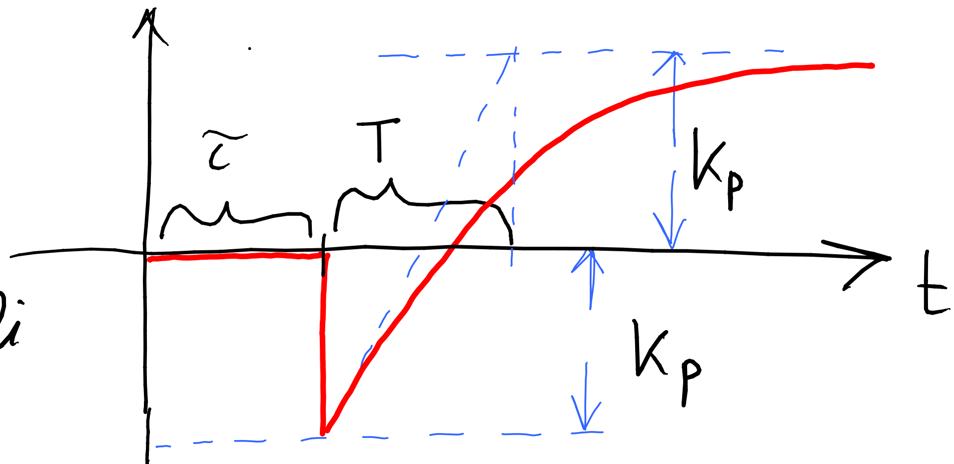
Løsningsforslag eksamen i reguleringsteknikk 4/6-2007

Oppg. 1a)

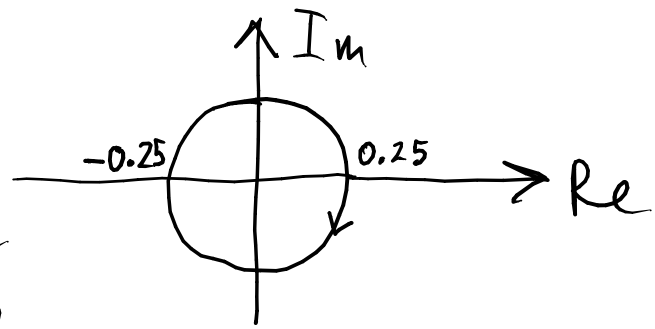


Kan finnes v.h.a. beg. verdi og sluttverdi, og/eller 1. linje s. 11 i oppgavesettet

1b)

$$|h_0| = 0.25 \frac{\sqrt{1+(\omega T)^2}}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} \cdot 1 = 0.25$$

= sirkel



1c)

Systemet er åpent stabilt. Da skal ikke Nyquistkurven omslutte -1. Sirkelen har radius $= K_p$. Da blir $\underline{K_{pk} = 1}$. $\Delta K = \underline{\underline{4 = 12\,dB}}$. $|h_0|$ for $K_p < 0$ blir $|K_p|$. Sirkelen har også nå radius $|K_p| \Rightarrow K_{pkn} = \underline{\underline{-1}}$.

1d)

$$h = \frac{t_0/n_0}{1 + t_0/n_0} = \frac{t_0}{n_0 + t_0} \Rightarrow \frac{t_0}{n_0} = K_p \frac{1-Ts}{1+Ts} \cdot \frac{(1-\frac{\tau}{2}s)}{(1+\frac{\tau}{2}s)}$$

$\Rightarrow e^{-\tau s}$ approksimeres med $\underline{\underline{\frac{1-\tau/2\, s}{1+\tau/2\, s}}}$

1e)

Nevnerpolynomet i h =

$$(1+K_p)\frac{T\tau}{2}s^2 + \left(T + \frac{\tau}{2}\right)(1-K_p)s + (1+K_p)$$

1e, forts) Rouths tabell blir da:

$$\begin{array}{cc} (1+K_p)\frac{T\tau}{2} & 1+K_p \\ (1-K_p)(T+\frac{\tau}{2}) & 0 \\ \hline 1+K_p & \end{array}$$

Vi krever ingen fortegnsskift $\Leftarrow -1 < K_p < 1$

Stemmer med resultatet fra **c)**.

(Ellers gjelder det for et 2-orders system at venstre kolonne blir identisk med polynomets koeffisienter. Det er da tilstrekkelig å sjekke om disse har samme fortegn.)

1f) Nyquist: $\Delta\angle(1+h_0) = -4\pi = -2\pi\,(N_n - 0) \Rightarrow \underline{\underline{N_n = 2}}$

Routh: $K_p > 1 \Rightarrow$ to fortegnsskift $\Rightarrow \underline{\underline{N_n = 2}}$

$K_p < -1 \Rightarrow$ ——"—— ——"——

1g) Fra **1e)**: $n_0 + t_0 = (1+K_p)\frac{T\tau}{2}s^2 + (T+\frac{\tau}{2})(1-K_p)s + (1+K_p)$

$$\Rightarrow s^2 + \frac{1-K_p}{1+K_p}\cdot\frac{T+\frac{\tau}{2}}{T\tau/2}\,s + \frac{2}{T\tau} = s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{T\tau}} = \underline{\underline{2}}.$$

Måler over tre perioder, $t_2 - t_1 \approx 9.45$

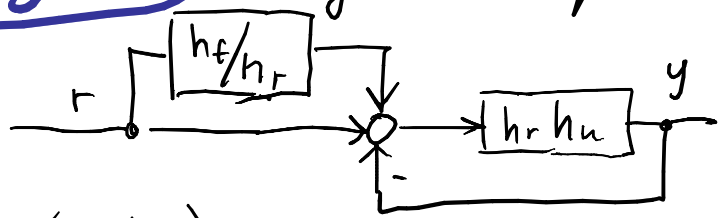
Da er $\beta = \frac{2\pi}{9.45/3} = \frac{6\pi}{9.45} = 1.9947$

Ved t_2 til t_1 er amplituden h.hv. 5.05 cm og 1.45 cm. Vi har da $e^{-\alpha\cdot 9.45} = \frac{1.45}{5.05} \Rightarrow$

$\alpha = \frac{1}{9.45}\ln\left(\frac{5.05}{1.45}\right) = 0.1320$

$\omega_0 = \sqrt{\alpha^2+\beta^2} = \sqrt{1.9947^2 + 0.1320^2} = \underline{\underline{1.9991}} \approx 2$

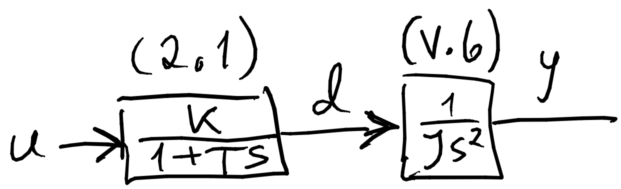
Oppg. 2a) Flytter høyre summasjonspunkt:



$$\Rightarrow h = \frac{\left(1+\frac{h_f}{h_r}\right) h_r h_u}{1 + h_r h_u}$$

Hvis $\left(1+\frac{h_f}{h_r}\right) h_r h_u = 1 + h_r h_u$ blir $h \equiv 1$. Dette oppnås med $h_f = \frac{1}{h_u} = h_{fi}$

2b)



$$\Rightarrow h_u = \frac{K}{Js^2(1+Ts)}$$

$$\Rightarrow h_{fi} = 1/h_u = \frac{J}{K}(s^2 + Ts^3)$$

Velger h_f slik at $|h_f(j\omega)| \to$ konst. når $\omega \to \infty$:

$$h_f = \frac{J}{K} \cdot \frac{s^2 + Ts^3}{(1+\alpha T s)^3}, \quad 0 < \alpha \ll 1$$

Foroverkopling betyr ingenting for systemets stabilitet!

2c) $\angle h_0(j\omega) < -180^\circ \ \forall \omega$. For å få stabilt lukket system må $\angle h_0$ løftes over -180°. Det krever derivatvirkning.

2d) Kravet oppfylles hvis to integrasjoner i h_0 fra r til y. h_u inneholder to integrasjoner. Da trengs det ingen i h_r. Dermed gir 2c) og 2d) som resultat: (begrenset) PD-regulator

Oppg. 3a)

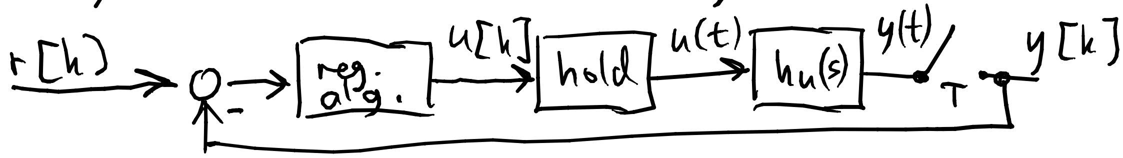
UAUUM

3b) 2,5

3c) Stiplet graf indikerer endringa:

- kryssfrekvensen øker (bra)
- resonanstoppen blir høyere (dårlig: mindre stabilitet)

3d)



3e) Antar at regulatoren er kontinuerlig, og bestemmer parametre på det grunnlaget. Så erstattes alle s'ene i $h_r(s)$ med $\frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)$. Dette gir en rekursiv formel for den diskrete regulator.

Hvis T er "stor", kan man gjøre som ovenfor, man må bare først putte inn en tidsforsinkelse $e^{-\frac{T}{2}s}$ i h_0.

Oppg. 4a)

Gjør dette ved å vise at (4.2) gir (4.1). Vi har $h(s) = \underline{c}^T (sI-A)^{-1}\underline{b} =$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{s+3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+3} & \frac{-1}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{2}{s+3} - \frac{1}{s+2} = \frac{2(s+2)-(s+3)}{(s+3)(s+2)} = \underline{\underline{\frac{s+1}{s^2+5s+6}}}$$

4b) $\Phi(t) = e^{At} = (\text{i dette tilfellet}) = e^{\Lambda t} = \begin{bmatrix} e^{-3t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}$

4b forts.)

$$\underline{x}(t) = \int_0^t e^{\Lambda(t-\tau)} \underline{b} \underbrace{u(\tau)}_{\equiv 1} d\tau = \int_0^t \begin{bmatrix} e^{-3(t-\tau)} & 0 \\ 0 & e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} d\tau \cdot 1$$

$$= \int_{\tau=0}^t \begin{bmatrix} e^{-3(t-\tau)} \\ e^{-2(t-\tau)} \end{bmatrix} d\tau = -\int_{\alpha=t}^{0} \begin{bmatrix} e^{-3\alpha} \\ e^{-2\alpha} \end{bmatrix} d\alpha = \int_0^t \cdots = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(1-e^{-3t}) \\ \frac{1}{2}(1-e^{-2t}) \end{bmatrix}$$

Oppg. 5a) Se neste side.

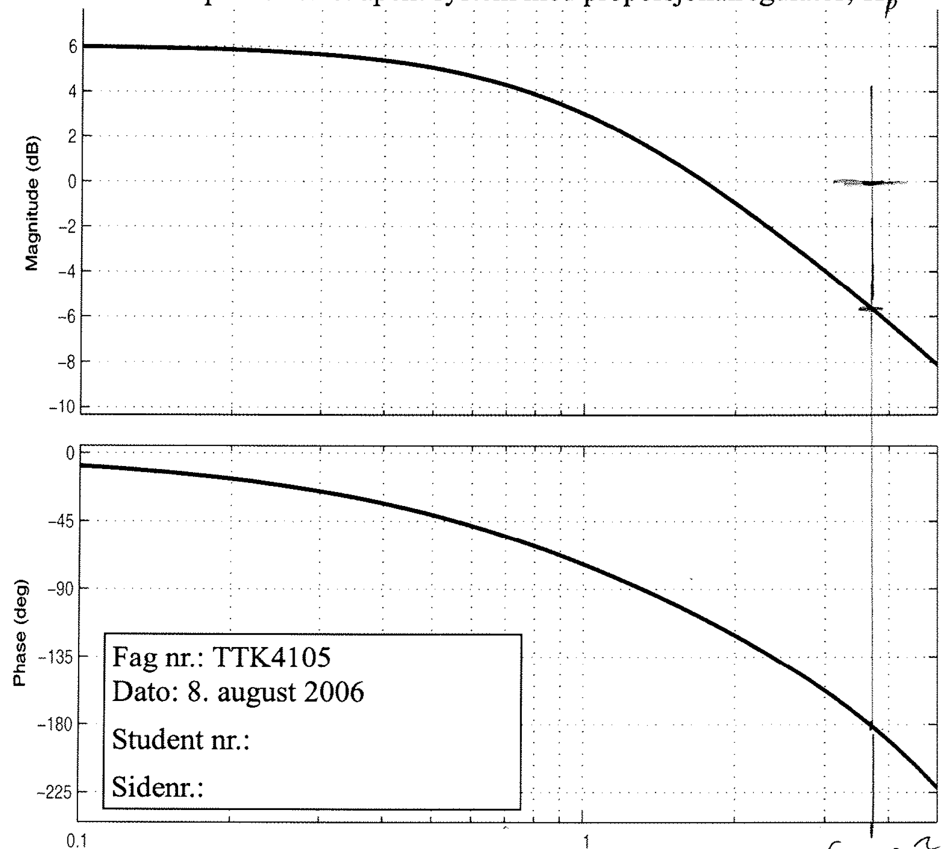
5b) —— " ——

5c) Resonanstoppen i $|N(j\omega)|$ blir mye over 6dB. Dette indikerer for dårlig stabilitet. K_p må reduseres, eller T_i kan økes.

5d) Se neste side.

Oppgave 5

Figur 5.1 viser frekvensresponsen til et åpent system med proporsjonalregulator; $K_p = 0.1$.



Fag nr.: TTK4105
Dato: 8. august 2006
Student nr.:
Sidenr.:

$5.6\,dB = 1.9$

$K_{pk} = 0.1 \cdot 1.9 = 0.19$

$K_p = 0.45 K_{pk} = \underline{0.086}$

$\omega_{180} \approx 3.6$

figur 5.1

$T_k = \frac{2\pi}{3.6} = 1.74$

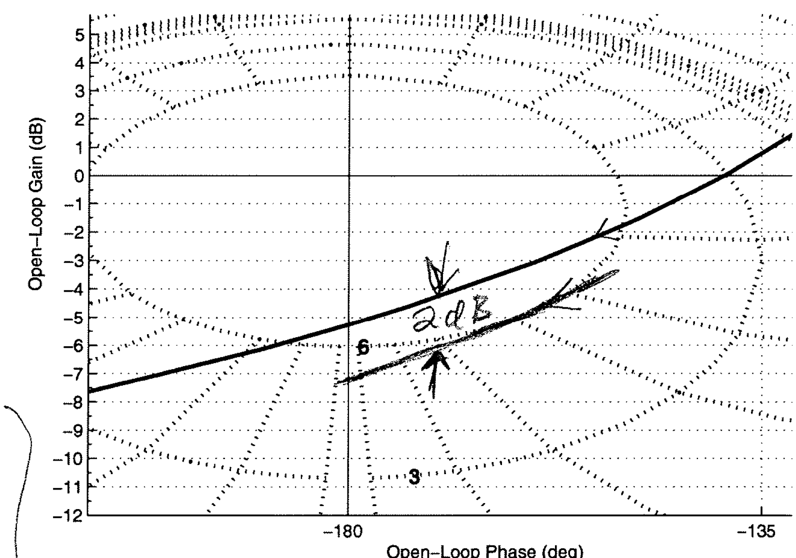
$T_i = \frac{T_k}{1.2} = \underline{1.45}$

a) (%) Er det lukkede system stabilt for denne verdien av K_p? Begrunnet svar!

b) (%) Det skal brukes PI-regulator på systemet. Finn verdier for K_p og T_i ved hjelp av Ziegler-Nichols' metode!

c) (%) Med parametre valgt i følge pkt. b), blir frekvensgangen til den åpne sløyfes transferfunksjon som vist i Nichols-diagrammet til høyre Kommentér!

d) (%) Hvor mye ville du eventuelt ha endret K_p? (Tegn i diagrammet og levér denne sida som del av besvarelsen!)



→ K_p bør reduseres med $\approx \underline{2\,dB}$