NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR TEKNISK KYBERNETIKK

Faglig kontakt under eksamen: Professor emer. Rolf Henriksen
Telefon: (73 5)9 43 84, (73 5)9 43 76, 92 60 81 99

Bokmål

EKSAMEN I EMNE TTK4105
REGULERINGSTEKNIKK

Torsdag 9. juni 2011
Tid: 09.00 - 13.00

Sensur: 30. juni 2011

Hjelpemiddelkombinasjon D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler er tillatt, unntatt Rottman. Kalkulator med tomt minne er tillatt.

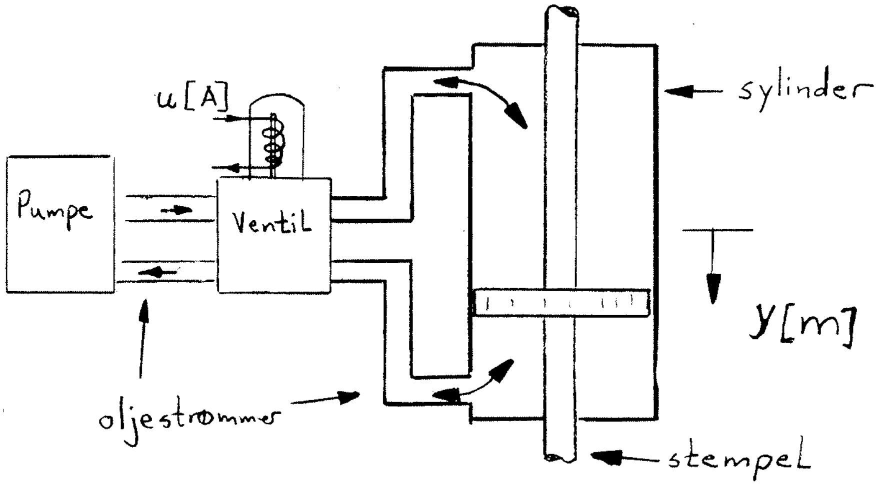
Prosenttallene angir den relative vekt oppgaven tillegges ved bedømmelsen.

Flere spørsmål kan besvares meget enkelt ved å bruke **formelsamlingen** bakerst i oppgavesettet. S**e kjapt gjennom den før du begynner**. Sjekk den alltid opp før du gir opp! Men, du må forklare hvordan du bruker noe når du henter det fra formelsamlingen. Noen spørsmål skal besvares ved å **måle ut verdier på figuren i oppgavesettet** - i slike tilfeller godtas en viss "måleunøyaktighet"! Der hvor rubrikk for studentnr. etc. er angitt på sider i oppgavesettet, **kan man tegne inn figurer og levere det påtegnede arket som en del av besvarelsen**.

STUDENTS MAY ANSWER THIS EXAM IN ENGLISH IF THAT IS PREFERRED.

Oppgave 1 (44 %)

Figuren til høyre viser en presse som drives av et stempel som forsynes med olje under høyt trykk. Oljestrømmen inn og ut av sylinderen styres av en elektrohydraulisk ventil. Posisjonen til stempelet er y [m], og u [A] er strøm-pådrag til ventilens elektromagnetiske styrespole.



Vi ignorerer vekten av stempelet, og gjør også andre forenklinger. Transferfunksjonen fra u til y blir da

$$\frac{y}{u}(s) = h_u(s) = \frac{K}{s\left(1 + 2\zeta\frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2\right)} \tag{1}$$

Parameterverdier er $K = 4\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sA}}\right]$, $\zeta = 0.2$, $\omega_0 = 10$ [rad/s].

a) (5 %) Forklar ut fra en fysisk betraktning hvorfor det er rimelig at det er en ren integrasjon i nevneren i transferfunksjonen!

Det er ønskelig at stempelposisjonen y følger en posisjonsreferanse y_0. Med proporsjonalregulator har vi da $u = K_p(y_0 - y)$. Sløyfetransferfunksjonen h_0 blir $K_p h_u(s)$.
De neste to spørsmål skal besvares ved utregning, ikke ved å tegne Bode-diagram:

b) (5 %) Vis at faseverdien ved resonansfrekvensen ω_0, $\angle h_0(j\omega_0)$, er $-180°$!

c) (5 %) Ved hjelp av b): Finn den kritiske forsterkning K_{pk} som plasserer systemet på stabilitetsgrensa! (Tips: den blir et rundt tall.)

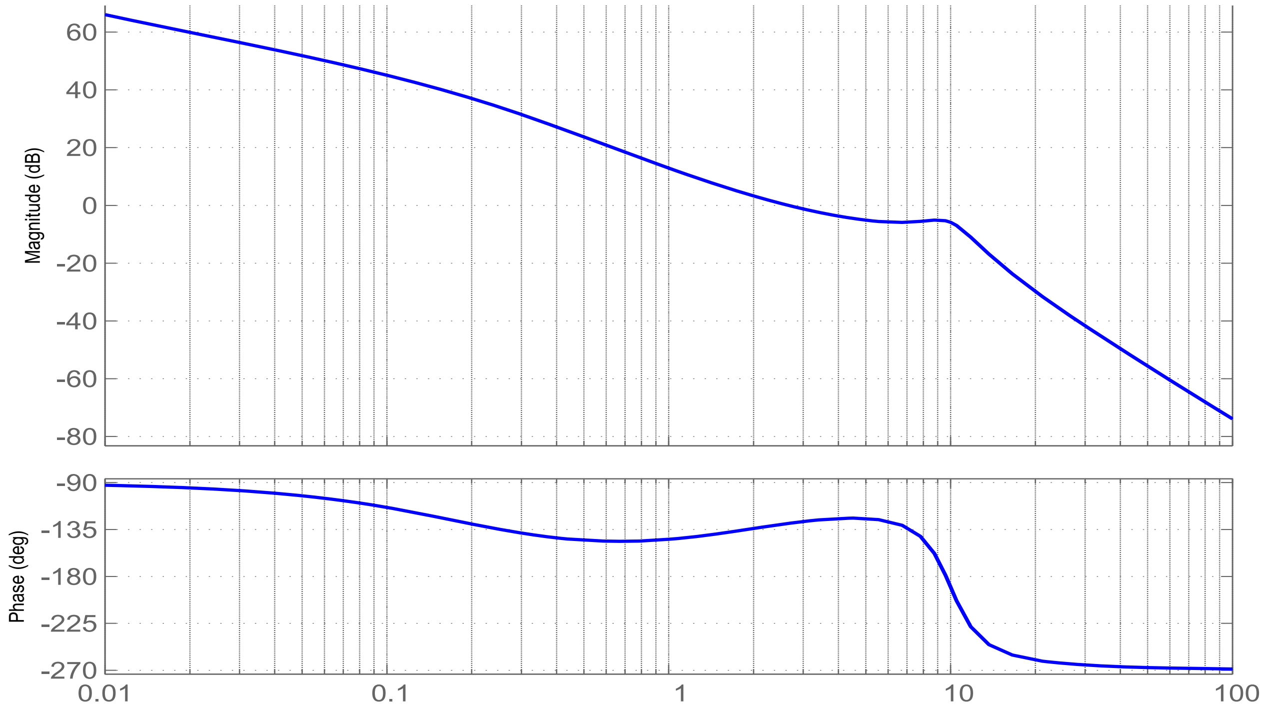
d) (6 %) Det maksimale strømpådraget er 0.1 A. Hva bli maksimum stasjonær stempelhastighet v_{maks}?

e) (6 %) Referansen $y_0(t) = kt$, en rampefunksjon. Hvorfor blir det stasjonært avvik i $y_0 - y$? (Tips: Du kan bruke sluttverditeoremet, eller besvare dette kort og verbalt ved hjelp av en regel som gjelder for dette.)

Vi innfører nå en proporsjonal + begrenset integralregulator i stedet for proporsjonalregulatoren,

$$h_r(s) = 5\,\frac{1 + 0.5s}{1 + 5s} \tag{2}$$

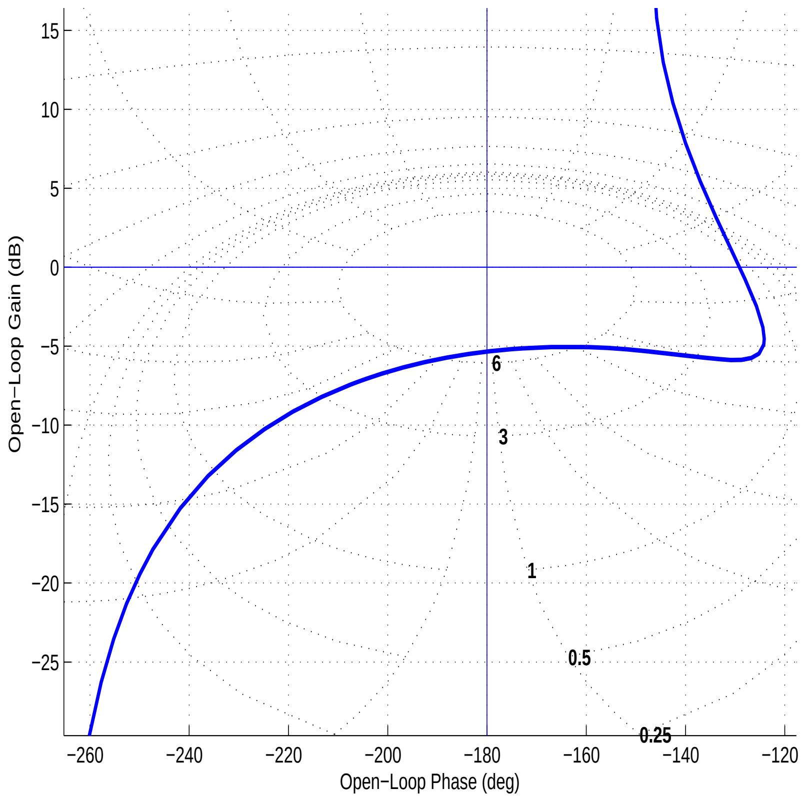
f) (11 %) Figur 1.1 viser $h_0(j\omega) = h_r(j\omega)h_u(j\omega)$ med regulatoren (2) i Bode-diagram. Tegn inn asymptoter for fase og amplitude og levér dette arket som en del av besvarelsen. Det skal framgå tydelig hvordan du har fastlagt asymptotenes posisjoner, det er ikke nok med å bare “tilpasse dem” til grafene!



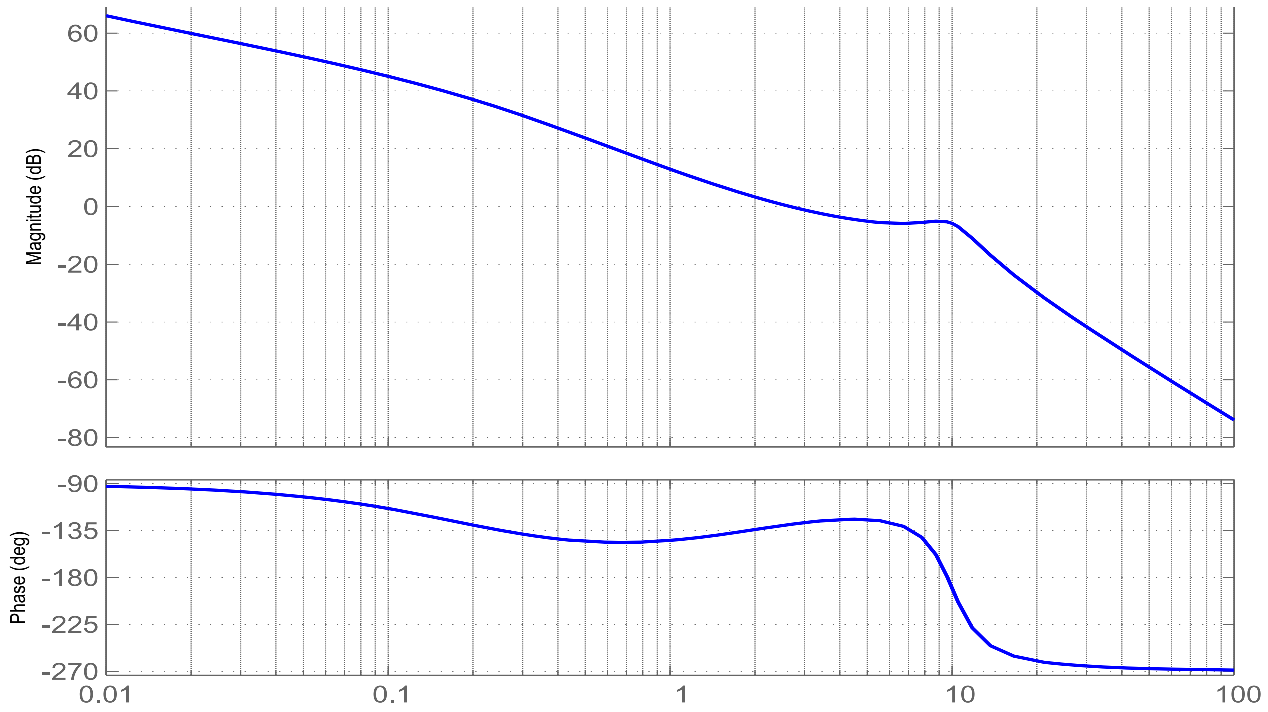
figur 1.1

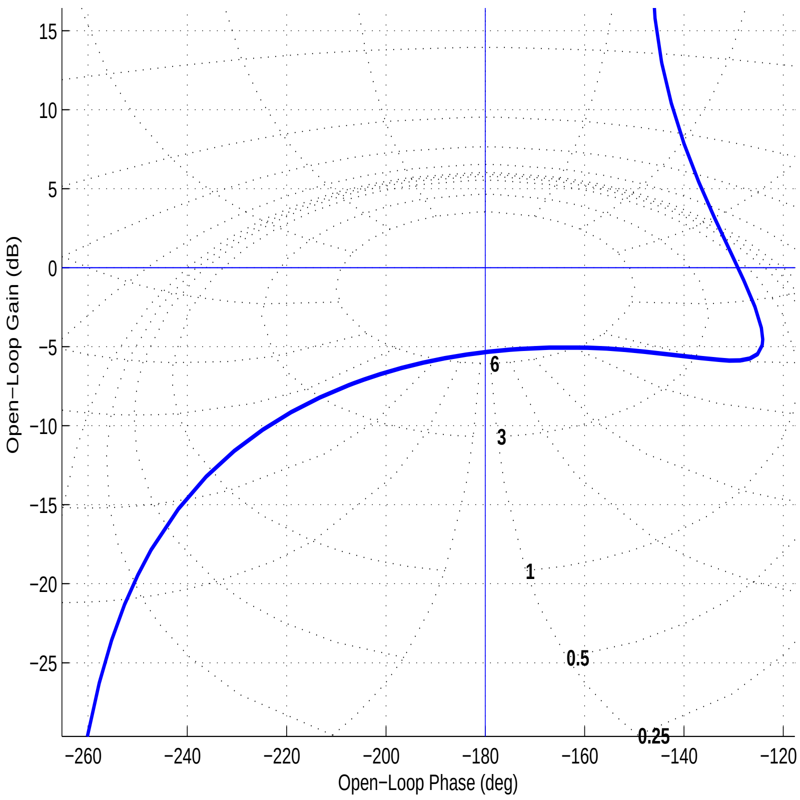
g) (6 %) Figuren til høyre viser det samme i Nichols-diagram. Merk av og les av fasemarginen ψ !

Tilsier dette diagrammet at forsterkningen i regulatoren (2) bør justeres noe? I så fall, med omtrent hvor mange dB? Tegn eventuelt i Nichols-diagrammet!



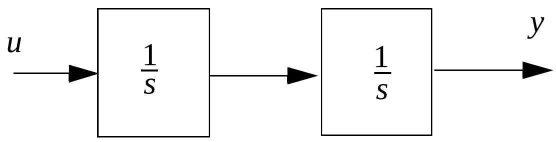
En ekstra side hvis du trenger det for tegning:





Oppgave 2 (14 %)

Vi skal i denne oppgaven se litt på stabilitet av systemer med sammenfallende egenverdier på den imaginære akse. I figuren nedenfor finner du et system bestående av to integratorer i serie.



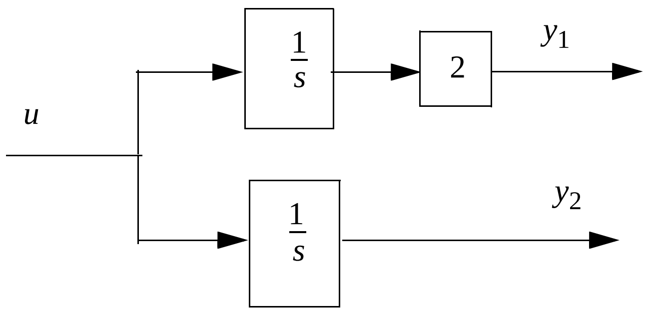
a) (1.5 %) Velg utgangene av integratorene som tilstander, sett systemet opp på tilstandsromform og skriv opp **A**-, **B**- og **C**-matrisen som dette gir.

b) (1.5 %) Sett opp den karakteristiske ligningen for systemet funnet i a) og regn ut egenverdiene.

c) (2 %) Regn ut transisjonsmatrisen $\Phi(t)$ for systemet.

d) (1.5 %) Ut fra det du nå har funnet, angi om systemet er asymptotisk stabilt, marginalt stabilt eller ustabilt.

Nå tar vi for oss et system som vist nedenfor, dvs. to integratorer i parallell.



e) (1.5 %) Igjen, velg utgangene av integratorene som tilstander, sett dette systemet opp på tilstandsromform og skriv opp **A**-, **B**- og **C**-matrisen som du nå får.

f) (1.5 %) Sett opp den karakteristiske ligningen for systemet funnet i e) og regn ut egenverdiene.

g) (2 %) Regn så ut transisjonsmatrisen $\Phi(t)$ for dette systemet.

h) (1.5 %) Ut fra det du har funnet i e), f) og g), angi om systemet er asymptotisk stabilt, marginalt stabilt eller ustabilt.

i) (1 %) Hva slags konklusjon, om noen, kan vi gjøre dersom et system har sammenfallende egenverdier på den imaginære akse?

Oppgave 3 (12 %)

I denne skal vi ta for oss linearisering av et autonomt 3.-ordens ulineært system. Systemet er beskrevet av modellen:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 - x_2 x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_1^2 \end{aligned} \tag{3}$$

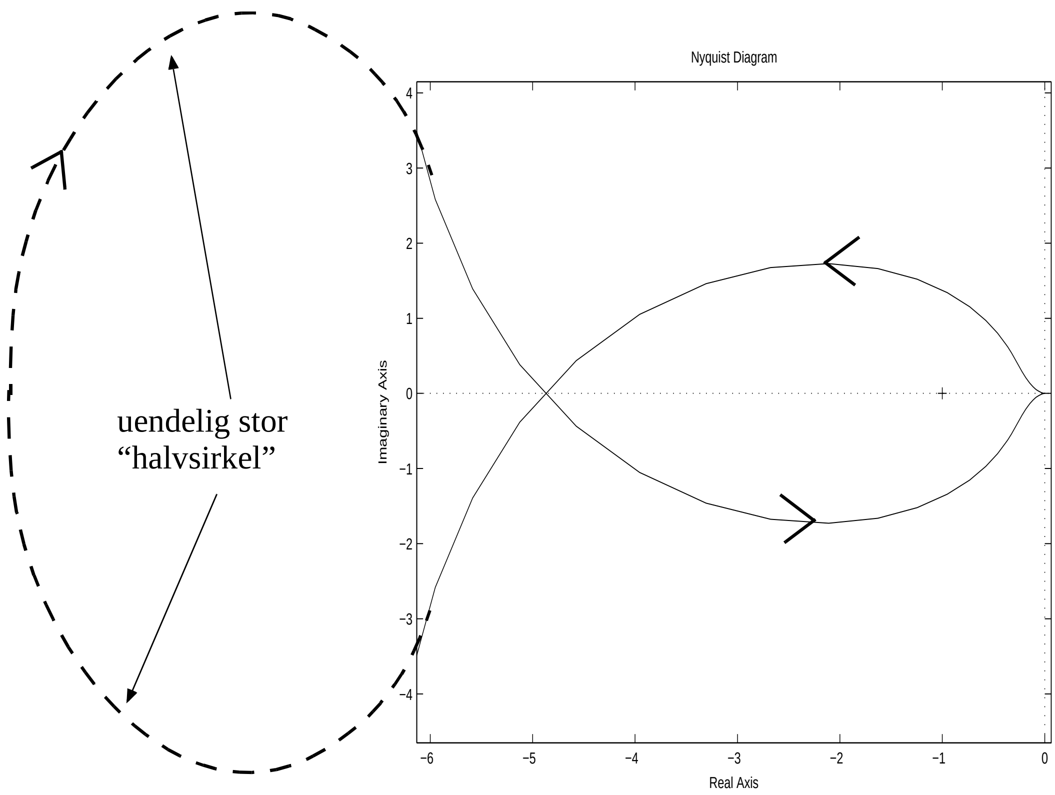
a) (3 %) Systemet har to sett med likevektspunkter, finn disse.

b) (5 %) Foreta linearisering omkring et likevektspunkt gitt av $x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = c$ der $c \neq 0$ er en konstant. Sett opp **A**-matrisen for det lineariserte systemt omkring dette likevektspunktet.

c) (4 %) Sett opp den karakteristiske ligningen for systemet du fant under b) og avgjør om systemet er asymptotisk stabilt, marginalt stabilt eller ustabilt.

Oppgave 4 (10 %)

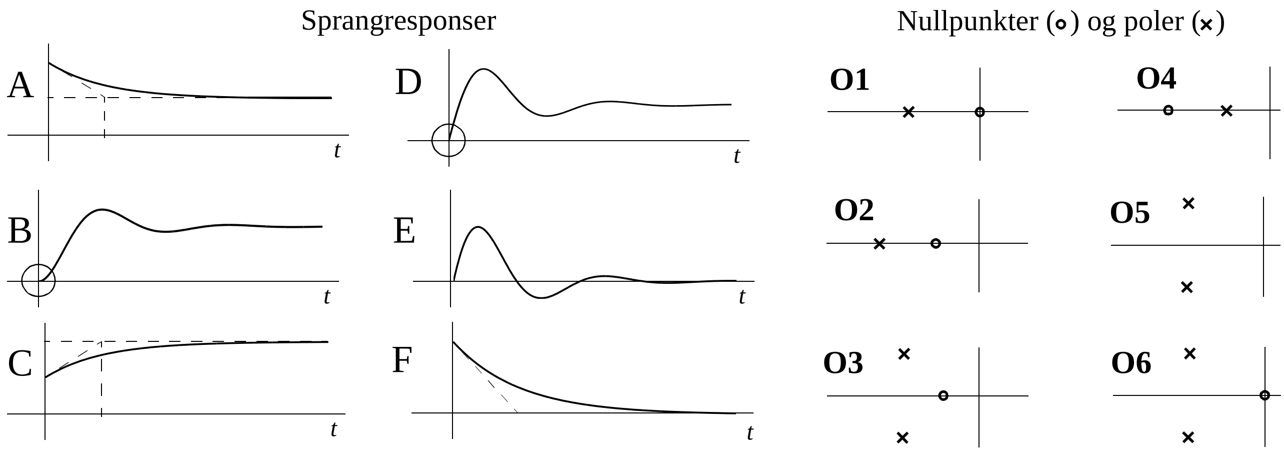
Figuren under viser Nyquist(polar-)diagrammet for $h_0(s) = K_p \dfrac{s + 0.04}{s(s+2)(s-0.1)}$, med $K_p = 1$.



a) (5 %) Bruk Nyquists stabilitetskriterium til å sjekke om det lukkede system er stabilt for $K_p = 1$.

b) (5 %) Vi gjør K_p meget liten, men fortsatt > 0: Hvor mange poler (hvis noen) vil det lukkede system få i høyre halvplan?

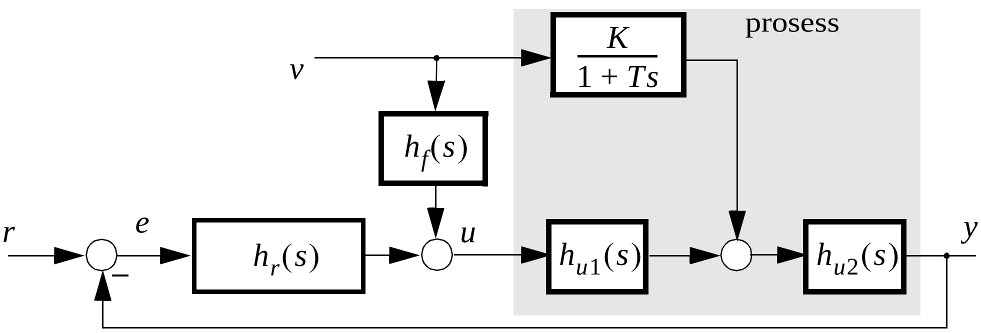
Oppgave 5 (9 %)



I **seks deloppgaver ovenfor (hver teller 1.5 %)** skal du kople riktig pol-nullpunkt-konfigurasjon for en transferfunksjon, til en motsvarende sprangespons. NB: Merk deg detaljert forløp nær origo for to av responsene, markert med sirkler – det må til for å kunne skille mellom dem. Hver oppgave besvares uten begrunnelse, bare skriv hvilken bokstav A - F som hører sammen med hvilken O1 - O6.

Oppgave 6 (11 %)

Gitt en reguleringsstruktur som vist i figur 1.2:



figur 1.2

a) (5 %) Finn den ideelle foroverkopling $h_{fi}(s)$ når $h_{u1}(s) = \dfrac{1}{(s+a)^2}$.

b) (4 %) Hva blir transferfunksjonen $h_{yv}(s) = \dfrac{y}{v}(s)$ med ideell foroverkopling?

c) (2 %) Har du noen kommentar til den løsningen du fant i a)?

Formelsamling

(6 sider, noe av dette trenger du kanskje...)

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sf(s), \quad \text{og} \quad \lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sf(s) \tag{V.1}$$

$$\mathcal{L}[\dot{f}(t)] = sf(s) - f(t)\big|_{t=0} \quad , \quad \mathcal{L}[\ddot{f}(t)] = s^2 f(s) - sf(t)\big|_{t=0} - \dot{f}(t)\big|_{t=0} \tag{V.2}$$

$$\text{Residuregning:} \quad f(t) = \sum_{a_i} \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}}\{(s-a_i)^m f(s)e^{st}\}\right]\Bigg|_{s=a_i} \tag{V.3}$$

$$\text{Tidsforsinkelse:} \quad \mathcal{L}[f(t-\tau)] = e^{-\tau s} f(s) \tag{V.4}$$

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \tag{V.5}$$

Rettlinja bevegelse: $f = ma$, Rotasjon: $d = J\dot{\omega}$; med masse på vektløs stang har vi $J = ml^2$ (V.6)

Folding (konvolusjon):

$$y(t) = h(t) * u(t) = \int_0^t h(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad \mathcal{L}[h(t) * u(t)] = h(s)u(s) \tag{V.7}$$

Linearisering:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} \Delta\boldsymbol{u} \quad , \quad \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\bigg|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p} = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots \\ \cdots\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}\right|_{\mathbf{x}^p,\, \mathbf{u}^p}$$

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\boldsymbol{u}$$

$$x[\text{dB}] = 20 \cdot \log_{10}(x) \tag{V.8}$$

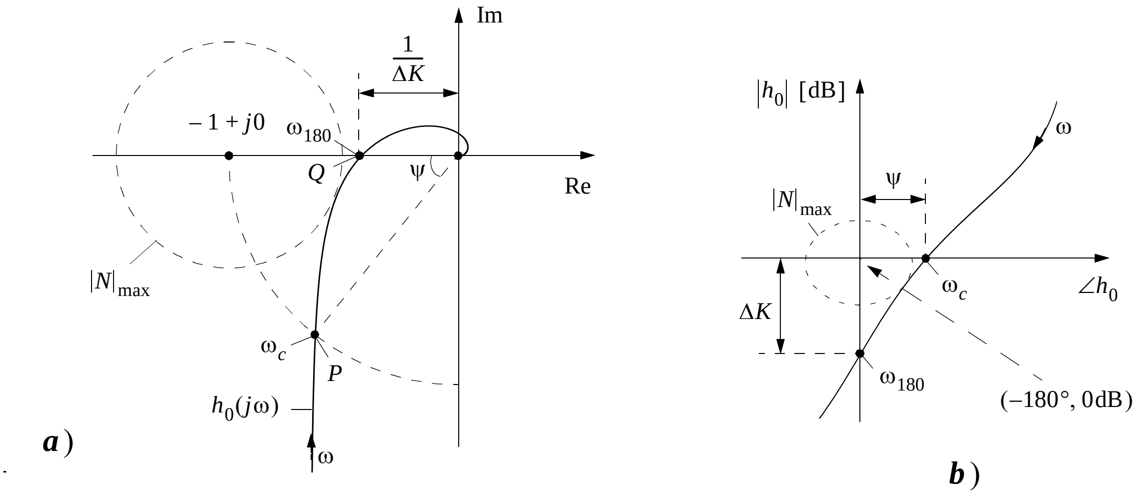
$$N(s) = \frac{e}{r}(s) = \frac{1}{1 + h_0(s)}, \quad M(s) = \frac{y}{r}(s), \quad M(s) + N(s) = 1, \quad \frac{e}{v}(s) = -h_v(s)N(s) \tag{V.9}$$

Gitt en åpen prosess $h_0(s)$ med N_p poler i høyre halvplan.
Vektoren $1 + h_0(j\omega)$ får en netto vinkeldreining lik

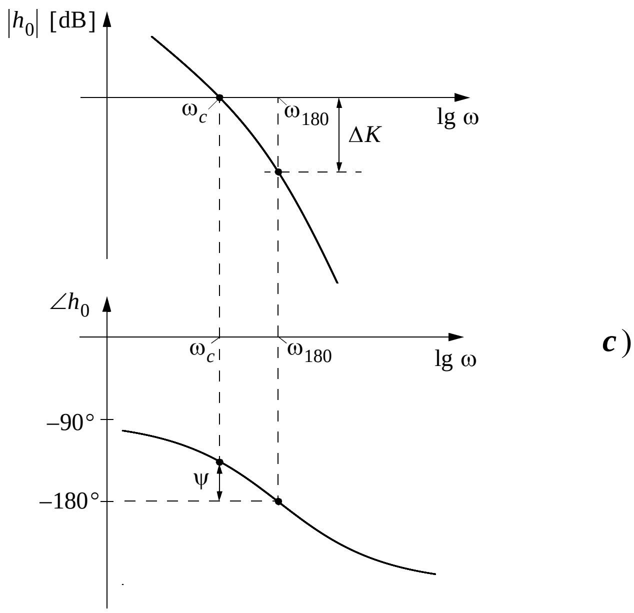
$$\Delta\angle(1 + h_0) = -2\pi(N_n - N_p) \qquad \text{når } \omega \text{ går fra } -\infty \text{ til } \infty \tag{V.10}$$

N_n blir da antall poler i h.h.p. for det lukkede (tilbakekoplede) system.

Merk: Dreieretning er definert positiv *mot* urviseren.



(V.11)



$$\psi = \angle h_0(j\omega_c) - (-180°)$$

$$\frac{1}{\Delta K} = |h_0(j\omega_{180})| \qquad , \quad \Delta K = \frac{1}{|h_0(j\omega_{180})|} \tag{V.12}$$

(V.13)

(V.14)

Ziegler-Nichols' regler : (V.15)

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_{180}}$$

Regulator	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{pk}$	∞	0
PI	$0.45K_{pk}$	$T_k/1.2$	0
PID	$0.6K_{pk}$	$T_k/2$	$T_k/8$

PI-regulator: $$h_r = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s} \tag{V.16}$$

begrenset PD-regulator: $$h_r = K_p \frac{1 + T_d s}{1 + \alpha T_d s} \tag{V.17}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \cdot & \cdot & -\alpha_{n-2} & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{V.18}$$

$$\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \cdot & \rho_{n-1} \end{bmatrix}$$

gir $$\frac{y}{u}(s) = h(s) = \frac{\rho_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \rho_1 s + \rho_0}{s^n + \alpha_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \alpha_1 s + \alpha_0} \tag{V.19}$$

Diskret regulator: Alle s erstattes med $\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$, der z er en tidsforskyvingsoperator. (V.20)

Diskret regulator medfører en ekstra tilnærma tidsforsinkelse = $\frac{T}{2}$ i sløyfetransferfunksjonen. (V.21)

Rouths kriterium:
For stabilitet i det lukkede system kreves for det første at alle koeffisienter i det karakteristiske polynom (nevnerpolynomet i det lukkede system) må ha samme fortegn. Dessuten må alle koeffisienter i den venstre kolonne i Rouths tabell (nedenfor) ha samme fortegn. Antall fortegnsskift når man starter øverst i venstre kolonne og går nedover = antall poler i høyre halvplan.

Kall det karakteristiske polynom: $\alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_1 s + \alpha_0$

Rouhs tabell blir da (i tilfellet vist her er n et oddetall):

$$
\begin{array}{llll}
\alpha_n & \alpha_{n-2} & \cdots & \alpha_1 \\
\alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} & \cdots & \alpha_0 \\
\beta_{n-1} & \beta_{n-3} & \cdots & \\
\zeta_{n-1} & \zeta_{n-3} & \cdots & \\
. & & & \\
. & & & \\
. & & & \\
\sigma_{n-1} & \sigma_{n-3} & & \\
\eta_{n-1} & & & \\
\omega_{n-1} & & &
\end{array}
\tag{V.22}
$$

De nye koeffisientene i tabellen framkommer etter følgende regler:

$$
\beta_{n-1} = \frac{\begin{matrix} \alpha_n & \alpha_{n-2} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} \end{matrix}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} - \alpha_n \alpha_{n-3}}{\alpha_{n-1}}
$$

$$
\beta_{n-3} = \frac{\begin{matrix} \alpha_n & \alpha_{n-4} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-5} \end{matrix}}{\alpha_{n-1}} = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-4} - \alpha_n \alpha_{n-5}}{\alpha_{n-1}}
\tag{V.23}
$$

osv.

$$
e^{-\tau s} \approx \frac{1 - \frac{\tau s}{2}}{1 + \frac{\tau s}{2}}
\tag{V.24}
$$