5、

(1) $300=10X+20Y$

$U=f(X,Y)=X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$

$\max U=f(X,Y)=X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$

$300=10X+20Y$

$MRS_{XY}=\frac{\frac{2}{3}X^{-\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}X^{\frac{2}{3}}Y^{-\frac{2}{3}}}=\frac{P_X}{P_Y}=\frac{10}{20}$

$Y=\frac{1}{4}X$ $\begin{cases}X=20\\Y=5\end{cases}$

(2) $U=X+3Y$

$\max U=f(X,Y)=X+3Y$

$300=10X+20Y$

$MRS_{XY}=\frac{1}{3}<\frac{P_X}{P_Y}=\frac{10}{20}$

$X=0$

$Y=15$

(3) $U=\min(X,\frac{Y}{2})$

$U=f(X,Y)=\min(X,\frac{Y}{2})$

$300=10X+20Y$

$Y=X=10$