Institutt for teknisk kybernetikk
Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)

Faglig kontakt under eksamen: Trond Andresen, tlf. **7359 4358**, mobil **9189 7045**
T.A. går to veiledningsrunder, ca. kl. 1015 - 1100, og ca. kl. 1315 - 1345

Eksamen i SIE3005 reguleringsteknikk

mandag 29. juli 2002

Tid: 0900 - 1500

NB: Midtsemesterprøven teller ikke med – så dette er en "100%-eksamen"!

Sensur vil foreligge seinest 9. august.

Hjelpemiddelkombinasjon B1: Kalkulator med tomt minne tillatt. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt, unntatt Rottmanns formelsamling.

Prosenttallene angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen.

Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke **formelsamlinga** bakerst i oppgavesettet. **Se kjapt gjennom den før du begynner** – sjekk den alltid før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga. Noen spørsmål skal besvares ved å **måle ut verdier på figurer i oppgavesettet** – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet"! Der hvor rubrikk for studentnr. etc. er angitt på sider i oppgavesettet, **kan eller skal man tegne i figurer og levere det påtegnede arket som en del av besvarelsen.**

STUDENTS MAY ANSWER THIS EXAM IN ENGLISH IF THAT IS PREFERRED.

Oppgave 1 (45 %)

En prosess har transferfunksjonen $$h(s) = \frac{1 - 50s}{10000s^2 + 250s + 1} \quad (1.1)$$

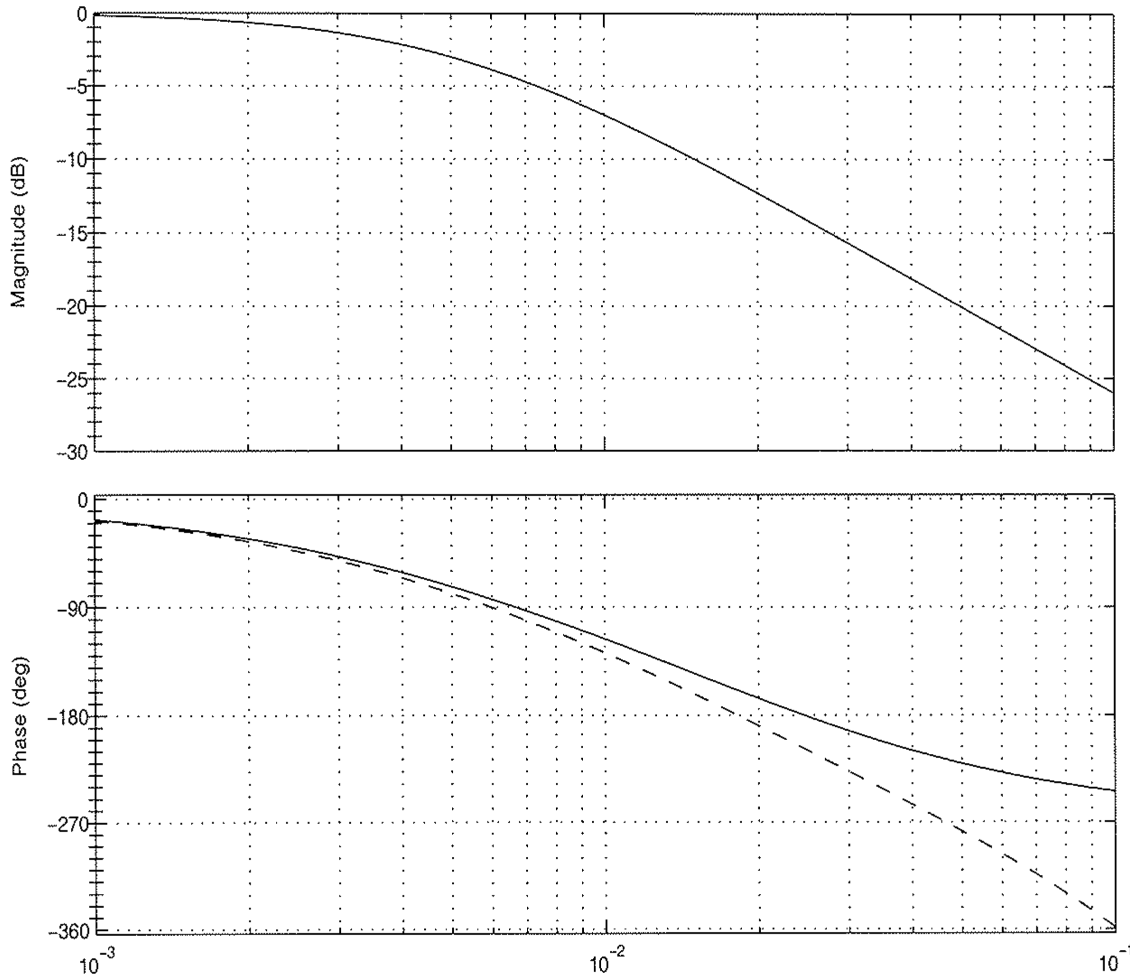
Bodediagram er vist i figur 1.1. *Se bort fra den stiplede grafen helt til du kommer til deloppgave* h) .

a) (10 %) Finn, og tegn inn asymptoter for amplitude- og faseforløp i figur 1.1. Det skal framgå tydelig ved påtegning av opplysninger på arket eller i øvrig tekst *hvordan* du fastlegger asymptotene, det er ikke nok å tegne inn noen linjer "som passer bra" til de oppgitte forløp. Er prosessen av minimum-fase type? Begrunn svaret!

b) (5 %) Figur 1.2 viser enhetssprangresponsen til prosessen.
Forklar kort ut fra transferfunksjonen tidsforløpet like etter start, og tidsforløpet for stor t.
Beregn, og tegn inn, tangenten til tidsforløpet i $t = 0$.(Tips: Begynnelsesverditeoremet)

c) (4 %) Anta at prosessen skal reguleres med P-regulator (seriekompensasjon). I utgangspunktet velger man $K_p = 2$ (= 6 dB). Tegn inn 0-dB-linja for $h_0(s) = K_p h(s)$ i figur 1.1.
Finn så forsterkningsmargin ΔK og fasemargin ψ for $K_p = 2$.
Ta arket med figurene 1.1 og 1.2 ut av oppgavesettet og legg ved besvarelsen.

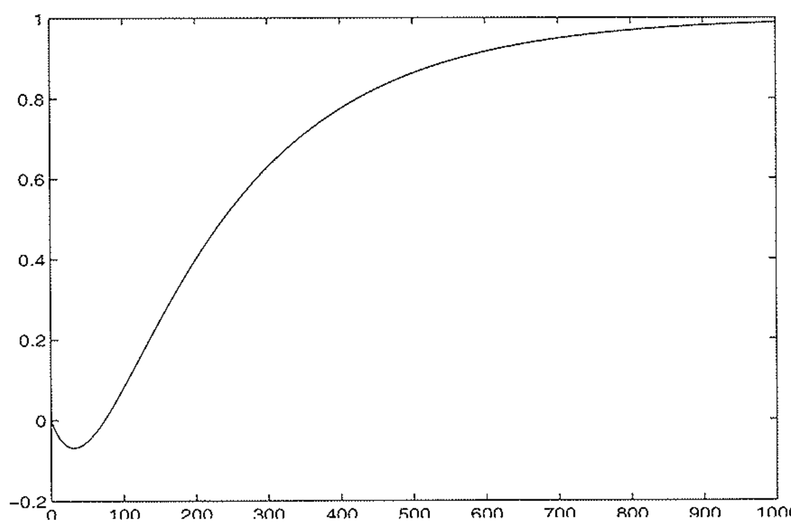
d) (4 %) Anta at du øker forsterkninga til systemet er akkurat på stabilitetsgrensa.
Hva blir frekvensen (rad/sek) på de stående svingningene vi da får? (Tips: Kan finnes v.h.a. Bode-diagrammet). Finn det lukkede systems poler ved hjelp av denne frekvensen.



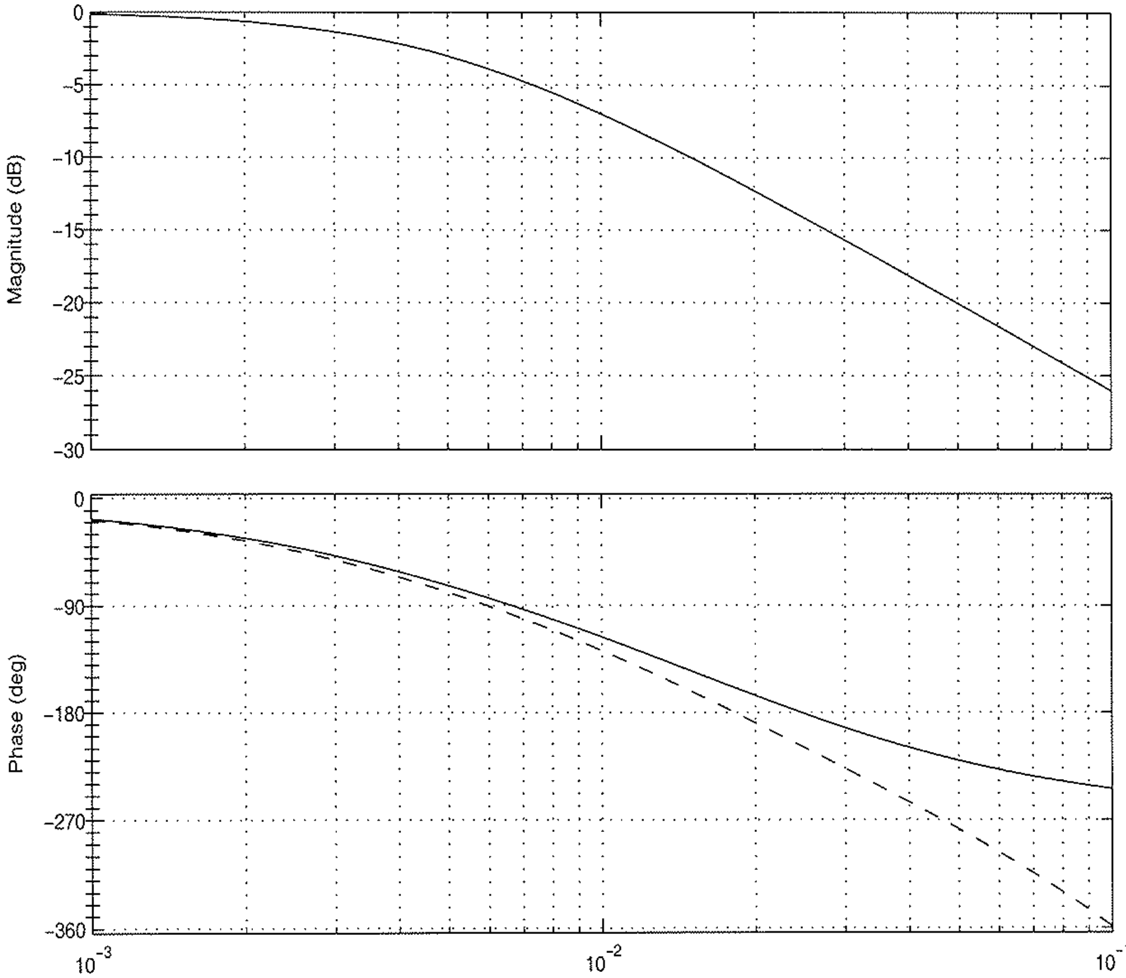
figur 1.1

Fag nr.: SIE3005
Dato: 29. juli 2002
Student nr.:
Side nr.:

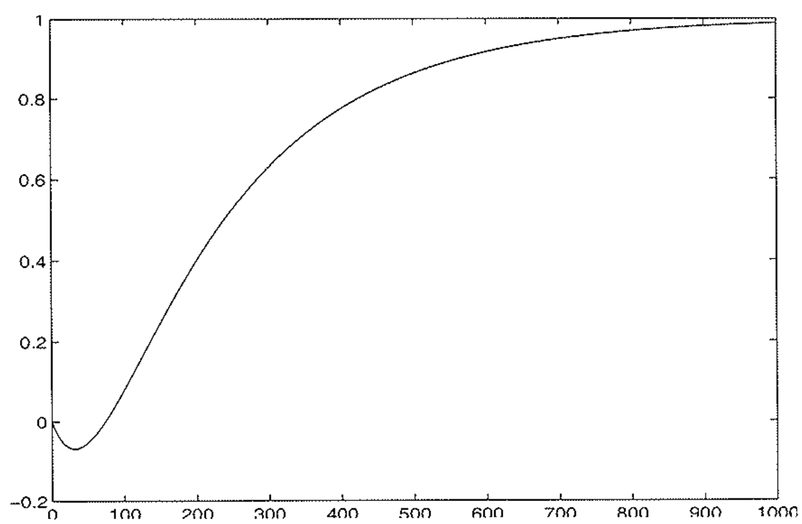
figur 1.2



(Ekstra ark hvis du trenger det:)

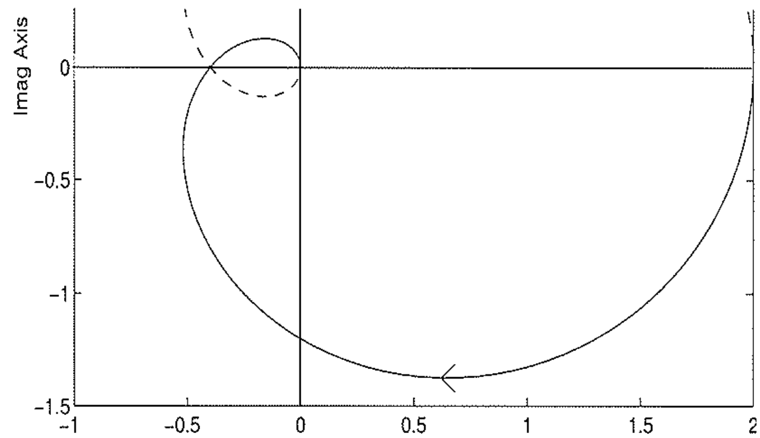


Fag nr.: SIE3005
Dato: 29. juli 2002
Student nr.:
Side nr.:



Fag nr.: SIE3005
Dato: 29. juli 2002
Student nr.:
Side nr.:

figur 1.3



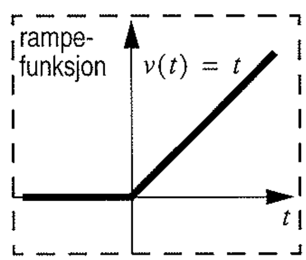
e) (3 %) Figur 1.3 viser Nyquistkurven (polardiagrammet) for prosessen med $K_p = 2$. Tegn i figuren slik at det framgår hvordan du finner forsterknings- og fasemargin v.h.a. dette diagrammet. Du trenger ikke lese av ΔK og ψ, men du kan hvis du vil, sjekke resultatene mot de du fant under punkt (c).
Ta arket med figur 1.3 ut av oppgavesettet og legg ved besvarelsen.

f) (5 %) Fra nå av skal vi i stedet anvende en PI-regulator på prosessen. Bruk Ziegler-Nichols' regler (se tabell 1.1 under) til å finne K_p og T_i.
(Tips: T_k i tabellen er lengden av en svingeperiode i den stående svingningen.)

Regulator	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{pk}$	∞	0
PI	$0.45K_{pk}$	$T_k/1.2$	0
PID	$0.6K_{pk}$	$T_k/2$	$T_k/8$

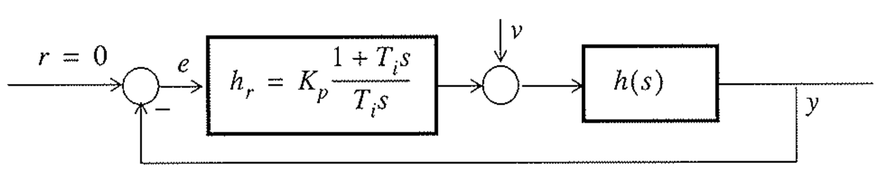
Tabell 1.1

g) (7 %) En forstyrrelse $v(t)$ som er en rampefunksjon, påvirker vårt system, som vist i figur 1.4. Referansen antas konstant = 0. Vis at forstyrrelsen fører til et stasjonært avvik
$e(t = \infty) = -T_i/K_p$
(Tips: En rampefunksjon er integralet av et enhetssprang).



Hva blir det stasjonære avviket hvis forstyrrelsen i stedet er et enhetssprang? (Dette kan besvares kort og verbalt).

figur 1.4

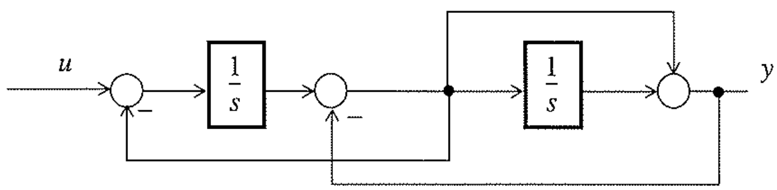


h) (4 %) *Betrakt fra nå av den stiplede grafen* i bodediagrammet i figur 1.1. Den uttrykker at transferfunksjonen $h(s)$ (likning (1.1)) nå er modifisert med en tidsforsinkelse i serie med den. Finn denne tidsforsinkelsen ved hjelp av Bodediagrammet (Tips: Den er et rundt tall!).

i) (3 %) Denne tidsforsinkelsen inngår ikke i den fysiske prosessen, vi har bare forutsatt den som et hjelpemiddel fordi regulatoren skal realiseres som en *diskret* regulator. Hva er da tastetida ("samplingstida") T? Er den valgt passe stor? Begrunn svaret!

Oppgave 2 (7 %)

Du skal redusere blokkdiagrammet i figur 2.1, det vil si å finne transferfunksjonen fra u til y.

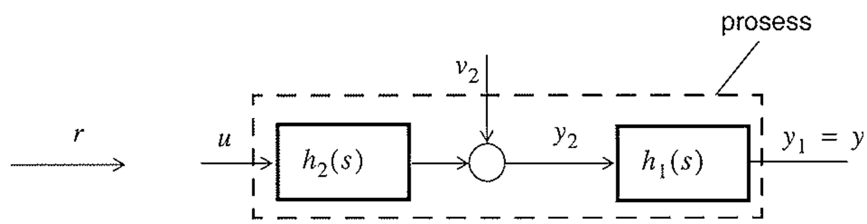


figur 2.1

Oppgave 3 (12 %)

En prosess kan deles opp i to delsystemer i serie slik som vist i figur 3.1. En forstyrrelse angriper ved inngangen til det høyre delsystemet. Man velger kompensasjon ved intern tilbakekopling (kaskade-reguleringssystem) for prosessen. Referansen som y skal følge, er r.

figur 3.1

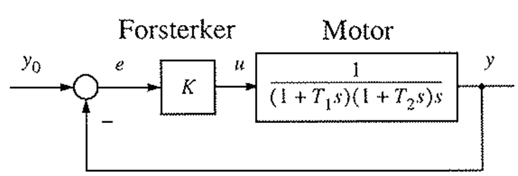


a) (6 %) Kall regulatorene for h_{r1} og h_{r2} , og tegn blokkdiagram for prosessen med kompensasjon ved intern tilbakekopling.

b) (6 %) Forklar (verbalt er tilstrekkelig) hvorfor reguleringsegenskapene - både når det gjelder å undertrykke forstyrrelsen og når det gjelder å følge referansen - kan gjøres bedre med bruk av kompensasjon ved intern tilbakekopling, sammenliknet med bruk av vanlig seriekompensasjon.

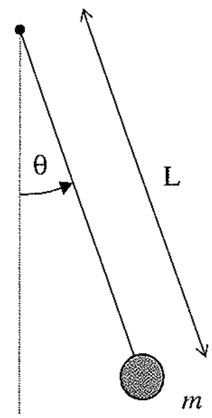
Oppgave 4 (9 %)

Figuren til høyre viser et følgereguleringssystem (for vinkelposisjon) med en likestrømsmotor og proporsjonalregulator K . Finn, ved hjelp av Rouths kriterium, for hvilke verdier av K det lukkede system er stabilt!



Oppgave 5 (27 %)

Gitt en pendel bestående av ei stang med lengde L og en masse m (se figur 5.1). Stangas masse kan ignoreres. Pendelen er opphengt i et punkt med friksjon, som gir et bremsende dreiemoment som er proporsjonalt med pendelens vinkelhastighet $\dot{\theta}$. Dempekonstanten er D [Nm / (rad/s)].



figur 5.1

a) (6 %) Vis at ei differensialligning for vinkelposisjonen θ er

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{L}\sin\theta - \frac{D}{mL^2}\dot{\theta} \tag{5.1}$$

Ligninga (5.1) er ulineær. Hvorfor?

b) (4 %) Sett $x_1(t) = \theta(t)$, definér en passende $x_2(t)$, og formulér (5.1) som et sett av to første ordens differensialligninger, på formen (= tilstandsrommodell):

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}) \tag{5.2}$$

Fra nå av betrakter vi bare små vinkelutslag rundt likevektspunktet $\theta = 0$:

c) (4 %) Linearisér systemet rundt likevektspunktet, dvs. du skal vise at matrisa A i tilnærminga

$$\Delta\dot{\underline{x}} = A\Delta\underline{x} \text{ , blir } \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{L} & -\frac{D}{mL^2} \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

d) (8 %) Det oppgis at vinkelposisjonen ved $t = 0$ er $\theta_0 = 0$, og at pendelen da har hastigheten v_0 [m/s] langs sirkelbuen. Man kan da bruke dette, pluss Laplacetransformasjon og (5.3) til å finne $\theta(t)$. Det forlanges ikke her at du finner $\theta(t)$, men at du stopper et trinn før dette resultatet, dvs. du skal finne $\theta(s)$.
(Tips: Som et mellomresultat må du finne matrisa $(sI - A)^{-1}$).

e) (5 %) Finn udempet resonansfrekvens ω_0 og relativ dempningsfaktor ζ for pendelen.

Formelsamling

(4 sider, noe av dette trenger du vel...)

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sf(s) \tag{V.1}$$

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sf(s) \tag{V.2}$$

$$\mathcal{L}\,[\dot{f}(t)] = sf(s) - f(t)\big|_{t=0} \quad , \quad \mathcal{L}\,[\ddot{f}(t)] = s^2 f(s) - sf(t)\big|_{t=0} - \dot{f}(t)\big|_{t=0} \tag{V.3}$$

Residuregning: $$f(t) = \sum_{a_i} \frac{1}{(m-1)!} \left[\frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}} \{ (s-a_i)^m f(s) e^{st} \} \right] \Bigg|_{s=a_i} \tag{V.4}$$

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \tag{V.5}$$

Rettlinja bevegelse: $f = ma$ Rotasjon: $T = J\dot{\omega}$, der $J = mL^2$ (V.6)

Folding (konvolusjon):

$$y(t) = h(t) * u(t) = \int_0^t h(t-\tau) u(\tau) d\tau, \quad \mathcal{L}\,[h(t) * u(t)] = h(s)u(s) \tag{V.7}$$

Linearisering:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \Delta \boldsymbol{u} \quad , \quad \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots \\ \cdots & \cdots \quad \cdots & \cdots \end{bmatrix} \right|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \tag{V.8}$$

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \boldsymbol{u}$$

Gitt en åpen prosess $h_0(s)$ med N_p poler i høyre halvplan.
Vektoren $1 + h_0(j\omega)$ får en netto vinkeldreining lik

$$\Delta\angle(1 + h_0) = -2\pi(N_n - N_p) \qquad \text{når } \omega \text{ går fra } -\infty \text{ til } \infty. \tag{V.9}$$

N_n blir da antall poler i h.h.p. for det lukkede (tilbakekoplede) system.

Merk: Dreieretning er definert positiv *mot* urviseren.

Rouths tabell (i tilfellet vist her er n et oddetall):

$$
\begin{array}{llll}
\alpha_n & \alpha_{n-2} & \cdots & \alpha_1 \\
\alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} & \cdots & \alpha_0 \\
\beta_{n-1} & \beta_{n-3} & \cdots & \\
\zeta_{n-1} & \zeta_{n-3} & \cdots & \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
\cdot & & & \\
\sigma_{n-1} & \sigma_{n-3} & & \\
\eta_{n-1} & & & \\
\omega_{n-1} & & &
\end{array}
\qquad (V.10)
$$

De nye koeffisientene i talltabellen framkommer etter følgende regler:

$$
\beta_{n-1} = \frac{\begin{matrix}\alpha_n & \alpha_{n-2} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3}\end{matrix}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} - \alpha_n\alpha_{n-3}}{\alpha_{n-1}}
$$

$$
\beta_{n-3} = \frac{\begin{matrix}\alpha_n & \alpha_{n-4} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-5}\end{matrix}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-4} - \alpha_n\alpha_{n-5}}{\alpha_{n-1}}
$$

osv.