Løsningsforslag eksamen i reguleringsteknikk 8. juni 2006, T.A.

Oppg. 1a)

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{g_1+g_2}{C_1} & \frac{g_2}{C_1} \\ \frac{g_2}{C_2} & -\frac{g_2}{C_2} \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_2} \end{bmatrix}, \quad \underline{e} = \begin{bmatrix} \frac{g_1}{C_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) $x_1 \to v$, $x_2 \to v$. Benytter at $\dot{x}_1$ og $\dot{x}_2 = 0$ når $t = \infty$: (1.1) blir da:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= g_2(x_2 - x_1) - g_1(x_1 - v) \\ 0 &= 0 - g_2(x_2 - x_1) \quad \Rightarrow x_2 = x_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow x_1 = v$$

c) Én metode er å beregne $h(s) = [0\ 1] \cdot (sI - A)^{-1} \cdot \underline{b}$, hvor A og $\underline{b}$ er gitt ovenfor.

En annen er å Laplacetransformere (1.1), eliminere x_1 og løse m.h.p. x_2/u:

$$C_1 s\, x_1 = g_2(x_2 - x_1) + g_1(x_1 - 0) \qquad (1)$$

$$C_2 s\, x_2 = u - g_2(x_2 - x_1) \qquad (2)$$

(1) gir
$$x_1 = \frac{g_2 x_2}{C_1 s + (g_1 + g_2)} \qquad (3)$$

Setter (3) inn i (2) og multipliserer ut:

$$C_1 C_2 s^2 x_2 + C_2(g_1+g_2) s x_2 = [C_1 s + (g_1 + g_2)](u - g_2 x_2) + g_2^2 x_2$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{u}(s) = h(s) = \frac{C_1 s + (g_1 + g_2)}{C_1 C_2 s^2 + [C_2(g_1+g_2) + g_2 C_1] s + g_1 g_2}$$

d) $\mathcal{L}[u(t)] = \frac{u_0}{s}$ (sprang). $x_{20} = \lim_{t\to\infty} x_2(t) = \lim_{s\to 0} s X_2(s) =$

$\lim_{s\to 0} s \cdot \left[\frac{x_2}{u} \cdot \frac{u_0}{s}\right] = \lim_{s\to 0} \frac{x_2}{u}(s) \cdot u_0 = u_0 h(s)\Big|_{s=0} = \underline{\underline{\frac{g_1+g_2}{g_1+g_2} u_0}}$

x_{20} øker <u>også med 20 grader</u> når $u = 20$.

e) Forløp ⓔ er korrekt. [Begge temperaturer faller nær eksponentielt.]

f) Forlöp Ⓒ. [I en startfase vil glasset bli varmere fordi varmen fra glødetråden akkumuleres i glasset i stedet for å bli ledet bort av kjøleluftа. Dette kan skade pæra og er årsaken til at vifta går en stund etter at pæra er slått av.]

Oppgave 2 a) $|h(j\omega)| \underset{\omega<<1}{=} \frac{K}{\omega}$ = rett hjelpelinje i figur 2.1. $\frac{K}{\omega} = 1$ for $\omega = 50 \Rightarrow K = 50$.
Knekk ned ved $\omega = 2$ gir tidskonstant $T_1 = 0.5$ i nevner. Knekk opp ved $\omega = 10$ gir $T_2 = 0.1$ i teller. Men telleren blir $(1 - 0.1s)$ fordi fasen knekker ned, ikke opp. Av alt dette $\Rightarrow$ $\underline{\underline{h_u(s) = 50\frac{1-0.1s}{s(1+0.5s)}}}$

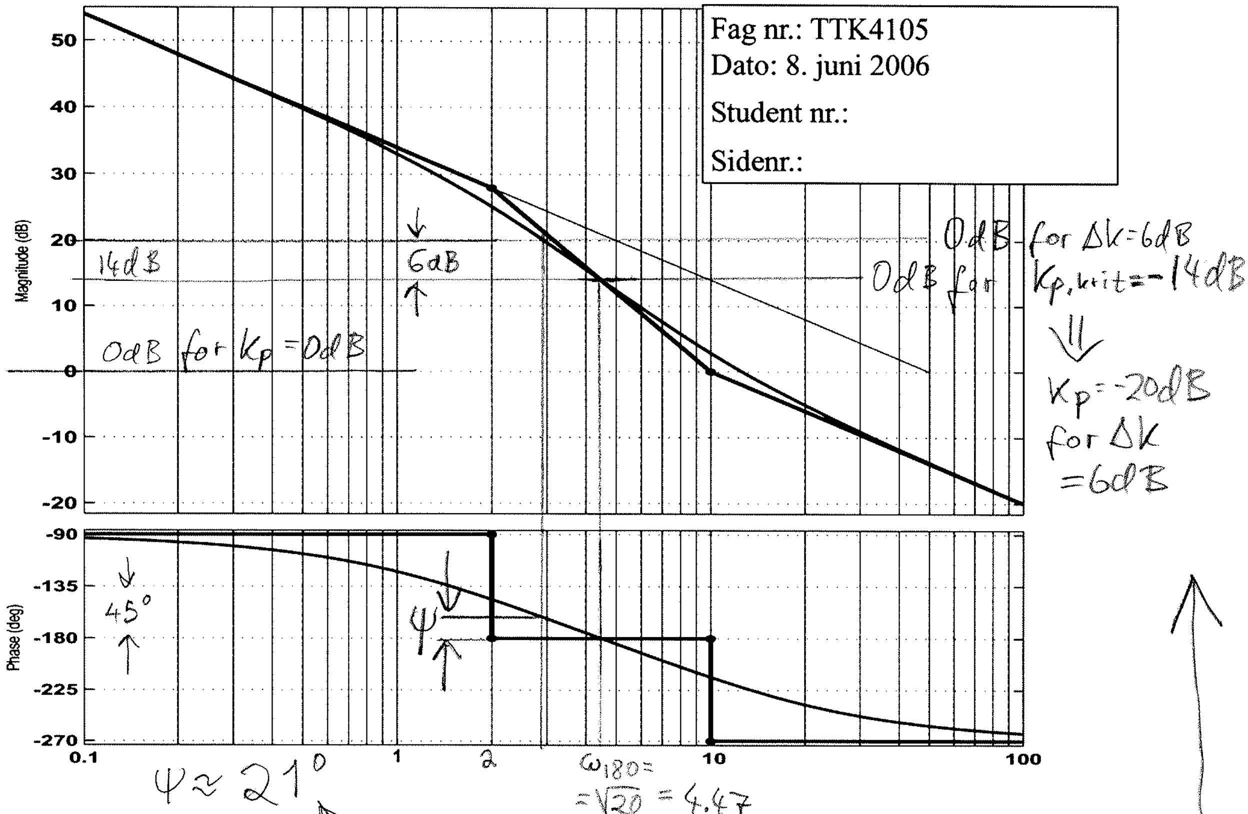
b) Se neste side.

c) Sprang og rampe, fordi det da er to integratorer mellom referanse og utgang. Se lærebok side 307-308.

d) Med PI-regulator vil $\angle h_0(j\omega) < -180°$ for $\omega << 1$, og bli enda mer negativ når ω øker $\Rightarrow$ det lukkede systemet er ustabilt. Fasen må derfor løftes over $-180°$ nær ω_c, derfor trengs derivatvirkning.

e) Tidsforsinkelsen p.g.a holdeelementet i den diskrete regulatoren er tilnærmet $\frac{T}{2}$.
Fasebidraget $= -\omega\frac{T}{2} = 3 \cdot 0.01 = 0.03$ rad
$= 0.03\frac{180}{\pi} = \underline{\underline{1.72°}}$ [= ubetydelig]

Fag nr.: TTK4105
Dato: 8. juni 2006
Student nr.:
Sidenr.:



figur 2.1

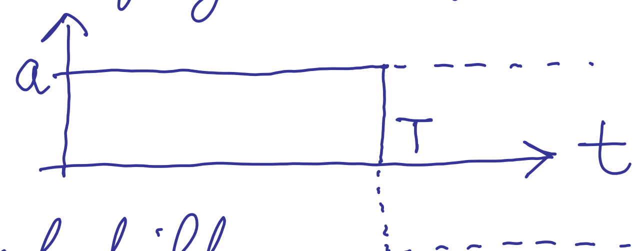
[redacted]

b) (%) Anta at $h_u(s)$ skal reguleres med proporsjonalregulator $h_r = K_p$. Finn den K_p som gir forsterkningsmargin $\Delta K = 6\text{dB}$! Hva blir da fasemarginen ψ ? Tegn i Bodediagrammet, og levér det påtegnede ark som del av besvarelsen!

Oppgave 3a)

Kan ikke beskrives på tr-form fordi det inneholder en tidsforsinkelse. Alternativt, e^{-Ts} må approksimeres med et rasjonalt uttrykk i s.

b) $h_u(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-Ts} \Rightarrow$ impulsresponsen blir summen av et sprang og et negativt og forsinka sprang:



c) Systemet er åpent stabilt, så vi må bare sjekke at $h_0(j\omega)$ går på venstre side av $-1 \Rightarrow$ ustabilitet $\Leftrightarrow$ vekst. Det er oppgitt at $h_0(j\omega)$ er mest negativ for $\omega = 0$. Da blir kravet $h_0(j0) < -1$. Vi har

$$h_0(j0) = h_0(0) = \lim_{s \to 0}\left[-\frac{\sigma a}{s} \cdot \frac{\left(1 - \left[1 - Ts + \frac{T^2 s^2}{2!} \mp \cdots\right]\right)}{1 + T_1 s}\right]$$

$-\sigma a T$ (kunne også brukt L'Hopital)

$$-\sigma \frac{r}{1 - e^{-rT}} \cdot T < -1 \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{\sigma r T > 1 - e^{-rT}}}$$

Oppgave 4)

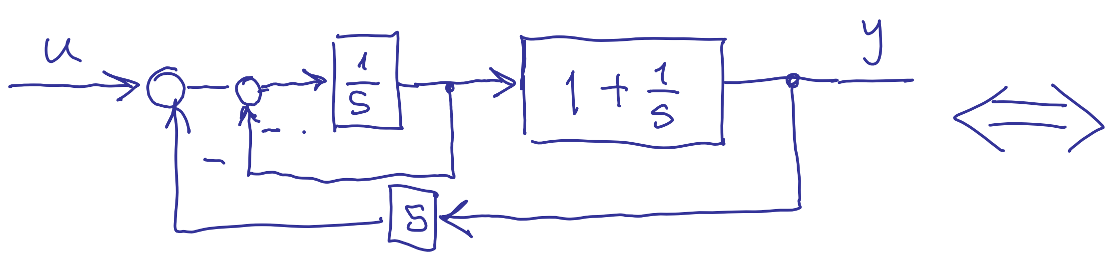
Den ideelle foroverkopling $h_{fi}(s)$

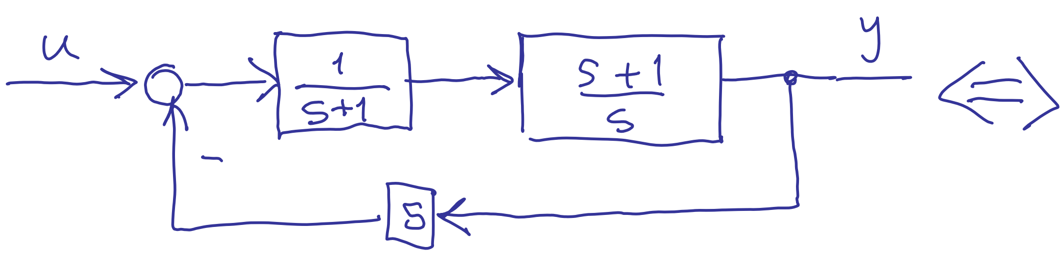
gir $h_{fi} h_u + h_v = 0 \Rightarrow h_{fi} = -\frac{h_v}{h_u}$

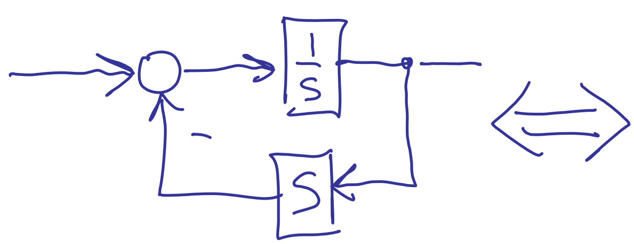
Den statiske foroverkopling er

$$K_f = h_{fi}(s)\Big|_{s=0} = -\left.\frac{\frac{K}{1+Ts}}{\frac{1}{(s+a)^2}e^{-\tau s}}\right|_{s=0} = \underline{\underline{-Ka^2}}$$

Oppgave 5)







$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{s}}{1 + s\cdot\frac{1}{s}} = \underline{\underline{\frac{1}{2s}}}$$