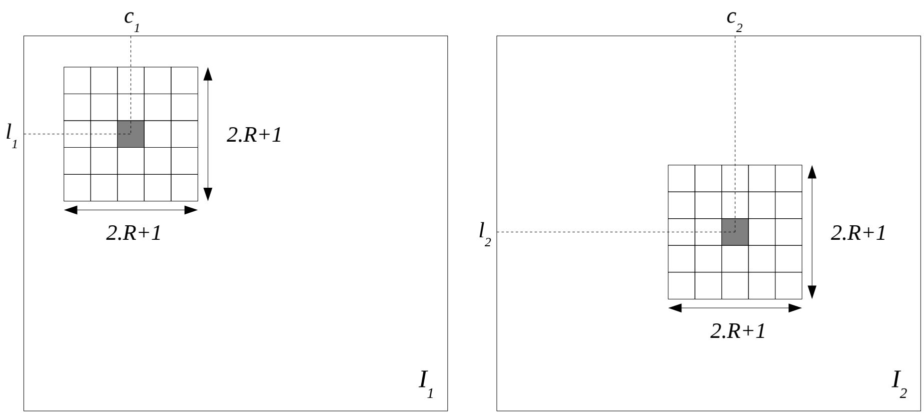
TP : Mise en correspondance de points d'intérêt à l'aide du coefficient de corrélation

On se place ici dans un cas de figure où il n'y a ni rotation, ni facteur d'échelle entre les 2 images.
On n'a donc pas besoin de prédicteur pour rééchantillonner l'image.
Pour chaque point d'intérêt de la première image, on va rechercher son homologue parmi les points d'intérêt de la seconde image.

Rappels sur la correlation :

Soit le pixel $(l_1; c_1)$ de l'image I_1.
Soit le pixel $(l_2; c_2)$ de l'image I_2.
On souhaite calculer le coefficient de corrélation normalisé entre deux vignettes carrées de côté $(2.R + 1)$ centrées sur ces deux pixels.



La formule du **coefficient de corrélation normalisé** est alors la suivante :

$$\text{coefcorrel}(\mathrm{l}_1, c_1, I_1, l_2, c_2, I_2) = \frac{\sum\limits_{dl=-R}^{R}\sum\limits_{dc=-R}^{R}(I_1(l_1+dl,c_1+dc)-\overline{I_1}(l_1,c_1)).(I_2(l_2+dl,c_2+dc)-\overline{I_2}(l_2,c_2))}{\sqrt{\sum\limits_{dl=-R}^{R}\sum\limits_{dc=-R}^{R}(I_1(l_1+dl,c_1+dc)-\overline{I_1}(l_1,c_1))^2}.\sqrt{\sum\limits_{dl=-R}^{R}\sum\limits_{dc=-R}^{R}(I_2(l_2+dl,c_2+dc)-\overline{I_2}(l_2,c_2))^2}}$$

avec $\overline{I_i}(l_i, c_i) = \frac{1}{(2.R+1).(2.R+1)} \sum\limits_{dl=-R}^{R} \sum\limits_{dc=-R}^{R} I_1(l_i + dl, c_i + dc)$ désignant la valeur moyenne de l'image I_i au sein de la vignette de corrélation.

Afin d'alléger les notations dans les formules qui suivent, on note :
$\overline{I_i} = \overline{I_i}(l_i, c_i)$,

$\text{coefcorrel}_{I_1,I_2} = \text{coefcorrel}(l_1, c_1, I_1, l_2, c_2, I_2)$ et
$NbPix = (2.R + 1).(2.R + 1)$.

On a alors :

$$\text{coefcorrel}_{I_1,I_2} = \frac{\frac{1}{NbPix} \sum_{dl=-R}^{R} \sum_{dc=-R}^{R} (I_1(l_1 + dl, c_1 + dc) - \overline{I_1}).(I_2(l_2 + dl, c_2 + dc) - \overline{I_2})}{\sqrt{\frac{1}{NbPix} \sum_{dl=-R}^{R} \sum_{dc=-R}^{R} (I_1(l_1 + dl, c_1 + dc) - \overline{I_1})^2}.\sqrt{\frac{1}{NbPix} \sum_{dl=-R}^{R} \sum_{dc=-R}^{R} (I_2(l_2 + dl, c_2 + dc) - \overline{I_2})^2}}$$

On reconnaît :

$$\text{coefcorrel}_{I_1,I_2} = \frac{\text{covar}_{I_1,I_2}}{\text{ecarttype}_{I_1} \,.\, \text{ecarttype}_{I_2}}$$

où ecarttype_{I_i} désigne l'écart-type de l'image I_i au sein de la vignette de corrélation.

or $\text{covar}(X, Y) = E(X.Y) - E(X).E(Y)$ pour deux variables aléatoires X et Y.

On obtient donc :

$$\text{coefcorrel}(l_1, c_1, I_1, l_2, c_2, I_2) = \frac{\frac{1}{NbPix} \sum_{dl=-R}^{R} \sum_{dc=-R}^{R} (I_1(l_1 + dl, c_1 + dc).I_2(l_2 + dl, c_2 + dc)) - \overline{I_1}.\overline{I_2}}{\text{ecarttype}_{I_1} \,.\, \text{ecarttype}_{I_2}}$$

soit :

$$\text{coefcorrel}(l_1, c_1, I_1, l_2, c_2, I_2) = \frac{\frac{1}{(2.R+1).(2.R+1)} \sum_{dl=-R}^{R} \sum_{dc=-R}^{R} (I_1(l_1 + dl, c_1 + dc).I_2(l_2 + dl, c_2 + dc)) - \overline{I_1}(l_1, c_1).\overline{I_2}(l_2, c_2)}{\text{ecarttype}_{I_1}(l_1, c_1).\, \text{ecarttype}_{I_2}(l_2, c_2)}$$

On peut donc calculer une seule fois et stocker en mémoire les éléments suivants : $\overline{I_1}$, $\overline{I_2}$, ecarttype_{I_1} et ecarttype_{I_2}.

On commence donc par établir la liste des points d'intérêt dans chaque image, et leur associer certaines informations issues des images :

- **Identifier dans chaque image les points d'intérêt de Harris** dans les 2 images. Pour ce faire, vous pouvez, au choix, utiliser le code du TP précédent pour les détecter ou charger (*np.genfromtxt(...)*) les listes de points d'intérêt dont les coordonnées au format "colonne ligne" sont fournies dans les fichiers ".pts" qui accompagnent les images.

- **Gestion des effets de bord :** on va exclure de l'appariement tous les points d'intérêt trop proches du bord de l'image pour pouvoir calculer le coefficient de corrélation.

- Pour des raisons de temps de calcul, on va tabuler un certain nombre d'informations et les associer à chaque point d'intérêt pour ne pas avoir à les retrouver à chaque calcul du coefficient de corrélation. A chaque point d'intérêt de coordonnées (l_i, c_i) dans l'image i, on associe donc :
  - un vecteur $V_i(l_i, c_i)$ contenant les valeurs des pixels situés au sein de sa vignette de corrélation
  - la valeur moyenne $\overline{I_i}(l_i, c_i)$ des pixels au sein de sa vignette de corrélation (i.e. la valeur moyenne des éléments de V_i)

— l'écart-type $\text{ecarttype}_{I_i}(l_i, c_i)$ des valeurs des pixels au sein de sa vignette de corrélation (i.e. l'écart-type des éléments de V_i). On se rappellera que : $\text{ecarttype}(X) = \sqrt{E(X^2) - E(X)^2}$

On peut donc désormais **calculer le coefficient de corrélation** entre deux points d'intérêt $(l_1; c_1)$ de l'image I_1 et $(l_2; c_2)$ de l'image I_2 à l'aide de la formule suivante :

Le calcul du coefficient de corrélation devient donc :

$$\text{coefcorrel}(l_1, c_1, I_1, l_2, c_2, I_2) = \frac{\frac{V_1(l_1,c_1) \odot V_2(l_2,c_2)}{NbPix} - \overline{I_1}(l_1, c_1).\overline{I_2}(l_2, c_2)}{\text{ecarttype}_{I_1}(l_1, c_1).\,\text{ecarttype}_{I_2}(l_2, c_2)}$$

$V_1 \odot V_2$ désigne ici le produit scalaire entre les vecteurs V_1 et V_2 et $NbPix = (2.R + 1).(2.R + 1)$

Pour chaque point d'intérêt de la première image, on va rechercher son homologue parmi les points d'intérêt de la seconde image.

- On pourra d'emblée exclure les appariements auxquels est associé un coefficient de corrélation trop faible (i.e. inférieur à un certain seuil).

- On pourra également implémenter la corrélation aller-retour pour éliminer les fautes.

Remarque : lorsque l'on calcule la moyenne et l'écart-type des valeurs des pixels au sein de la vignette, on peut aussi procéder comme suit en calculant ces valeurs en chaque pixel de l'image et pas uniquement pour les points d'intérêt :

- **Calculer :** $\overline{I_1}$ et $\overline{I_2}$
  Appliquer un filtre moyenne de taille $(2.R + 1) \times (2.R + 1)$ aux images.
  On se souviendra que le filtre moyenne est un filtre séparable.

$$\overline{I_i} = \frac{1}{(2.R + 1).(2.R + 1)}.\begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} * I_i$$

- **Calculer l'écart-type des images sur une fenêtre de taille** $(2.R + 1) \times (2.R + 1)$
  Rappel : $\text{ecarttype}(X) = \sqrt{E(X^2) - E(X)^2}$
  Calculer :

$$\overline{I_i^2} = \frac{1}{(2.R + 1).(2.R + 1)}.\begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} * I_i^2$$

  En déduire ecarttype_{I_1} et ecarttype_{I_2}.