



## Problema 12

14 Aprile 2025

### Descrizione

Il protocollo pubblico della classe `Board`, che modella la scacchiera per affrontare il *rompicapo delle  $N$  regine*, è definito dal costruttore e dai metodi introdotti a lezione, dove  $i, j$  rappresentano indici interi, rispettivamente di riga e colonna, compresi fra 1 e la dimensione  $N$  della scacchiera:

|                                     |                        |  |
|-------------------------------------|------------------------|--|
| <code>Board b = new Board(n)</code> |                        | creazione di una scacchiera $n \times n$ vuota   |
| <code>b.size()</code>               | : <code>int</code>     | dimensione della scacchiera  |
| <code>b.queensOn()</code>           | : <code>int</code>     | numero di regine collocate sulla scacchiera  |
| <code>b.underAttack(i, j)</code>    | : <code>boolean</code> | la posizione di coordinate $\langle i, j \rangle$ è minacciata?  |
| <code>b.addQueen(i, j)</code>       | : <code>Board</code>   | nuova scacchiera con una regina in posizione $\langle i, j \rangle$ che si aggiunge alla configurazione di $b$ |
| <code>b.arrangement()</code>        | : <code>String</code>  | codifica testuale della configurazione   |

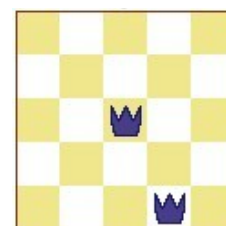
Il file `Queens.java` associato a questo problema realizza la strategia già discussa per contare il numero di soluzioni.

Una rappresentazione interna alternativa delle istanze della classe `Board` si compone di 7 elementi (variabili di istanza):

- la dimensione della scacchiera (`int`);
- il numero di regine collocate nella scacchiera (`int`);
- 4 liste di indici (`IntSList` oppure `SList<Integer>`), per rappresentare rispettivamente le codifiche numeriche delle righe, delle colonne, delle diagonali ascendenti verso destra e delle diagonali discendenti verso destra che sono minacciate da una regina collocata sulla scacchiera;
- la codifica testuale della configurazione secondo le convenzioni in uso da parte degli scacchisti (`String`).

In particolare, righe e colonne possono essere codificate dalle corrispondenti coordinate; le diagonali ascendenti verso destra dalla differenza delle coordinate delle caselle che ne fanno parte, che è invariante per una diagonale di questo tipo; quelle discendenti verso destra dalla somma invariante delle coordinate. In base ai criteri delineati, una possibile rappresentazione della configurazione della scacchiera  $5 \times 5$  illustrata qui a fianco è la seguente, dove le righe sono numerate dal basso verso l'alto a partire da 1, come è consueto nella formulazione schematica dei problemi del gioco degli scacchi:

`< 5, 2, (3, 1), (3, 4), (0, -3), (6, 5), " d1 c3 " >`



In altri termini, dei 7 elementi che caratterizzano la nuova rappresentazione degli oggetti di tipo `Board`, i primi due e l'ultimo sono gli stessi utilizzati nella versione discussa a lezione, mentre le quattro liste di indici sostituiscono il predicato. Questa nuova impostazione consente di controllare se la riga, la colonna, l'una o l'altra diagonale che si incrociano in corrispondenza a una casella della scacchiera di coordinate  $(x, y)$  sono minacciate da qualche regina verificando se le rispettive codifiche (rispettivamente  $x, y, x-y$  e  $x+y$ ) appartengono o meno alle liste appropriate.

Definisci le variabili di istanza della classe `Board` e realizza il costruttore e i metodi del protocollo in base alle indicazioni fornite sopra. Sperimenta quindi il programma per determinare il *numero* di soluzioni del rompicapo delle  $n$  regine e verifica che i risultati siano in accordo con la seguente tabella:

| dimensione ( $N$ )  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6 | 7  | 8  | 9   | 10  |
|---------------------|---|---|---|---|----|---|----|----|-----|-----|
| numero di soluzioni | 1 | 0 | 0 | 2 | 10 | 4 | 40 | 92 | 352 | 724 |