



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)

Faglig kontakt under eksamen: Trond Andresen, mobil **9189 7045**  
Han går to veiledningsrunder, ca. kl. 0940 - 1010 og ca. kl. 1115 - 1145.

## Eksamen i TTK4105 reguleringsteknikk

mandag 25. mai 2009

Tid: 0900 - 1300

Sensur vil foreligge innen tre uker. Den blir også lagt ut på fagets nettsted når den er klar.

Hjelpemiddelkombinasjon D: Kalkulator med tomt minne tillatt. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt, unntatt Rottmann.

Prosenttallene angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen. Denne besvarelsen teller 100% på karakteren.

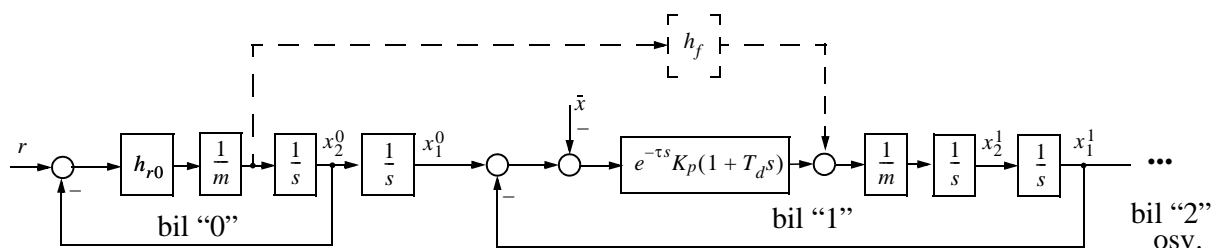
Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke formelsamlinga bakerst i oppgavesettet. Se kjapt gjennom den før du begynner. Sjekk alltid den før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga. Noen spørsmål skal besvares ved å lese av verdier på grafer i oppgavesettet – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet"! Der kan man tegne i figuren og levere det påtegnete arket som en del av besvarelsen.

### Oppgave 1 (40 %)

I en bilkø forplantes hastighetssvingninger bakover i køen. Vi skal blant annet se på dette fenomenet. For enkelhets skyld antar vi at farten er så lav at vi kan se bort fra luftmotstand og annen friksjon, og at alle biler er av samme type og har avstandsregulering, unntatt den første (bil nr. "0"), som følger en hastighetsreferanse. Hver bil har masse  $m$ . Avstanden mellom bil  $n$  og bil  $n - 1$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , skal holdes mest mulig konstant  $= \bar{x}$ . Avstandsregulatorerne er identiske og antas som

$$h_r(s) = e^{-\tau s} K_p (1 + T_d s) \quad (1.1)$$

I regulatoren inngår sjåførens oppførsel, og  $\tau$  er reaksjonstida. Motor og gasspedal er også med i regulatoren. Pådraget fra regulatoren er motorens skyvekraft på bilen. Vi viser systemet bare med bil nr. "0" og "1" i køen, men flere biler er antydnet:

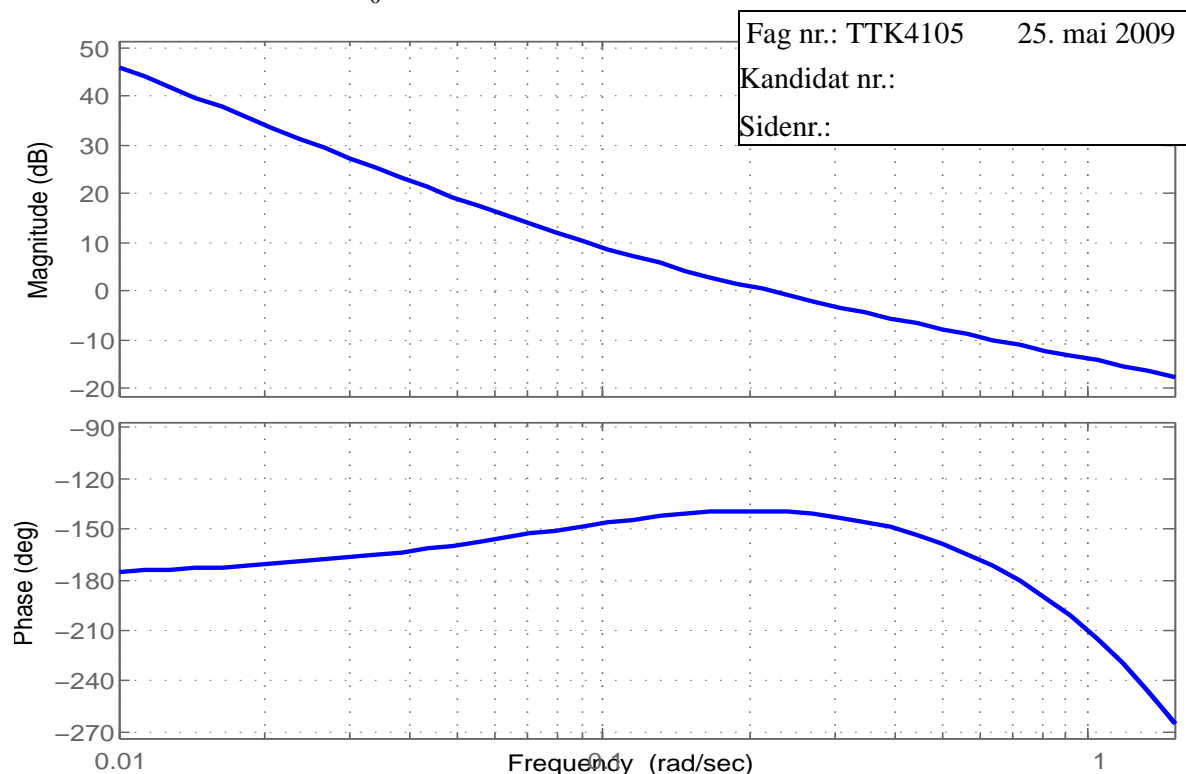


figur 1.1

I figur 1.1 er  $r$  en konstant hastighetsreferanse for bil nr. 0.  $h_{r0}$  er en hastighetsregulator, som vi ikke skal studere i detalj.  $x_2^0$  [ $m/s$ ] og  $x_1^0$  [ $m$ ] er hastighet og posisjon for bil "0".

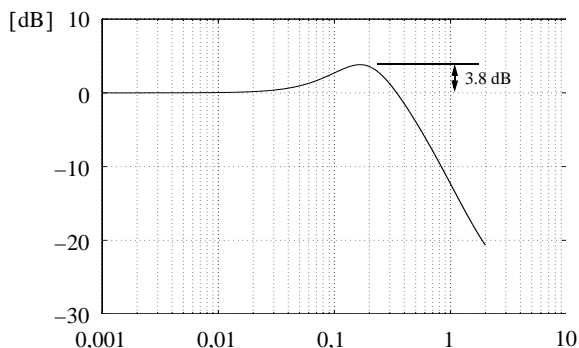
Se inntil videre bort fra den stiplede delen av figuren. I hele denne oppgaven kan du se bort fra  $\bar{x}$ .

- a) (5 %) Vi krever at det ikke skal være noe stasjonært hastighetsavvik for bil “0”. Trengs det en integrator i  $h_{r0}(s)$ ? Svaret må begrunnes, verbalt eller ved hjelp av sluttverditeoremet!
- b) (7 %) Figur 1.2 viser Bodediagram for  $h_0 = h_r/(ms^2)$  for et sett parameterverdier:  $K_p/m = 0.02$ ,  $\tau = 2$ ,  $T_d = 10$ . Du skal tegne inn asymptoter i figuren og levere det påtegnede arket. Det skal framgå hvordan du har fastlagt asymptotene, det er ikke nok å “smyge dem” inntil grafen på øyemål. Asymptotene for  $\angle h_0$  har i dette tilfelle gyldighet bare for en del av  $h_0$ . Forklar!

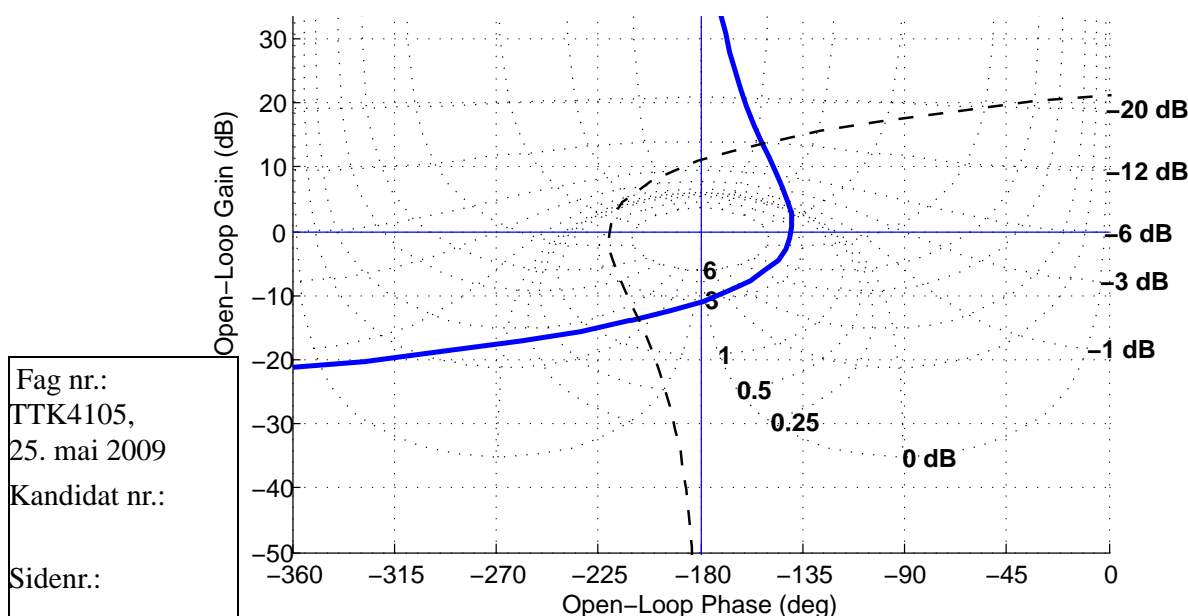


figur 1.2

- c) (5 %) Bil “1” (og de øvrige etter denne) må ha derivatvirkning i regulatoren, slik det er vist i (1.1). Hvorfor? (1.1) er en enkel, men litt for optimistisk regulatormodell. Hvorfor?
- d) (3 %) Les av fasemargin  $\psi$  og forsterkningsmargin  $\Delta K$  i diagrammet. Er disse akseptable?
- e) (4 %) Finn følgeforholdet fra *hastighet* inn til *hastighet* ut:  $M(s) = \frac{x_2^n}{x_2^{n-1}}(s)$ .
- f) (4 %) Figuren til høyre viser  $|M(j\omega)|$ . Anta at bil nr. “0” kjører i 8 [m/s], men varierer sin hastighet sinusformet rundt denne med amplitude 0.5 [m/s] og frekvens 0.17 [rad/s]. Dette fører til forsterkede svingninger for bilene bak. Vis at amplituden på hastighetsvariasjonen til bil nr. 5 blir 4.45 [m/s].



- g) (4 %) Figur 1.3 viser et Nichols-diagram, hvor man med utgangspunkt i grafen for  $h_0$  kan lese av både  $|N|$  og  $|M|$ . Sjekk fasemargin  $\psi$  og forsterkningsmargin  $\Delta K$ , og sammenlign med resultatet fra d). Markér det punkt hvor du kan avlese resonanstoppa til  $|M|$  (NB: ikke  $|N|$ !). Levér det påtegnede arket som del av besvarelsen.



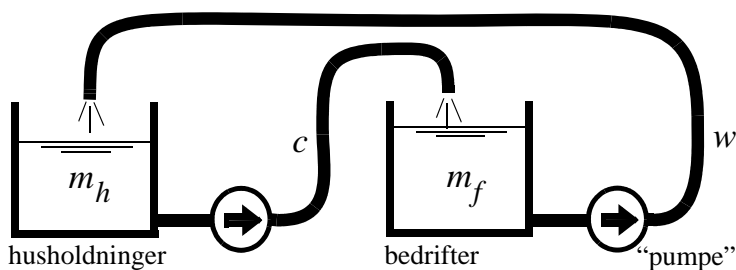
figur 1.3

- h) (4 %) Vi skal nå ta med den stiplede foroverkoplinga i figur 1.1. (Den realiseres reint praktisk ved at hver bil måler egen akselerasjon og sender målinga trådløst til etterfølgende bil.) Med litt manipulering ser man at dette svarer til en foroverkopling fra referanse. Finn hva som skal stå i blokka  $h_f$  (tips: i dette tilfelle blir det en konstant!).

- i) (4 %) Med denne foroverkoplinga: Hva blir nå  $M(s) = \frac{x_2^n}{x_2^{n-1}}(s)$ ? (Tips: svaret er veldig enkelt.) Hva kan vi si om oppførselen til en bilkø med slik foroverkopling mellom bilene?

## Oppgave 2 (27 %)

Gitt en meget enkel samfunnsøkonomisk modell (du trenger ikke kunne noe økonomi for å løse denne oppgaven). Modellen består av to “kar” som det sirkulerer “væske” imellom, se figur til høyre. “Væsken” i dette systemet er *penge*. Vi har:



- $m_h, m_f$  = pengebeholdning hos henholdsvis husholdninger og bedrifter (=“firms”=  $f$ ) [kr.]
- $w$  = pengestrøm fra bedriftene til husholdningene, dvs. lønn ( $w$  = “wages”) [kr./ år]
- $c$  = pengestrøm fra husholdningene til bedriftene, dvs. privat kjøp av varer og tjenester ( $c$  = “consumption”= forbruk) [kr./ år]

Alle disse størrelser er variable i tida  $t$ . Det forutsettes at strømmene  $c$  og  $w$  fra hver sektor “pumpes ut” proporsjonalt med pengebeholdningene der, slik at vi har

$$c = m_h/T_h \text{ og } w = m_f/T_f, \text{ der } T_h \text{ og } T_f \text{ er konstanter [år]} \quad (2.1)$$

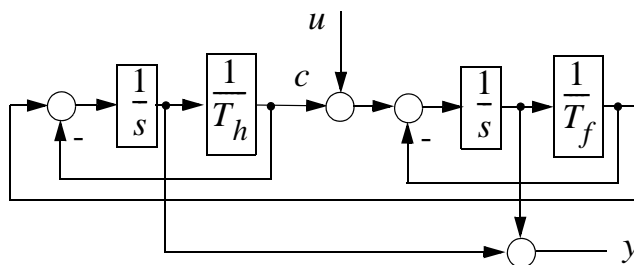
- a) (6 %) Finn en tilstandsrommodell for systemet, med  $x_1 = m_f$  og  $x_2 = m_h$ .  
Er dette et *autonomt* system? (Begrunnet svar!)

- b) (12 %) Ved tida  $t = 0$  har vi startverdier  $m_{f0}$  og  $m_{h0}$ . Vis at tidsforløpet  $m_f(t)$  er

$$m_f(t) = m_{f0}e^{-\alpha t} + \frac{m}{\alpha T_h}(1 - e^{-\alpha t}), \text{ der } \alpha = \frac{1}{T_f} + \frac{1}{T_h} \text{ og } m = m_{f0} + m_{h0}$$

Finn  $\frac{m_f}{m_h}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{m_f(t)}{m_h(t)}$ . Kommentér resultatet: Er det rimelig? (2.2)

- c) (4 %) Vi innfører nå en pengestrøm  $u$  som representerer det offentliges kjøp av varer og tjenester. Den er et pådrag i vår modell, som adderes til privat forbruk  $c$ . Den samlede pengemengde i systemet er  $y = m_f + m_h$ . Se blokkdiagram til høyre.



Finn  $A, \underline{b}, \underline{c}^T$  i tilstandsrommodellen  $\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}u$ ,  $y = \underline{c}^T \underline{x}$  (2.3)

- d) (5 %) Finn transferfunksjonen  $h(s) = \frac{y}{u}(s)$ , v.h.a. (2.3) eller blokkdiagrammet over.

Det viser seg at transferfunksjonen kan forenkles til  $h(s) = 1/s$ . Dette kunne du ha funnet ut ved en verbal betraktning på systemet uten å måtte regne deg fram. Forklar!

### Oppgave 3 (16 %)

- a) (4 %) En prosess  $h_u = \frac{1}{s+a}$ ,  $a > 0$  skal reguleres med PI-regulator  $h_r = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s}$ .

Forklar hvorfor det lukkede system er stabilt for *alle*  $K_p, T_i > 0$ .

- b) (6 %) Samme prosess skal nå reguleres med *diskret* PI-regulator. Vi velger  $T_i = 1/a$ . Tastetida er  $T$ . Tilnærm virkninga av holdeelementet med en transportforsinkelse, betrakt systemet som kontinuerlig, og vis ved *utregning* (ikke grafisk) at reguleringsystemet blir ustabilt for  $K_p > \pi/T$  (Tips: Finn først  $\omega_{180}$ , som er uavhengig av  $K_p$ !).

- c) (6 %) Ved å bruke et 1.ordens rasjonalt uttrykk som en tilnærmelse til  $e^{-\frac{T_s}{2}}$ , kan du gjøre ustabilitets-sjekken fra b) ved hjelp av Rouths kriterium. Vis at svaret blir  $K_p > 4/T$ . Hvorfor tillates en større  $K_p$  med denne metoden, sammenlignet med svaret fra b)?

**Oppgave 4 ( 4 %)**

Når trengs anti-overlading (anti wind-up) og hvordan virker denne? Kort, verbal forklaring!

**Oppgave 5 ( 5 %)**

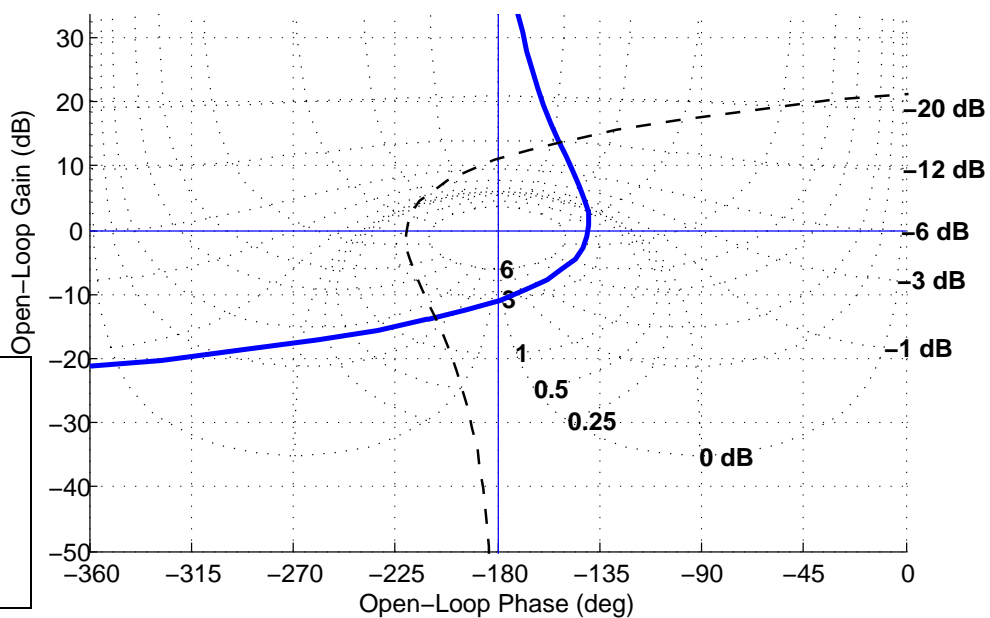
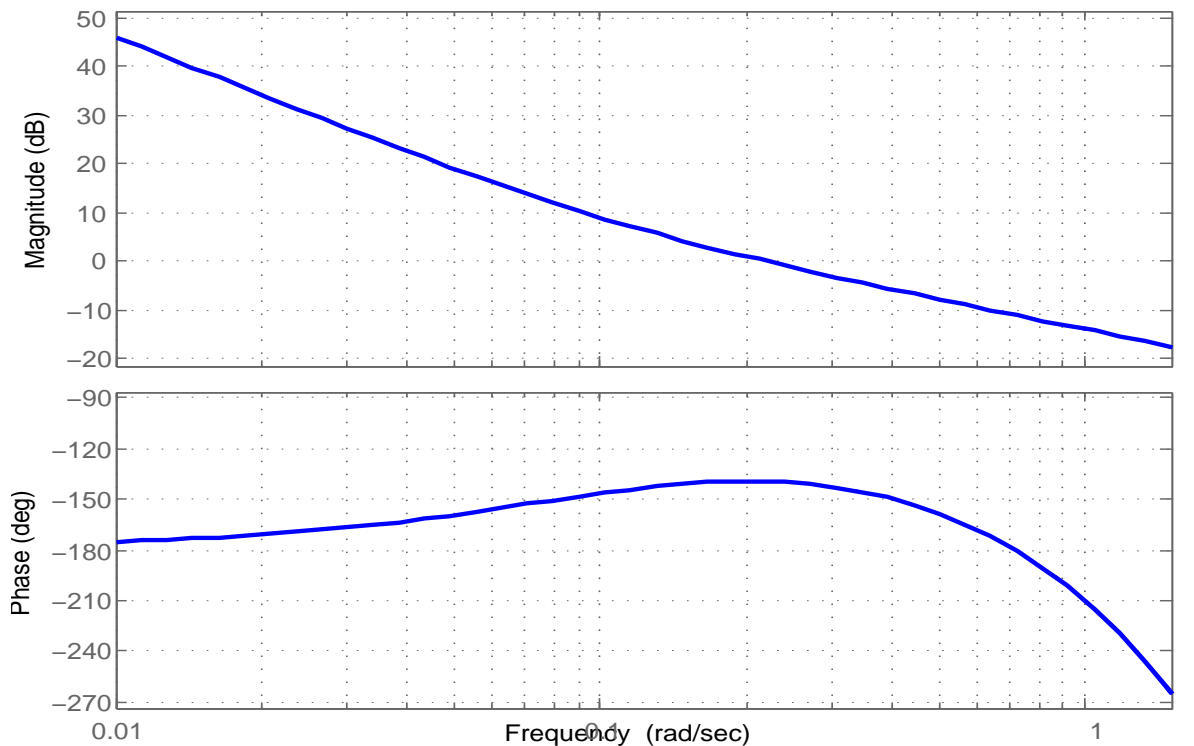
Når er en Otto Smith-regulator nyttig? Hva er dens største fordel? Kort, verbal forklaring!

**Oppgave 6 ( 8 %)**

Finn ny verdi for  $K_p/m$  i oppgave 1b) og figur 1.2, i følge Ziegler-Nichols regler (for alternativet proporsjonalregulering). (Denne oppgaven kan løses uavhengig av resten av oppgave 1.)

\*\*\*\*\*

(Under er to av figurene i oppgavesettet gjentatt, så du kan bruke dem om nødvendig:)



Fag nr.:  
TTK4105,  
25. mai 2009  
Kandidat nr.:  
Sidenr.: