

1. Тип 9 № [519511](#)

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 45$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 50 до 70 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 200 до 270 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

2. Тип 9 № [513941](#)

Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  — время с момента начала колебаний,  $T = 2$  с — период колебаний,  $v_0 = 0,3$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза в килограммах,  $v$  — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 23 секунды после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

3. Тип 9 № [28345](#)

При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , где  $l_0 = 75$  м — длина покоящейся ракеты,  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с — скорость света, а  $v$  — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 72 м? Ответ выразите в км/с.

4. Тип 9 № [559598](#)

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 4.

Составители рейтинга считают, что объективность ценится вчетверо, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 4Tr + Q}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 1.

5. Тип 9 № [27992](#)

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) — давление газа,  $V$  — объем газа в кубических метрах,  $a$  — положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  уменьшение в два раза объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?

6. Тип 9 № [689080](#)

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры от времени работы:  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1350$  К,  $a = -7,5$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 105$  К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1650 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

7. Тип 9 № [43101](#)

Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 3$  моль воздуха при давлении  $p_1 = 1,4$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 10,9$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 29430 Дж.

8. Тип 9 № [510488](#)

Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $\nu = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $g(q) = q(p - \nu) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 500 000 руб.

**9. Тип 9 № 43049**

Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_{\text{н}} = 15^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,6$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$ , вода охлаждается от начальной температуры  $T_{\text{в}} = 91^\circ\text{C}$  до температуры  $T$ , причём  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{н}}}{T - T_{\text{н}}}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 28 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 0,8$  — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 144 м.

**10. Тип 9 № 42215**

Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой  $m_{\text{в}}$  (в килограммах) от температуры  $t_1$  до температуры  $t_2$  (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы  $m_{\text{др}}$  кг. Он определяется формулой  $\eta = \frac{c_{\text{в}} m_{\text{в}} (t_2 - t_1)}{q_{\text{др}} m_{\text{др}}} \cdot 100\%$ , где  $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг · К) — теплоемкость воды,  $q_{\text{др}} = 8,3 \cdot 10^6$  Дж/кг — удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть  $m = 90$  кг воды от  $17^\circ\text{C}$  до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 18%. Ответ выразите в килограммах.

**11. Тип 9 № 28014**

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону  $v(t) = 5 \sin \pi t$  (см/с), где  $t$  — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения была не менее 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

**12. Тип 9 № 505403**

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  километров над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{2Rh}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 144 километров? Ответ выразите в километрах.

**13. Тип 9 № 526010**

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 1,25 \cdot 10^8$  Па · м<sup>4</sup>, где  $p$  — давление газа (в Па),  $V$  — объём газа (в м<sup>3</sup>),  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в м<sup>3</sup>) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $2 \cdot 10^5$  Па.

**14. Тип 9 № 672866**

Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}$ , где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,26.

**15. Тип 9 № 41791**

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \alpha \rho g r^3$ , где  $\alpha = 4,2$  — постоянная,  $r$  — радиус аппарата в метрах,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 2 491 398 Н? Ответ выразите в метрах.

**16. Тип 9 № 27953**

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

**17. Тип 9 № 651056**

Зависимость объема спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 85 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 300 тыс. руб. Ответ дайте в тысячах рублей за единицу.

**18. Тип 9 № 28015**

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 12,5$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

**19. Тип 9 № 513897**

Груз массой 0,8 кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  — время с момента начала колебаний,  $T = 12$  с — период колебаний,  $v_0 = 1,3$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза в килограммах,  $v$  — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 7 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

**20. Тип 9 № 42855**

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) — давление газа,  $V$  — объем газа в кубических метрах,  $a$  — положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  увеличение в 16 раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 8 раз?

**21. Тип 9 № 523991**

Автомобиль массой  $m$  кг начинает тормозить и проходит до полной остановки путь  $S$  м. Сила трения  $F$  (в Н), масса автомобиля  $m$  (в кг), время  $t$  (в с) и пройденный путь  $S$  (в м) связаны соотношением  $F = \frac{2mS}{t^2}$ . Определите, сколько секунд заняло торможение, если известно, что сила трения равна 2000 Н, масса автомобиля — 1500 кг, путь — 600 м.

**22. Тип 9 № 42993**

В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора  $C = 6 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением  $R = 4 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 8$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,3$  — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 62,4 с. Ответ дайте в киловольтах.

**23. Тип 9 № 42377**

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала  $f_0 = 130$  Гц и определяется следующим выражением:  $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где  $c$  — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 16$  м/с и  $v = 15$  м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет не менее 135 Гц?

**24. Тип 9 № 524069**

Груз колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$  (в м/с), где  $t$  — время с момента начала колебаний (в с),  $T = 2$  с — период колебаний,  $v_0 = 0,5$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  груза массой  $m$  (в кг) равна  $E = \frac{mv^2}{2}$  (в Дж), где  $v$  — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза в момент времени  $t = 4$  секунды после начала колебаний, если масса груза равна 0,4 кг. Ответ дайте в джоулях.

**25. Тип 9 № 679792**

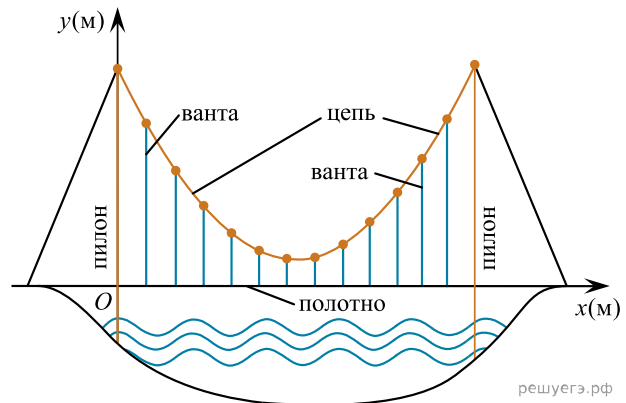
Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 149 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле  $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов,  $f$  — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 10 м/с.

**26. Тип 9 № 325725**

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами.

Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке.

В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение  $y = 0,0015x^2 - 0,38x + 28$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 40 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



**27. Тип 9 № 43273**

Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом  $q = 8 \cdot 10^{-6}$  Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет  $v = 3$  м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции  $B$  которого лежит в той же плоскости и составляет угол  $\alpha$  с направлением движения шарика. Значение индукции поля  $B = 5 \cdot 10^{-3}$  Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная  $F_L = qvB \sin \alpha$  (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла  $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$  шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила  $F_L$  была не менее чем  $6 \cdot 10^{-8}$  Н? Ответ дайте в градусах.

**28. Тип 9 № 27957**

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

**29. Тип 9 № 563892**

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 224 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

**30. Тип 9 № 28379**

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 3,2 километров. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 15 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

**31. Тип 9 № 510067**

Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,75$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какое давление (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

**32. Тип 9 № 562933**

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 52 мг. Период его полураспада составляет 9 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 13 мг.

**33. Тип 9 № 27982**

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

**34. Тип 9 № 28101**

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = \frac{4}{5}$  — постоянные параметры,  $x$  (м) — смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 14 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

**35. Тип 9 № 530821**

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 190$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее, чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 300$  м/с. Ответ выразите в м/с.

**36. Тип 9 № 541819**

Два тела, массой  $m = 6$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 9$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ , где  $m$  — масса (в кг),  $v$  — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом  $2\alpha$  должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 243 Дж. Ответ дайте в градусах.

**37. Тип 9 № 41113**

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 12$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

**38. Тип 9 № 679996**

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель — целое число от  $-2$  до  $2$ .

Составители рейтинга считают, что объективность ценится в пять раз, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 5Tr + Q}{A}.$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число  $A$ , при котором это условие будет выполняться.

**39. Тип 9 № 500252**

Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой  $h(t) = -5t^2 + 18t$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?

**40. Тип 9 № 509497**

Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,75$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

**41. Тип 9 № 28633**

При нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 450$  нм на дифракционную решетку с периодом  $d$  нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол  $\varphi$  (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума  $k$  связаны соотношением  $d \sin \varphi = k\lambda$ . Под каким минимальным углом  $\varphi$  (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1800 нм?

**42. Тип 9 № 513341**

Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление  $P$  (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле  $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$ , где  $m = 7500$  кг — общая масса навеса и колонны,  $D$  — диаметр колонны (в метрах). Считая, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, а  $\pi = 3$ , определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400 000 Па. Ответ выразите в метрах.

**43. Тип 9 № 27993**

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением  $pV^{1,4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм.) — давление газа,  $V$  — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

**44. Тип 9 № 523397**

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 0,7$  м/с<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 35 м/с.

**45. Тип 9 № 27954**

Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p = 500$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 300 000 руб.

**46. Тип 9 № 317096**

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый показатель — целое число от  $-2$  до  $2$ .

Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность — вдвое дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 30.

**47. Тип 9 № 42999**

В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора  $C = 4 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением  $R = 8 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 14$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,3$  — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 83,2 с. Ответ дайте в киловольтах.

**48. Тип 9 № 621899**

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 60$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 96$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  — время в часах. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 72 км от города. Ответ дайте в минутах.

**49. Тип 9 № 642296**

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону  $v(t) = 7 \sin \pi t$  (см/с), где  $t$  — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения была не менее 3,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

**50. Тип 9 № 524047**

Груз колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$  (в м/с), где  $t$  — время с момента начала колебаний (в с),  $T = 2$  с — период колебаний,  $v_0 = 1,5$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  груза массой  $m$  (в кг) равна  $E = \frac{mv^2}{2}$  (в Дж), где  $v$  — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза в момент времени  $t = 2$  секунды после начала колебаний, если масса груза равна 0,16 кг. Ответ дайте в джоулях.

**51. Тип 9 № 28235**

Сила тока в цепи  $I$  (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома:  $I = \frac{U}{R}$ , где  $U$  — напряжение в вольтах,  $R$  — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

**52. Тип 9 № 548380**

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 километра, приобрести скорость 80 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

**53. Тип 9 № 42963**

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением  $pV^{1,4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм.) — давление газа,  $V$  — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 243,2 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

**54. Тип 9 № 28027**

Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p = 600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 400$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 600000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 500000 руб.

**55. Тип 9 № 41421**

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 9$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{196}$  м/мин<sup>2</sup>, и  $b = -\frac{3}{7}$  м/мин — постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

**56. Тип 9 № 43333**

Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле  $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$  (м), где  $v_0 = 12$  м/с — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 14,4 м?

**57. Тип 9 № 524018**

Автомобиль массой  $m$  кг начинает тормозить и проходит до полной остановки путь  $S$  м. Сила трения  $F$  (в Н), масса автомобиля  $m$  (в кг), время  $t$  (в с) и пройденный путь  $S$  (в м) связаны соотношением  $F = \frac{2mS}{t^2}$ . Определите, сколько секунд заняло торможение, если известно, что сила трения равна 2800 Н, масса автомобиля — 2100 кг, путь — 150 м.

**58. Тип 9 № 27978**

Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 1260$  тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 18$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где  $m$  — масса экскаватора (в тоннах),  $l$  — длина балок в метрах,  $s$  — ширина балок в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.



**59. Тип 9 № 630179**

Водолазный колокол, содержащий  $\nu = 5$  молей воздуха при давлении  $p_1 = 1,5$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 14,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  — постоянная,  $T = 300$  К температура воздуха. Найдите, какое давление (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 22 350 Дж.

**60. Тип 9 № 28006**

Трактор тащит сани с силой  $F = 80$  кН, направленной под острым углом  $\alpha$  к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной  $S = 50$  м вычисляется по формуле  $A = FS \cos \alpha$ . При каком максимальном угле  $\alpha$  (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?

**61. Тип 9 № 562754**

Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет 20%, если температура холодильника  $T_2 = 336$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

**62. Тип 9 № 41715**

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  — длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 9,8$  Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше чем 3 361 400 Н? Ответ дайте в метрах.

**63. Тип 9 № 42863**

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) — давление газа,  $V$  — объем газа в кубических метрах,  $a$  — положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  увеличение в 16 раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 32 раза?

**64. Тип 9 № 317098**

Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1) \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}},$$

где  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1),  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина «Бета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 20, их средняя оценка равна 0,65, а оценка экспертов равна 0,37.

**65. Тип 9 № 28365**

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 5,6 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 10,4 километров?

**66. Тип 9 № 27996**

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 3$  моль воздуха объемом  $V_1 = 8$  л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$  (Дж), где  $\alpha = 5,75$  — постоянная, а  $T = 300$  К — температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10 350 Дж?

**67. Тип 9 № 517215**

Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 500$  руб. за единицу, переменные текущие затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  руб. в месяц. Месячная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ , где  $q$  (единиц продукции) — месячный объём производства. Определите значение  $q$ , при котором месячная прибыль предприятия будет равна 500 000 руб.



**68. Тип 9 № 41197**

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,5 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

**69. Тип 9 № 28599**

Плоский замкнутый контур площадью  $S = 4 \text{ м}^2$  находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой  $\mathcal{E}_i = aS \cos \alpha$ , где  $\alpha$  — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру,  $a = 3 \cdot 10^{-4} \text{ Тл/с}$  — постоянная,  $S$  — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в  $\text{м}^2$ ). При каком минимальном угле  $\alpha$  (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать  $6 \cdot 10^{-4} \text{ В}$ ?

**70. Тип 9 № 661821**

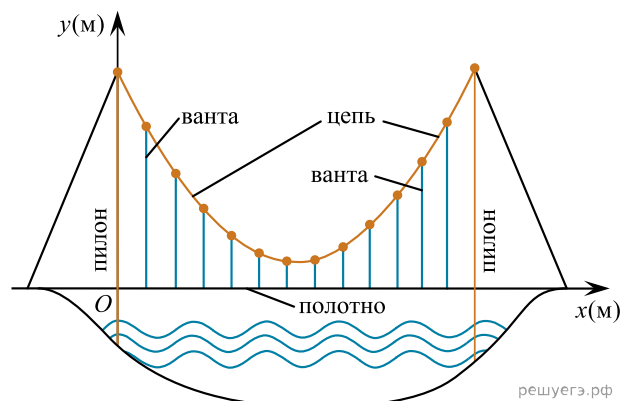
К источнику с ЭДС  $\mathcal{E} = 65 \text{ В}$  и внутренним сопротивлением  $r = 0,5 \text{ Ом}$ , хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R \text{ Ом}$ . Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой  $U = \frac{\mathcal{E}R}{R+r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 60 В? Ответ выразите в омах.

**71. Тип 9 № 324467**

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами.

Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке.

В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение  $y = 0,005x^2 - 0,74x + 25$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 30 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.



**72. Тип 9 № 28489**

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 2$  моля воздуха объемом  $V_1 = 18 \text{ л}$ , медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$  (Дж), где  $\alpha = 9,15$  — постоянная, а  $T = 300 \text{ К}$  — температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10980 Дж?

**73. Тип 9 № 505148**

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 3,2 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , где  $p$  — давление газа в паскалях,  $V$  — объем газа в кубических метрах,  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

**74. Тип 9 № 28357**

Наблюдатель находится на высоте  $h$ , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400 \text{ км}$  — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 8 километров? Ответ выразите в метрах.

**75. Тип 9 № 500894**

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 12 \text{ м}$ . При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3,6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

**76. Тип 9 № 27999**

Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку (в Н·м), определяется формулой  $M = NIBl^2 \sin \alpha$ , где  $I = 2$  А — сила тока в рамке,  $B = 3 \cdot 10^{-3}$  Тл — значение индукции магнитного поля,  $l = 0,5$  м — размер рамки,  $N = 1000$  — число витков провода в рамке,  $\alpha$  — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент  $M$  был не меньше  $0,75$  Н·м?

**77. Тип 9 № 41365**

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м — начальная высота столба воды,  $k = \frac{1}{100}$  — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

**78. Тип 9 № 628770**

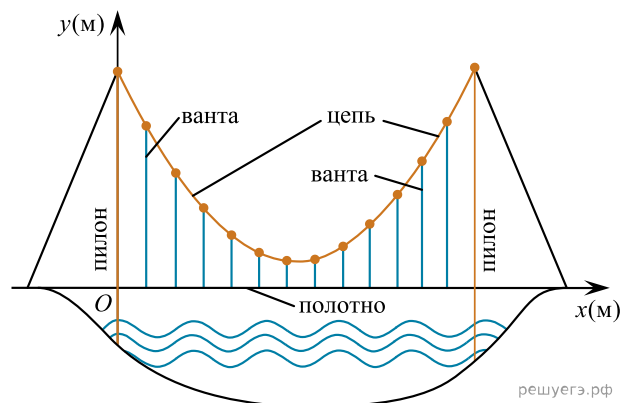
В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 148 мг. Период его полураспада составляет 4 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 37 мг.

**79. Тип 9 № 325730**

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами.

Введём систему координат: ось  $Oy$  направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке.

В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение  $y = 0,0025x^2 - 0,53x + 33$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 90 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



**80. Тип 9 № 517234**

Автомобиль, масса которого равна  $m = \square 2000$  кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение  $t$  секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь  $S = 1000$  метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю (тяги двигателя), равно  $F = \frac{2mS}{t^2}$ . Определите время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила  $F$ , приложенная к автомобилю, равна 1600 Н. Ответ выразите в секундах.

**81. Тип 9 № 28477**

Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_{\text{п}} = 25^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,5$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$ , вода охлаждается от начальной температуры  $T_{\text{в}} = 85^\circ\text{C}$  до температуры  $T$ , причём  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,4$  — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 140 м.

**82. Тип 9 № 510982**

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

**83. Тип 9 № 27969**

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому  $P = \sigma ST^4$ , где  $P$  — мощность излучения звезды (в ваттах),  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а  $T$  — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $\frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а мощность её излучения равна  $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$ . Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

**84. Тип 9 № 624109**

Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$ , где  $v_0 = 16 \text{ м/с}$  — начальная скорость мячика, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 8,6 м на расстоянии 1 м?

**85. Тип 9 № 42107**

В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 96 \text{ Ом}$ . Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1 \text{ Ом}$  и  $R_2 \text{ Ом}$  их общее сопротивление дается формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (\text{Ом})$ , а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 24 Ом. Ответ выразите в омах.

**86. Тип 9 № 510825**

Гоночный автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a \text{ км/ч}^2$ . Скорость  $v$  в конце пути вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь в км. Определите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 250 метров, приобрести скорость 60 км/ч. Ответ выразите в  $\text{км/ч}^2$ .

**87. Тип 9 № 525114**

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 256 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

**88. Тип 9 № 319859**

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5.

Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

**89. Тип 9 № 28017**

При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20 \text{ м}$ . При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

**90. Тип 9 № 42997**

В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора  $C = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$ . Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением  $R = 2 \cdot 10^6 \text{ Ом}$ . Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 30 \text{ кВ}$ . После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U \text{ (кВ)}$  за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U} (\text{с})$ , где  $\alpha = 1,4$  — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 25,2 с. Ответ дайте в киловольтах.

**91. Тип 9 № 28010**

Катер должен пересечь реку шириной  $L = 100$  м и со скоростью течения  $u = 0,5$  м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением  $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$ , где  $\alpha$  — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

**92. Тип 9 № 518908**

Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому  $P = \sigma ST^4$ , где  $P$  — мощность излучения звезды (в ваттах),  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$  — постоянная,  $S$  — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а  $T$  — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна  $\frac{1}{729} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а мощность её излучения равна  $5,13 \cdot 10^{25}$  Вт. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

**93. Тип 9 № 509622**

Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p = 600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700\,000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $g(q) = q(p - v) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 500 000 руб.

**94. Тип 9 № 516377**

Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}$ , где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  — средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  — оценка магазина, данная экспертами,  $K$  — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,56.

**95. Тип 9 № 28289**

Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 1500$  тонн представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 15$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где  $m$  — масса экскаватора (в тоннах),  $l$  — длина балок в метрах,  $s$  — ширина балок в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 200 кПа. Ответ выразите в метрах.

**96. Тип 9 № 42867**

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) — давление газа,  $V$  — объём газа в кубических метрах,  $a$  — положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  уменьшение в 3 раза объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 27 раз?

**97. Тип 9 № 43795**

Катер должен пересечь реку шириной  $L = 49$  м и со скоростью течения  $u = 0,7$  м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением  $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$ , где  $\alpha$  — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 70 с?

**98. Тип 9 № 42519**

При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , где  $l_0 = 85$  м — длина покоящейся ракеты,  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с — скорость света, а  $v$  — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала не более 68 м? Ответ выразите в км/с.

**99. Тип 9 № 637813**

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведра в м/с,  $L$  — длина веревки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 90 см? Ответ запишите в метрах в секунду.

**100. Тип 9 № 28453**

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением  $pV^{1.4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм.) — давление газа,  $V$  — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 16 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

**Ключ**

№ п/п	№ задания	Ответ
<u>1</u>	<a href="#">519511</a>	54
<u>2</u>	<a href="#">513941</a>	0,018
<u>3</u>	<a href="#">28345</a>	84000
<u>4</u>	<a href="#">559598</a>	32
<u>5</u>	<a href="#">27992</a>	2
<u>6</u>	<a href="#">689080</a>	4
<u>7</u>	<a href="#">43101</a>	11,2
<u>8</u>	<a href="#">510488</a>	4000
<u>9</u>	<a href="#">43049</a>	34
<u>10</u>	<a href="#">42215</a>	21
<u>11</u>	<a href="#">28014</a>	0,67
<u>12</u>	<a href="#">505403</a>	1,62
<u>13</u>	<a href="#">526010</a>	125
<u>14</u>	<a href="#">672866</a>	0,29
<u>15</u>	<a href="#">41791</a>	3,9
<u>16</u>	<a href="#">27953</a>	25
<u>17</u>	<a href="#">651056</a>	12
<u>18</u>	<a href="#">28015</a>	40
<u>19</u>	<a href="#">513897</a>	0,169
<u>20</u>	<a href="#">42855</a>	0,75
<u>21</u>	<a href="#">523991</a>	30
<u>22</u>	<a href="#">42993</a>	2
<u>23</u>	<a href="#">42377</a>	821
<u>24</u>	<a href="#">524069</a>	0,05
<u>25</u>	<a href="#">679792</a>	151
<u>26</u>	<a href="#">325725</a>	15,2
<u>27</u>	<a href="#">43273</a>	30
<u>28</u>	<a href="#">27957</a>	1,2
<u>29</u>	<a href="#">563892</a>	7
<u>30</u>	<a href="#">28379</a>	16
<u>31</u>	<a href="#">510067</a>	7
<u>32</u>	<a href="#">562933</a>	18
<u>33</u>	<a href="#">27982</a>	5000
<u>34</u>	<a href="#">28101</a>	50
<u>35</u>	<a href="#">530821</a>	15
<u>36</u>	<a href="#">541819</a>	90
<u>37</u>	<a href="#">41113</a>	62,5
<u>38</u>	<a href="#">679996</a>	9
<u>39</u>	<a href="#">500252</a>	2,4
<u>40</u>	<a href="#">509497</a>	7
<u>41</u>	<a href="#">28633</a>	30
<u>42</u>	<a href="#">513341</a>	0,5
<u>43</u>	<a href="#">27993</a>	0,05
<u>44</u>	<a href="#">523397</a>	0,875
<u>45</u>	<a href="#">27954</a>	5000
<u>46</u>	<a href="#">317096</a>	0,4
<u>47</u>	<a href="#">42999</a>	3,5
<u>48</u>	<a href="#">621899</a>	45
<u>49</u>	<a href="#">642296</a>	0,67
<u>50</u>	<a href="#">524047</a>	0,18
<u>51</u>	<a href="#">28235</a>	55

<u>52</u>	<a href="#">548380</a>	6400
<u>53</u>	<a href="#">42963</a>	7,6
<u>54</u>	<a href="#">28027</a>	5500
<u>55</u>	<a href="#">41421</a>	42
<u>56</u>	<a href="#">43333</a>	45
<u>57</u>	<a href="#">524018</a>	15
<u>58</u>	<a href="#">27978</a>	2,5
<u>59</u>	<a href="#">630179</a>	3
<u>60</u>	<a href="#">28006</a>	60
<u>61</u>	<a href="#">562754</a>	420
<u>62</u>	<a href="#">41715</a>	7
<u>63</u>	<a href="#">42863</a>	1,25
<u>64</u>	<a href="#">317098</a>	0,625
<u>65</u>	<a href="#">28365</a>	6
<u>66</u>	<a href="#">27996</a>	2
<u>67</u>	<a href="#">517215</a>	6000
<u>68</u>	<a href="#">41197</a>	1,45
<u>69</u>	<a href="#">28599</a>	60
<u>70</u>	<a href="#">661821</a>	6
<u>71</u>	<a href="#">324467</a>	7,3
<u>72</u>	<a href="#">28489</a>	4,5
<u>73</u>	<a href="#">505148</a>	8
<u>74</u>	<a href="#">28357</a>	5
<u>75</u>	<a href="#">500894</a>	25
<u>76</u>	<a href="#">27999</a>	30
<u>77</u>	<a href="#">41365</a>	100
<u>78</u>	<a href="#">628770</a>	8
<u>79</u>	<a href="#">325730</a>	5,55
<u>80</u>	<a href="#">517234</a>	50
<u>81</u>	<a href="#">28477</a>	55
<u>82</u>	<a href="#">510982</a>	5000
<u>83</u>	<a href="#">27969</a>	4000
<u>84</u>	<a href="#">624109</a>	60
<u>85</u>	<a href="#">42107</a>	32
<u>86</u>	<a href="#">510825</a>	7200
<u>87</u>	<a href="#">525114</a>	8
<u>88</u>	<a href="#">319859</a>	35
<u>89</u>	<a href="#">28017</a>	37,5
<u>90</u>	<a href="#">42997</a>	3,75
<u>91</u>	<a href="#">28010</a>	45
<u>92</u>	<a href="#">518908</a>	9000
<u>93</u>	<a href="#">509622</a>	4000
<u>94</u>	<a href="#">516377</a>	0,8
<u>95</u>	<a href="#">28289</a>	2,5
<u>96</u>	<a href="#">42867</a>	3
<u>97</u>	<a href="#">43795</a>	45
<u>98</u>	<a href="#">42519</a>	180000
<u>99</u>	<a href="#">637813</a>	3
<u>100</u>	<a href="#">28453</a>	0,5