

Faglig kontakt under eksamen: Tommy Gravdahl, tlf. 7359 4393, mobil 9014 4212  
T.G. går to veiledningsrunder, ca. kl. 1015 - 1100, og ca. kl. 1315 - 1345

## Eksamen i SIE3005 reguleringsteknikk

fredag 15. august 2003

Tid: 0900 - 1500

**Sensur** vil foreligge seinst 5. september.

**Hjelpemiddelkombinasjon B1:** Kalkulator med tomt minne tillatt. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt, unntatt Rottmanns formelsamling.

**Prosenttallene** angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen.

Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke **formelsamlinga** bakerst i oppgavesettet. **Se kjapt gjennom den før du begynner.** Sjekk den alltid før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga. Noen spørsmål skal besvares ved å **måle ut verdier på figurer i oppgavesettet** – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet"! Der hvor rubrikk for studentnr. etc. er angitt på sider i oppgavesettet, **kan man tegne i figurer og levere det påtegnede arket som en del av besvarelsen.**

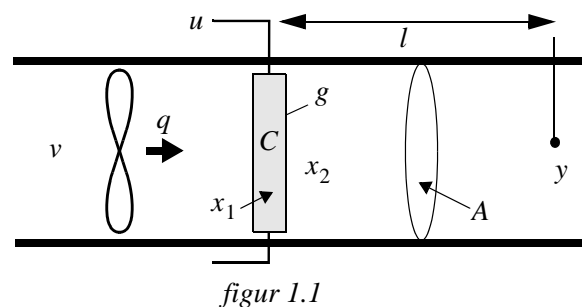
STUDENTS MAY ANSWER THIS EXAM IN ENGLISH IF THAT IS PREFERRED.

### Oppgave 1 (68 %)

Gitt prosessen som vist i figur 1. Ei vifte blåser luft med volumstrøm  $q$  [ $m^3/s$ ] og inngangstemperatur  $v$  [ $^{\circ}C$ ] forbi et varmeelement som varmer opp lufta til temperatur  $x_2$ . Et stykke lenger ute i røret måles temperaturen  $y = x_2(t - \tau)$ , der  $\tau$  er en tidsforsinkelse. Vi betrakter en lineær modell av prosessen. Den gjelder for en liten temperaturøkning i lufta.

Flere størrelser defineres:

- $u$  : Spenning over element [ $V$ ].
- $P$  : Effekt ytt av element [ $W$ ], antas å være  $P = Gu$ , der  $G$  er en konstant.
- $l$  : Avstand fra element til temperaturmåling [ $m$ ]
- $A$  : Tverrsnittsareal rør [ $m^2$ ].
- $C$  : Varmekapasitet element [ $J/^{\circ}C$ ]
- $g$  : Varmeovergangstall element/luft [ $W/^{\circ}C$ ].
- $\gamma$  : Spesifikk varmekapasitet for luft [ $J/(kg \ ^{\circ}C)$ ].
- $\rho$  : Spesifikk masse for luft [ $kg/m^3$ ].



Vi antar at alle størrelser er konstante, unntatt de tidsvariable  $x_1, x_2, y, v, u$ .

I det følgende bør du, for å forenkle arbeidet, innføre en koeffisient  $\beta = \gamma \rho q$ .

Til og med deloppgave (f) nedenfor er det ingen tilbakekopling (dvs. åpen sløyfe).

a) (3 %) Finn tidsforsinkelsen  $\tau$  som funksjon av tre av de oppgitte koeffisienter.

b) (10 %) Prosessens modell blir  $y = h_u u + h_v v$ , med

$$h_u = K_u \frac{1}{1 + T_1 s} e^{-\tau s}, \quad h_v = K_v \frac{1 + T_2 s}{1 + T_1 s} e^{-\tau s} \quad (1.1)$$

Det oppgis at  $K_v = 1$ . Finn  $K_u$ ,  $T_1$  og  $T_2$ ! (Tips for kontroll: Det oppgis at  $T_2 = \frac{\beta}{g + \beta} T_1$ . Dermed er  $T_2 < T_1$ , noe du trenger til oppgave (f) nedenfor.)

I det følgende trenger du ikke å ha greidd oppgave a) og b) for å få full uttelling. Bruk størrelsene  $K_u$ ,  $T_1$  og  $T_2$  – du skal ikke sette inn noen tallverdier for dem.

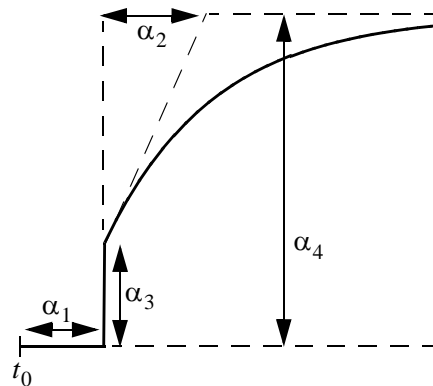
c) (2 %) Kan modellen (1.1) formuleres på tilstandsromform? (Kort, men begrunnet, verbalt svar!)

d) (4 %) Anta at  $v = v_0$  og  $u = u_0 = \text{konstante}$ . Finn den tilsvarende konstante temperatur  $x_{20}$  i lufta. Forklar verbalt hvorfor  $K_v$  i (1.1) må være = 1!

e) (5 %) Anta at  $v = v_0$  og  $u = u_0 = \text{konstante}$ . Finn den tilsvarende konstante temperatur  $x_{10}$  i varmeelementet!

f) (7 %) Anta at  $v = v_{01}$  har vært konstant i lengre tid, men så ved tida  $t = t_0$  endrer seg som et sprang til en ny, noe større konstant verdi  $v_{02}$ . Responsen  $y(t)$  er vist til høyre. Hva blir størrelsene  $\alpha_i$  som er inntegnet der? Du må ikke begrunne svarene.

(Tips: Sett  $u = 0$  i denne oppgaven. Tips til  $\alpha_3$ : begynnelsesverditeoremet – se formelsamling.)



g) (5 %) Benytt symbolene  $h_u$  og  $h_v$ . Tegn blokkdiagram for en reguleringsstruktur med tilbakekopling og seriekompensasjon via en regulator kalt  $h_r$ . Referansen for ønsket utgangstemperatur kaller du  $r$ .

Temperaturen  $v$  kan måles. Føy til en foroverkopplingsstruktur med blokken  $h_f$ .

h) (5 %) Hva blir den ideelle foroverkoppling  $h_{fi}$ ? Angi en mer realistisk foroverkoppling! Hvilken innvirkning har denne foroverkopplingen på reguleringsystemets stabilitet?

i) (8 %) Anta nå at du ikke har foroverkoppling. Finn et uttrykk for det stasjonære avviket etter et enhetssprang i  $v$ . Forutsett proporsjonalregulering og regulatorforsterkning  $K_p$ . Alternativt: hvis  $h_r$  = PI-regulator, da vil den fjerne det stasjonære avviket. Forklar det verbalt, eller vis det!

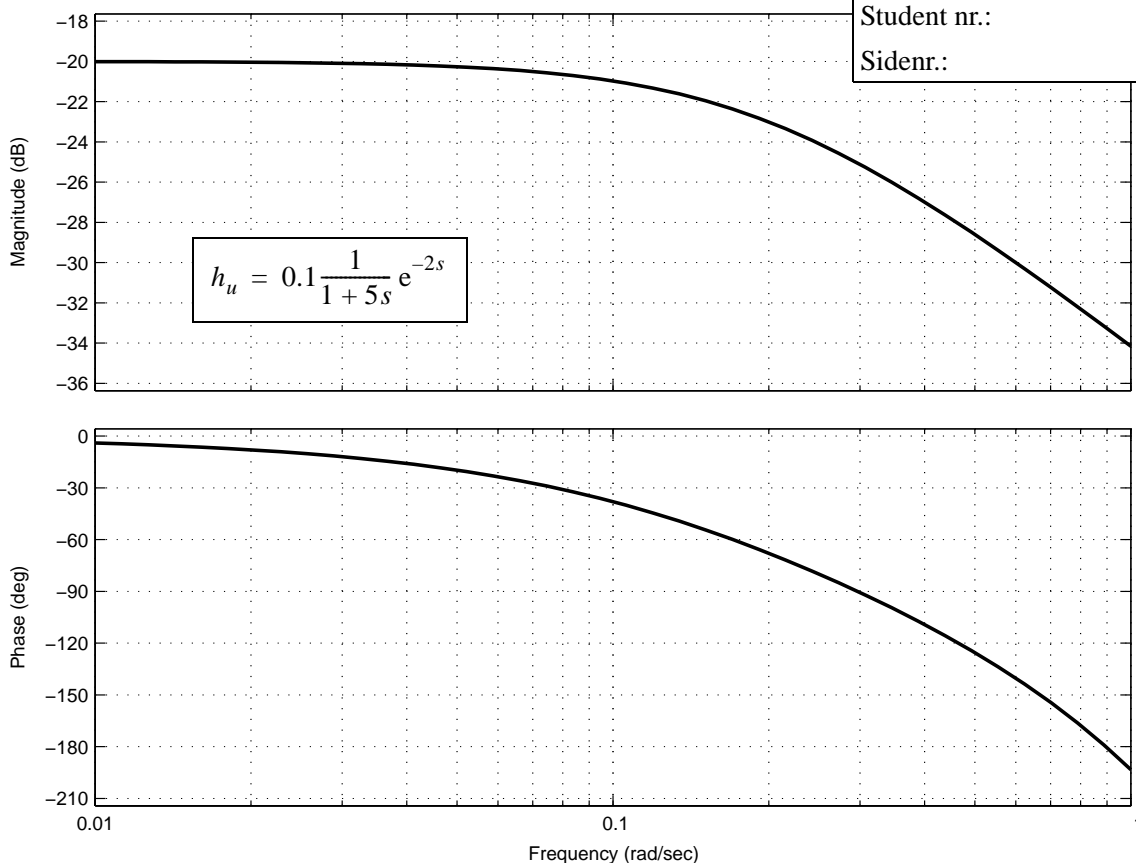
j) (8 %) Med tallverdier innsatt for et slikt system, blir Bode-diagrammet for  $h_u$  som vist i figur 1 på neste side. Finn verdier for  $K_p$  og  $T_i$  i en PI-regulator ved hjelp av Ziegler-Nichols' metode (se tabell i formelsamling). Legg ved Bode-diagrammet med påtegninger, for å vise hvordan du har kommet fram til svaret!

Fag nr.: SIE3005

Dato: 15. august 2003

Student nr.:

Sidenr.:

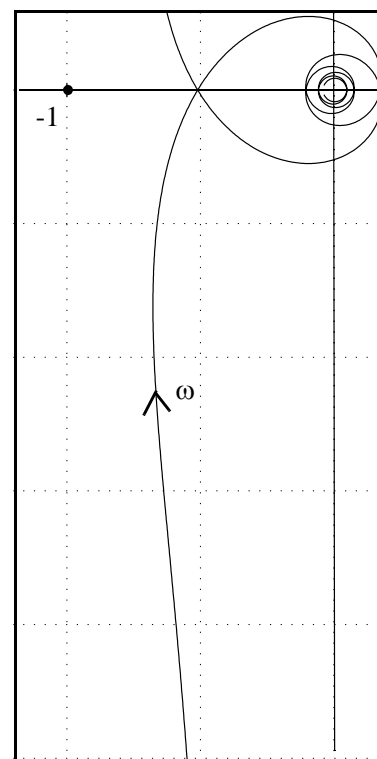


figur 1.2

- k) (7 %) Med ferdig innstilt PI-regulator blir Nyquistkurven for  $h_0 = h_r h_u$  som vist i figur 1.3. Forklar hvordan du kan se av Nyquistkurven at det er integralvirkning i regulatoren! Hvordan kan du se av kurven at det er en tidsforsinkelse i  $h_0$ ?

Finn forsterkningsmarginen  $\Delta K$  fra figuren. Er den akseptabel? Vis også i figuren hvordan du kan avlese fasemarginen  $\psi$ , men du trenger ikke finne den.

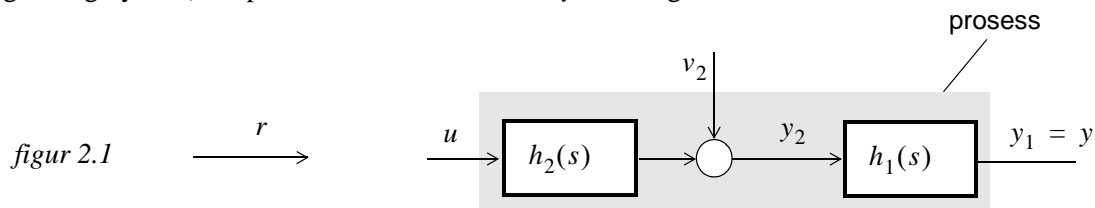
figur 1.3



- l) (4 %) Vi skal til slutt forutsette en annen driftssituasjon, nå med stort variasjonsområde for referansetemperaturen  $r$ . Da blir en lineær prosessmodell utilstrekkelig. Du skal identifisere, og kort forklare om, én ulinearitet i prosessen som man da må ta hensyn til! (Tips: Det er flere ulineariteter.)

**Oppgave 2 (12 %)**

En prosess kan deles opp i to delsystemer i serie slik som vist i figur 2.1. En forstyrrelse angriper ved inngangen til det høyre delsystemet. Man velger kompensasjon ved intern tilbakekopling (kaskade-reguleringssystem) for prosessen. Referansen som  $y$  skal følge, er  $r$ .



- a) (6 %) Kall regulatorene for  $h_{r1}$  og  $h_{r2}$ , og tegn blokkdiagram for prosessen med kompensasjon ved intern tilbakekopling.
- b) (6 %) Forklar hvorfor reguleringssegenskapene – både når det gjelder å undertrykke forstyrrelsen og når det gjelder å følge referansen – kan gjøres bedre med bruk av kompensasjon ved intern tilbakekopling, sammenliknet med bruk av vanlig seriekompensasjon.

**Oppgave 3 (8%)**

Det skal lages en diskret PI-regulator. Tasterida (“samplingstida”) er  $T = 0.5$ .

Regulatorparametrene er  $K_p = 2$  og  $T_i = 10$ .

Svaret skal uttrykkes som en rekursiv formel, hvor du skal finne de tre koeffisientene  $f_1, g_0, g_1$ :

$$u[k+1] = f_1 u[k] + g_0 e[k+1] + g_1 e[k] \quad (3.1)$$

**Oppgave 4 (2 %)**

Når trengs anti-overlading (“anti-windup”)? Kort verbalt svar!

**Oppgave 5 (10 %)**

Gitt prosessen beskrevet av  $\ddot{y} + \omega^2 y = u + \beta \dot{u}$ , der  $\omega^2, \beta$  er konstanter  $> 0$ . (5.1)

a) (2 %) Finn transferfunksjonen  $h(s) = \frac{y}{u}(s)$

b) (4 %) Vi søker  $\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}^T$  i en tilstandsrommodell som representerer systemet:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned} \quad \text{Vis at en slik } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}. \text{ Finn de tilhørende } \mathbf{b} \text{ og } \mathbf{c}^T. \quad (5.2)$$

c) (2 %) Finn egenverdiene og en egenvektormatrise  $\mathbf{M}$ .

d) (2 %) Hva betyr koeffisienten  $\beta$  for prosessens stabilitet? Er prosessen asymptotisk stabil, marginalt stabil eller ustabil? Begrunn svaret!

# Formelsamling

(4 sider, noe av dette trenger du kanskje...)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sf(s) \quad (\text{V.1})$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sf(s) \quad (\text{V.2})$$

$$\mathcal{L} [\dot{f}(t)] = sf(s) - f(t)|_{t=0} \quad , \quad \mathcal{L} [\ddot{f}(t)] = s^2 f(s) - sf(t)|_{t=0} - \dot{f}(t)|_{t=0} \quad (\text{V.3})$$

$$\text{Residuegning: } f(t) = \sum_{a_i} \frac{1}{(m-1)!} \left[ \frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}} \{ (s - a_i)^m f(s) e^{st} \} \right] \Bigg|_{s=a_i} \quad (\text{V.4})$$

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \quad (\text{V.5})$$

$$\text{Rettlinja bevegelse: } f = ma \quad \text{Rotasjon: } d = J\dot{\omega} \quad (\text{V.6})$$

Folding (konvolusjon):

$$y(t) = h(t) * u(t) = \int_0^t h(t-\tau) u(\tau) d\tau, \quad \mathcal{L} [h(t) * u(t)] = h(s) u(s) \quad (\text{V.7})$$

Linearisering:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p} \Delta \mathbf{x} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p} \Delta \mathbf{u}, \quad \mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p} = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \Bigg|_{\mathbf{x}^p, \mathbf{u}^p} \quad (\text{V.8})$$

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}$$

Gitt en åpen prosess  $h_0(s)$  med  $N_p$  poler i høyre halvplan.

Vektoren  $1 + h_0(j\omega)$  får en netto vinkeldreining lik

$$\Delta \angle(1 + h_0) = -2\pi(N_n - N_p) \quad \text{når } \omega \text{ går fra } -\infty \text{ til } \infty. \quad (\text{V.9})$$

$N_n$  blir da antall poler i h.h.p. for det lukkede (tilbakekoplede) system.

Merk: Dreieretning er definert positiv *mot* urviseren.

**Ziegler-Nichols metode**

| Regulator  | $K_p$        | $T_i$     | $T_d$   |
|------------|--------------|-----------|---------|
| <b>P</b>   | $0.5K_{pk}$  | $\infty$  | 0       |
| <b>PI</b>  | $0.45K_{pk}$ | $T_k/1.2$ | 0       |
| <b>PID</b> | $0.6K_{pk}$  | $T_k/2$   | $T_k/8$ |

(V.10)

(Tips:  $T_k = 2\pi/\omega_{180}$ , dvs lengden av en svingeperiode i den stående svingningen.)

---


$$s \text{ erstattes med } \frac{2z-1}{Tz+1}, \text{ der } z \text{ betyr tidsforskyving, dvs. } zx[k] = x[k+1] \quad (\text{V.11})$$


---

$$e^{-\tau s} \approx \frac{1 - \frac{\tau}{2}s}{1 + \frac{\tau}{2}s} \quad (\text{V.12})$$


---

$$\text{PI-regulator: } h_r = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s} \quad (\text{V.13})$$


---

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \cdot & \cdot & -\alpha_{n-2} & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}^T = [\rho_0 \ \rho_1 \ \rho_2 \ \cdot \ \cdot \ \rho_{n-1}]$$

(V.14)

gir

$$\frac{y}{u}(s) = h(s) = \frac{\rho_{n-1}s^{n-1} + \dots + \rho_1 s + \rho_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0}$$


---

$$x[\text{dB}] = 20\log_{10}(x) \quad (\text{V.15})$$