

# Projet Technique de Programmation

*Comment minimiser la variance d'un portefeuille tout en assurant des performances optimales dans un environnement financier en constante évolution ?*

Belinda Aydogmus   Myriam Magda Benoudina   Sihame Jdid

FSEG - Université de Strasbourg

Années 2024-2025

## Introduction

## I. Chargement des données

## II. Optimisation

## III. Performances

## IV. Graphiques

## Conclusion

# Introduction

# Introduction

L'objectif de ce projet est de concevoir un outil complet d'analyse et d'optimisation de portefeuille financier basé sur des données de rendements mensuels des indices sectoriels du STOXX 600. L'outil se concentre sur la minimisation de la variance du portefeuille tout en garantissant des performances compétitives. Deux stratégies sont explorées : un portefeuille équilibré, qui répartit les fonds de manière uniforme entre les titres, et un portefeuille optimisé à variance minimale, construit en tenant compte des corrélations entre les rendements des titres.

Les métriques utilisées incluent des indicateurs de performance clés comme l'équivalent certain (EC), le ratio de Sharpe, la volatilité et la valeur à risque (VaR). Ce projet vise à offrir une comparaison approfondie entre ces deux approches et à évaluer leurs performances sur des périodes glissantes. En définitive, cet outil a pour but d'aider les investisseurs à prendre des décisions éclairées en maximisant le rendement pour un niveau de risque donné.

# I. Chargement des données

# I. Chargement des données

Cette partie du code initialise l'environnement en nettoyant les variables existantes et en chargeant les bibliothèques nécessaires. Il lit ensuite les données financières du fichier CSV, convertit les dates au format approprié, et isole les données des rendements des titres pour notre analyse.

```
# Nettoyage de l'environnement
rm(list = ls())

#```${r, echo=TRUE, results='hide',warning=FALSE,message=FALSE} : code visible, s
#```${r setup, include=FALSE} : code pas visible
#```${r warning=FALSE,message=FALSE} : code visible
#```${r, echo=FALSE, warning=FALSE, message=FALSE} : sortie visible mais pas le c

# Chargement des bibliothèques nécessaires
if (!require("tidyverse")) install.packages("tidyverse", dependencies = TRUE)
if (!require("quadprog")) install.packages("quadprog", dependencies = TRUE)
if (!requireNamespace("kableExtra", quietly = TRUE)) {
  install.packages("kableExtra")
}

library(kableExtra)
library(tidyverse)
library(quadprog)
library(dplyr)
library(knitr)
library(ggplot2)
library(tidyr)
```

```
# Définition du chemin pour charger les données
chemin <- "C:/Users/siham/OneDrive/Documents/M1/S1/PROGRAMMATION/Projet/rendeme

# Chargement des données depuis le fichier CSV
rendements <- read.csv2(chemin)

# Conversion de la colonne Date
rendements$date <- as.Date(rendements$date, format = "%d/%m/%Y")

# Sélection des titres à partir de la 3ème colonne (exclusion des deux premières
titres_data <- rendements[, 3:ncol(rendements)]

# Isolation de la colonne des dates
dates <- rendements$date # Extraction de la colonne `date`
# Vérification des données : Affichage des premières lignes
titres_data
```



## II. Optimisation

# A. Portefeuille équipondéré

## 1. Matrice de covariance

Le portefeuille équipondéré est une stratégie de base où chaque titre reçoit un poids égal, reflétant une approche d'investissement naïve mais efficace pour faire des comparaisons. Le code calcule d'abord le nombre de titres disponibles, les rendements moyens de chaque titre, et la matrice de covariance entre les rendements. À partir de ces données, les poids équipondérés sont déterminés en attribuant une fraction égale à chaque titre ( $\frac{1}{n}$  où  $n$  est le nombre de titres).

```
# Portefeuille équipondéré -----  
# Ce bloc calcule les parts équipondérées, les rendements moyens des titres,  
# et intègre la matrice de covariance dans un tableau final.  
  
# Nombre de titres et calculs des statistiques de base  
nbre_titres <- ncol(titres_data) # Nombre de colonnes restantes après sélection  
mean_returns <- colMeans(titres_data) # Moyennes des rendements des titres  
cov_matrix <- cov(titres_data) # Matrice de covariance  
  
# Calcul des parts équipondérées  
equip_weights <- rep(1 / nbre_titres, nbre_titres) # Poids égaux pour chaque titre  
  
# Construction de la feuille "optimisation" pour le portefeuille équipondéré  
feuille_equiponderee <- tibble(  
  titres = colnames(titres_data), # Noms des titres  
  parts = paste0(round(equip_weights * 100, 2), "%"), # Poids équipondérés en pourcentage  
  Er = paste0(round(mean_returns * 100, 2), "%") # Rendements moyens en pourcentage  
) %>%  
  bind_cols(as_tibble(round(cov_matrix, 4))) # Ajouter la matrice de covariance  
  
# Affichage du tableau final  
print(feuille_equiponderee)
```

Table 1: Tableau Equipondéré : 19 premières lignes et 4 premières colonnes

titres	parts	Er	STXE.600.Banks. . . Pr
STXE.600.Banks. . . Pr	5.26%	0.07%	0.0046
STXE.600.HealthCare. . . Pr	5.26%	0.56%	0.0009
STXE.600.InduGd.Ser. . . Pr	5.26%	0.62%	0.0029
STXE.600.Per.HouGds. . . Pr	5.26%	0.82%	0.0019
STXE.600.Insurance. . . Pr	5.26%	0.4%	0.0041
STXE.600.Food.Bevrg. . . Pr	5.26%	0.78%	0.0009
STXE.600.Technology. . . Pr	5.26%	0.3%	0.0033
STXE.600.Oil.Gas. . . Pr	5.26%	0.43%	0.0018
STXE.600.Chemicals. . . Pr	5.26%	0.86%	0.0024
STXE.600.Utilities. . . Pr	5.26%	0.56%	0.0017
STXE.600.Auto.Parts. . . Pr	5.26%	0.9%	0.0036
STXE.600.Telcomm. . . Pr	5.26%	0.2%	0.0018
STXE.600.BasicResou. . . Pr	5.26%	0.87%	0.0031
STXE.600.Constr.Mtr. . . Pr	5.26%	0.78%	0.0030
STXE.600.Retail. . . Pr	5.26%	0.37%	0.0020
STXE.600.Media. . . Pr	5.26%	0.28%	0.0024
STXE.600.FinanServc. . . Pr	5.26%	0.66%	0.0031
STXE.600.Trav.Leisr. . . Pr	5.26%	0.57%	0.0025
STXE.600.RealEstate. . . Pr	5.26%	0.61%	0.0022

## 2. Métriques pour le portefeuille équi pondéré

Les métriques calculées pour ce portefeuille incluent :

- ▶ Le rendement attendu  $Er = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \mu_i$  avec  $w_i$  les poids et  $\mu_i$  les rendements moyens.
- ▶ La variance ( $\sigma^2$ )
- ▶ L'écart-type StDev
- ▶ Le ratio de Sharpe : mesure la performance ajustée au risque, soit le rapport entre le rendement moyen et l'écart-type
- ▶ La VaR (Value at Risk) 5% : indicateur du reste de perte extrême à un niveau de confiance de 95% selon une loi normale.
- ▶ La concentration : indice donnant la concentration du portefeuille en faisant la somme des carrés des parts des secteurs c'est-à-dire  $\sum_j (x_j)^2$ . Plus le portefeuille est diversifié, plus sa valeur tend vers 0.
- ▶ L'équivalent Certain (EC) : différence entre le rendement moyen du portefeuille et un multiple de la variance du portefeuille dépendant d'un coefficient d'aversion au risque :  $EC = E[r_p] - \frac{\gamma}{2} \sigma^2(r_p)$ . Où  $\gamma = 3$  le coefficient d'aversion qu'on définit pour la suite de notre projet. Plus ce coefficient est grand, plus l'individu est prudent.

Cela permet d'établir un tableau de synthèse qui fournit une base pour comparer cette stratégie à des approches plus complexes.

```
# Calcul du rendement annuel attendu (Er) du portefeuille équipondéré
portfolio_return equip <- sum(equip_weights * mean_returns) * 12

# Calcul de la variance annuelle du portefeuille équipondéré via la matrice de c
portfolio_variance equip <- t(equip_weights) %*% cov_matrix %*% equip_weights *

# Calcul de la volatilité annuelle (StDev) du portefeuille équipondéré, en prena
portfolio_volatility equip <- sqrt(portfolio_variance equip)

# Calcul du ratio de Sharpe du portefeuille équipondéré, mesurant le rendement a
sharpe_ratio equip <- portfolio_return equip / portfolio_volatility equip

# Calcul de la VaR (Value at Risk) à 5% pour le portefeuille équipondéré
var_5 equip <- portfolio_return equip - 1.645 * portfolio_volatility equip

# Calcul de la mesure de concentration du portefeuille équipondéré
concentration equip <- sum(equip_weights^2)
```

```
# Création du tableau de synthèse pour le portefeuille équilibré
tableau_equilibreee <- tibble(
  # Noms des métriques clés pour évaluer la performance du portefeuille
  Metric = c("EC", "Ratio de Sharpe", "Er", "StDev", "VAR 5% N", "Variance", "C
  # Valeurs des métriques pour le portefeuille équilibré
  `Portefeuille Équilibré` = c(
    # Equivalent Certain (EC) : rendement corrigé du risque
    paste0(round(portfolio_return_equip - (3 / 2) * portfolio_variance_equip, 4
    # Ratio de Sharpe, arrondi à deux décimales pour simplifier l'interprétation
    round(sharpe_ratio_equip, 2),
    # Rendement attendu annualisé (Er), exprimé en pourcentage
    paste0(round(portfolio_return_equip, 4) * 100, "%"),
    # Volatilité annualisée (StDev), exprimée en pourcentage
    paste0(round(portfolio_volatility_equip, 4) * 100, "%"),
    # VaR à 5%, exprimée en pourcentage, indiquant le maximum de perte anticipée
    paste0(round(var_5_equip, 4) * 100, "%"),
    # Variance annualisée, exprimée en pourcentage
    paste0(round(portfolio_variance_equip, 4) * 100, "%"),
    # Mesure de la concentration du portefeuille, arrondie à quatre décimales
    round(concentration_equip, 4)
  )
)
# Affichage du tableau pour vérifier les résultats
print(tableau_equilibreee)
```

Table 2: Portefeuille Equipondéré

Metric	Portefeuille Équipondéré
EC	3.24%
Ratio de Sharpe	0.44
Er	6.72%
StDev	15.23%
VAR 5% N	-18.33%
Variance	2.32%
Concentration	0.0526



## B. Portefeuille de variance minimale

### 1. Matrice de covariance

Il est maintenant question de mettre en oeuvre une optimisation pour construire un portefeuille de variance minimale. Ici, les poids des titres sont ajustés de manière à minimiser la variance totale du portefeuille, en utilisant la matrice de covariance pour équilibrer les relations entre les rendements. Cette stratégie est particulièrement utile pour les investisseurs souhaitant réduire leur exposition au risque global. Contrairement au portefeuille équipondéré, ce portefeuille tient compte des interactions complexes entre les titres pour atteindre une répartition des fonds optimale en termes de risque. Le problème d'optimisation quadratique est résolu à l'aide de la bibliothèque quadprog. L'objectif est de minimiser la variance sous deux contraintes principales :

- ▶ La somme des poids doit être égale à 1 :  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$
- ▶ Les poids doivent être positifs :  $w_i \geq 0$

En d'autres termes, voici le programme à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x_j} \sigma^2(r_p) \\ \sum_j x_j = 1 \\ \forall j, x_j \geq 0 \end{array} \right.$$

Autrement dit, on va chercher à minimiser la variance en fixant les parts  $x_j$  sous la double contrainte que la somme des parts doit être égale à 1 (contrainte budgétaire) et que chaque part va être positive ou nulle (interdiction de la vente à découvert).

La solution obtenue ajuste les poids de manière à maximiser la diversification tout en minimisant l'exposition au risque.

```
# Portefeuille de variance minimale -----  
# Ce bloc optimise les poids des titres pour minimiser la variance totale,  
# tout en respectant la contrainte que la somme des poids = 100%.  
  
# Fonction pour optimiser le portefeuille  
optimize_portfolio <- function(mean_returns, cov_matrix) {  
  n <- length(mean_returns) # Nombre de titres  
  Dmat <- cov_matrix # Matrice des variances-covariances  
  dvec <- rep(0, n) # Vecteur nul pour minimisation  
  Amat <- cbind(rep(1, n), diag(n)) # Contraintes : somme des poids = 1 et poids  
  bvec <- c(1, rep(0, n)) # Valeurs des contraintes  
  result <- solve.QP(Dmat, dvec, Amat, bvec, meq = 1) # Résolution de l'optimi.  
  result$solution # Retourne les poids optimaux  
}  
  
# Calcul des poids optimaux  
optimal_weights <- optimize_portfolio(mean_returns, cov_matrix)
```

```
# Construction de la feuille "optimisation" pour le portefeuille à variance mini  
feuille_variance_minimale <- tibble(  
  titres = colnames(titres_data), # Noms des titres  
  parts = paste0(round(optimal_weights * 100, 2), "%"), # Poids optimaux au fo  
  Er = paste0(round(mean_returns * 100, 2), "%") # Rendements moyens au format  
) %>%  
  bind_cols(as_tibble(round(cov_matrix, 4))) # Ajouter la matrice de covariance  
  
# Affichage du tableau final  
feuille_variance_minimale
```

Table 3: Tableau Var Min : 19 premières lignes et 4 premières colonnes

titres	parts	Er	STXE.600.Banks. . . Pr
STXE.600.Banks. . . Pr	0%	0.07%	0.0046
STXE.600.HealthCare. . . Pr	34.89%	0.56%	0.0009
STXE.600.InduGd.Ser. . . Pr	0%	0.62%	0.0029
STXE.600.Per.HouGds. . . Pr	0%	0.82%	0.0019
STXE.600.Insurance. . . Pr	0%	0.4%	0.0041
STXE.600.Food.Bevrg. . . Pr	33.89%	0.78%	0.0009
STXE.600.Technology. . . Pr	0%	0.3%	0.0033
STXE.600.Oil.Gas. . . Pr	7.99%	0.43%	0.0018
STXE.600.Chemicals. . . Pr	0%	0.86%	0.0024
STXE.600.Utilities. . . Pr	10.48%	0.56%	0.0017
STXE.600.Auto.Parts. . . Pr	0%	0.9%	0.0036
STXE.600.Telcomm. . . Pr	11.42%	0.2%	0.0018
STXE.600.BasicResou. . . Pr	0%	0.87%	0.0031
STXE.600.Constr.Mtr. . . Pr	0%	0.78%	0.0030
STXE.600.Retail. . . Pr	0%	0.37%	0.0020
STXE.600.Media. . . Pr	0%	0.28%	0.0024
STXE.600.FinanServc. . . Pr	0%	0.66%	0.0031
STXE.600.Trav.Leisr. . . Pr	0%	0.57%	0.0025
STXE.600.RealEstate. . . Pr	1.34%	0.61%	0.0022

## 2. Métriques pour le portefeuille de variance minimale

Les métriques calculées pour ce portefeuille sont identiques à celles du portefeuille équi pondéré (rendement, variance, volatilité, ratio de Sharpe, VaR), mais elles reflètent l'optimisation mathématique des poids.

```
# Calcul du rendement annuel attendu (Er) pour le portefeuille de variance minim
portfolio_return_min_var <- sum(optimal_weights * mean_returns) * 12

# Calcul de la variance annuelle du portefeuille de variance minimale
# La variance est calculée à partir des poids optimaux et de la matrice de covar
portfolio_variance_min_var <- t(optimal_weights) %*% cov_matrix %*% optimal_wei

# Calcul de la volatilité annuelle (StDev), obtenue en prenant la racine carrée
portfolio_volatility_min_var <- sqrt(portfolio_variance_min_var)
# Calcul du ratio de Sharpe du portefeuille, qui mesure le rendement ajusté au r
sharpe_ratio_min_var <- portfolio_return_min_var / portfolio_volatility_min_var

# Calcul de la Value at Risk (VaR) à 5% pour le portefeuille, exprimant la perte
# sur une période donnée dans 95% des cas (1.645 représente le quantile normal à
var_5_min_var <- portfolio_return_min_var - 1.645 * portfolio_volatility_min_va

# Calcul de la mesure de concentration du portefeuille
# Elle est obtenue en sommant les poids au carré, ce qui permet d'évaluer la div
concentration_min_var <- sum(optimal_weights^2)
```

```
# Création du tableau de synthèse pour le portefeuille de variance minimale
tableau_min_variance <- tibble(
  # Noms des métriques clés pour évaluer la performance
  Metric = c("EC", "Ratio de Sharpe", "Er", "StDev", "VAR 5% N", "Variance", "C
  # Valeurs des métriques calculées pour le portefeuille
  `Portefeuille Min Variance` = c(
    # Equivalent Certain (EC) : rendement corrigé du risque
    paste0(round(portfolio_return_min_var - (3 / 2) * portfolio_variance_min_var,
    # Ratio de Sharpe : rendement ajusté au risque
    round(sharpe_ratio_min_var, 2),
    # Rendement attendu annualisé (Er), exprimé en pourcentage
    paste0(round(portfolio_return_min_var, 4) * 100, "%"),
    # Volatilité annualisée (StDev), exprimée en pourcentage
    paste0(round(portfolio_volatility_min_var, 4) * 100, "%"),
    # Value at Risk (VaR) à 5%, exprimée en pourcentage
    paste0(round(var_5_min_var, 4) * 100, "%"),
    # Variance annualisée, exprimée en pourcentage
    paste0(round(portfolio_variance_min_var, 4) * 100, "%"),
    # Mesure de concentration, arrondie à quatre décimales
    round(concentration_min_var, 4)
  )
)
# Affichage du tableau pour vérifier les résultats calculés
print(tableau_min_variance)
```



Table 4: Portefeuille qui minimise la variance

Metric	Portefeuille Min Variance
EC	5.32%
Ratio de Sharpe	0.66
Er	7.01%
StDev	10.62%
VAR 5% N	-10.45%
Variance	1.13%
Concentration	0.2672

## III. Performances

## A. Performances des portefeuilles

Dans cette partie, il sera question d'évaluer les performances de trois portefeuilles (variance minimale, équipondéré et marché) sur des périodes glissantes de 36 mois, avec un décalage de 6 mois entre chaque période.

Pour chaque fenêtre, on extrait rendements des titres pour la période sélectionnée, calcule les rendements moyens et la matrice de covariance, puis optimise les poids des portefeuilles pour minimiser la variance totale.

Les performances sont mesurées à l'aide de métriques clés telles que le rendement annualisé, la volatilité, le ratio de Sharpe et la VaR à 5 %. Les résultats sont organisés dans un tableau détaillé, contenant les performances de chaque portefeuille pour chaque période. La colonne des dates est incluse pour identifier les périodes d'analyse. Ce tableau est la base pour générer les graphiques illustrant les performances des portefeuilles dans le temps.

```
# Paramètres pour les périodes glissantes  
horizon <- 36 # Fenêtre de 36 mois  
step <- 6 # Décalage de 6 mois entre les périodes
```

*# Fonction pour analyser les performances d'un portefeuille*

```
analyze_performance <- function(weights, mean_returns, cov_matrix, horizon) {  
  
  # Calcul du rendement attendu : somme des produits des poids des actifs et de  
  portfolio_return <- sum(weights * mean_returns)  
  # Calcul de la variance : multiplication matricielle des poids transposés, de  
  portfolio_variance <- t(weights) %*% cov_matrix %*% weights  
  # Calcul de la volatilité : racine carrée de la variance pour obtenir l'écart-  
  portfolio_volatility <- sqrt(portfolio_variance)  
  # Calcul du ratio de Sharpe (annualisé) : ratio du rendement annualisé divisé  
  # Rendement annualisé = rendement mensuel * 12  
  # Volatilité annualisée = volatilité mensuelle * racine de 12  
  sharpe_ratio <- (portfolio_return * 12) / (portfolio_volatility * sqrt(12))  
  # Calcul de la VaR (Value at Risk) à 5% (annualisée) :  
  # VaR = rendement annualisé - 1.645 * volatilité annualisée  
  # 1.645 correspond au quantile pour un intervalle de confiance de 5% dans une  
  var_5 <- (portfolio_return * 12) - 1.645 * (portfolio_volatility * sqrt(12))  
  
  # Retourne les résultats dans un tableau organisé  
  tibble(  
    return = portfolio_return * 12, # Rendement annualisé : rendement mensuel m  
    volatility = portfolio_volatility * sqrt(12), # Volatilité annualisée : éc  
    sharpe = sharpe_ratio, # Ratio de Sharpe annualisé  
    var_5 = var_5 # Valeur à risque annualisée à 5%  
  )  
}
```

```
# Initialisation de la liste pour stocker les résultats des performances de chaque titre
results <- list()

# Boucle sur des périodes glissantes pour effectuer les calculs
# La séquence commence à 1, s'arrête à (nrow(rendements) - horizon) et avance par pas de step
for (start in seq(1, nrow(rendements) - horizon, by = step)) {

  # Extraction des données de rendements pour une fenêtre temporelle définie
  # Les colonnes 3 à ncol(rendements) contiennent les rendements des titres individuels
  sample_data <- rendements[start:(start + horizon - 1), 3:ncol(rendements)]

  # Calcul des rendements moyens mensuels des titres sur la période glissante
  mean_returns <- colMeans(sample_data)
  # Calcul de la matrice de covariance des rendements des titres sur la période glissante
  cov_matrix <- cov(sample_data)
  # Calcul des performances pour le portefeuille de variance minimale
  # Les poids optimaux sont obtenus à partir de la fonction `optimize_portfolio`
  optimal_weights <- optimize_portfolio(mean_returns, cov_matrix)

  # Analyse des performances de ce portefeuille (rendement, volatilité, Sharpe, perf_min_var)
  perf_min_var <- analyze_performance(optimal_weights, mean_returns, cov_matrix)

  # Calcul des performances pour le portefeuille équipondéré
  # Chaque actif a un poids identique égal à 1/nombre d'actifs
  equipondere_weights <- rep(1/nrow(rendements), ncol(rendements))
  equipondere_returns <- colMeans(rendements[start:(start + horizon - 1), 3:ncol(rendements)])
  equipondere_cov <- cov(rendements[start:(start + horizon - 1), 3:ncol(rendements)])
  equipondere_perf_min_var <- analyze_performance(equipondere_weights, equipondere_returns, equipondere_cov)

  # Ajout des résultats à la liste
  results[[start]] <- list(mean_returns, cov_matrix, optimal_weights, perf_min_var, equipondere_returns, equipondere_cov, equipondere_perf_min_var)
}
```

```
# Combine toutes les périodes glissantes stockées dans la liste `results` en un
feuille_performances <- bind_rows(results)
# Convertit la colonne `start_date` en format jour/mois/année pour un affichage
# `as.Date` gère la conversion au format date, et `format` applique le format sp
feuille_performances <- feuille_performances %>%
  mutate(start_date = format(as.Date(start_date), "%d/%m/%Y"))
# Mise en forme des colonnes pour un affichage clair et lisible
feuille_performances_affiche <- feuille_performances %>%
  mutate(
    # Ajoute un symbole `%` aux colonnes contenant des pourcentages
    across(
      c(EC_min_var, EC_equip, EC_mkt, Er_min_var, Er_equip, Er_mkt,
        Vol_min_var, Vol_equip, Vol_mkt, VAR_5_min_var, VAR_5_equip, VAR_5_mkt)
      ~ paste0(round(. * 100, 1), "%") # Multiplie par 100 pour convertir en po
    ),
    # Arrondit les colonnes du ratio de Sharpe à 2 décimales sans ajouter de sym
    across(
      c(Sharpe_min_var, Sharpe_equip, Sharpe_mkt),
      ~ round(., 2) # Ratio de Sharpe reste sous forme numérique brute
    )
  )
# Affiche le tableau final formaté dans la console pour vérification ou exportat
print(feuille_performances_affiche)
```

Table 5: Performances du portefeuille (7 premières colonnes et 10 premières lignes)

start_date	EC_min_var	EC equip	EC_mkt	Sharpe_min_var	Sharpe equip	Sharpe_mkt
31/01/2001	-5.8%	-14.6%	- 16.6%	-0.36	-0.37	-0.50
31/07/2001	-4.2%	-10.1%	- 11.5%	-0.21	-0.17	-0.29
31/01/2002	-0.4%	-4.8%	-6.2%	0.12	0.03	-0.07
31/07/2002	6.8%	3.5%	2.8%	0.83	0.46	0.42
31/01/2003	15.4%	17.2%	15.9%	2.19	1.59	1.56
31/07/2003	14.9%	19.2%	17.7%	2.93	2.16	2.18
30/01/2004	17.9%	20%	18.2%	3.63	2.54	2.53
30/07/2004	16.3%	20.8%	19.1%	3.25	2.62	2.59
31/01/2005	14%	16.3%	14.9%	2.39	1.85	1.80
29/07/2005	0%	4.6%	3.2%	0.13	0.54	0.44



## B. Métriques des portefeuilles

Le petit tableau qu'on va générer représente les moyennes des performances clés (Equivalent Certain - EC, Sharpe, Er, volatilité, et VaR) pour les trois portefeuilles analysés :

- ▶ Le portefeuille de variance minimale (min var)
- ▶ Le portefeuille équipondéré (equip)
- ▶ Le marché (mkt)

Les valeurs moyennes sont calculées sur l'ensemble des périodes glissantes de 36 mois pour chacune des métriques. Le tableau synthétise les résultats pour une comparaison directe des trois stratégies.

```
# Calcul des moyennes des métriques clés pour chaque portefeuille
moyennes_performances <- feuille_performances %>%
  summarise(
    EC_min_var = mean(EC_min_var, na.rm = TRUE),
    EC_equip = mean(EC_equip, na.rm = TRUE),
    EC_mkt = mean(EC_mkt, na.rm = TRUE),
    Sharpe_min_var = mean(Sharpe_min_var, na.rm = TRUE),
    Sharpe_equip = mean(Sharpe_equip, na.rm = TRUE),
    Sharpe_mkt = mean(Sharpe_mkt, na.rm = TRUE),
    Er_min_var = mean(Er_min_var, na.rm = TRUE),
    Er_equip = mean(Er_equip, na.rm = TRUE),
    Er_mkt = mean(Er_mkt, na.rm = TRUE),
    Vol_min_var = mean(Vol_min_var, na.rm = TRUE),
    Vol_equip = mean(Vol_equip, na.rm = TRUE),
    Vol_mkt = mean(Vol_mkt, na.rm = TRUE),
    VAR_5_min_var = mean(VAR_5_min_var, na.rm = TRUE),
    VAR_5_equip = mean(VAR_5_equip, na.rm = TRUE),
    VAR_5_mkt = mean(VAR_5_mkt, na.rm = TRUE)
  )
```

*# Restructuration pour créer le tableau formaté*

```
tableau_performances_moyennes <- tibble(  
  Metric = c("EC", "Sharpe", "Er", "volat", "VAR"),  
  `min var` = c(  
    moyennes_performances$EC_min_var * 100, # Mise en pourcentage pour EC  
    moyennes_performances$Sharpe_min_var, # Sharpe reste tel quel  
    moyennes_performances$Er_min_var * 100, # Mise en pourcentage pour Er  
    moyennes_performances$Vol_min_var * 100, # Mise en pourcentage pour Volatil  
    moyennes_performances$VAR_5_min_var * 100 # Mise en pourcentage pour VAR  
  ),  
  `equip` = c(  
    moyennes_performances$EC_equip * 100,  
    moyennes_performances$Sharpe_equip,  
    moyennes_performances$Er_equip * 100,  
    moyennes_performances$Vol_equip * 100,  
    moyennes_performances$VAR_5_equip * 100  
  ),  
  `mkt` = c(  
    moyennes_performances$EC_mkt * 100,  
    moyennes_performances$Sharpe_mkt,  
    moyennes_performances$Er_mkt * 100,  
    moyennes_performances$Vol_mkt * 100,  
    moyennes_performances$VAR_5_mkt * 100  
  )  
)
```

```
# Ajout du formatage : % pour toutes les colonnes sauf Sharpe
tableau_performances_moyennes <- tableau_performances_moyennes %>%
  mutate(
    `min var` = ifelse(Metric == "Sharpe", round(`min var`, 2), paste0(round(`min var`, 2), "%")),
    `equip` = ifelse(Metric == "Sharpe", round(`equip`, 2), paste0(round(`equip`, 2), "%")),
    `mkt` = ifelse(Metric == "Sharpe", round(`mkt`, 2), paste0(round(`mkt`, 2), "%")),
  )

# Affichage du tableau formaté
print(tableau_performances_moyennes)
```

Table 6: Performances Moyennes des Portefeuilles

Metric	min var	equip	mkt
EC	7.1%	4.7%	3.2%
Sharpe	1.11	0.76	0.68
Er	8.4%	8%	6.5%
volat	9.3%	14.5%	14.1%
VAR	-6.9%	-15.7%	-16.7%

## IV. Graphiques

## IV. Graphiques

Les graphiques permettent de visualiser les performances des trois stratégies étudiées : portefeuille équi pondéré, portefeuille à variance minimale, et marché. Chaque graphique illustre une métrique spécifique (EC, ratio de Sharpe, rendement attendu, volatilité) sur la période d'analyse. La bibliothèque ggplot2 est utilisée pour tracer les courbes, avec une personnalisation des axes et une légende claire identifiant les différentes stratégies.

```
# Création des graphiques avec les 3 courbes : Min Var, Equip, Market
# Préparation des données pour les graphiques
data_graph <- feuille_performances %>% # Utilisation du dataframe `feuille_performances`
  pivot_longer( # Transformation du dataframe en format long pour faciliter la
    cols = -start_date, # Toutes les colonnes sauf 'start_date' sont converties en valeurs
    names_to = c("Metric", "Portfolio"), # Les noms des colonnes sont séparés en deux parties
    names_pattern = "(.*)_(.*)") # Le nom de chaque colonne est divisé en deux parties
) %>%
mutate( # Applique des transformations supplémentaires aux données
  Portfolio = recode( # Remplace les valeurs de la colonne 'Portfolio' pour les rendre cohérentes
    Portfolio,
    var = "Min Var", # Remplace 'var' par 'Min Var'
    equip = "Equip", # Remplace 'equip' par 'Equip'
    mkt = "Market" # Remplace 'mkt' par 'Market'
  ),
  Metric = case_when( # Remplace les valeurs de la colonne 'Metric' en fonction de la valeur de la colonne 'Portfolio'
    grepl("EC", Metric) ~ "EC", # Si 'Metric' contient "EC", le nom devient "EC"
    grepl("Sharpe", Metric) ~ "Sharpe", # Si 'Metric' contient "Sharpe", le nom devient "Sharpe"
    grepl("Er", Metric) ~ "Er", # Si 'Metric' contient "Er", le nom devient "Er"
    grepl("Vol", Metric) ~ "Vol", # Si 'Metric' contient "Vol", le nom devient "Vol"
    grepl("VAR_5", Metric) ~ "VAR 5%", # Si 'Metric' contient "VAR_5", le nom devient "VAR 5%"
    TRUE ~ Metric # Sinon, la valeur reste inchangée
  ),
  start_date = as.Date(start_date, format = "%d/%m/%Y") # Convertit la colonne 'start_date' en date
```



```
# Fonction pour tracer les graphiques avec trois courbes
# Définition de la fonction pour tracer les graphiques d'une métrique spécifique
plot_metric <- function(metric_name, y_label, is_percentage = FALSE) { # Décl
  # Filtrage des données pour la métrique spécifiée
  metric_data <- data_graph %>% # Filtre les données pour ne conserver que les
    filter(Metric == metric_name) # Applique un filtre sur la colonne 'Metric'
  # Création du graphique avec ggplot
  ggplot(metric_data, aes(x = start_date, y = value, color = Portfolio)) + # I
    geom_line(size = 1) + # Ajoute une ligne pour chaque série, avec une épais
    labs( # Ajoute des labels au graphique
      title = metric_name, # Le titre du graphique est défini par le nom de la
      x = "Date", # Label de l'axe x
      y = y_label # Label de l'axe y (passé en argument à la fonction)
    ) +
    scale_y_continuous( # Modification de l'échelle de l'axe y
      labels = if (is_percentage) scales::percent_format(scale = 1) else scales
    ) +
    theme_minimal() + # Applique un thème minimaliste pour le graphique
    theme( # Personnalisation du thème
      legend.title = element_blank(), # Supprime le titre de la légende
      legend.position = "bottom", # Place la légende en bas du graphique
      plot.title = element_text(size = 14, face = "bold", hjust = 0.5) # Modif
    )
}
```

```
# Création des graphiques pour chaque métrique
```

```
plot_ec <- plot_metric("EC", "Equivalent Certain (EC)", TRUE)
```

```
# EC en pour
```

```
plot_sharpe <- plot_metric("Sharpe", "Sharpe Ratio", FALSE)
```

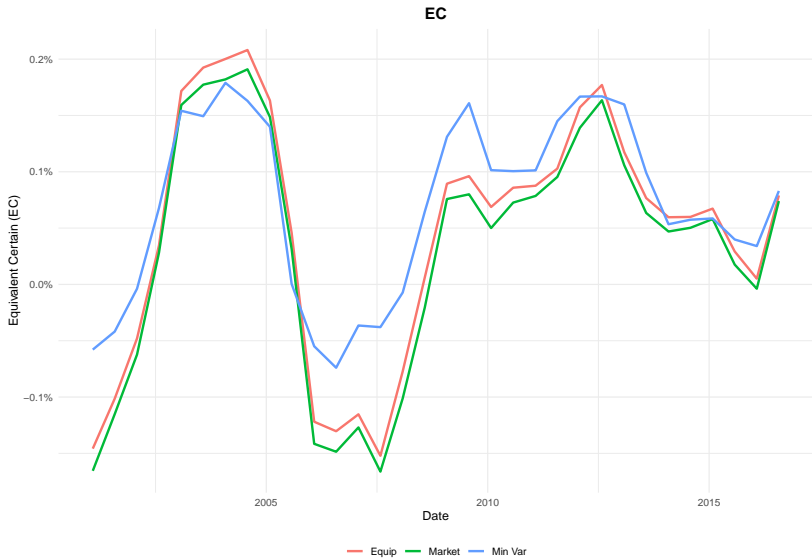
```
# Sharpe sa
```

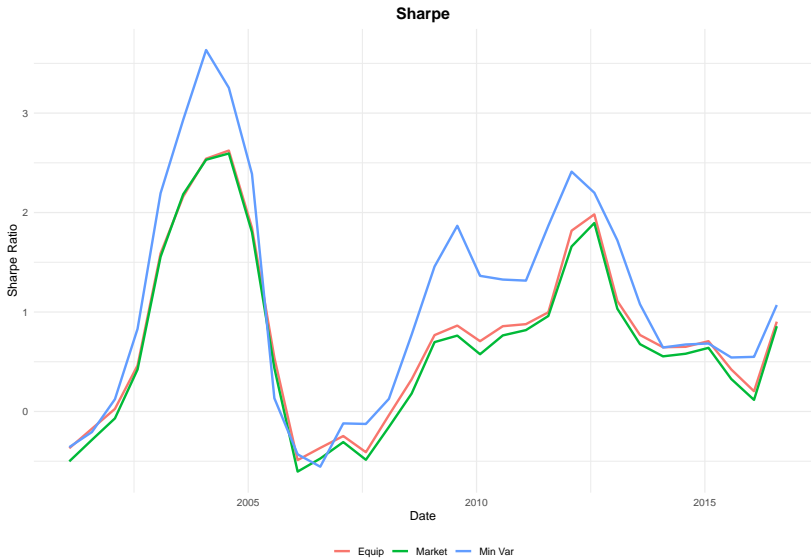
```
plot_er <- plot_metric("Er", "Expected Return (Er)", TRUE)
```

```
# Er en pou
```

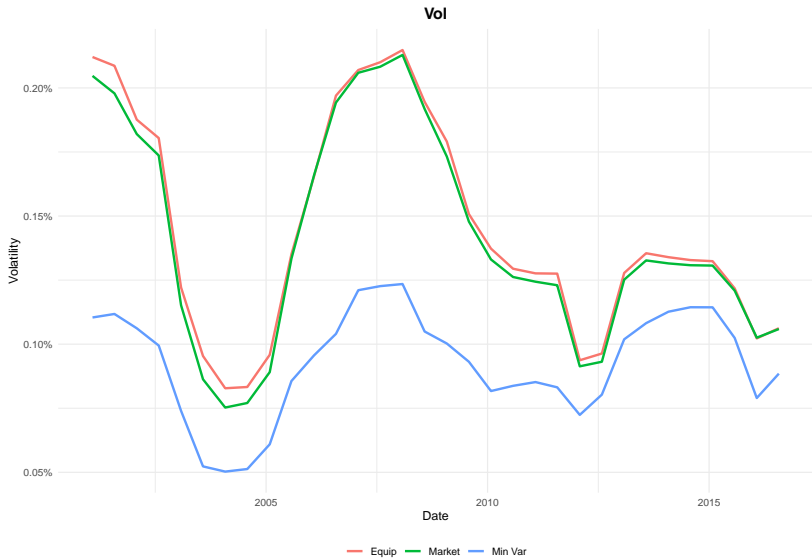
```
plot_vol <- plot_metric("Vol", "Volatility", TRUE)
```

```
# Vol en po
```









# Conclusion

# Conclusion

Notre projet met en lumière les avantages d'une optimisation basée sur la minimisation de la variance pour la gestion de portefeuilles. Le portefeuille à variance minimale, bien qu'il offre des rendements similaires au portefeuille équilibré, réduit significativement la volatilité et donc le risque global. Cette analyse montre également l'importance de surveiller les performances dans le temps, car les environnements économiques dynamiques influencent fortement les rendements et le risque.

Nous avons conçu une stratégie d'optimisation de portefeuille visant à minimiser le risque tout en maximisant le rendement. En comparant les résultats des différents portefeuilles, nous avons constaté que le portefeuille de variance minimale surperforme à la fois le portefeuille équilibré et l'indice de marché. Avec une volatilité plus faible de 9,3% et un rendement attendu de 8,4%, ce portefeuille réduit efficacement le risque tout en maintenant un rendement compétitif. De plus, son ratio de Sharpe de 1,11 montre qu'il génère un meilleur rendement pour chaque unité de risque prise. La VaR à 5% de -6,9% témoigne également d'une gestion prudente du risque. En résumé, la stratégie de variance minimale nous permet d'atteindre notre objectif de réduction du risque tout en obtenant un rendement attractif, confirmant son efficacité dans l'optimisation du compromis entre rendement et risque.



L'outil développé fournit une approche systématique pour analyser et optimiser les portefeuilles. Il pourrait être enrichi en intégrant davantage de contraintes ou en tenant compte de métriques supplémentaires (par exemple, les coûts de transaction ou les préférences spécifiques des investisseurs). Ainsi, ce projet constitue une base solide pour toute recherche ou application future dans la gestion de portefeuilles.