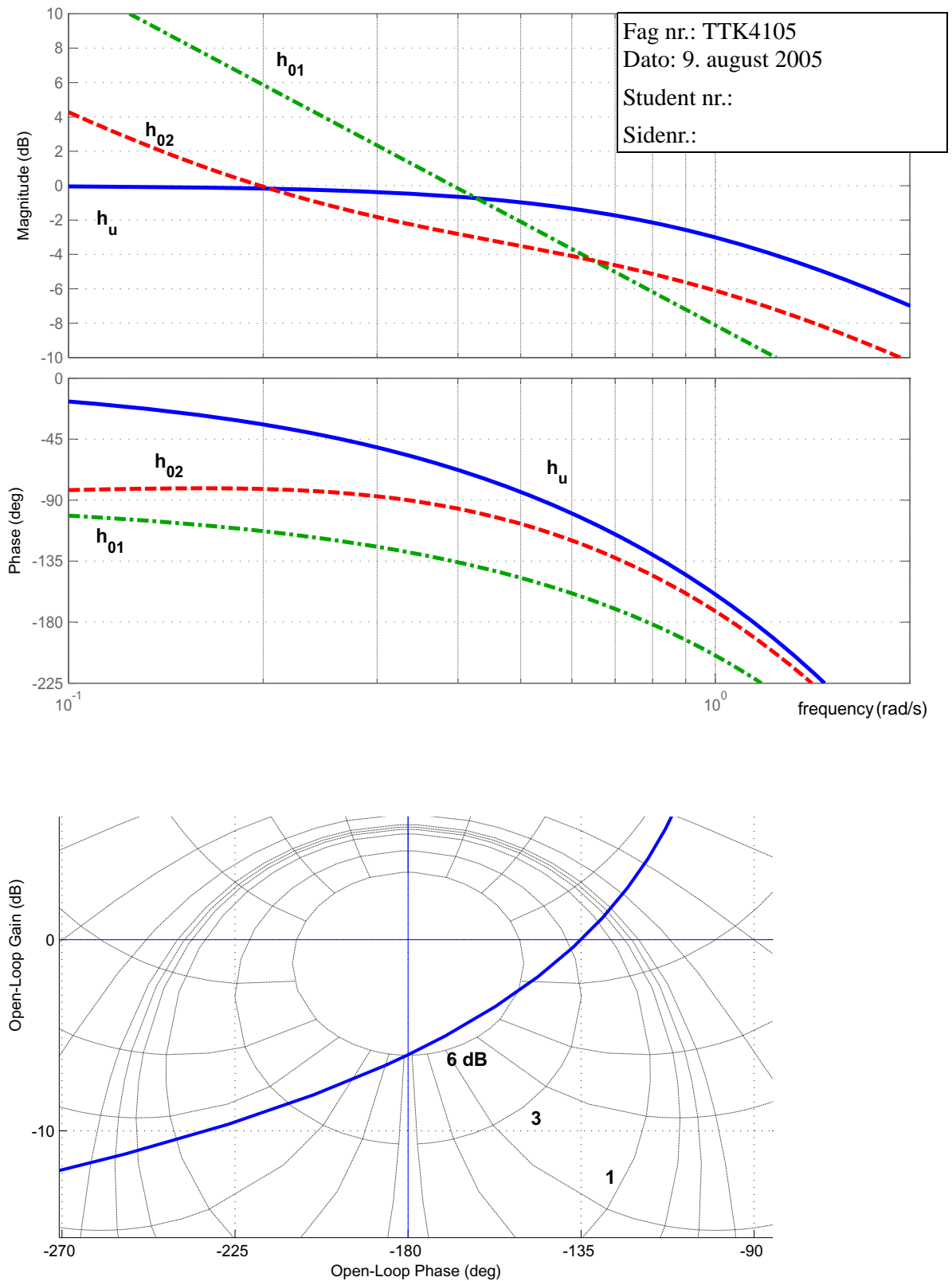
- c) (7 %) Ligning (5.1) kan representere et ulineært masse-fjær-demper-system på vannrett, friksjonsløst underlag, hvor den ene av tre parametre: m = masse, f = dempekonstant, k = fjærkonstant – endrer seg avhengig av massens posisjon, mens de to andre er konstante.



Finn m , f og k for systemet gitt ved ligning (5.1).

Hvorfor vil aldri dette (merkelige) masse-fjær-demper-systemet kunne komme til ro?

Et ekstra ark, om du skulle trenge det....



Formelsamling

(5 sider, noe av dette trenger du kanskje...)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sf(s), \quad \text{og} \quad \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sf(s) \quad (\text{V.1})$$

$$\mathcal{L} [\dot{f}(t)] = sf(s) - f(t)|_{t=0}, \quad \mathcal{L} [\ddot{f}(t)] = s^2 f(s) - sf(t)|_{t=0} - \dot{f}(t)|_{t=0} \quad (\text{V.2})$$

$$\text{Residuregning: } f(t) = \sum_{a_i} \frac{1}{(m-1)!} \left[\frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}} \{ (s-a_i)^m f(s) e^{st} \} \right] \Big|_{s=a_i} \quad (\text{V.3})$$

$$\text{Tidsforsinkelse: } \mathcal{L} [f(t-\tau)] = e^{-\tau s} f(s) \quad (\text{V.4})$$

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \quad (\text{V.5})$$

$$\text{Rettlinja bevegelse: } f = ma \quad \text{Rotasjon: } d = I\dot{\omega} \quad (\text{V.6})$$

Folding (konvolusjon):

$$y(t) = h(t) * u(t) = \int_0^t h(t-\tau) u(\tau) d\tau, \quad \mathcal{L} [h(t) * u(t)] = h(s) u(s) \quad (\text{V.7})$$

$$\begin{aligned} \text{Linearisering: } \Delta \mathbf{x} &= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p} \Delta \mathbf{x} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p} \Delta \mathbf{u}, \quad \mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \Big|_{\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p} \\ \Delta \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} \end{aligned} \quad (\text{V.8})$$

Gitt en åpen prosess $h_0(s)$ med N_p poler i høyre halvplan.

Vektoren $1 + h_0(j\omega)$ får en netto vinkeldreining lik

$$\Delta \angle(1 + h_0) = -2\pi(N_n - N_p) \quad \text{når } \omega \text{ går fra } -\infty \text{ til } \infty \quad (\text{V.9})$$

N_n blir da antall poler i h.h.p. for det lukkede (tilbakekoplede) system.

Merk: Dreieretning er definert positiv *mot* urviseren.

$$x[\text{dB}] = 20 \cdot \log_{10}(x) \quad (\text{V.10})$$

Rouths kriterium:

For stabilitet kreves for det første at alle koeffisienter i det karakteristiske polynom (nevnerpolynomet i det lukkede system) må ha samme fortegn. Dessuten må alle koeffisienter i den venstre kolonne i Rouths tabell (nedenfor) ha samme fortegn.

Kall det karakteristiske polynom: $\alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0$

Rouths tabell blir da (i tilfellet vist her er n et oddetall):

$$\begin{array}{cccc}
 \alpha_n & \alpha_{n-2} & \dots & \alpha_1 \\
 \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} & \dots & \alpha_0 \\
 \beta_{n-1} & \beta_{n-3} & \dots & \\
 \zeta_{n-1} & \zeta_{n-3} & \dots & \\
 \cdot & & & \\
 \cdot & & & \\
 \cdot & & & \\
 \sigma_{n-1} & \sigma_{n-3} & & \\
 \eta_{n-1} & & & \\
 \omega_{n-1} & & &
 \end{array}$$

(V.11)

De nye koeffisientene i tabellen framkommer etter følgende regler:

$$\beta_{n-1} = \frac{\begin{array}{cc} \alpha_n & \alpha_{n-2} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} \end{array}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} - \alpha_n\alpha_{n-3}}{\alpha_{n-1}}$$

$$\beta_{n-3} = \frac{\begin{array}{cc} \alpha_n & \alpha_{n-4} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-5} \end{array}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-4} - \alpha_n\alpha_{n-5}}{\alpha_{n-1}}$$

osv.

Ziegler-Nichols' regler :

(V.12)

Regulator	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{pk}$	∞	0
PI	$0.45K_{pk}$	$T_k/1.2$	0
PID	$0.6K_{pk}$	$T_k/2$	$T_k/8$

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_{180}}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \cdot & \cdot & -\alpha_{n-2} & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}^T = [\rho_0 \ \rho_1 \ \rho_2 \ \cdot \ \cdot \ \cdot \ \rho_{n-1}]$$

(V.13)

gir $\frac{y}{u}(s) = h(s) = \frac{\rho_{n-1}s^{n-1} + \dots + \rho_1s + \rho_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0}$

Diskret regulator: Alle s erstattes med $\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$, der z er en tidsforskyvingsoperator

(V.14)