ECRITURE D'UN ENTIER POSITIF DANS UNE BASE $b \geq 2$

Consigne : ce document est à compléter.

1. Le système décimal

Nous l'utilisons pour compter quotidiennement.

Cette base 10 comporte 10 chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Avec ces derniers, on peut compter jusqu'à 9. Si l'on souhaite aller au-delà de 9, il faut **changer de rang**.

Base : . . . . . . **(Digit)** **Eléments de la base** : . . . .

Exemple : $(2\,439)_{10}$

Compléter le tableau suivant :

Nombre dans la base 10				
Rang				
Poids				
Nombre				

2. Le système binaire

C'est avec ce langage que les ordinateurs fonctionnent. Il consiste à utiliser deux états pour coder les informations (0 ou 1).
C'est un système très répandu dans le domaine technique car il correspond aux états logiques qui peuvent s'interpréter sous la forme :

- ouvert / fermé,
- oui / non,
- vrai / faux
- le courant passe / ne passe pas

Base : . . . . . . **(Bit)** **Eléments de la base** : . . . .

Exemple : $(1010)_2$

Compléter le tableau suivant :

Nombre dans la base 2				
Rang				
Poids				
Nombre (base 10)				

Dans un système binaire, la valeur d'un bit, appelé **poids** dépend de la position du bit en partant de la droite. Le poids d'un bit croît d'une puissance de deux. (2^n).

La correspondance entre le code décimal et le code binaire se retrouve dans le tableau suivant :

Décimal	**Binaire**			
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

Avec n bits, on peut énumérer 2^n valeurs de 0 à $2^n - 1$

3. Le système hexadécimal

Ce système permet d'exprimer des nombres importants avec moins de valeurs que dans le système binaire ou décimal. De plus, dans ce système, on peut coder les éléments de la base sur 4 bits.

Base : ...... **Eléments de la base :** ....

Exemple : $(30F)_{16}$

Compléter le tableau suivant :

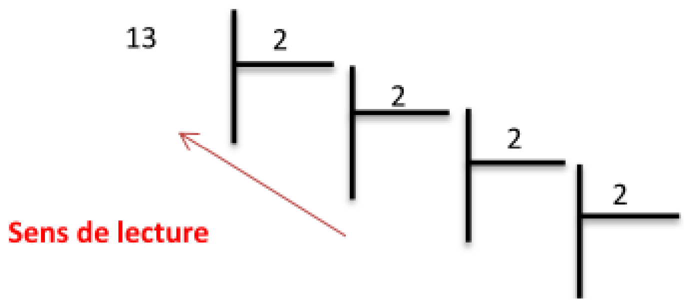
Nombre dans la base 16				
Rang				
Poids				
Nombre (base 10)				

4. Changement de base : Codage décimal en binaire

On effectue des divisions successives par 2 jusqu'à obtenir un quotient nul.
La lecture des restes obtenus de la dernière division à la première donne la conversion binaire recherchée.

Exercice 1 Exprimer le nombre 13_{10} dans la base binaire par la méthode des divisions successives.

13_{10} = ...$_2$

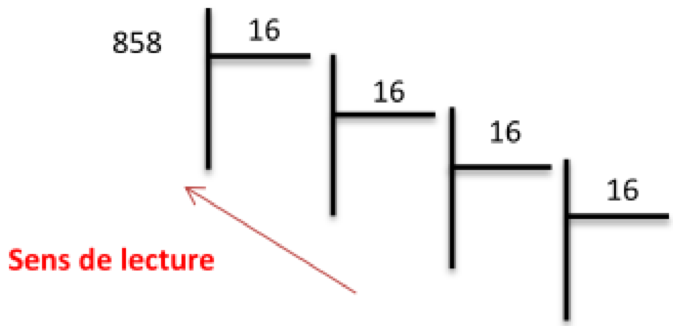


5. Changement de base : Codage décimal en hexadécimal

On effectue comme précédemment des divisions successives par 16 jusqu'à obtenir un quotient nul. La lecture des restes obtenus de la dernière division à la première donne la conversion binaire recherchée.

Exercice 2 Exprimer le nombre $(858)_{10}$ dans la base binaire par la méthode des divisions successives.

$(858)_{10}$ = ...



6. Changement de base : Décodage binaire en décimal

On additionne tous les poids pour lesquels le bit est à la valeur 1.

Exercice 3 Convertir 1101_2 dans la base 10.

1101_2 = ...

7. Changement de base : Décodage hexadécimal en décimal

On multiplie chaque chiffre par le poids de son rang.

Exercice 4 Convertir $43BF_{16}$ dans la base 10.

$43BF_{16}$ = ...

8. Changement de base : Transcodage hexadécimal en binaire

Chaque chiffre hexadécimal correspond à un quartet de bits binaires.

Exercice 5 Convertir $4B2_{16}$ dans la base 2.

$4B2_{16}$ = ...

9. Changement de base : Transcodage binaire en hexadécimal

Il suffit de regrouper par quatre les bits pour former des quartets et les retranscrire en hexadécimal.

Exercice 6 Convertir 111110111100_2 dans la base 16.

111110111100_2 = ...

10. Expression d'un nombre dans une base

On part d'une base B avec B chiffres $C_0, C_1, ..., C_{B-1}$

On construit ensuite les nombres avec la relation $X = \sum_{-\infty}^{+\infty} n_j B^j$

- n_j est puisé dans la base B
- B^j est le poids
- j est le rang

Nombre dans la base B	C_c	C_b	C_a
Rang	2	1	0
Poids	B^2	B^1	B^0
Nombre (base 10)	$C_c \times B^2 + C_b \times B^1 + C_a \times B^0$		