

1. Тип 15 № 63031

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 57 > 0) \vee (x \& 99 > 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

2. Тип 15 № 45249

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 3) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 5)) \vee (x + A \geq 90)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

3. Тип 15 № 8666

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25; 50]$ и $Q = [32; 47]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$(\neg(x \in A) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

4. Тип 15 № 29125

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(4x + 3y < A) \vee (x > y) \vee (y > 13)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

5. Тип 15 № 26990

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x > A) \vee (y > A) \vee (2y + x < 110)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

6. Тип 15 № 27412

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

7. Тип 15 № 7763

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 30]$ и $Q = [14, 23]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

8. Тип 15 № 34509

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

9. Тип 15 № 14233

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [17, 46]$ и $Q = [22, 57]$. Отрезок A таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной x :

$$\neg(x \in A) \rightarrow (((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A))$$

Какова **наименьшая** возможная длина отрезка A ?

10. Тип 15 № 34511

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 19 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

11. Тип 15 № 15928

На числовой прямой задан отрезок A . Известно, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 81)) \wedge ((y^2 \leq 36) \rightarrow (y \in A))$$

тождественно истинна при любых вещественных x и y . Какую наибольшую длину может иметь отрезок A ?

12. Тип 15 № 52186

Обозначим через **ДЕЛ(n, m)** утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Укажите **наименьшее** целое значение A , для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(108, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, y)) \vee (x + y > 80) \vee (A - y > x)$$

тождественно истинна при любых натуральных значениях переменных x и y .

13. Тип 15 № 33760

Обозначим через **ДЕЛ(n, m)** утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\text{ДЕЛ}(x, 36) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. Тип 15 № 75279

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 6280 > 0 \vee x \& 3394 > 0) \rightarrow (x \& 10828 = 0 \rightarrow x \& A > 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

15. Тип 15 № 59755

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x < A) \vee (y > A) \vee (y < x - 1) \vee (y < 2x - 3)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

16. Тип 15 № 78071

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [215; 264]$ и $Q = [221; 294]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg((x \in P) \rightarrow ((\neg(x \in A) \wedge (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in P)))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

17. Тип 15 № 14779

Сколько существует целых значений числа A , при которых формула

$$((x < 5) \rightarrow (x^2 < A)) \wedge ((y^2 \leq A) \rightarrow (y \leq 5))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y ?

18. Тип 15 № 36028

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [17, 54]$ и $Q = [37, 83]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

19. Тип 15 № 48463

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Укажите наименьшее целое значение A , для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(72, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(90, x)) \vee (A - x > 80)$$

тождественно истинна при любом натуральном значении переменной x .

20. Тип 15 № 36870

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 49 = 0 \rightarrow (x \& 28 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

21. Тип 15 № 7790

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [7, 14]$ и $Q = [9, 11]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

22. Тип 15 № 18720

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x * y < A) \vee (x < y) \vee (x \geq 12)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

23. Тип 15 № 34521

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего целого числа A формула

$$x \& 51 = 0 \vee (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

24. Тип 15 № 35904

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 40) \wedge (\text{ДЕЛ}(780, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(180, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

25. Тип 15 № 34516

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 48 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

26. Тип 15 № 70542

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15; 40]$ и $Q = [21; 63]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

27. Тип 15 № 15830

На числовой прямой задан отрезок A . Известно, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 100)) \wedge ((x^2 \leq 64) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна при любом вещественном x . Какую наименьшую длину может иметь отрезок A ?

28. Тип 15 № 58219

Обозначим через **ТРЕУГ(n, m, k)** утверждение «существует невырожденный треугольник с длинами сторон n, m, k ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$((\text{ТРЕУГ}(x, 10, 20) \rightarrow (\neg(\text{МАКС}(x, 8) > 24))) = \neg(\text{ТРЕУГ}(3, A, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Примечание: $\text{МАКС}(a, b) = a$, если $a > b$ и $\text{МАКС}(a, b) = b$, если $a \leq b$.

29. Тип 15 № 55811

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например,

$$14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4.$$

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 39 = 0 \vee (x \& 11 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

30. Тип 15 № 69925

Обозначим через **ДЕЛ(n, m)** утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x), если $B = [70, 90]$?

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg(\text{ДЕЛ}(x, 22))).$$

31. Тип 15 № 34544

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

32. Тип 15 № 37150

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2x + y \neq 70) \vee (x < y) \vee (A < x)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

33. Тип 15 № 13364

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [130; 171]$ и $Q = [150; 185]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинна при любом значении переменной x , т. е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

34. Тип 15 № 59752

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x + 2y < A) \vee (y < x) \vee (y > 60)$$

тождественно истинно?

35. Тип 15 № 34518

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $12 \& 6 = 1100_2 \& 0110_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего целого числа A формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow (x \& 36 = 0 \rightarrow x \& 6 \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

36. Тип 15 № 47219

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого **наименьшего** натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(x, 3)) \vee (x + A \geq 100)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

37. Тип 15 № 59693

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x < A) \vee (y < A) \vee (x + 2y > 50)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

38. Тип 15 № 72600

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [7; 63]$, $Q = [28; 99]$, $R = [85; 119]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \rightarrow ((\neg(x \in R) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in Q)))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

39. Тип 15 № 64945

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 21074 \neq 0 \rightarrow (x \& 12369 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

40. Тип 15 № 34541

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 38]$ и $Q = [21, 57]$. Какова наибольшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

41. Тип 15 № 33485

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\neg\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(x, 24)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

42. Тип 15 № 60257

Для какого **наименьшего** целого неотрицательного числа A выражение

$$(x + 2y < A) \vee (y > x) \vee (x > 60)$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y)?

43. Тип 15 № 34542

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Какова наибольшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

44. Тип 15 № 33094

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(A < 50) \wedge (\neg\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(x, 18)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

45. Тип 15 № 63064

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 45 > 0) \vee (x \& 89 > 0)) \rightarrow (x \& A > 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

46. Тип 15 № 16045

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(y + 2x \neq 48) \vee (A < x) \vee (A < y)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

47. Тип 15 № 56543

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 42 \neq 0 \vee x \& 13 \neq 0) \rightarrow (x \& 30 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

48. Тип 15 № 68516

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 14) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x ?

49. Тип 15 № 17382

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(5x + 3y \neq 60) \vee ((A > x) \wedge (A > y))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных x и y ?

50. Тип 15 № 9653

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 29]$ и $Q = [13, 18]$.

Укажите наибольшую возможную длину отрезка A , для которого выражение

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

51. Тип 15 № 34522

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 51 = 0 \vee (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

52. Тип 15 № 73870

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [160\ 653; 428\ 792]$, $Q = [265\ 386; 776\ 116]$, $R = [357\ 752; 897\ 168]$.

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(\neg(x \in A)) \rightarrow (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow ((x \in R) \equiv (x \in Q))).$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

53. Тип 15 № 16447

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2x + 3y < 30) \vee (x + y \geq A)$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных x и y ?

54. Тип 15 № 58217

Обозначим через **ТРЕУГ(n, m, k)** утверждение «существует треугольник с длинами сторон n, m, k ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg((\text{ТРЕУГ}(x, 11, 16) \equiv (\neg(\text{МАКС}(x, 5) > 10))) \wedge \text{ТРЕУГ}(4, A, x))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Примечание: $\text{МАКС}(a, b) = a$, если $a > b$ и $\text{МАКС}(a, b) = b$, если $a \leq b$.

55. Тип 15 № 81481

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(x \geq 9) \vee (2x < y) \vee (xy < A)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых неотрицательных x и y ?

56. Тип 15 № 79728

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 52 \neq 0) \wedge (x \& 48 = 0)) \rightarrow \neg(x \& A = 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом неотрицательном целом значении переменной x ?

57. Тип 15 № 34539

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [22, 72]$ и $Q = [42, 102]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

58. Тип 15 № 69893

Обозначим через **ДЕЛ(n, m)** утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого **наименьшего** натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 5)) \vee (x + A \geq 70)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x ?

59. Тип 15 № 61361

При каком наибольшем целом A найдутся такие целые неотрицательные x и y , что выражение

$$(x + 2y > 48) \vee (y > x) \vee (x + 3y < A)$$

будет ложным?

60. Тип 15 № 11119

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [20, 50]$ и $Q = [30, 65]$. Отрезок A таков, что формула

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

истинна при любом значении переменной x . Какова наименьшая возможная длина отрезка A ?

61. Тип 15 № 84709

На числовой прямой даны два отрезка: $M = [257; 382]$ и $N = [361; 513]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in M) \equiv (x \in N))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

62. Тип 15 № 48436

Обозначим через **ДЕЛ(n, m)** утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Укажите наименьшее целое значение A , для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(72, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(120, x)) \vee (A - x > 100)$$

тождественно истинна при любом натуральном значении переменной x .

63. Тип 15 № 59753

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x + 2y < A) \vee (y < x) \vee (y > 22)$$

тождественно истинно?

64. Тип 15 № 33517

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(70, A) \wedge (\text{ДЕЛ}(x, 28) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 21)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

65. Тип 15 № 34517

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $12 \& 6 = 1100_2 \& 0110_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наибольшего целого числа A формула

$$x \& A \neq 0 \rightarrow (x \& 10 = 0 \rightarrow x \& 3 \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

66. Тип 15 № 9699

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [4, 15]$ и $Q = [12, 20]$.

Укажите наименьшую возможную длину отрезка A , для которого выражение

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

67. Тип 15 № 58523

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [13; 31]$, $Q = [18; 80]$ и $R = [48; 114]$.

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого формула

$$\neg((x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in R))) \rightarrow (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x).

68. Тип 15 № 64900

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1100_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 20777 \neq 0 \rightarrow (x \& 12332 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

69. Тип 15 № 18797

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x > A) \vee (y > x) \vee (2y + x < 110)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

70. Тип 15 № 33187

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(90, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 15) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 20)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

71. Тип 15 № 15634

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(y + 2x < A) \vee (x > 30) \vee (y > 20)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

72. Тип 15 № 34540

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [52, 92]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

73. Тип 15 № 69924

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x), если $B = [70, 90]$?

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg(\text{ДЕЛ}(x, 27))).$$

74. Тип 15 № 34520

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 17 = 0 \rightarrow (x \& 29 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

75. Тип 15 № 27303

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(4x + 3y < A) \vee (x \geq y) \vee (y \geq 13)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

76. Тип 15 № 81799

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25; 64]$ и $Q = [40; 115]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

77. Тип 15 № 34506

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

78. Тип 15 № 35473

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 45) \wedge (\text{ДЕЛ}(750, x) \rightarrow (\neg\text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(120, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

79. Тип 15 № 68248

При каком наименьшем целом A выражение

$$((y < 20) \rightarrow (x > 70)) \vee \neg((x < A) \rightarrow (y > A))$$

окажется тождественно истинным при любых целых значениях x и y ?

80. Тип 15 № 84677

На числовой прямой даны два отрезка: $S = [212; 314]$ и $T = [287; 411]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in T) \equiv (x \in S))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

81. Тип 15 № 75252

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 5160 > 0 \vee x \& 3650 > 0) \rightarrow (x \& 9545 = 0 \rightarrow x \& A > 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

82. Тип 15 № 29663

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(A < 50) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 12)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

83. Тип 15 № 16894

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2x + 3y \neq 60) \vee (A \geq x) \vee (A \geq y)$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных x и y ?

84. Тип 15 № 78040

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [117; 158]$ и $Q = [130; 180]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$\neg((x \in P) \rightarrow ((\neg(x \in A) \wedge (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in P)))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x .

85. Тип 15 № 51984

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Укажите **наименьшее** целое значение A , для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(144, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, y)) \vee (x + y > 100) \vee (A - x > y)$$

тождественно истинна при любых натуральных значениях переменных x и y .

86. Тип 15 № 38590

На числовой прямой даны два отрезка: $D = [17; 58]$ и $C = [29; 80]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in C) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$$

истинно (то есть принимает значение 1) при любом значении переменной x .

87. Тип 15 № 83145

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(y > A) \vee (152 \neq 2y + 3x) \vee (A < x)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых положительных x и y ?

88. Тип 15 № 34514

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 49 \neq 0 \rightarrow (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

89. Тип 15 № 83173

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A логическое выражение

$$(y > A) \vee (179 \neq 3y + x) \vee (A < x)$$

тождественно истинно (т. е. принимает значение 1) при любых целых положительных x и y ?

90. Тип 15 № 35989

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 73 = 0 \rightarrow (x \& 28 \neq 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

91. Тип 15 № 9170

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 35]$ и $Q = [17, 48]$.

Укажите наибольшую возможную длину отрезка A , для которого формула

$$((x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

92. Тип 15 № 9321

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

(Задание М. В. Кузнецовой)

93. Тип 15 № 61395

При каком наибольшем целом A найдутся такие целые неотрицательные x и y , что выражение

$$(3x + y > 48) \vee (x > y) \vee (4x + y < A)$$

будет ложным?

94. Тип 15 № 34537

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 15]$, $Q = [10, 20]$ и $R = [5, 15]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формулы

$$\begin{aligned} (x \in A) \rightarrow (x \in P) \text{ и} \\ (x \in Q) \rightarrow (x \in R) \end{aligned}$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной x (за исключением, возможно, конечного числа точек).

95. Тип 15 № 55602

Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 114 \neq 0 \vee x \& 94 \neq 0) \rightarrow (x \& 73 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

96. Тип 15 № 26961

Для какого наибольшего целого положительного числа A выражение

$$(x + 3y > A) \vee (y < 30) \vee (x < 30)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

97. Тип 15 № 73841

На числовой прямой даны три отрезка: $P = [153\ 697; 780\ 411]$, $Q = [275\ 071; 904\ 082]$, $R = [722\ 050; 984\ 086]$.

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(\neg(x \in A)) \rightarrow (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow ((x \in R) \equiv (x \in Q))).$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

98. Тип 15 № 34546

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [23, 58]$ и $Q = [1, 39]$.

Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формула

$$((x \in P) \vee (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

99. Тип 15 № 9320

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

(M. B. Кузнецова)

100. Тип 15 № 39244

Обозначим через $m\&n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14\&5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$. Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$(x \& 105 = 0) \rightarrow ((x \& 58 \neq 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	63031	123
2	45249	75
3	8666	15
4	29125	92
5	26990	36
6	27412	18
7	7763	9
8	34509	44
9	14233	24
10	34511	8
11	15928	18
12	52186	73
13	33760	60
14	75279	5506
15	59755	4
16	78071	43
17	14779	19
18	36028	17
19	48463	99
20	36870	12
21	7790	3
22	18720	122
23	34521	41
24	35904	120
25	34516	13
26	70542	19
27	15830	16
28	58219	27
29	55811	36
30	69925	88
31	34544	16
32	37150	23
33	13364	21
34	59752	181
35	34518	38
36	47219	94
37	59693	17
38	72600	22
39	64945	16898
40	34541	19
41	33485	24
42	60257	181
43	34542	16
44	33094	45
45	63064	125
46	16045	15
47	56543	33
48	68516	28
49	17382	21
50	9653	19
51	34522	0

<u>52</u>	73870	631782
<u>53</u>	16447	10
<u>54</u>	58217	23
<u>55</u>	81481	129
<u>56</u>	79728	4
<u>57</u>	34539	20
<u>58</u>	69893	60
<u>59</u>	61361	64
<u>60</u>	11119	20
<u>61</u>	84709	256
<u>62</u>	48436	125
<u>63</u>	59753	67
<u>64</u>	33517	14
<u>65</u>	34517	11
<u>66</u>	9699	3
<u>67</u>	58523	17
<u>68</u>	64900	16641
<u>69</u>	18797	36
<u>70</u>	33187	30
<u>71</u>	15634	81
<u>72</u>	34540	40
<u>73</u>	69924	81
<u>74</u>	34520	12
<u>75</u>	27303	81
<u>76</u>	81799	24
<u>77</u>	34506	8
<u>78</u>	35473	90
<u>79</u>	68248	71
<u>80</u>	84677	199
<u>81</u>	75252	6690
<u>82</u>	29663	30
<u>83</u>	16894	12
<u>84</u>	78040	28
<u>85</u>	51984	97
<u>86</u>	38590	12
<u>87</u>	83145	30
<u>88</u>	34514	16
<u>89</u>	83173	44
<u>90</u>	35989	20
<u>91</u>	9170	38
<u>92</u>	9321	7
<u>93</u>	61395	60
<u>94</u>	34537	5
<u>95</u>	55602	54
<u>96</u>	26961	119
<u>97</u>	73841	709015
<u>98</u>	34546	19
<u>99</u>	9320	21
<u>100</u>	39244	18