

1. Тип 15 № [63031](#)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 57 > 0) \vee (x \& 99 > 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

2. Тип 15 № [45249](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 3) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 5)) \vee (x + A \geq 90)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

3. Тип 15 № [8666](#)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25; 50]$ и $Q = [32; 47]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$(\neg (x \in A) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

4. Тип 15 № [29125](#)

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(4x + 3y < A) \vee (x > y) \vee (y > 13)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

5. Тип 15 № [26990](#)

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x > A) \vee (y > A) \vee (2y + x < 110)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

6. Тип 15 № [27412](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

7. Тип 15 № [7763](#)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 30]$ и $Q = [14, 23]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

8. Тип 15 № [34509](#)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

9. Тип 15 № [14233](#)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [17, 46]$ и $Q = [22, 57]$. Отрезок A таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной x :

$$\neg (x \in A) \rightarrow (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$$

Какова **наименьшая** возможная длина отрезка A ?

10. Тип 15 № [34511](#)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 19 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

11. Тип 15 № [15928](#)

На числовой прямой задан отрезок A . Известно, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 81)) \wedge ((y^2 \leq 36) \rightarrow (y \in A))$$

тождественно истинна при любых вещественных x и y . Какую наибольшую длину может иметь отрезок A ?

12. Тип 15 № [52186](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Укажите **наименьшее** целое значение A , для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(108, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, y)) \vee (x + y > 80) \vee (A - y > x)$$

тождественно истинна при любых натуральных значениях переменных x и y .

13. Тип 15 № [33760](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\text{ДЕЛ}(x, 36) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. Тип 15 № [75279](#)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 6280 > 0 \vee x \& 3394 > 0) \rightarrow (x \& 10828 = 0 \rightarrow x \& A > 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

15. Тип 15 № [59755](#)

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x < A) \vee (y > A) \vee (y < x - 1) \vee (y < 2x - 3)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

16. Тип 15 № [78071](#)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [215; 264]$ и $Q = [221; 294]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg((x \in P) \rightarrow ((\neg(x \in A) \wedge (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in P)))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

17. Тип 15 № [14779](#)

Сколько существует целых значений числа A , при которых формула

$$((x < 5) \rightarrow (x^2 < A)) \wedge ((y^2 \leq A) \rightarrow (y \leq 5))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y ?

18. Тип 15 № [36028](#)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [17, 54]$ и $Q = [37, 83]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

19. Тип 15 № 48463

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Укажите наименьшее целое значение A , для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(72, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(90, x)) \vee (A - x > 80)$$

тождественно истинна при любом натуральном значении переменной x .

20. Тип 15 № 36870

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 49 = 0 \rightarrow (x \& 28 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

21. Тип 15 № 7790

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [7, 14]$ и $Q = [9, 11]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

22. Тип 15 № 18720

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x * y < A) \vee (x < y) \vee (x \geq 12)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

23. Тип 15 № 34521

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего целого числа A формула

$$x \& 51 = 0 \vee (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

24. Тип 15 № 35904

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 40) \wedge (\text{ДЕЛ}(780, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(180, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

25. Тип 15 № 34516

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 48 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

26. Тип 15 № 70542

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15; 40]$ и $Q = [21; 63]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

27. Тип 15 № 15830

На числовой прямой задан отрезок A . Известно, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 100)) \wedge ((x^2 \leq 64) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна при любом вещественном x . Какую наименьшую длину может иметь отрезок A ?

28. Тип 15 № 58219

Обозначим через **ТРЕУГ**(n, m, k) утверждение «существует невырожденный треугольник с длинами сторон n, m, k ».
Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$((\text{ТРЕУГ}(x, 10, 20) \rightarrow (\neg(\text{МАКС}(x, 8) > 24))) = \neg(\text{ТРЕУГ}(3, A, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Примечание: $\text{МАКС}(a, b) = a$, если $a > b$ и $\text{МАКС}(a, b) = b$, если $a \leq b$.

29. Тип 15 № 55811

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 39 = 0 \vee (x \& 11 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

30. Тип 15 № 69925

Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x), если $B = [70, 90]$?

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg(\text{ДЕЛ}(x, 22))).$$

31. Тип 15 № 34544

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

32. Тип 15 № 37150

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2x + y \neq 70) \vee (x < y) \vee (A < x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

33. Тип 15 № 13364

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [130; 171]$ и $Q = [150; 185]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинна при любом значении переменной x , т. е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

34. Тип 15 № 59752

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x + 2y < A) \vee (y < x) \vee (y > 60)$$

тождественно истинно?

35. Тип 15 № 34518

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $12 \& 6 = 1100_2 \& 0110_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего целого числа A формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow (x \& 36 = 0 \rightarrow x \& 6 \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

36. Тип 15 № [47219](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого **наименьшего** натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)) \vee (x + A \geq 100)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

37. Тип 15 № [59693](#)

Для какого **наименьшего** целого неотрицательного числа A выражение

$$(x < A) \vee (y < A) \vee (x + 2y > 50)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

38. Тип 15 № [72600](#)

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [7; 63]$, $Q = [28; 99]$, $R = [85; 119]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \rightarrow ((\neg(x \in R) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in Q)))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

39. Тип 15 № [64945](#)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого **наименьшего** неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 21074 \neq 0 \rightarrow (x \& 12369 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

40. Тип 15 № [34541](#)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 38]$ и $Q = [21, 57]$. Какова наибольшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

41. Тип 15 № [33485](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого **наибольшего** натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 24)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

42. Тип 15 № [60257](#)

Для какого **наименьшего** целого неотрицательного числа A выражение

$$(x + 2y < A) \vee (y > x) \vee (x > 60)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1) при любых целых неотрицательных x и y ?

43. Тип 15 № [34542](#)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Какова наибольшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

44. Тип 15 № [33094](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого **наибольшего** натурального числа A формула

$$(A < 50) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 18)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

45. Тип 15 № 63064

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 45 > 0) \vee (x \& 89 > 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

46. Тип 15 № 16045

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(y + 2x \neq 48) \vee (A < x) \vee (A < y)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

47. Тип 15 № 56543

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 42 \neq 0 \vee x \& 13 \neq 0) \rightarrow (x \& 30 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

48. Тип 15 № 68516

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 14) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x ?

49. Тип 15 № 17382

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(5x + 3y \neq 60) \vee ((A > x) \wedge (A > y))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных x и y ?

50. Тип 15 № 9653

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 29]$ и $Q = [13, 18]$.

Укажите наибольшую возможную длину отрезка A , для которого выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

51. Тип 15 № 34522

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 51 = 0 \vee (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

52. Тип 15 № 73870

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [160\ 653; 428\ 792]$, $Q = [265\ 386; 776\ 116]$, $R = [357\ 752; 897\ 168]$.

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(\neg(x \in A)) \rightarrow (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow ((x \in R) \equiv (x \in Q))).$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

53. Тип 15 № 16447

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2x + 3y < 30) \vee (x + y \geq A)$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных x и y ?

54. Тип 15 № 58217

Обозначим через **ТРЕУГ**(n, m, k) утверждение «существует треугольник с длинами сторон n, m, k ».
Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg((\text{ТРЕУГ}(x, 11, 16) \equiv (\neg(\text{МАКС}(x, 5) > 10))) \wedge \text{ТРЕУГ}(4, A, x))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Примечание: $\text{МАКС}(a, b) = a$, если $a > b$ и $\text{МАКС}(a, b) = b$, если $a \leq b$.

55. Тип 15 № 81481

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(x \geq 9) \vee (2x < y) \vee (xy < A)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых неотрицательных x и y ?

56. Тип 15 № 79728

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 52 \neq 0) \wedge (x \& 48 = 0)) \rightarrow \neg(x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

57. Тип 15 № 34539

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [22, 72]$ и $Q = [42, 102]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

58. Тип 15 № 69893

Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».
Для какого **наименьшего** натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 5)) \vee (x + A \geq 70)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x ?

59. Тип 15 № 61361

При каком наибольшем целом A найдутся такие целые неотрицательные x и y , что выражение

$$(x + 2y > 48) \vee (y > x) \vee (x + 3y < A)$$

будет ложным?

60. Тип 15 № 11119

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [20, 50]$ и $Q = [30, 65]$. Отрезок A таков, что формула

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

истинна при любом значении переменной x . Какова наименьшая возможная длина отрезка A ?

61. Тип 15 № 84709

На числовой прямой даны два отрезка: $M = [257; 382]$ и $N = [361; 513]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in M) \equiv (x \in N))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

62. Тип 15 № 48436

Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».
Укажите наименьшее целое значение A , для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(72, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(120, x)) \vee (A - x > 100)$$

тождественно истинна при любом натуральном значении переменной x .

63. Тип 15 № 59753

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x + 2y < A) \vee (y < x) \vee (y > 22)$$

тождественно истинно?

64. Тип 15 № 33517

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(70, A) \wedge (\text{ДЕЛ}(x, 28) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 21)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

65. Тип 15 № 34517

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $12 \& 6 = 1100_2 \& 0110_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего целого числа A формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow (x \& 10 = 0 \rightarrow x \& 3 \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

66. Тип 15 № 9699

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [4, 15]$ и $Q = [12, 20]$.

Укажите наименьшую возможную длину отрезка A , для которого выражение

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

67. Тип 15 № 58523

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [13; 31]$, $Q [18; 80]$ и $R = [48; 114]$.

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого формула

$$\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x).

68. Тип 15 № 64900

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 20777 \neq 0 \rightarrow (x \& 12332 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

69. Тип 15 № 18797

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x > A) \vee (y > x) \vee (2y + x < 110)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

70. Тип 15 № 33187

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(90, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 15) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 20)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

71. Тип 15 № 15634

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(y + 2x < A) \vee (x > 30) \vee (y > 20)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

72. Тип 15 № 34540

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [52, 92]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

73. Тип 15 № 69924

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x), если $B = [70, 90]$?

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg(\text{ДЕЛ}(x, 27)))$$

74. Тип 15 № 34520

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 17 = 0 \rightarrow (x \& 29 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

75. Тип 15 № 27303

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(4x + 3y < A) \vee (x \geq y) \vee (y \geq 13)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

76. Тип 15 № 81799

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25; 64]$ и $Q = [40; 115]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

77. Тип 15 № 34506

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

78. Тип 15 № 35473

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 45) \wedge (\text{ДЕЛ}(750, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(120, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

79. Тип 15 № 68248

При каком наименьшем целом A выражение

$$((y < 20) \rightarrow (x > 70)) \vee \neg((x < A) \rightarrow (y > A))$$

окажется тождественно истинным при любых целых значениях x и y ?

80. Тип 15 № 84677

На числовой прямой даны два отрезка: $S = [212; 314]$ и $T = [287; 411]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in T) \equiv (x \in S))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

81. Тип 15 № 75252

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 5160 > 0 \vee x \& 3650 > 0) \rightarrow (x \& 9545 = 0 \rightarrow x \& A > 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

82. Тип 15 № 29663

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(A < 50) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

83. Тип 15 № 16894

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2x + 3y \neq 60) \vee (A \geq x) \vee (A \geq y)$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных x и y ?

84. Тип 15 № 78040

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [117; 158]$ и $Q = [130; 180]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg((x \in P) \rightarrow ((\neg(x \in A) \wedge (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in P)))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

85. Тип 15 № 51984

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Укажите **наименьшее** целое значение A , для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(144, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, y)) \vee (x + y > 100) \vee (A - x > y)$$

тождественно истинна при любых натуральных значениях переменных x и y .

86. Тип 15 № 38590

На числовой прямой даны два отрезка: $D = [17; 58]$ и $C = [29; 80]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in C) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$$

истинно (то есть принимает значение 1) при любом значении переменной x .

87. Тип 15 № 83145

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(y > A) \vee (152 \neq 2y + 3x) \vee (A < x)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых положительных x и y ?

88. Тип 15 № 34514

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 49 \neq 0 \rightarrow (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

89. Тип 15 № 83173

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(y > A) \vee (179 \neq 3y + x) \vee (A < x)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых положительных x и y ?

90. Тип 15 № 35989

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 73 = 0 \rightarrow (x \& 28 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

91. Тип 15 № 9170

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 35]$ и $Q = [17, 48]$.

Укажите наибольшую возможную длину отрезка A , для которого формула

$$((x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

92. Тип 15 № 9321

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

(Задание М. В. Кузнецовой)

93. Тип 15 № 61395

При каком наибольшем целом A найдутся такие целые неотрицательные x и y , что выражение

$$(3x + y > 48) \vee (x > y) \vee (4x + y < A)$$

будет ложным?

94. Тип 15 № 34537

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 15]$, $Q = [10, 20]$ и $R = [5, 15]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формулы

$$\begin{aligned} (x \in A) \rightarrow (x \in P) \text{ и} \\ (x \in Q) \rightarrow (x \in R) \end{aligned}$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной x (за исключением, возможно, конечного числа точек).

95. Тип 15 № 55602

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 114 \neq 0 \vee x \& 94 \neq 0) \rightarrow (x \& 73 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

96. Тип 15 № 26961

Для какого наибольшего целого положительного числа A выражение

$$(x + 3y > A) \vee (y < 30) \vee (x < 30)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

97. Тип 15 № 73841

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [153\,697; 780\,411]$, $Q = [275\,071; 904\,082]$, $R = [722\,050; 984\,086]$.

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow ((x \in R) \equiv (x \in Q))).$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

98. Тип 15 № [34546](#)

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [23, 58]$ и $Q = [1, 39]$.

Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формула

$$((x \in P) \vee (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

99. Тип 15 № [9320](#)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

(М. В. Кузнецова)

100. Тип 15 № [39244](#)

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 105 = 0) \rightarrow ((x \& 58 \neq 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
<u>1</u>	63031	123
<u>2</u>	45249	75
<u>3</u>	8666	15
<u>4</u>	29125	92
<u>5</u>	26990	36
<u>6</u>	27412	18
<u>7</u>	7763	9
<u>8</u>	34509	44
<u>9</u>	14233	24
<u>10</u>	34511	8
<u>11</u>	15928	18
<u>12</u>	52186	73
<u>13</u>	33760	60
<u>14</u>	75279	5506
<u>15</u>	59755	4
<u>16</u>	78071	43
<u>17</u>	14779	19
<u>18</u>	36028	17
<u>19</u>	48463	99
<u>20</u>	36870	12
<u>21</u>	7790	3
<u>22</u>	18720	122
<u>23</u>	34521	41
<u>24</u>	35904	120
<u>25</u>	34516	13
<u>26</u>	70542	19
<u>27</u>	15830	16
<u>28</u>	58219	27
<u>29</u>	55811	36
<u>30</u>	69925	88
<u>31</u>	34544	16
<u>32</u>	37150	23
<u>33</u>	13364	21
<u>34</u>	59752	181
<u>35</u>	34518	38
<u>36</u>	47219	94
<u>37</u>	59693	17
<u>38</u>	72600	22
<u>39</u>	64945	16898
<u>40</u>	34541	19
<u>41</u>	33485	24
<u>42</u>	60257	181
<u>43</u>	34542	16
<u>44</u>	33094	45
<u>45</u>	63064	125
<u>46</u>	16045	15
<u>47</u>	56543	33
<u>48</u>	68516	28
<u>49</u>	17382	21
<u>50</u>	9653	19
<u>51</u>	34522	0

<u>52</u>	73870	631782
<u>53</u>	16447	10
<u>54</u>	58217	23
<u>55</u>	81481	129
<u>56</u>	79728	4
<u>57</u>	34539	20
<u>58</u>	69893	60
<u>59</u>	61361	64
<u>60</u>	11119	20
<u>61</u>	84709	256
<u>62</u>	48436	125
<u>63</u>	59753	67
<u>64</u>	33517	14
<u>65</u>	34517	11
<u>66</u>	9699	3
<u>67</u>	58523	17
<u>68</u>	64900	16641
<u>69</u>	18797	36
<u>70</u>	33187	30
<u>71</u>	15634	81
<u>72</u>	34540	40
<u>73</u>	69924	81
<u>74</u>	34520	12
<u>75</u>	27303	81
<u>76</u>	81799	24
<u>77</u>	34506	8
<u>78</u>	35473	90
<u>79</u>	68248	71
<u>80</u>	84677	199
<u>81</u>	75252	6690
<u>82</u>	29663	30
<u>83</u>	16894	12
<u>84</u>	78040	28
<u>85</u>	51984	97
<u>86</u>	38590	12
<u>87</u>	83145	30
<u>88</u>	34514	16
<u>89</u>	83173	44
<u>90</u>	35989	20
<u>91</u>	9170	38
<u>92</u>	9321	7
<u>93</u>	61395	60
<u>94</u>	34537	5
<u>95</u>	55602	54
<u>96</u>	26961	119
<u>97</u>	73841	709015
<u>98</u>	34546	19
<u>99</u>	9320	21
<u>100</u>	39244	18