14 eksamenssett med løsninger i TTK4105 Reguleringsteknikk:

16/5-01
29/7-02
15/5-03
15/8-03
24/5-05
9/8-05
8/6-06
4/6-07
25/5-09
19/5-12
30/5-13
22/5-14
30/5-15
23/5-16

(Formelsamlinga i hvert oppgavesett er nesten lik for alle sett og er bare tatt med for settene 2013, -15, -16. Formelsamling til eksamen v-18 blir nærmest identisk med den siste fra 23/5-16, og ligger helt bakerst her. Merk ellers at Rouths kriterium – brukt i noen tidligere eksamener – ikke lenger er pensum, mens Skogestads SIMC-metode er kommet inn.)

Institutt for teknisk kybernetikk
Fakultet for elektroteknikk og telekommunikasjon

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU)

Faglig kontakt under eksamen: Trond Andresen, tlf. **7359 4358**, mobil **9189 7045**
T.A. går to veiledningsrunder, ca. kl. 1015 - 1045, og ca. kl. 1315 - 1345

Eksamen i fagene SIE3005 og 43021 reguleringsteknikk

onsdag 16. mai 2001
Tid: 0900 - 1500

Sensur vil foreligge seinest torsdag 7. juni

Hjelpemiddelkombinasjon B1: Kalkulator med tomt minne tillatt. Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Studenthjerne med fullt minne tillatt.

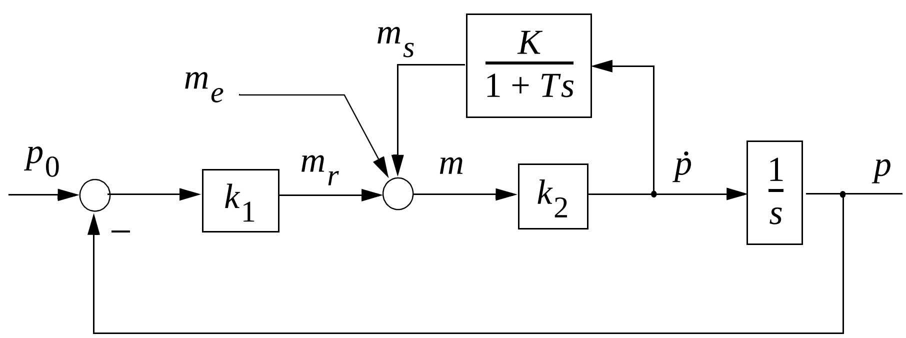
Prosenttallene angir den relative vekt oppgavene tillegges ved bedømmelsen.

Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke **formelsamlinga** bakerst i oppgavesettet. Sjekk alltid den før du gir opp! Men du må forklare hvordan du bruker noe, når du henter det fra formelsamlinga.

Noen spørsmål skal besvares ved å **måle ut verdier på figurer i oppgavesettet** – i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet"! Der hvor rubrikk for studentnr. etc. er angitt på sider i oppgavesettet, **kan man tegne i figurer og levere det påtegnede arket som en del av besvarelsen**.

STUDENTS MAY ANSWER THIS EXAM IN ENGLISH IF THAT IS PREFERRED.

Oppgave 1 (36 %) (*NB*: Du trenger ikke kunne noe økonomi for å løse denne oppgaven)



figur 1.1

Figur 1.1 viser en modell for den kortsiktige dynamikk (timer, dager) i et idealisert aksjemarked. De som handler aksjer oppviser to typer oppførsel: "Realøkonomisk" (dvs. de handler på grunnlag av en oppfatning av hva de tror aksjen "egentlig" er verdt, her gitt ved en konstant pris p_0), eller "spekulativ" (dvs. de handler på grunnlag av endringshastighet $\dot{p}$ i prisen).Overskuddsetterspørsel etter aksjer er gitt ved m [antall aksjer]. m er negativ når flere aksjer tilbys enn ønskes kjøpt. Vi har

$$m = m_r + m_s + m_e \,, \tag{1.1}$$

hvor indeks "*r*" betyr "realøkonomisk", "*s*" betyr "spekulativ". Indeks "*e*" for "ekstern" indikerer en ekstra etterspørsel som påvirker systemet. Det henvises til figur 1.1.

Parametre i modellen er koeffisientene $k_1, k_2 > 0$, forsterkning K og tidskonstant T.
Sett inntil videre $p_0 = 0$, da vi først bare skal studere virkninga av den eksterne etterspørsel m_e.

a) (7 %) Systemet kan uttrykkes som en tilstandsrommodell, $\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}u, \quad y = \underline{c}^T\underline{x}$.

$$\text{Velg} \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} p \\ m_s \end{bmatrix}. \quad \text{Vis at da er } A = \begin{bmatrix} -k_1 k_2 & k_2 \\ -\frac{Kk_1k_2}{T} & -\frac{1}{T}(1 - Kk_2) \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

Velg $u = m_e$ og $y = p$. Finn $\underline{b}$ og $\underline{c}^T$.

b) (7 %) Finn transferfunksjonen $h(s) = \frac{y}{u}(s) = \frac{p}{m_e}(s)$ ved hjelp av tilstandsrommodellen.

c) (6 %) Finn den samme transferfunksjonen ved å redusere blokkdiagrammet.

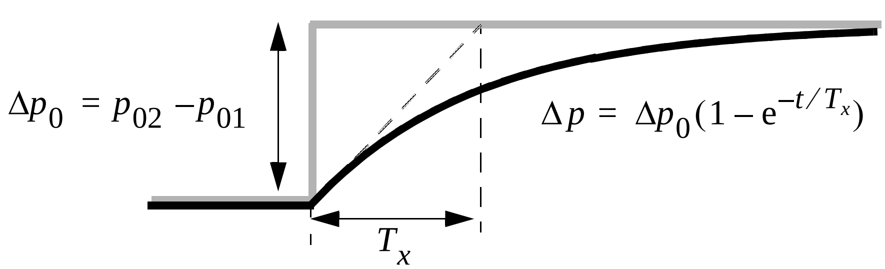
d) (6 %) Vis at $h(s)$ har udempet resonansfrekvens

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 k_2}{T}}, \quad \text{og relativ dempningsfaktor} \quad \zeta = \frac{1 + k_1 k_2 T - k_2 K}{2\sqrt{k_1 k_2 T}} \tag{1.3}$$

Kommentér ut fra ζ virkninga av økt K på systemet – er den rimelig ut fra de to typer oppførsel som modellen bygger på?

e) (5 %) For et visst variasjonsområde $K_1 < K < K_2$ er polene kompleks konjugerte og systemet stabilt. Finn K_1 og K_2. Skissér polenes forflytning (dvs. *rotkurven*) når K varierer i dette området. (Tips: Kurven blir veeeeldig ;-) enkel.)

f) (5 %) Sett nå $m_e = 0$. Figur 1.2 viser et prisforløp når aksjens "realøkonomiske verdi" p_0 endrer seg som et sprang fra p_{01} til p_{02} (det kan f.eks. tenkes at det kunngjøres at bedriften har utviklet et nytt attraktivt produkt).
I dette underpunktet er forsterkninga K gitt en verdi som man fort kan bestemme ved betraktning av sprangresponsen i figur 1.2 og modellen i figur 1.1:
Hva er K – hva med omfanget av spekulativ oppførsel?
Finn også den T_x som er angitt i figur 1.2 !



figur 1.2

Oppgave 2 (31 %)

En modell av kurs-dynamikken til en supertanker er

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{J}(\beta x_2 - \gamma x_2^3 + Ku)\end{aligned} \qquad (2.1)$$

Her er

x_1, x_2 = henholdsvis kursvinkel [rad], og kursvinkelhastighet (dreiehastighet) [rad/s]

J = supertankerens treghetsmoment m.h.p. vertikal-aksen. [kg m^2]

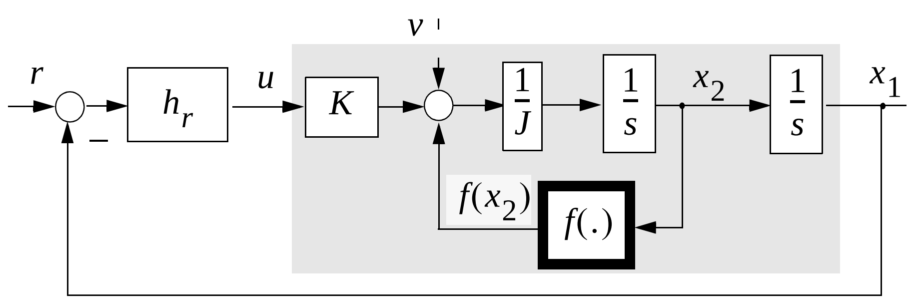
u, K = henholdsvis rorvinkel [rad], og *rorkonstant* [Nm / rad]

Koeffisientene β og γ er begge > 0.

a) (6 %) Finn en linearisert modell $\Delta\dot{\underline{x}} = A\Delta\underline{x} + \underline{b}\Delta u$ rundt et arbeidspunkt $\underline{x}^p$, u^p.

b) (6 %) Finn egenverdiene til den lineariserte modell. Kommentér stabiliteten for lave dreiehastigheter. Hvordan er stabiliteten ved *store* dreiehastigheter?

Et blokkdiagram for modellen (2.1) (skravert felt), nå med regulering, er vist i figur 2.1:



figur 2.1 Skip med regulering

Her er $f(x_2) = \beta x_2 - \gamma x_2^3$. Vi betrakter små avvik fra en kursvinkel-referanse $r = 0$, og forutsetter lav dreiehastighet, $x_2 \approx 0$. Sløyfetransferfunksjonen h_0 for den lineariserte skipsmodell blir

$$h_0(s) = h_r(s)h_u(s) = h_r(s)\cdot\frac{K}{\beta}\,\frac{1}{s(-1+Ts)}\text{, der}\quad T = \frac{J}{\beta} \qquad (2.2)$$

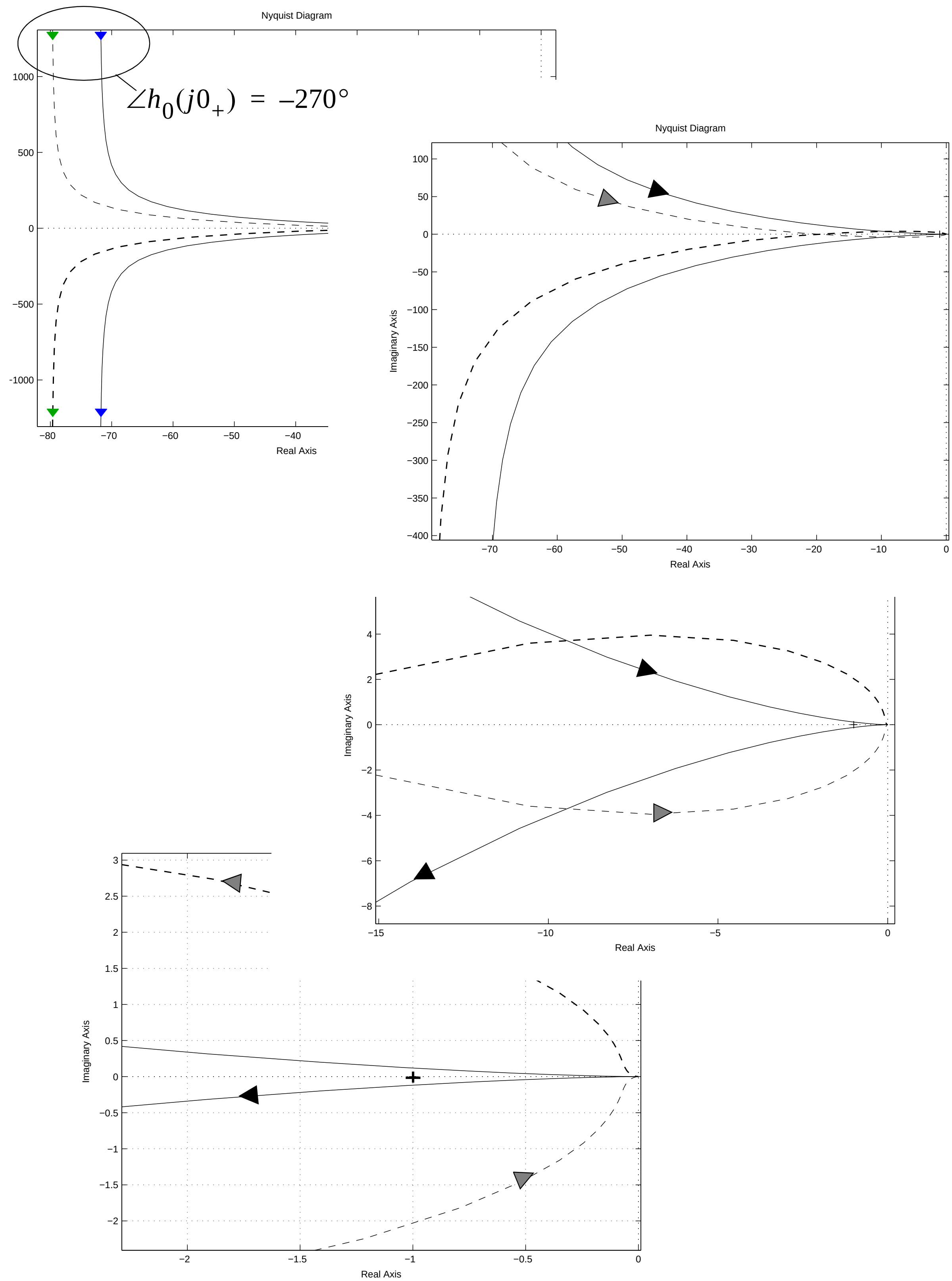
c) (5 %) Nyquist(polar-)diagrammet for h_0 for et gitt sett med systemparametre er vist i figur 2.2 på neste side, i fire forskjellige skalaer: Heltrukken linje er h_0 med P-regulator. Hva kan du si om systemets stabilitet med P-regulator? Begrunn svaret ut fra diagrammet!

d) (7 %) Det stipla Nyquist-diagrammet er h_0 med en annen regulator. Er systemet stabilt med denne regulatoren? Begrunn svaret! Er denne regulatoren en PI- eller en begrenset PD-regulator? Begrunnet svar! (Tips: Se formelsamling med regulatorer. Du kan så se av Nyquist-diagrammet hvilken det må være.)

(Tips til punktene c) og d)): Den uendelig store halvsirkelen som utgjør en del av begge de to Nyquistkurvene går for dette systemet inn i *venstre* halvplan, ikke høyre).

e) (7 %) Det kommer nå inn en forstyrrelse v som vist med stipla linje i figur 2.1. v er et enhetssprang. Finn det stasjonære avvik med regulatoren du valgte i d), ved hjelp av sluttverditeoremet!

(NB: Om du valgte feil i d), vil du likevel få kreditert rett svar på dette spørsmålet.)

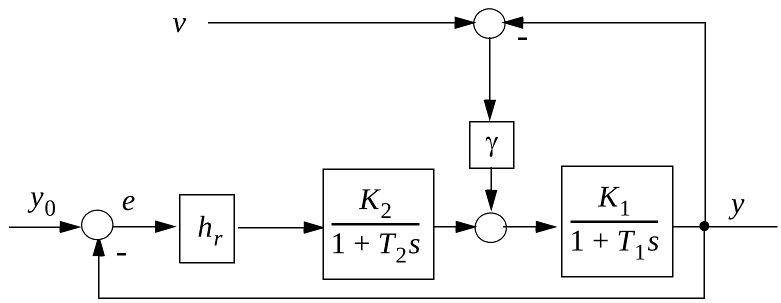


figur 2.2 Polardiagram for h_0 med to forskjellige regulatorer, i fire forskjellige skalaer

Oppgave 3 (9 %)

Strukturen i figur 3.1 er et reguleringssystem for oppvarming i en bygning.

Fag nr.: SIE3005 og 43021
Dato: 16. mai 2001
Student nr.:
Sidenr.:



figur 3.1

Bygningens dynamikk har tidskonstant T_1, mens ovnene har tidskonstant T_2. Innetemperatur er y, utetemperatur er v, som måles og skal brukes i en foroverkopling. Varmeovergangstallet mellom bygning og omgivelser er γ.

a) (5 %) Tegn inn en foroverkopling fra forstyrrelsen i blokkdiagrammet. Du kan tegne på dette arket og levere det, hvis du foretrekker det.
Finn den ideelle foroverkopling $h_{fi}(s)$.

b) (4 %) Finn med utgangspunkt i $h_{fi}(s)$ den statiske foroverkopling K_f. Hva oppnår du med den?

Oppgave 4 (24 %)

Gitt en prosess med PI-regulator, slik at

$$h_0 = h_r h_u = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s} \cdot K \frac{1 - T_2 s}{(1 + T_1 s)(1 + T_3 s)} \text{, der } K = 2, T_1 = 5, T_2 = 1, T_3 = 0.1 \qquad (4.1)$$

Vi velger $T_i = 10$ og tegner Bode-diagram med $K_p = 1$. Se figur 4.1.

a) (9 %) Tegn asymptotene for $|h_0|$ og $\angle h_0$ i figur 4.1, og levér den påtegnede figur som en del av besvarelsen. Det skal framgå hvordan du finner asymptotene, det er ikke nok å “tilpasse dem” til de gitte kurver. Spesielt må du angi hvordan du fastla 0-dB-linja.

b) (6 %) Finn fasemargin ψ og forsterkningsmargin ΔK for de valgte verdier av T_i og K_p. Ut fra resultatet: Er K_p passe stor? Og hva med valget som ble gjort av T_i: Bør T_i justeres?

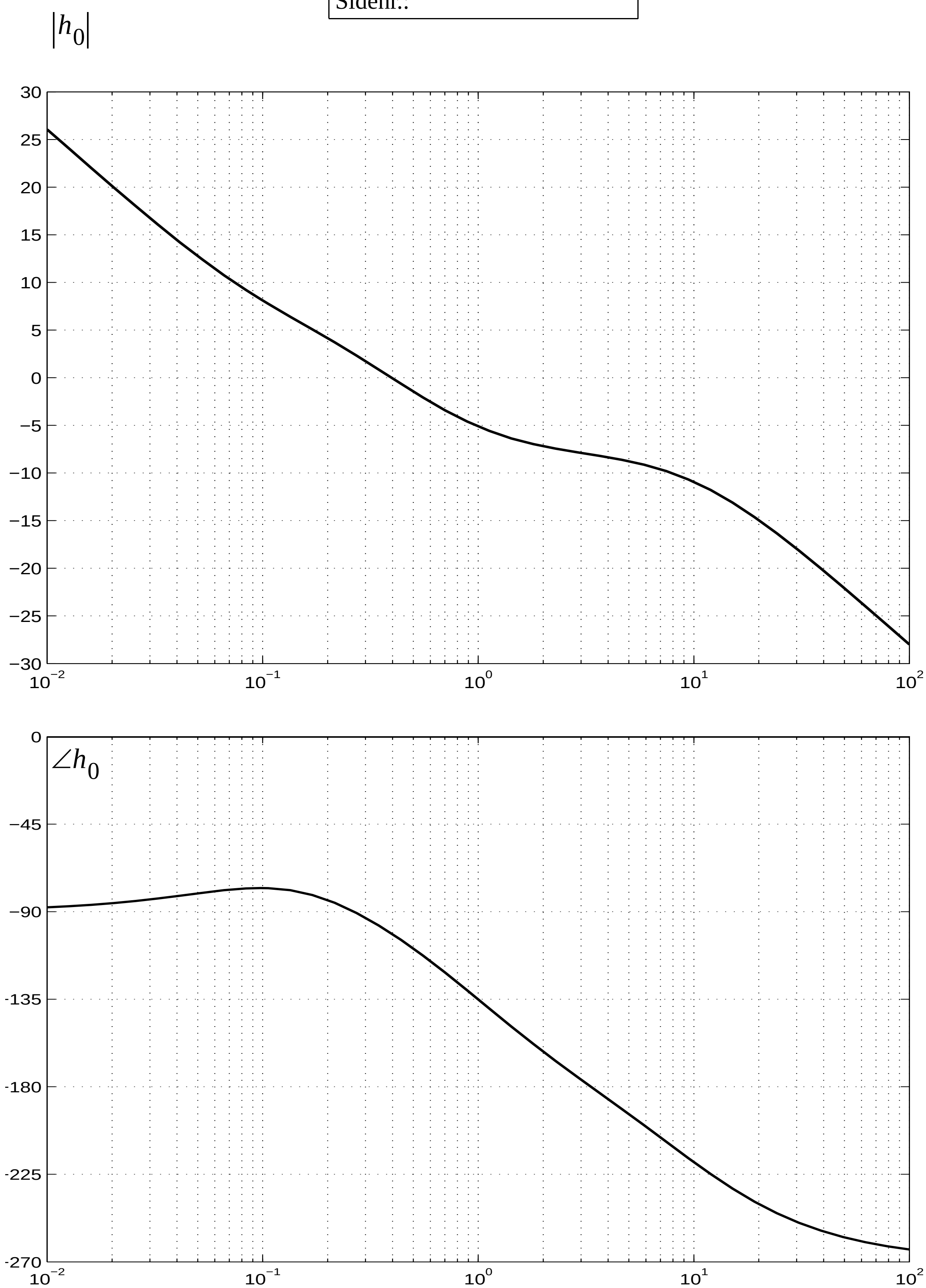
c) (4 %) Tegn inn asymptoter for $|N(j\omega)|$ og $|M(j\omega)|$ i figur 4.1. (I den grad noen linjer kommer oppå andre, bruk farger, eller stiplet linje, eller legg ny linje litt på sida av den allerede inntegnede linja.)

d) (5 %) PI-regulatoren skal nå byttes ut med en *diskret* PI-regulator, fortsatt med de gitte verdier på T_i og K_p. Dette svarer tilnærmet til å introdusere en tidsforsinkelse i reguleringssløyfa lik $0.5T$, der T er tastetida. Du velger $T = 0.1$. Hva blir endringa i fasemarginen?

Fag nr.: SIE3005 og 43021
Dato: 16. mai 2001

Student nr.:

Sidenr.:

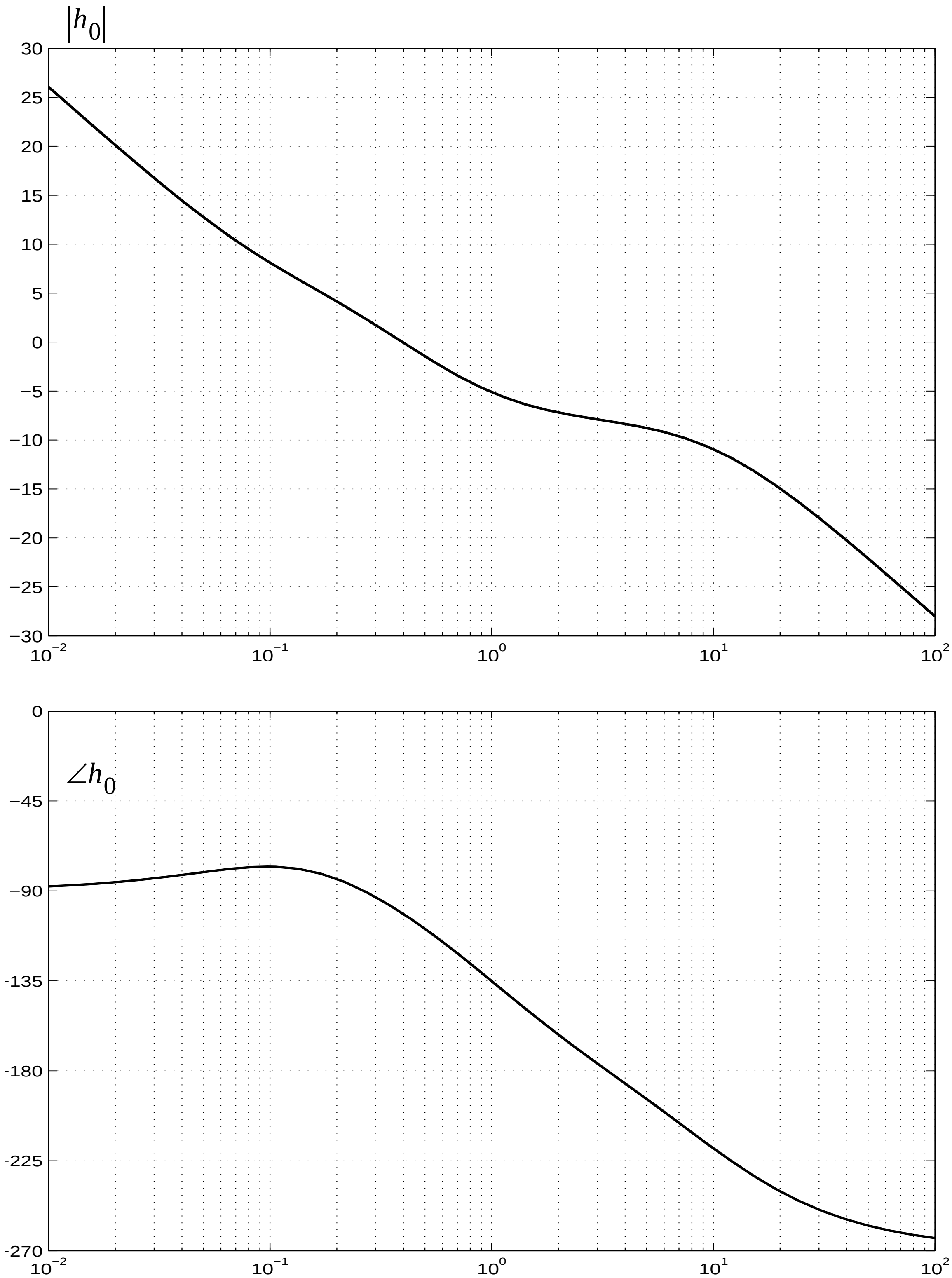


figur 4.1

Fag nr.: SIE3005 og 43021
Dato: 16. mai 2001

Student nr.:

Sidenr.:



figur 4.2 (samme som 4.1, hvis du trenger et ekstra ark)

Formelsamling

(3 sider, noe av dette trenger du kanskje...)

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sf(s) \qquad \text{(V.1)}$$

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sf(s) \qquad \text{(V.2)}$$

$$\mathcal{L}[\dot{f}(t)] = sf(s) - f(t)\big|_{t=0} \quad , \quad \mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2 f(s) - sf(t)\big|_{t=0} - \dot{f}(t)\big|_{t=0} \qquad \text{(V.3)}$$

$$f(t) = \sum_{a_i} \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}}\{(s-a_i)^m f(s) e^{st}\}\right]\Bigg|_{s=a_i} \qquad \text{(V.4)}$$

$$|\lambda I - A| = 0 \qquad \text{(V.5)}$$

Rettlinja bevegelse: $f = ma$ Rotasjon: $d = J\dot{\omega}$ (V.6)

$$\Delta\dot{x} = \frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{x^p,\,u^p} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial u}\bigg|_{x^p,\,u^p} \Delta u \quad , \quad A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \qquad \text{(V.7)}$$

Gitt en åpen prosess $h_0(s)$ med N_p poler i høyre halvplan. For at det lukkede (= tilbakekoplede) system skal bli stabilt, må vektoren $1 + h_0(j\omega)$ få en vinkelendring lik $2\pi N_p$ (dvs. *mot* urviseren) når ω går fra $-\infty$ til ∞. (V.8)

PI-regulator: $h_r = K_p \dfrac{1 + T_i s}{T_i s}$ (V.9)

begrenset PD-regulator: $h_r = K_p \dfrac{1 + T_d s}{1 + \alpha T_d s}$, $0 < \alpha < 1$ (V.10)