

线性电阻电路的分析方法和电路定理

游戏开始【START】

装备：

(注：从根本上说，电荷 q 和能量 w 是描述电现象的原始变量，为便于描述电路，从 q 和 w 引入电路变量 i ， u 和 p 。其中电流、电压、功率的微积分定义式以及 $p=ui$ 这四个式子是集总电路问题中最基本、普遍适用的公式，不论电路是线性的还是非线性的，时不变的还是时变的。)

电流 i ($i = \frac{dq}{dt}$)，电压 u ($u = \frac{dw}{dq}$)

电荷 q 、能量 w 、磁链 ψ 、时间 t

强化装备：电阻 R ($r = \frac{u}{i}$) & 电导 G ($g = \frac{i}{u}$)、功率 P ($p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = ui$)

游戏基本规则：

(注：基尔霍夫定律与元件的VCR是解决一切集总电路的基本依据，理论上可以解决所有电路的电压电流问题)

基尔霍夫定律 (KCL+KVL)、欧姆定律 ($i = \frac{u}{r}$)

游戏内容：

(注1：尽管大多数专业书都厚如砖头，但是其中的各种繁杂公式可能追本溯源都是那么几个最基本最原始的公式再加上使用条件，适用范围、或者是与其他知识互相结合而推导出来的。按我的拙见，电路原理无乱如何也离不开欧姆与基尔霍夫两大定律，这两个定律就是支撑这门课程的树干一般的存在。)

(注2：电路分析三大基本方法：相量法，叠加方法（理论基础即叠加定理），分解方法（替代定理在这一方法中起着重要作用）)

• 电路等效变换：

(两个单口（二端）网络 $N1$ 和 $N2$ ，如果 $N1$ 端钮的VCR（电压电流关系）与 $N2$ 端钮的VCR完全相同，则 $N2$ 就和 $N1$ 是相互等效的。至于 $N1$ 和 $N2$ 的内部结构可以完全不同。)

(串并联电阻，电源等效，戴维南、诺顿定理都是由前面的基本定义导出的，Y- Δ 变换是等效概念运用于三端网络的结果)。

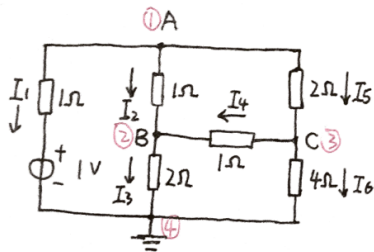
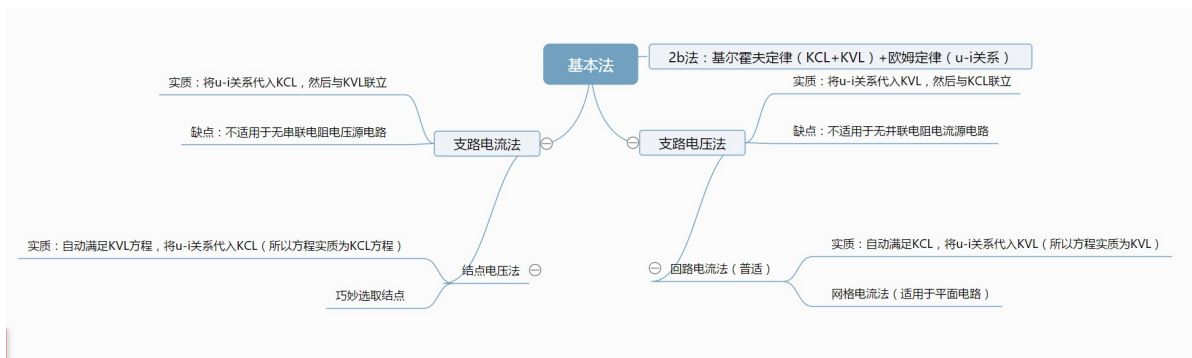
电阻等效变换： 串联 ($R_{总}=R1+R2+R3+.....$)、并联 ($\frac{1}{R} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} +.....$)、

Y- Δ 变换；

电源等效变换： 电压源和电阻串联与电流源和电阻并联电路之间的变换

• 线性电阻电路分析方法：

(两类约束是解决集总电路的基本依据。但是由基本依据求解电路参数大多时候方程式的数量繁多，我们当然希望求解一个电路问题所需联立方程越少越好。联立方程是独立的。因此我们采取一些“前置、限制条件”总结归纳出几种求解电路的基本方法，由此求解具有某些特征的电路，运用不同的方法使得运算量大大减少。但是值得注意的是，我们在将方法改进的同时，也增添了许多限制因素，使得改进的方法拥有局限性，局限性即下图中的缺点，这同时也是我们在解题的同时应该注意的。)



将电流 $I_1 \sim I_6$ 对应支路称支路 1~6
支路上的电压分别为电压 $U_1 \sim U_6$
 b 条支路, n 个节点.

$u \sim i: (b)$

2b法: $U_1 = 1 + I_1$ $U_2 = I_2$ $U_3 = 2I_3$ $U_4 = I_4$ $U_5 = 2I_5$ $U_6 = 4I_6$

KCL: $(n-1)$

A: $I_1 + I_2 + I_5 = 0$ B: $-I_2 + I_3 - I_4 = 0$ C: $I_4 - I_5 + I_6 = 0$

KVL: $(b-n+1)$

$U_1 - U_2 - U_3 = 0$ $U_2 - U_4 - U_5 = 0$ $U_3 + U_4 - U_6 = 0$

支路电流法: $u-i$ 代入 KVL 再与 KCL 联立. \rightarrow 解出 b 个支路电流
不易适用于含无并联电阻电流源 ($R \rightarrow \infty$)

KCL (同 2b 法): ① $I_1 + I_2 + I_5 = 0$ ② $-I_2 + I_3 - I_4 = 0$ ③ $I_4 - I_5 + I_6 = 0$

KVL (即 $u-i$ 代入 KVL): 顺时针: $-I_1 + I_2 + 2I_3 = 1$ $-I_2 + 2I_5 + I_4 = 0$ $-2I_3 - I_4 + 4I_6 = 0$

• 叠加定理:

反应线性电路最根本性质的原理。在线性电路中, 电路的响应 (即任一支路的电压 u 或电流 i) = 比例常数 电路的激励 (即作用的电路的电压源电压 u_s 或者电流源电流 i_s) 的叠加和。 (举不恰当的数学例子, 正比例函数 $y=kx$, k 是常数, 二次函数 $y=kxx$, 第一个 kx (与正比例函数中的 k 做比较) 是变量。所以 $u=ri$ 类比正比例函数, $p=ri^2$ 类比二次函数。根据数学函数性质, p 的求解就不符合“叠加”的要求, 因为它不具有正比例函数那种线性关系。但是求解电路功率, 可以先分别求出每一电源单独作用时对电路提供的功率, 再进行叠加)

• 戴维南与诺顿定理:

作用都是如何化简含源线性单口网络的。戴维南定理最大的功劳在于论证了含源线性单口网络, 在端口处 u 、 i 为关联参考方向的前提下, 其 VCR 具有 $u=Ai+B$ 这一普遍形式。诺顿定理的功劳实质上是论证了这一形式的 $i=u/A-B/A$ 。 (其中 B 是开路电压, A 是单口网络内部电源置零时的等效电阻)

• 替代定理:

在一个给定的电路中, 若已知某一支路 (或单口网络) 的电压 u 和电流 i , 则该支路 (或单口网络整体) 可以用一个电压源 u , 或一个电流源 i , 或一个电阻 $R=u/i$ 来置换。 **注意, 替代并非等效!! 这是两个不同的概念!!! (另一种定义表述方法: 替代定理表述, 在任意一个具有唯一解的电路中, 若已知某支路 k 的电压 u_k 、电流 i_k , 并且该支路与电路中的其他支路不存在着耦合作用, 则无论该支路由什么元件构成, 都可以用一个端电压为 $u_s=u_k$ 的独立电压源或电流为 $i_s=i_k$ 的独立电流源来替代, 电压源的极性与原支路电压极性相同, 电流源的电流方向则与原支路电流方向相同。)

- 替代定理与等效变换的区别与联系:

043 置换定理

例 16 图 04-31 所示电路,各参数均已知。(1)试求电流 i 和电压 u ; (2)试根据置换定理将 $6\text{k}\Omega$ 电阻置换为其他元件。

解: (1) $i = \frac{10\text{V}}{4\text{k}\Omega + 6\text{k}\Omega} = 1\text{mA}$
 $u = (1\text{mA})(6\text{k}\Omega) = 6\text{V}$

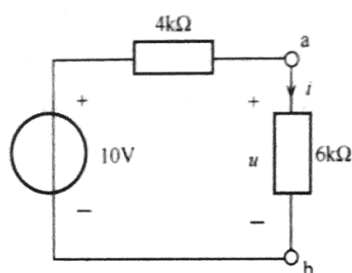


图 04-31

(2) 根据置换定理,凡能满足 1mA 和 6V 条件的元件或元件组合均可置换原电路中的 $6\text{k}\Omega$ 电阻。几种可能的情况如图 04-32 所示。

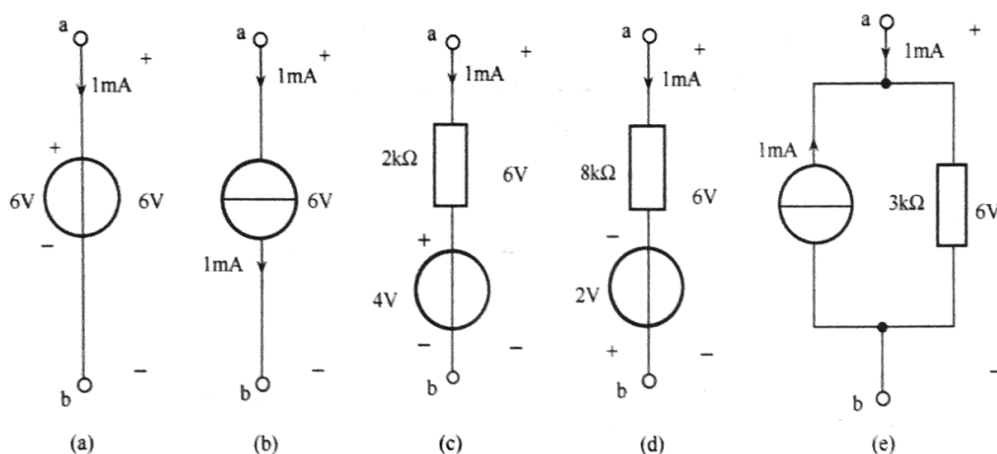


图 04-32

注 尽管读者还能有其他的解答,但最有实用价值的只有(a)、(b)两种情况,其他解答中用更为复杂的电路去置换一个原很简单的电阻元件似无必要。相反地,倒是希望较为复杂的被置换的部分,能用一个电压源或电流源去替换,达到简化电路计算的目的。这便是分解方法的一个重要理论基础。

由于电压源流过的电流可为任意值(电压源定义),而电流源两端的电压可为任意值(电流源定义),用电压源或用电流源去置换,可以根据方便任意选用。

必须强调,置换与等效是两个不同的概念,等效的定义见 02 解题提要 2。能说图 04-31 中的 $6\text{k}\Omega$ 电阻和图 04-32 中的任一电路是等效的吗? 能说一个电阻和一个电压源的 VCR 是完全相同的吗? 它们只是在图 04-31 的这一特定、已知的电路中可以相互替换而保证该处的 $u=6\text{V}$ 和 $i=1\text{mA}$ 不变。如果要用“等效”两字,则只能说是:建立在工作点相同基础上的等效,是一种条件更受限制的等效(参看《简明电路分析基础》226 页)。用 $u-i$ 平面上的曲线也许更能形象地说明问题,在图 04-33 中直线(1)是原电路中 10V 电压源与 $4\text{k}\Omega$ 电阻串联部分的特性曲线,直线(2)

是 $6\text{k}\Omega$ 电阻的特性曲线(参看例 14), 两线的交点 Q 的坐标为 $(6\text{V}, 1\text{mA})$, 称为工作点。直线(3)、直线(4)分别是 6V 电压源和 1mA 电流源的特性曲线, 以它们替换曲线(2), 并不妨害 Q 点的坐标值。其余几个解答也都可分别作出特性曲线与(1)的交点还是 Q 。

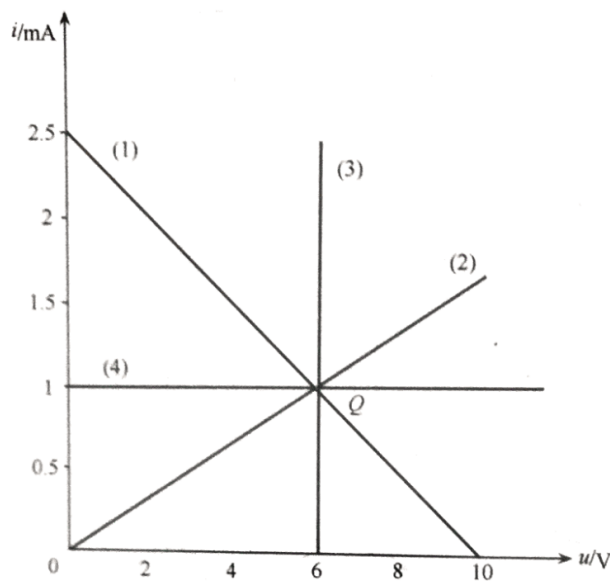


图 04-33

学习置换定理最好先从例题入手, 搞清概念, 如有必要, 再去阅读一般证明。

• 替代定理基本要点:

1. 应用替代定理的必要前提是应用该定理以前和之后所得到的电路中的所有支路电压和电流均应具有唯一解, 这一点对非线性电路应特别加以注意
2. 被替代支路 k 与电路中其他支路不可存在着耦合关系, 即支路 k 中不能有其控制量在支路 k 以外的受控源, 支路 k 以外的受控源, 其控制量也不可在支路 k 中, 支路 k 也不能与其以外支路存在着磁耦合关系。
3. 替代定理适用于集总参数电路, 他们可以是线性, 非线性, 时不变或时变的, 在线性时不变的电路分析问题中, 应用尤为普遍, 当电路中的非线性元件的电压或电流已知时, 可以应用替代定理, 从而把非线性电路变为线性电路来求解。
4. 应用替代定理不会改变原电路的任意支路电压或支路电流, 即替代前后电路中各支路电压和电流均保持不变。替代定理不是电路的一种等效替换。替代定理和第二章的等效变换是不同的。例如若被替代电路的外部情况发生变化, 则原替代可能会失效。

参考资料:

- 《电路分析 习题精解》孙瀚荪 编, 科学出版社
- 《电子电气工程师必知必会》【美】Darren Ashby 著, 尹华杰译, 人民邮电出版社
- 《电路原理》编者: 于歆杰、朱桂萍、陆文娟, 清华大学出版社, 2007年3月第一次印刷