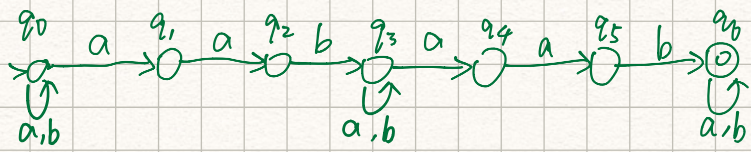
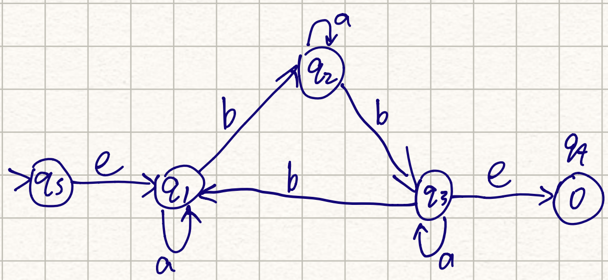
03~04

画出描述 $L=\{x \mid x\in\{a,b\}^*\}$ 且 aab 在 x 中出现至少两次



写出下面有限自动机接受的正则表达式



?

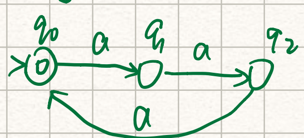
$e\{a\cup b\}^*ba^*ba^*e$

$(a^*ba^*ba^*ba^*)\cup a^*$

判断下列语言是否正则

① $L_1=\{a^{i-j}: i=4j, i,j\in N\}$

正则 可以构造DFA如下： 也可写正则表达式 $(aaa)^*$



② $L_2=\{w: w\in\{a,b\}^* \text{ and } w\neq w^R\}$

若 L_2 正则，则 L_2 的补正则，即 $L_3=\{w: w\in\{a,b\}^* \text{ and } w=w^R\}$ 正则

假设 L_3 正则，那么必定存在 $k\in Z^+$，对 $\forall w\in L_3(|w|\ge k)$ 满足泵定理，

从 L_3 中取出 a^kba^k，显然 $w\in L_3$ 且 $|w|=2k+1>k$

那么 w 可被分为 $w=xyz$，且 $|xy|\le k$，$y\neq\varepsilon$

则 y 必定为 $a^m, m>0$，那么 $xy^2z=a^{k+m}ba^k\notin L_3$，由泵定理 $xy^2z\in L_3$ 矛盾

则 L_3 不为正则，故 L_2 也不为正则.

2004

判断下列语言是否正则

(a) $L=\{a^m b^n \mid m,n\in N, (m-n) \bmod 3 \neq 0\}$

正则 $(aaa)^*(bbb)^* \cup a(aaa)^*b(bbb)^* \cup aa(aaa)^*bb(bbb)^*$

(b) L_1不正则，L_2正则，$L_1\cap L_2$不正则

若$L_1\cap L_2$正则，$L_1=((L_1\cup L_2)-L_2)\cup(L_1\cap L_2)$正则

2005

(a) $L_1=\{a^n b^m : m\equiv n \bmod 2\}$

正则 $(aa)^*(bb)^* \cup a(aa)^*b(bb)^*$

(b) $L_2=\{w\in\{a,b\}^* : w\neq w^R\}$

不正则，只需证明L_2的补不是正则即可.

2006

(a) $L=\{w\in\{a,b\}^* : |n_a(w)-n_b(w)| \bmod 2 \neq 0\}$

正则，L即为所有长度为奇数的字串.

(b) $L=\{w\in\{a,b\}^* : |n_a(w)-n_b(w)\neq 0\}$

不正则，L的补不正则，可取$a^N b^N$用泵定理证明.

2010

$L=\{xcyczz^R \mid x,y,z\in\{a,b\}^*\}$

不正则，考虑 $w=cca^{k-2}b^n b^n a^{k-2}\in L$

$|xy|\leq k$，则 y 几种情况都不符合泵定理

2011

(a) $L_1=\{xy \mid x,y\in\{a,b\}^*, \#x(a)=\#y(a)\}$ 正则，只需xy中a为偶数个即可

(b) $L_2=\{xcy \mid x,y\in\{a,b\}^*, \#x(a)=\#y(a)\}$ 不正则，泵易知.

2010~2011

(a) $L_1=\{xcycz \mid x,y,z\in\{a,b\}^*$ 且 $y=y^R\}$

不正则，可取 $w=ca^{k-1}ba^{k-1}c$，录易知

(b) $L_2=\{xyz \mid x,y,z\in\{a,b\}^*$ 且 $y=y^R\}$

正则，可令 $y=e$，L_2 变为 $\{a,b\}^*$，正则.

2006~2007

(a) $L_1=\{a^k u \mid u\in\{a,b\}^*$ and u 有至少 k 个 a, for $k\geq 1\}$.

不正则，取 $w=a^kba^k$，$y=a^m$，$xy^2z\notin L$

(b) $L_2=\{a^k u \mid u\in\{a,b\}^*$ and u 有至多 k 个 a, for $k\geq 1\}$.

不正则，取 $w=a^kba^k$，$y=a^m$，$xy^0z\notin L$

2012~2013

(a) $L_1=\{a^mb^nc^k \mid m,n,k\in\mathbb{N}$ 且 $m\neq n+k\}$

不正则；L_1 的补易证不正则

(b) $L_2=\{a^mb^nc^k \mid m,n,k\in\mathbb{N}$ 且 $(m\not\equiv(n+k))\bmod 2\}$

正则；正则表达式为 $(aa)^*((bb)^*b(cc)^*\cup(bb)^*(cc)^*c)\cup(aa)^*a((bb)^*b(cc)^*c\cup(bb)^*(cc)^*)$

2013~2014

(a) $L_1=\{uvu^R \mid u,v\in\{a,b\}^+\}$

正则；u 和 u^R 的内容可被 v 吸收，则 $uvu^R=(a\{a\cup b\}\{a,b\}^*a)\cup(b\{a\cup b\}\{a,b\}^*b)$

(b) $L_2=\{uvu \mid u,v\in\{a,b\}^+\}$

不正则；取 $w=a^kbaba^kb$，易录.

2014~2015

(a) $L_1=\{ucv \mid u,v\in\{a,b\}^*, \#_a(u)=2\cdot\#_a(v)\}$

不正则，易录

(b) $L_2 = \{uv \mid u, v \in \{a,b\}^*, \#_a(u) = 2 \cdot \#_a(v)\}$

正则，L_2 相当有3k个a的所有字串， $b^*(b^*ab^*ab^*)^*$

17~18

(a) $L_1 = \{wtw \mid w, t \in \{a,b\}^+\}$

不正则，易录

(b) $L_2 = \{wtw \mid w, t \in \{a,b\}^*\}$

正则，w可取空，t为Σ^*