MDL – lista 14

2. Niech G będzie grafem, a $\bar{G}$ jego dopełnieniem. Niech G i $\bar{G}$ będą grafami planarnymi.

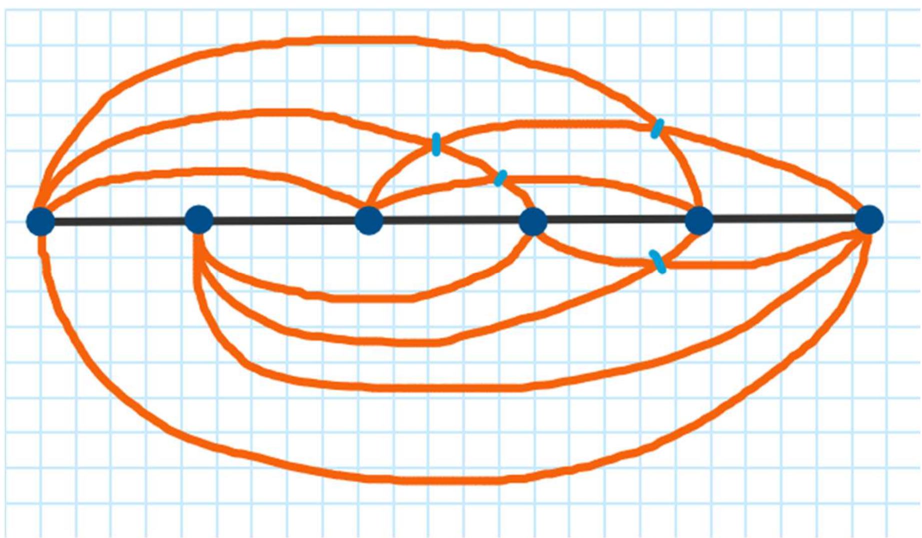
Niech H będzie grafem pełnym powstałym przez złączenie G oraz $\bar{G}$. Wówczas wiemy, że liczba krawędzi H wynosi $\frac{n(n-1)}{2}$, gdzie n to liczba wierzchołków.

Załóżmy, że G ma minimalne 11 wierzchołków. Wówczas H ma 55 krawędzi.

Z wykładu wiemy, że graf planarny ma maksymalnie $3n-6$ krawędzi. Wówczas:

$|E(G)| \leq 27$ oraz $|E(\bar{G})| \leq 27$, czyli: $|E(G)| + |E(\bar{G})| \leq 54$, a to daje nam sprzeczność, bo H ma 55 krawędzi dla $n = 11$.

4.



Minimalna liczba przecięć dla grafu pełnego o n wierzchołkach to: $\frac{n(n-2)^2(n-4)}{48}$, gdzie n jest parzyste.

Możemy usunąć z tego grafu 3 krawędzie tak, aby otrzymać graf planarny H, gdzie każda z usuniętych krawędzi nie należy do tej samej pary wierzchołków co inna.