

南京工业大学 高等数学 A-2 试题 (A) 卷 (闭)

2013---2014 学年 第 2 学期 使用班级 江浦大一学生

班级	学号			姓名			
题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、单项选择题(本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

1、直线 $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z-2}{1}$ 与平面 $\pi: x-y-2z+6=0$ 之间的夹角为 ()

- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

2、设函数 $f(x, y)$ 在点 (a, b) 的偏导数存在, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(a+x, b) - f(a-x, b)}{x} =$ ()

- (A) 0 (B) $f_x(2a, b)$ (C) $f_x(a, b)$ (D) $2f_x(a, b)$

3、二次积分 $\int_0^4 dx \int_x^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy$ 交换积分次序后为 ()

- (A) $\int_0^4 dy \int_y^{2\sqrt{y}} f(x, y) dx$ (B) $\int_0^4 dy \int_{\frac{y^2}{4}}^y f(x, y) dx$
 (C) $\int_0^4 dy \int_y^{\frac{y^2}{4}} f(x, y) dx$ (D) $\int_0^4 dy \int_0^4 f(x, y) dx$

4、设椭圆 $L: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的周长为 l , 则 $\oint_L (\sqrt{3}x + 2y)^2 ds =$ ()

- (A) l (B) $3l$ (C) $4l$ (D) $12l$

5、极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ 是级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的 ()

- (A) 充要条件 (B) 充分条件 (C) 必要条件 (D) 既非充分也非必要条件

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

1、已知曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 在点 M 处的切平面与平面 $2x + 2y + z - 1 = 0$ 平行, 则点 M 的坐标为_____。

2、设函数 $y = xe^{2x}$ 是某二阶常系数线性齐次微分方程的解, 则该微分方程为_____。

3、设 Σ 为曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, 则曲面积分 $\oiint_{\Sigma} \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} dS =$ _____。

4、函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 展开成 $x-2$ 的幂级数为_____。(注明收敛域)

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

5、设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的函数，且在 $(-\pi, \pi]$ 上有表达式 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$, $S(x)$

是 $f(x)$ 的傅立叶级数的和函数，则 $S(2\pi) =$ _____。

三、解答下列各题(本大题共 4 小题，每小题 7 分，总计 28 分，每题要有必要的解题步骤)

1、设函数 $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 4x - 6y - 8z + 5$ 求：

(1)、函数 $f(x, y, z)$ 在点 $(2, 1, 2)$ 处的梯度。

(2)、函数 $f(x, y, z)$ 在点 $(2, 1, 2)$ 处方向导数的最大值。

2、设 $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ ，求 dz 。

3、计算二重积分 $\iint_D x dx dy$ ，其中 D 是由曲线 $y = \sqrt{4 - x^2}$ ($x > 0$) 与三条直线 $y = x$, $x = 3$,

$y = 0$ 所围成的平面闭区域。

4、计算 $\oint_L (2xy - 2y)dx + (x^2 - 4x)dy$ ，其中曲线 $L: x^2 + y^2 = 9$ ，方向为逆时针。

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

四、解答下列各题(本大题共 4 小题，每小题 7 分，总计 28 分，每题要有必要的解题步骤)

1、已知曲线 $y = f(x)$ 过原点且在点 (x, y) 处的切线斜率等于 $2x + y$ ，求此曲线方程。

2、求函数 $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 9$ 在区域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$ 上的最大值和最小值。

3、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3^n \cdot n}$ 的敛散性，若收敛，求该级数的和。

4、计算 $\oiint_{\Sigma} (x - y)dx dy + (y - z)xdy dz$ ，其中 Σ 为柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 及平面 $z = 0, z = 3$ 所围成的空间闭区域 Ω 的整个边界曲面的外侧。

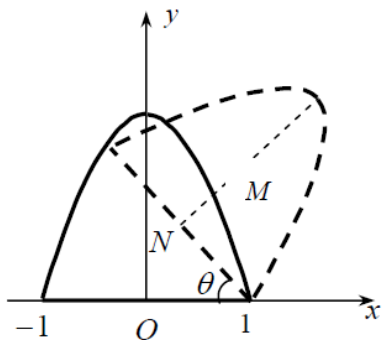
诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

五、应用题(本题 8 分)

如图，一平面均匀薄片是由抛物线 $y = a(1 - x^2)$ ($a > 0$) 及 x 轴所围成的，现要求当此薄片以 $(1, 0)$

为支点向右方倾斜时，只要 θ 角不超过 45° ，则该薄片便不会向右翻倒，问参数 a 最大不能超过多少？



六、证明题(本题 6 分)

设偶函数 $f(x)$ 的二阶导数 $f''(x)$ 在 $x = 0$ 的某邻域内连续, 且 $f(0) = 1$, $f''(0) = 2$,

证明: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [f(\frac{1}{n}) - 1]$ 收敛。