

## 2. Seminar EVU RegAut

Sigurd Meldgaard

26. January 2009

# Plan

NFA- $\Lambda$ 'er

Kleenes sætning

Frokost

Minimering

Java projekt

# NFA'er med $\Lambda$ -transitioner

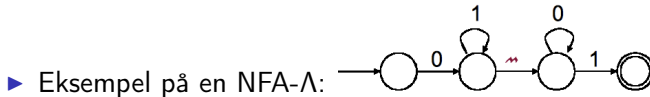
- For nemt at kunne oversætte regulære udtryk til automater generaliserer vi automaterne yderligere

# NFA'er med $\Lambda$ -transitioner

- ▶ For nemt at kunne oversætte regulære udtryk til automater generaliserer vi automaterne yderligere
- ▶ En  $\Lambda$ -transition er en transition, der ikke læser et symbol fra input-strengen

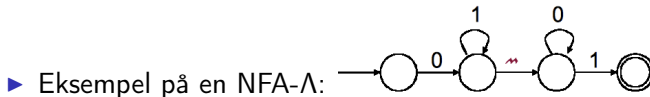
## NFA'er med $\Lambda$ -transitioner

- ▶ For nemt at kunne oversætte regulære udtryk til automater generaliserer vi automaterne yderligere
- ▶ En  $\Lambda$ -transition er en transition, der ikke læser et symbol fra input-strengen



## NFA'er med $\Lambda$ -transitioner

- ▶ For nemt at kunne oversætte regulære udtryk til automater generaliserer vi automaterne yderligere
- ▶ En  $\Lambda$ -transition er en transition, der ikke læser et symbol fra input-strengen



- ▶ Automaten “bestemmer selv” om den vil følge  $\Lambda$ -transitionen  
Eksempel: strengen 011 accepteres

## Formel definition af NFA- $\Lambda$

En nondeterministisk endelig automat med  $\Lambda$ -transitioner (NFA- $\Lambda$ ) er et 5-tupel  $(Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$  hvor

- ▶  $Q$  er en endelig mængde af tilstande

# Formel definition af NFA- $\Lambda$

En nondeterministisk endelig automat med  $\Lambda$ -transitioner (NFA- $\Lambda$ ) er et 5-tupel  $(Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$  hvor

- ▶  $Q$  er en endelig mængde af tilstande
- ▶  $\Sigma$  er et alfabet



# Formel definition af NFA- $\Lambda$

En nondeterministisk endelig automat med  $\Lambda$ -transitioner (NFA- $\Lambda$ ) er et 5-tupel  $(Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$  hvor

- ▶  $Q$  er en endelig mængde af tilstande
- ▶  $\Sigma$  er et alfabet
- ▶  $q_0 \in Q$  er en starttilstand

# Formel definition af NFA- $\Lambda$

En nondeterministisk endelig automat med  $\Lambda$ -transitioner (NFA- $\Lambda$ ) er et 5-tupel  $(Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$  hvor

- ▶  $Q$  er en endelig mængde af tilstande
- ▶  $\Sigma$  er et alfabet
- ▶  $q_0 \in Q$  er en starttilstand
- ▶  $A \subseteq Q$  er accepttilstande

# Formel definition af NFA- $\Lambda$

En nondeterministisk endelig automat med  $\Lambda$ -transitioner (NFA- $\Lambda$ ) er et 5-tupel  $(Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$  hvor

- ▶  $Q$  er en endelig mængde af tilstande
- ▶  $\Sigma$  er et alfabet
- ▶  $q_0 \in Q$  er en starttilstand
- ▶  $A \subseteq Q$  er accepttilstande
- ▶  $\delta : Q \times (\Sigma \cup \Lambda) \rightarrow 2^Q$  er en transitionsfunktion

## $\Lambda$ -lukning af en tilstandsmængde ( $\Lambda$ -closure

- Hvor kan man komme til ved kun at bruge  $\Lambda$ -transitioner?

## $\Lambda$ -lukning af en tilstandsmængde ( $\Lambda$ -closure)

- ▶ Hvor kan man komme til ved kun at bruge  $\Lambda$ -transitioner?
- ▶ Givet en mængde  $S \subseteq Q$ , definer  $\Lambda$ -lukningen  $\Lambda(S)$  som den mindste mængde der opfylder flg.:

## $\Lambda$ -lukning af en tilstandsmængde ( $\Lambda$ -closure)

- ▶ Hvor kan man komme til ved kun at bruge  $\Lambda$ -transitioner?
- ▶ Givet en mængde  $S \subseteq Q$ , definer  $\Lambda$ -lukningen  $\Lambda(S)$  som den mindste mængde der opfylder flg.:
- ▶  $S \in \Lambda(S)$

## $\Lambda$ -lukning af en tilstandsmængde ( $\Lambda$ -closure)

- ▶ Hvor kan man komme til ved kun at bruge  $\Lambda$ -transitioner?
- ▶ Givet en mængde  $S \subseteq Q$ , definer  $\Lambda$ -lukningen  $\Lambda(S)$  som den mindste mængde der opfylder flg.:
- ▶  $S \in \Lambda(S)$
- ▶  $\forall q \in \Lambda(S) : \delta(q, \Lambda) \in \Lambda(S)$

## Sproget for en NFA- $\Lambda$

- Givet en NFA- $\Lambda$   $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ , definer den udvidede transitionsfunktion  $\delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$  ved



## Sproget for en NFA- $\Lambda$

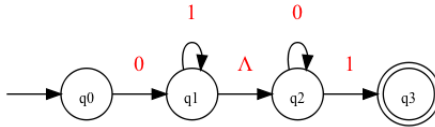
- ▶ Givet en NFA- $\Lambda$   $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ , definer den udvidede transitionsfunktion  $\delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$  ved



$$\delta^*(q, x) = \begin{cases} \Lambda(q) & \text{hvis } x = \Lambda \\ \Lambda(\bigcup_{r \in \delta^*(q, y)} \delta(r, a)) & \text{hvis } x = y \cdot a \end{cases}$$

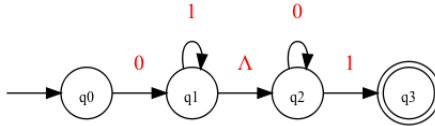
# Quiz

- Hvad er  $\delta^*(q_0, 01)$  for denne NFA- $\Lambda$ ?



# Quiz

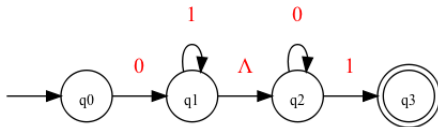
- ▶ Hvad er  $\delta^*(q_0, 01)$  for denne NFA- $\Lambda$ ?



- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda) = \Lambda(q_0) = \{q_0\}$

# Quiz

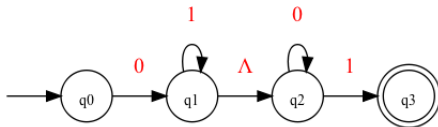
- ▶ Hvad er  $\delta^*(q_0, 01)$  for denne NFA- $\Lambda$ ?



- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda) = \Lambda(q_0) = \{q_0\}$
- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda \cdot 0) = \Lambda(\bigcup_{r \in \delta^*(q_0, \Lambda)} \delta(r, 0)) = \{q_1, q_2\}$

# Quiz

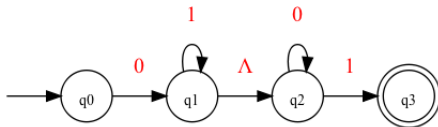
- ▶ Hvad er  $\delta^*(q_0, 01)$  for denne NFA- $\Lambda$ ?



- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda) = \Lambda(q_0) = \{q_0\}$
- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda \cdot 0) = \Lambda(\bigcup_{r \in \delta^*(q_0, \Lambda)} \delta(r, 0)) = \{q_1, q_2\}$
- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda \cdot 0 \cdot 1) = \Lambda(\bigcup_{r \in \delta^*(q_0, \Lambda \cdot 0)} \delta(r, 1)) = \Lambda(\{q_1, q_2\} \cup \{q_3\}) = \{q_1, q_2, q_3\}$

# Quiz

- ▶ Hvad er  $\delta^*(q_0, 01)$  for denne NFA- $\Lambda$ ?



- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda) = \Lambda(q_0) = \{q_0\}$
- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda \cdot 0) = \Lambda(\bigcup_{r \in \delta^*(q_0, \Lambda)} \delta(r, 0)) = \{q_1, q_2\}$
- ▶  $\delta^*(q_0, \Lambda \cdot 0 \cdot 1) = \Lambda(\bigcup_{r \in \delta^*(q_0, \Lambda \cdot 0)} \delta(r, 1)) = \Lambda(\{q_1, q_2\} \cup \{q_3\}) = \{q_1, q_2, q_3\}$
- ▶ - d.v.s. strengen 01 bliver accepteret af automaten.

# Enhver NFA kan oversættes til en NFA- $\Lambda$

- Med den grafiske repræsentation er det trivielt

## Enhver NFA kan oversættes til en NFA- $\Lambda$

- ▶ Med den grafiske repræsentation er det trivielt
- ▶ Med de formelle definitioner:

Givet en NFA  $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta_M)$ ,

definer en NFA- $\Lambda$   $N = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta_N)$  hvor

$\delta_N(q, a) = \delta_M(q, a)$  for alle  $q \in Q$  og  $a \in \Sigma$   $\delta_N(q, \Lambda) =$  for alle  $q \in Q$

Bevis for at  $L(N) = L(M)$ : induktion...



## Enhver NFA- $\Lambda$ kan oversættes til en NFA ( $\Lambda$ -eliminering)

- Givet en NFA- $\Lambda$   $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ ,

## Enhver NFA- $\Lambda$ kan oversættes til en NFA ( $\Lambda$ -eliminering)

- ▶ Givet en NFA- $\Lambda$   $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ ,
- ▶ definer en NFA  $M_1 = (Q, \Sigma, q_0, A_1, \delta_1)$  ved

## Enhver NFA- $\Lambda$ kan oversættes til en NFA ( $\Lambda$ -eliminering)

- ▶ Givet en NFA- $\Lambda$   $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ ,
- ▶ definer en NFA  $M_1 = (Q, \Sigma, q_0, A_1, \delta_1)$  ved
- ▶  $\delta_1(q, a) = \delta^*(q, a)$

## Enhver NFA- $\Lambda$ kan oversættes til en NFA ( $\Lambda$ -eliminering)

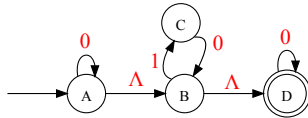
- ▶ Givet en NFA- $\Lambda$   $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ ,
- ▶ definer en NFA  $M_1 = (Q, \Sigma, q_0, A_1, \delta_1)$  ved
- ▶  $\delta_1(q, a) = \delta^*(q, a)$
- ▶  $A_1 = \begin{cases} A \cup \{q_0\} & \text{hvis } \Lambda(\{q_0\}) \cap A \neq \emptyset \\ A & \text{ellers} \end{cases}$

## Enhver NFA- $\Lambda$ kan oversættes til en NFA ( $\Lambda$ -eliminering)

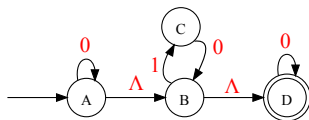
- ▶ Givet en NFA- $\Lambda$   $M = (Q, \Sigma, q_0, A, \delta)$ ,
- ▶ definer en NFA  $M_1 = (Q, \Sigma, q_0, A_1, \delta_1)$  ved
- ▶  $\delta_1(q, a) = \delta^*(q, a)$
- ▶  $A_1 = \begin{cases} A \cup \{q_0\} & \text{hvis } \Lambda(\{q_0\}) \cap A \neq \emptyset \\ A & \text{ellers} \end{cases}$
- ▶ Der gælder nu:  $L(M_1) = L(M)$

# Eksempel

► NFA- $\Lambda$ :

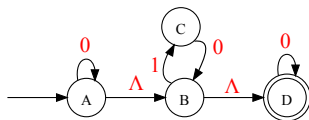


# Eksempel



- ▶ NFA- $\Lambda$ :
- ▶ Find  $\delta^*(q, a)$  for alle  $q \in Q$  og  $a \in \Sigma$

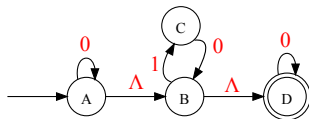
# Eksempel



- ▶ NFA- $\Lambda$ :
- ▶ Find  $\delta^*(q, a)$  for alle  $q \in Q$  og  $a \in \Sigma$
- ▶ Se om  $\Lambda(\{q_0\}) \cap A \neq \emptyset$



# Eksempel



- ▶ NFA- $\Lambda$ :
- ▶ Find  $\delta^*(q, a)$  for alle  $q \in Q$  og  $a \in \Sigma$
- ▶ Se om  $\Lambda(\{q_0\}) \cap A \neq \emptyset$

$q$	$\delta(q, \Lambda)$	$\delta(q, 0)$	$\delta(q, 1)$	$\delta^*(q, 0)$	$\delta^*(q, 1)$
A	$\{B\}$	$\{A\}$	$\{\}$	$\{A, B, C, D\}$	$\{\}$
B	$\{D\}$	$\{C\}$	$\{\}$	$\{C, D\}$	$\{\}$
C	$\{\}$	$\{\}$	$\{B\}$	$\{\}$	$\{B, D\}$
D	$\{\}$	$\{D\}$	$\{\}$	$\{D\}$	$\{\}$

# Plan

NFA- $\Lambda$ 'er

Kleenes sætning

Frokost

Minimering

Java projekt

# Plan

NFA- $\Lambda$ 'er

Kleenes sætning

**Frokost**

Minimering

Java projekt

# Plan

NFA- $\Lambda$ 'er

Kleenes sætning

Frokost

**Minimering**

Java projekt

# Plan

NFA- $\Lambda$ 'er

Kleenes sætning

Frokost

Minimering

Java projekt