

Solver MES do analizy modalnej

Imię i nazwisko: *Piotr Sikora*

Indeks: 322616

Przedmiot: *Cloud computing*

1. Cel projektu

Celem projektu było do przeprowadzenie analizy modalnej wykorzystując metodę elementów skończonych. Obliczenia zostały wykonane przy użyciu maszyny wirtualnej, postawionej wykorzystując usługi Microsoft Azure. Solver MES został napisany w języku Python.

1.1. Maszyna wirtualna. Maszyna wirtualna została utworzona wykorzystując usługi Microsoft Azure. Wybrane zostały podstawowe, najtańsze parametry maszyny. Klucz publiczny SSH pozwalający na bezpieczne logowanie się do maszyny został wygenerowany przy użyciu aplikacji Putty. Solver MES wraz z niezbędnym plikiem wsadowym został przesłany na maszynę przy użyciu oprogramowania FileZilla(rys. 1).

```
Piotr_S@VM-CC:~/Solver$ ls
Input_beam_v2.txt  solver_modalna.py
Piotr_S@VM-CC:~/Solver$ python3 solver_modalna.py
Read input file
Material properties
Density: 1.0
Young modulus: 23.0
Poisson ratio: 0.3
Nodes coordinates: [[0.0, 0.0], [1.0, 0.0], [2.0, 0.0], [3.0, 0.0], [4.0, 0.0], [5.0, 0.0], [6.0, 0.0], [7.0, 0.0], [8.0, 0.0], [9.0, 0.0], [10.0, 0.0], [0.0, 1.0], [1.0, 1.0], [2.0, 1.0], [3.0, 1.0], [4.0, 1.0], [5.0, 1.0], [6.0, 1.0], [7.0, 1.0], [8.0, 1.0], [9.0, 1.0], [10.0, 1.0]]
Connectivity: [[1, 2, 13, 12], [2, 3, 14, 13], [3, 4, 15, 14], [4, 5, 16, 15], [5, 6, 17, 16], [6, 7, 18, 17], [7, 8, 19, 18], [8, 9, 20, 19], [9, 10, 21, 20], [10, 11, 22, 21]]
Prescribed displacements (node, dof, value): [[1, 1, 0.0], [1, 2, 0.0], [12, 1, 0.0]]
Number of nodes: 22
Number of elements: 10
Number of displacement boundary conditions: 3
Piotr_S@VM-CC:~/Solver$ ls
Input_beam_v2.txt  Mode_1.png  Mode_2.png  Mode_3.png  Mode_4.png  solver_modalna.py
```

Rysunek 1: Przeprowadzenie obliczeń na maszynie wirtualnej

2. Krótki opis teoretyczny

Analiza modalna konstrukcji wykonywana jest w celu zdobycia informacji na temat jego częstotliwości drgań własnych oraz postaci drgań związanych z tymi częstotliwościami. Aby uzyskać te informacje rozwiązuje się tzw. zagadnienie własne.

Działanie solvera wygląda następująco:

Najpierw należy dołączyć odpowiedni plik wsadowy .txt, który będzie zawierał informacje o materiale, położeniu węzłów, budowie siatki oraz warunkach brzegowych. Ważne, aby te informacje znajdowały się w odpowiednich polach w pliku wsadowym, tzn. informacji o materiale podaje się po wyrażeniu **Material,properties*, informacje o położeniu węzłów po wyrażeniu **Node*, informacje o siatce elementów po

wyrażeniu **Element*, natomiast informacja o warunkach brzegowych po wyrażeniu **Boundary* *of*.

Stworzony solver posiada w obecnej wersji następujące ograniczenia:

- Obliczenia tylko 2D
- Obliczenia przeprowadza tylko dla elementów płaskich czworokątnych pierwszego rzędu
- Zawsze sprowadza macierz masową elementu do postaci skupionej

Przed przystąpieniem do obliczeń program zastępuje macierz masową konsystentną elementu macierzą masy skupionej wykorzystując metodę sumowania po wierszu macierzy

$$M_{ii} = \sum_j M_{ij}$$

Dzięki temu sprowadzeniu do macierzy diagonalnej, prostsze będzie obliczenie $M^{1/2}$.

Równanie drgań własnych ma postać:

$$M\ddot{x} + Kx = 0$$

Należy następnie podstawić:

$$H = M^{-1/2}KM^{-1/2}$$

dzięki czemu H jest macierzą dodatnio określoną i można wykonać rozkład spektralny:

$$H = Q\Lambda Q^T$$

Macierz Q jest macierzą ortogonalną, natomiast macierz Λ jest macierzą diagonalną. Wartości na przekątnej macierzy Λ to podniesione do kwadratu częstotliwości drgań własnych badanego układu, natomiast macierz Q zawiera wektory postaci drgań r_i . Ugięcia (ich wartości nie należy w żaden sposób interpretować jako prawdziwych wartości ugięć) w i-tym modzie drgań dostajemy w następujący sposób:

$$u_i = M^{-1/2}r_i$$

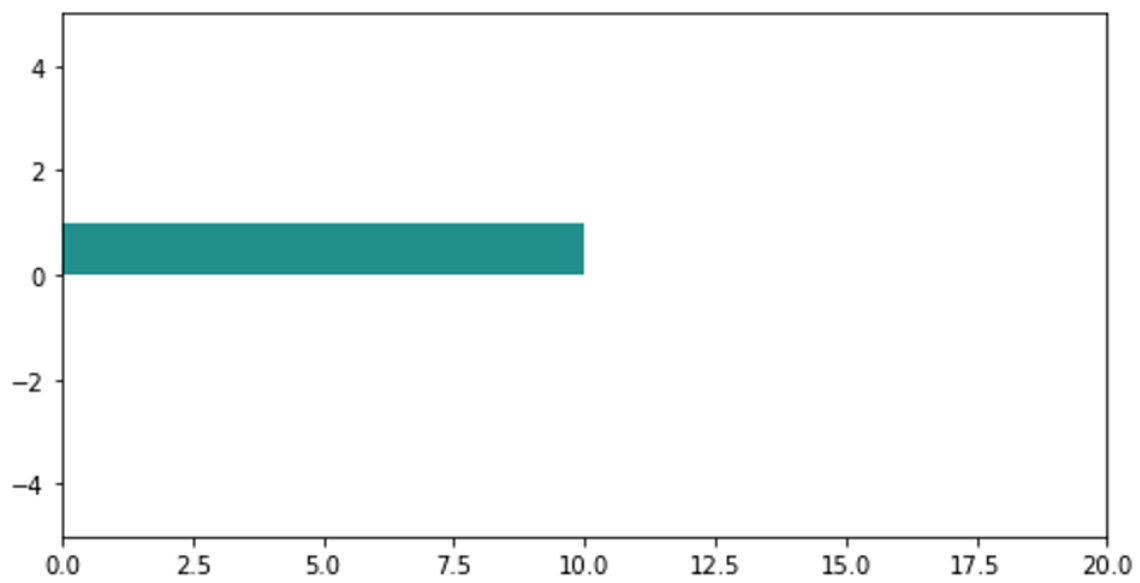
3. Przykład

Jako przykład przeprowadzono analizę modalną belki o długości 10 (rys. 2) (przykład z punktu 8.2.12).

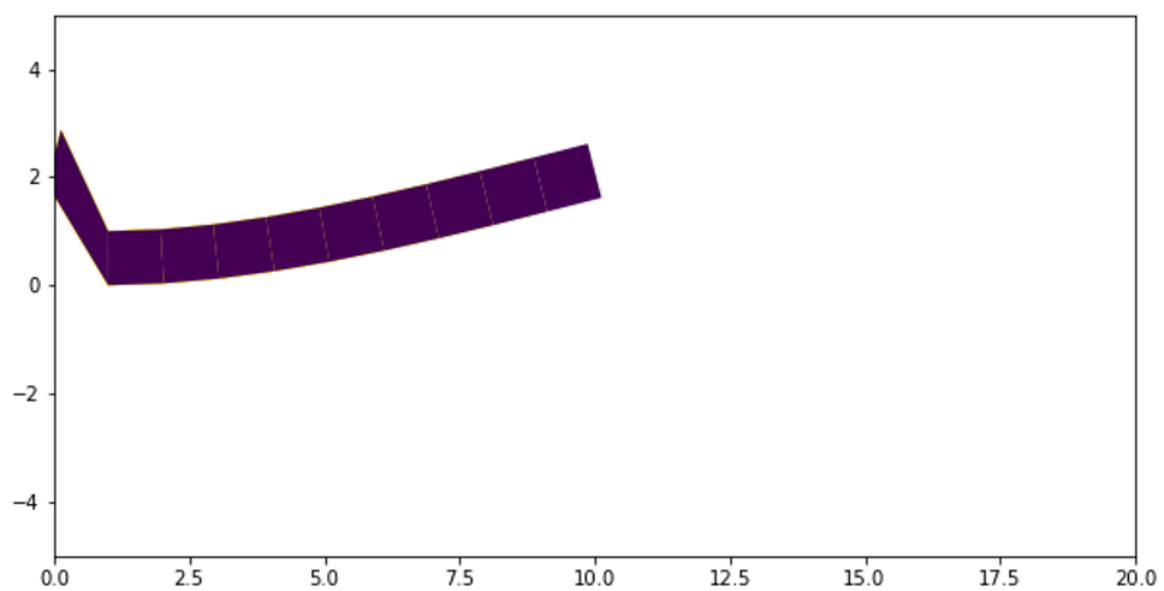
Siatka składała się z 10 elementów czworokątnych pierwszego rzędu. Belka została utwierdzona na lewej krawędzi. Parametry materiałowe były następujące:

- Moduł E = 23
- Gęstość: 1
- współczynnik Poissona: 0.3

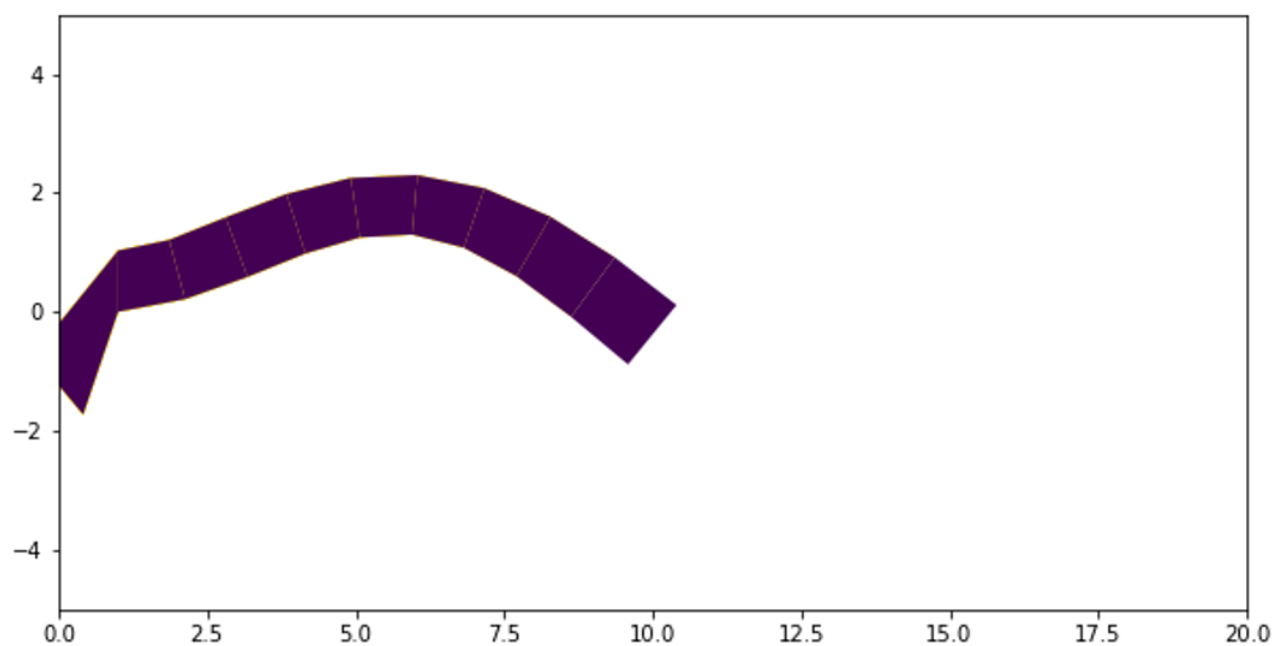
Pierwsze 4 częstotliwości drgań własnych wynoszą: 0.0669Hz, 0.3869Hz, 0.8382Hz, 0.9802Hz. Odpowiadające im 4 postaci drgań własnych znajdują się na rys 3, 4, 5, 6.



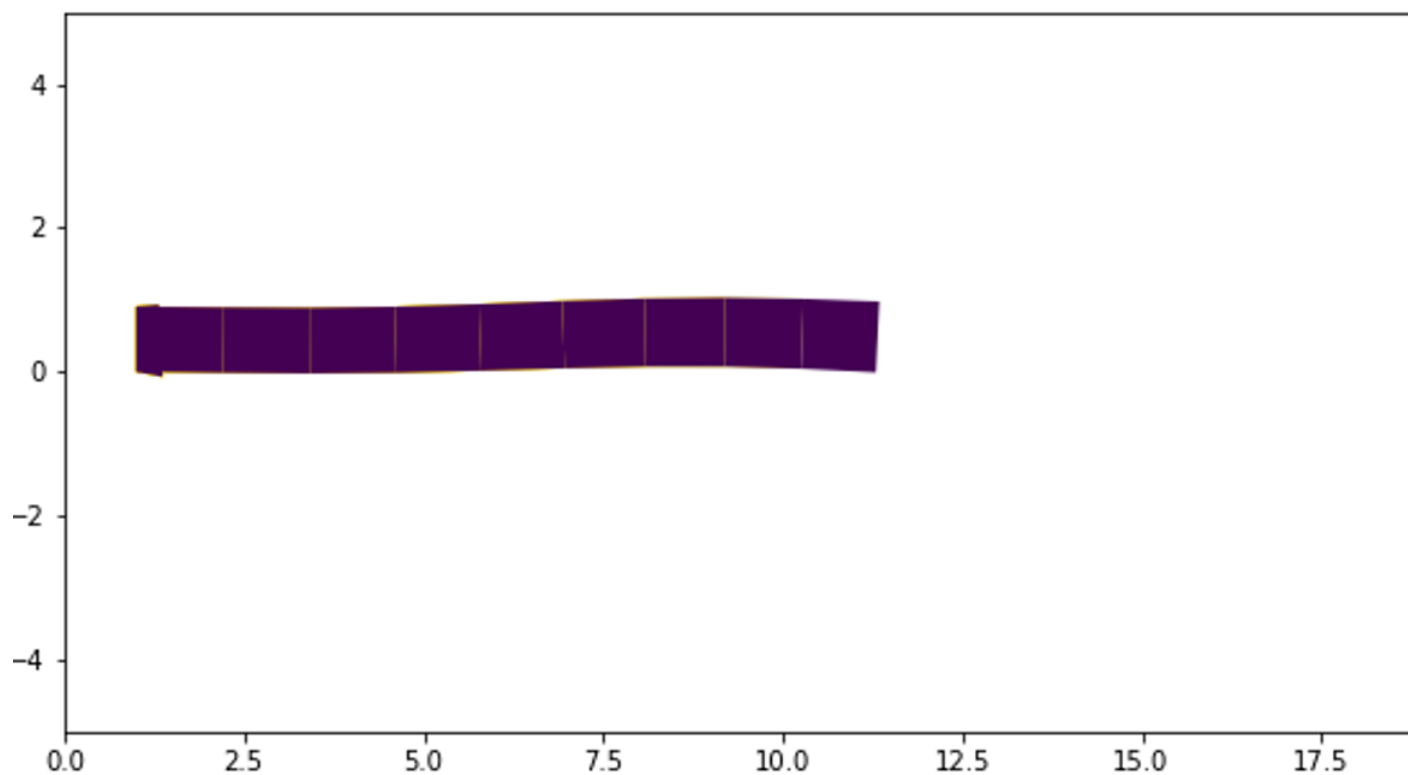
Rysunek 2: Badana belka.



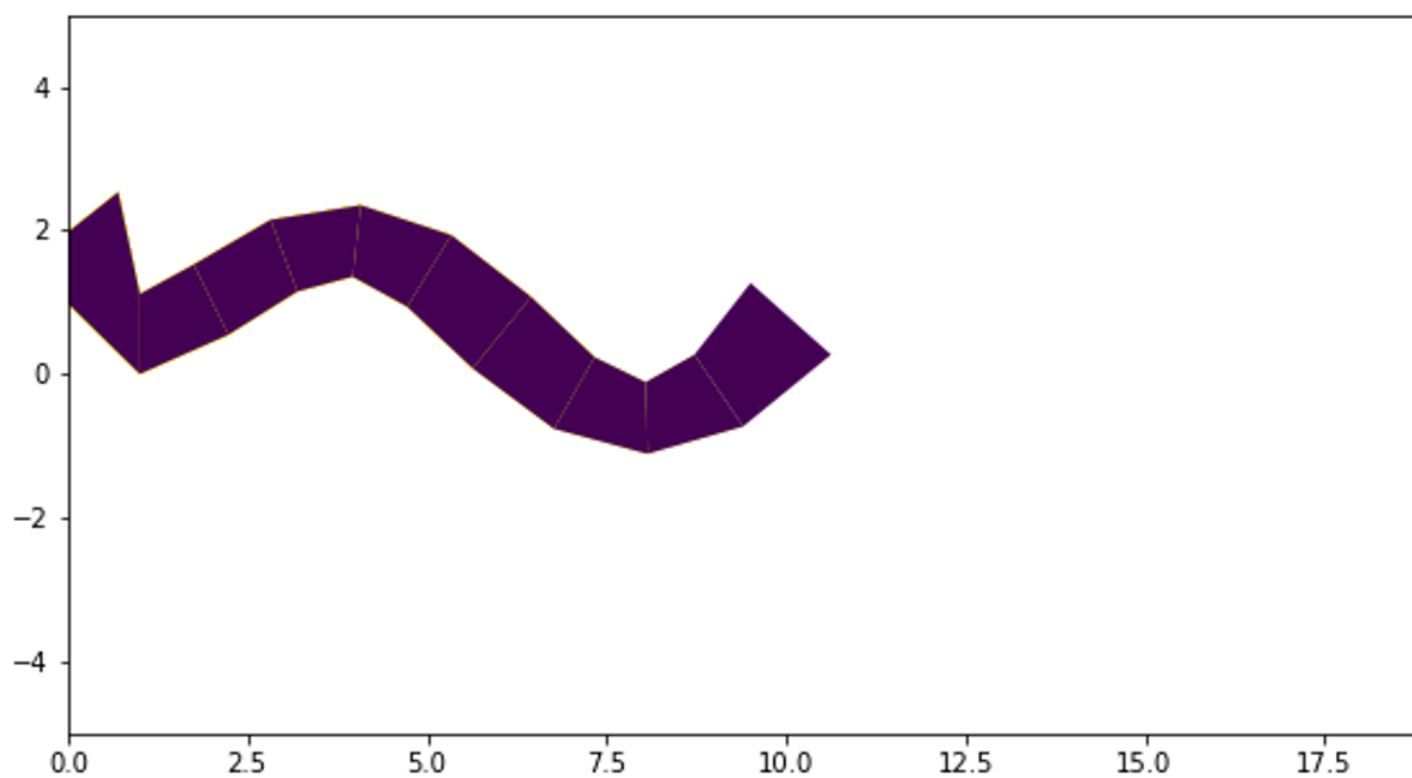
Rysunek 3: Pierwsza postać drgań.



Rysunek 4: Druga postać drgań.



Rysunek 5: Trzecia postać drgań.



Rysunek 6: Czwarta postać drgań.