Løsning eksamen i SIE 3005/43021 reguleringsteknikk 16/5 - 2001, T. A.

1a) Setter $x_1 = p$ og $x_2 = m_s$. Vi får fra blokkdiagrammet:

$$\dot{x}_1 = k_2\left[k_1(p_0 - x_1) + x_2 + u\right]$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{T}x_2 + \frac{K}{T}k_2\left[k_1(p_0 - x_1) + x_2 + u\right]$$

Setter $p_0 = 0$, og får da:

$$A = \begin{bmatrix} -k_1 k_2 & k_2 \\ -\frac{K k_1 k_2}{T} & -\frac{1}{T}(1 - K k_2) \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} k_2 \\ \frac{K}{T}k_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

NB!

c) $$h(s) = \frac{p}{m_e}(s) = \frac{h_1 \cdot \frac{1}{s}}{1 + k_1 h_1 \frac{1}{s}} = \frac{h_1}{s + k_1 h_1}$$

der $$h_1 = \frac{k_2}{1 - k_2 \frac{K}{1+Ts}} = \frac{k_2(1+Ts)}{1+Ts - k_2 K}$$

Setter h_1 inn i h:

$$h(s) = \frac{\frac{k_2(1+Ts)}{1+Ts-k_2K}}{s + \frac{k_1 k_2(1+Ts)}{1+Ts-k_2K}} = \frac{k_2(1+Ts)}{s(1+Ts-k_2K) + k_1k_2 + k_1k_2Ts} = \frac{k_2(1+Ts)}{Ts^2 + (1 + k_1k_2T - k_2K)s + k_1k_2}$$

b) Alternativt - å bruke tilstandsrommodellen: Vi har

$$h(s) = \underline{c}^T(sI - A)^{-1}\underline{b}$$

Søker først $$(sI-A)^{-1} = \frac{\text{adj}(sI-A)}{|sI-A|}$$

$$|sI-A| = \begin{vmatrix} s+k_1k_2 & -k_2 \\ \frac{K}{T}k_1k_2 & s+\frac{1}{T}(1-Kk_2) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{(s+k_1k_2)(s+\frac{1}{T}(1-Kk_2)) + \frac{k_1Kk_2^2}{T}} \begin{bmatrix} s+\frac{1}{T}(1-Kk_2) & k_2 \\ -\frac{K}{T}k_1k_2 & s+k_1k_2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{s^2+(k_1k_2+\frac{1}{T}(1-Kk_2))s+\frac{k_1k_2}{T}} \begin{bmatrix} \cdots \end{bmatrix} = \frac{1}{q(s)} \cdot \begin{bmatrix} \cdots \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow h(s) = \boxed{1 \quad 0} \begin{bmatrix} \cdots \end{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} k_2 \\ \frac{K}{T}k_2 \end{matrix}} \cdot \frac{1}{q(s)} = \frac{1}{q(s)} \cdot \boxed{s+\frac{1}{T}(1-Kk_2) \quad k_2} \boxed{\begin{matrix} k_2 \\ \frac{K}{T}k_2 \end{matrix}}$$

$$= \frac{k_2s+\frac{1}{T}(1-Kk_2)k_2+\frac{K}{T}k_2^2}{q(s)} = \frac{k_2(s+\frac{1}{T})}{s^2+(k_1k_2+\frac{1}{T}(1-Kk_2))s+\frac{k_1k_2}{T}}$$

Det samme med $h(s)$ funnet fra blokkdiagram!

d)

$$h(s) = \frac{k_2}{T} \frac{1+Ts}{s^2+\frac{1+k_1k_2T-k_2K}{T}+\frac{k_1k_2}{T}} = \frac{k_2}{T}\frac{1+Ts}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2} \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1k_2}{T}}}}, \quad \xi = \frac{1}{2\omega_0}\left(\frac{1+k_1k_2T-k_2K}{T}\right) = \underline{\underline{\frac{1+k_1k_2T-k_2K}{2\sqrt{k_1k_2T}}}}$$

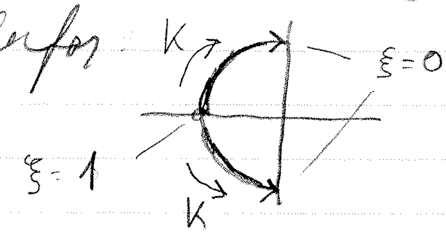
Når K er stor, dominerer spekulativ oppførsel: Aktørene følger hverandre, og den positive tilbakekoplingssløyfen motvirkes ikke tilstrekkelig av den negative og stabiliserende tilbakekoplingssløyfen som skyldes realøkonomisk motivert handel.

e) Polene er kompleks konjugerte og systemet er stabilt for $0 < \xi < 1$. Vi definerer K_2 slik at $K = K_2$ gir $\xi = 0$, og K_1 slik at $K = K_1$ gir $\xi = 1$.

Dette gir $1 + k_1 k_2 T - k_2 K_2 = 0 \Rightarrow K_2 = \frac{1 + k_1 k_2 T}{k_2}$

og $\frac{1 + k_1 k_2 T - k_2 K_1}{2\sqrt{k_1 k_2 T}} = 1 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{k_2}\left(1 + k_1 k_2 T - 2\sqrt{k_1 k_2 T}\right)$

Siden ω_0 fra (1.3) er uavhengig av K, må de kompleks konjugerte polene ligge i konstant avstand fra origo. Rotkurven blir derfor en sirkelbue:



f) Dette er sprangresponsen til et system av typen $\frac{1}{1 + T_x s}$. Av figur 1.1 ser vi at dette bare kan inntreffe for $K = 0$, dvs. ingen spekulativ oppførsel. Vi ser også at da er $T_x = \frac{1}{k_1 k_2}$

2a)

$$\left.\frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}}\right|_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{J}\left(\beta - 3\gamma (x_2^p)^2\right) \end{bmatrix} \qquad \left.\frac{\partial \underline{f}}{\partial u}\right|_p = \begin{bmatrix} 0 \\ K/J \end{bmatrix}$$

Vi ser at det er bare x_2^p som inngår. Det er fordi resten av modellen er lineær.

b)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{J}\left(\beta - 3\gamma (x_2^p)^2\right) \end{bmatrix}, \quad |\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 \\ 0 & \lambda - \frac{1}{J}\left(\beta - 3\gamma (x_2^p)^2\right) \end{vmatrix} \Rightarrow \lambda_{1,2} = \begin{cases} 0 \\ \underline{\underline{\frac{1}{J}\left(\beta - 3\gamma (x_2^p)^2\right)}} \end{cases}$$

Kursdynamikken er ustabil for x_2^p liten, da blir $\lambda_2 = \beta/J$

For x_2^p stor, derimot, dominerer leddet $-3\gamma(x_2^p)^2$. Dermed blir $\lambda_2 = \frac{1}{J}\left(\beta - 3\gamma (x_2^p)^2\right)$ negativ og skipet blir kurs-stabilt.

c) Vi har $N_p = 1 \Leftrightarrow$ én pol i h.h.p. for det åpne system. (V.8) gir oss da kravet om

2π omdreininger (i positiv dreieretning). Siden den uendelig store halvsirkelen går inn i v.h.p., ser vi at den heltrukne kurve for h_0 alltid dreier seg -2π om $(-1,0) \Rightarrow$ ustabilt for alle K_p

d) Den stiplede løkka til høyre gir oss én omdreining rundt $(-1,0) \Rightarrow$ nå er systemet stabilt.
Av figuren ser vi at $h(j0) = -270°$. Av (2.2) ser vi at $h_u(j0) = -270°$. Dermed kan ikke h_r gi noe fasebidrag til h_0 for $\omega = 0$. Altså kan ikke h_r inneholde noen ren integrasjon. Da gjenstår en begr. PD-regulator, som ikke gir noe fasebidrag ved $\omega = 0_+$.

2e) Det er ingen ren integrasjon foran forstyrrelsens angrepspunkt. For å fjerne stasjonært avvik når v er et sprang, må det være minst en integrasjon der. Dermed vil en PPD-regulator ikke fjerne stasjonært avvik.

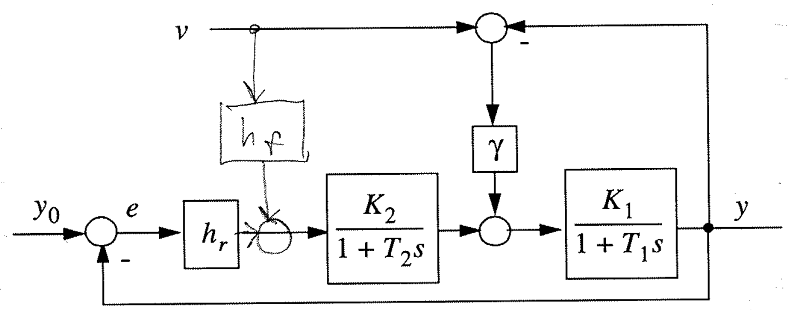
Dette kan besvares algebraisk v.h.a. sluttverditeoremet:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\,e(s) = \lim_{s\to 0} s\,\frac{e}{v}(s)\,v(s)$$

$$= \lim_{s\to 0} \cancel{s}\left(-h_v(s)N(s)\right)\cdot\frac{1}{\cancel{s}} = \lim_{s\to 0} -\underbrace{\frac{1}{\cancel{\beta s(-1+Ts)}}\cdot\frac{\cancel{\beta s(-1+Ts)}(1+\alpha T_d s)}{\beta s(-1+Ts)(1+\alpha T_d s)+K_pK(1+T_d s)}}_{h_v}$$

$$= \underline{\underline{\frac{-1}{K_pK}}} \Rightarrow \text{stasjonært fjernes ikke helt}$$

Oppgave 3a)



Vi krever $h_{fi}\cdot\frac{K_2}{1+T_2 s}+\gamma = 0 \Rightarrow h_{fi}(s) = -\frac{\gamma}{K_2}(1+T_2 s)$

b) $K_f = h_{fi}(s)\Big|_{s=j0} = -\frac{\gamma}{K_2}$

Den fjerner stasjonært avvik når $v(t)$ er konstant (et sprang)

Oppgave 4 a) Se neste side

b) $\Delta K \approx 8\,dB$ og $\psi \approx 79°$, se neste side. Dette er litt romslige marginer, K_p kunne vært økt litt, f.eks. med 2 dB.

c) Se neste side

d) $|h_0|$ blir uforandret $\Rightarrow \omega_c$ forblir den samme. $\psi = \angle h_0(j\omega_c) + 180°$

Endringa i fasemargin blir da lik endringa i $\angle h_0(j\omega_c)$. Vi har

$$\angle \tilde{h}_0(j\omega_c) = \angle h_0(j\omega_c) + \angle e^{-j\omega_c \frac{T}{2}}$$

$$\angle e^{-j\omega_c \frac{T}{2}} = -\omega_c \frac{T}{2} = -0.4 \cdot 0.05 = -0.02 \text{ [rad]}$$

fra Bode-diagram neste side

$$= -0.02 \frac{180}{\pi} = \underline{\underline{-1.15°}}$$

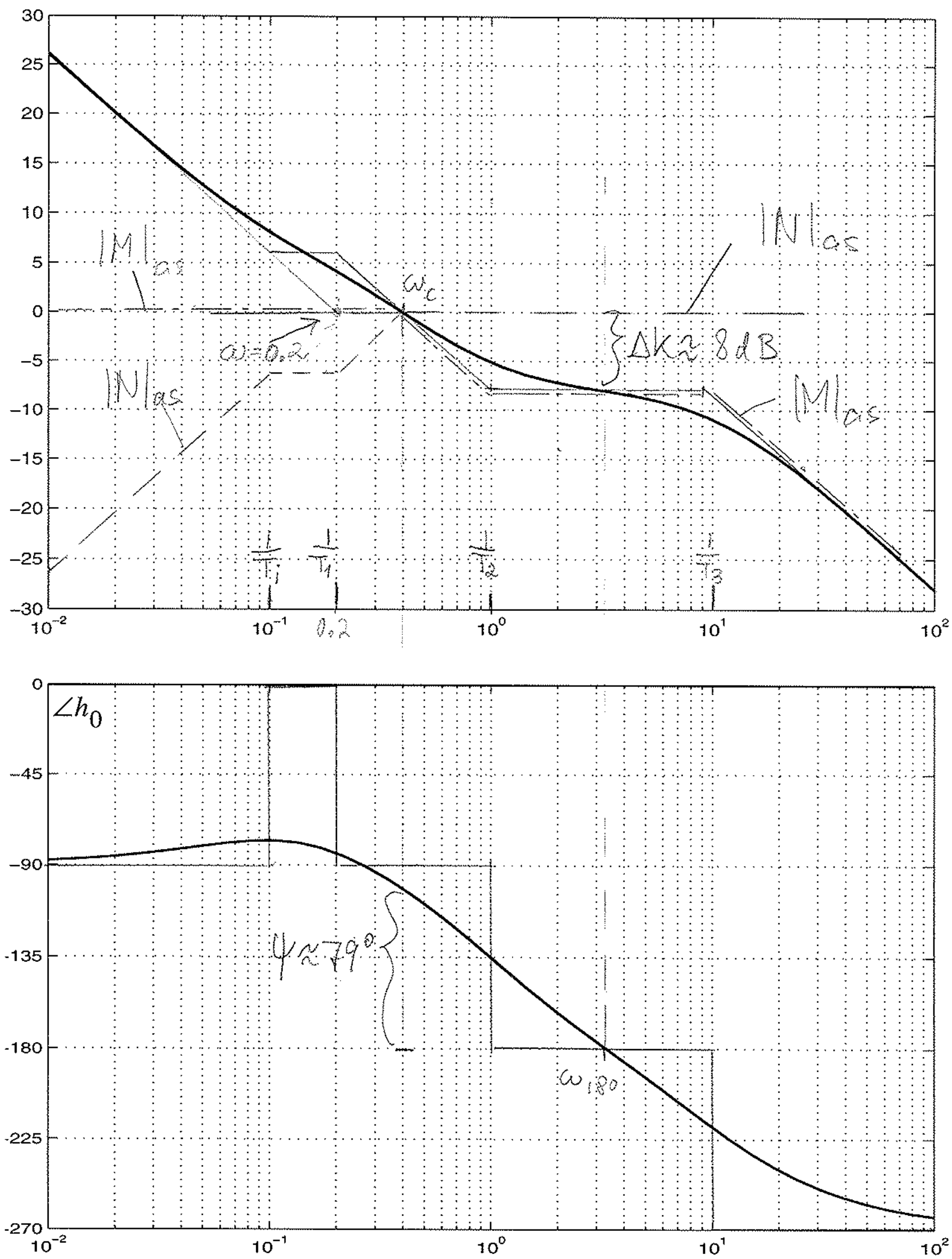
b) T_i kunne vært minket. Dette ville økt kryssfrekvensen uten at den unødvendig store fasemarginen hadde blitt uakseptabelt lav.

- 7 -

Fag nr.: SIE3005 og 43021
Dato: 16. mai 2001
Student nr.:
Sidenr.:

$$|h_0(j\omega)|_{as,\,\omega\ll 1} = \frac{2}{10\omega}$$

$$\Rightarrow \omega_{c,as,\omega\ll 1} = 0.2$$



figur 4.1