

第二章 线性表





- >掌握线性表的逻辑结构,线性表的顺序存储结构和链 式存储结构的描述方法及其特点;
- >熟练掌握线性表在顺序存储结构和链式存储结构下查 找、插入、删除等基本操作的实现;
- ▶能够从时间和空间复杂度的角度综合比较两种存储结 构的不同特点。



2.1 线性表的定义

线性表(Linear List): 是由n(n≥0)个数据元素(结点)

 a_1 , a_2 , ... a_n 组成的有限序列。该序列中的所有结点具有相 同的数据类型。其中下角标 i 表示该元素在线性表中的位置 或序号,数据元素的个数n称为线性表的长度。

当n=0时,称为空表。

当n>0时,将非空的线性表记作: (a1, a2, ...an) a₁称为线性表的第一个(首)结点,a_n称为线性表的最后一个 (尾)结点。

线性结构是最常用、最简单的一种数据结构。在这种结 构中:

- ① 存在一个唯一的被称为"第一个"的数据元素;
- ② 存在一个唯一的被称为"最后一个"的数据元素;
- ③ 除第一个元素外,每个元素均有唯一一个直接前驱;
- ④ 除最后一个元素外,每个元素均有唯一一个直接后继。

线性表是一种典型的线性结构



Student name list

姓名	学 号	性 别	年龄	成绩
王小林	790631	男	18	88
陈红	790632	女	20	95
刘建平	790633	男	21	76
张立立	790634	男	17	90

逻辑特征



- $L=(a_1,...,a_{i-1},a_i,a_{i+1},...,a_n)$
- ✓ 有限性: 个数是有穷的。 ✓ 相同性:元素类型相同。
- ✓ 相继性:

 a_1 为表中第一个元素,无前驱元素, a_n 为表中最后

一个元素,无后继元素;

对于1<i<n, a_{i-1} 为 a_i 的直接前驱, a_{i+1} 为 a_i 的直接后继。

线性表的基本操作

设L是线性表,e 为数据元素,i 为位置变量。

- 1) 求线性表长度
- 2) 获得第i个位置上的元素
- 3) 按值e进行查找
- 4) 在第i个位置插入e
- 5) 删除第i个位置上的元素

线性表的抽象数据类型定义



ADT List {

Data

 $D = \{a_i, a_i \in ElementType, i=1,2,...,n,n \ge 0\}$

 $R = \{ \langle a_{i-1}, a_i \rangle | a_{i-1}, a_i \in D, i = 2, ..., n \}$

基本操作

InitList(&L)

后件: 构造一个空的线性表L。

求表的长度 ListLength(L)

输出:表的长度;

操作结果: 计算表的长度

8/83

GetElem(L,i,e)

输入: 位置参数i;

输出: e是ElementType类型;

取表L中第i个数据元素赋值给e

初始条件: 1≤i≤ListLength(L)

操作结果: e被赋予表中第i个位置的元素值。

在L中第i个位置插入新的数据元素e

 $\operatorname{ListInsert}(\mathbf{L}, i, e)$

输入: 位置参数i, e是ElementType类型;

初始条件: 1≤i≤ListLength(L)+1

操作结果: 在L中第i个位置插入新的数据元素e,表长加1。

ListDe 输力

删除表中第i个数据元素 ListDelete (L,i)

输入: 位置参数i;

初始条件: 1≤i≤ListLength(L)

操作结果: 删除L中第i个位置的数据元素, 表长减1。

按值查找 SearchElem(*e,i*)

searchElem(e,i)

输入: e是ElementType的类型;

输出: 位置参数i;

初始条件: 1≤ListLength(L)

操作结果: 若e存在表中,返回第一个e的位置为i,否则返回0

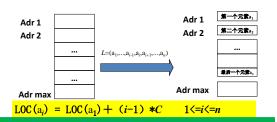
ADT List

10/

2.2 线性表的连续设计存储方式

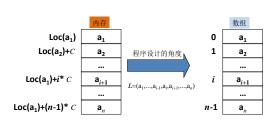


存储方式:将线性表中的元素依次存放在连续的存储空间中。 用这种存储方式存储的线性表又称顺序表。





高级语言环境下,顺序表的实现:数组。



 $LOC(a_i) = LOC(a_1) + (i-1) *C 1 \le i \le n$

12/83



存储特点

• 元素之间逻辑上的关系,用物理上的相邻关系来表示 (用物理上的连续性刻画逻辑关系)。

逻辑上相邻的元素,在物理位置上也相邻。

• 是一种随机访问存取的结构,也就是说可以按元素的位置 之间的关系进行访问, 其位置可以由公式直观的计算出来。

 $LOC(a_i) = LOC(a_1) + (i-1) *C 1 <= i <= n$

Implementation: 利用数组结构实现





顺序表的基本操作

顺序存储结构中,很容易实现 线性表的一些操作:初始化、赋值、 查找、修改、插入、删除、求长度等。



1) 顺序表初始化

```
Status Init_SqList( SqList *L)
{ L->elem_array=( ElemType * )
   malloc(MAX_SIZE*sizeof( ElemType ) );
  if (!L -> elem_array ) return ERROR;
  else { L->length= 0; return OK; }
}
```

建立了一个空表。

2) 在第 i 个位置上插入元素e

在线性表L= $(a_1,...,a_{i-1},a_i,a_{i+1},...,a_n)$ 中的第 $i(1 \le i \le n+1)$ 个位 置上插入一个新结点e,使其成为线性表:

 $L=(a_1,...,a_{i-1},e,a_i,a_{i+1},...,a_n)$

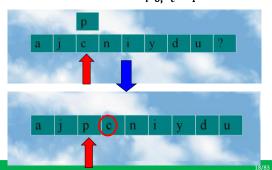
实现步骤

- (1) 将线性表L中的第i个至第n个结点后移 一个位置。
- (2) 将结点e插入到结点a_{i-1}之后。
- (3) 线性表长度加1。

















顺序表实现说明:在第i个位置上插入元素e

InsertElem(L,i,e)

输入: L 是顺序表, i 是插入的位置, e 插入 的数据元素;

初始条件: 0≤i≤L->length

操作结果: 将数据元素e 插入到顺序表的第 i个位置上。

```
int InsertElem(sqlist *L, ElemType x,int i)
{ int j;
 if (L->length>=MAX_SIZE)
  { printf("线性表溢出!\n"); return ERROR; }
  if((i<0)||(i>(L->length)
  { printf("error\n"); return -1;} \\非法位置
  else
  { for (j=L->length-1;j>=i-1;j--)
      L->Elem_array[j+1]=L->Elem_array[j];
    L->Elem_array[i-1]=e; /* 在i-1位置插入结点 */
    L->length++;
    return OK;
```

时间复杂度分析



在线性表L中的第i个元素之前插入新结点,其时间 主要耗费在表中结点的移动操作上,因此,可用结点的 移动来估计算法的时间复杂度。

设在线性表L中的第i个元素之前插入结点的概率为Pi,不失 一般性,设各个位置插入是等概率,则 $P_i=1/(n+1)$,而插入时移 动结点的次数为n-i+1。

总的平均移动次数: $E_{insert} = \sum p_i * (n-i+1) (1 \le i \le n)$

 $\therefore E_{insert} = n/2$.

即在顺序表上做插入运算,平均要移动表上一半结点。当表 长n较大时,算法的效率相当低。

算法的时间复杂度为O(n)。

3) 删除第 i 个位置上的元素



删除线性表 $L=(a_1,...,a_{i-1},a_i,a_{i+1},...,a_n)$ 中的第 $i(1 \le i \le n)$ 个位 置的元素a_i, 使其成为线性表:

 $L=(a_1,...,a_{i-1}, a_{i+1},...,a_n)$

实现步骤

- (1) 将线性表L中的第i+1个至第n个结点依次 向前移动一个位置。
- (2) 线性表长度减1。



Case: i=3





删除第i个位置上的元素



DeleteElem(L, i)输入: 位置 i;

初始条件:表不为空,且

 $0 \le i \le L$ ->length-1

处理结果: 删除位置i上的元素。

时间复杂度分析



删除线性表L中的第i个元素,其时间主要耗费在表 中结点的移动操作上,因此,可用结点的移动来估计算 法的时间复杂度。

设在线性表L中删除第i个元素的概率为 P_i ,不失一 般性,设删除各个位置是等概率,则 $P_{i=1/n}$,而删除时 移动结点的次数为n-i。

则总的平均移动次数: $E_{delete} = \sum p_i^* (n-i) \quad (1 \le i \le n)$

 \therefore E_{delete}=(n-1)/2 .

即在顺序表上做删除运算,平均要移动表上一半结 点。当表长n较大时,算法的效率相当低。

算法的时间复杂度为O(n)。

在插入和删除操作中

- 特别要关注表长及位置。
- ・ 插入:
 - 最坏: i=1,移动次数为n
 - 最好: i=表长+1, 移动次数为0
 - 平均: 等概率情况下, 平均移动次数n/2
- 删除:
 - 最坏: i=1, 移动次数为n-1
 - 最好: i=表长,移动次数为0
 - 平均: 等概率情况下, 平均移动次数(n-1)/2

4) 在顺序表中查找元素e



按值查找



实现步骤

- (1) 依次比较元素e与顺序表L中的每个元素。
- (2) 查找成功,返回e的位置。
- (3) 否则返回查找不成功。



输入: 元素 e;

LocateElem1 (L, e,i)

输出:元素 e的位置: 初始条件: L 不为空:

处理结果:返回元素 e的位置i或不成功-1



int LocateElem1(SqList *L, ElemType e) { i=0; if (L->length==0) return ERROR; while (i<= L->length-1 && e != L-> Elem_array[i]) ++i; if (i<= L->length) return i; else return ERROR;

时间复杂度为O(n)。

5) 在顺序表中查找位置i上的元素



LocateElem2(L, i, e)

输入: 位置 i:

输出: 位置i上的元素e:

初始条件: L非空且

 $0 \le i \le L$ ->length-1;

处理结果:返回位置i上的元素e.

```
DataType LocateElem2(SqList *L, int i, ElemType e)
if (L->length==0) return ERROR;
Else
 If ((i<0)||(i>L->length-1))
  { printf("error\n");
  return ERROR;} \\非法位置
 return L-> Elem_array[i];
```

时间复杂度为O(1)。

顺序表性能分析



- 1) 优点
- 顺序表的结构简单
- 顺序表的存储效率高, 是紧凑结构,无须为表示 节点间的逻辑关系而增加额外的存储空间
- 顺序表是一个随机存储结构(直接存取结构)

2) 缺点

- 在顺序表中进行插入和删除操作时,需要移动数 据元素,算法效率较低。
- 对长度变化较大的线性表,或者要预先分配较大 空间或者要经常扩充线性表,给操作带来不方便。

2.3 线性表的链式存储结构

一组任意的存储单元存储线性表中的数据元素及 其逻辑关系。存储单元可以是连续的,也可以是不连 续的,甚至是零散分布在内存中的任意位置上的。为 了正确表示结点间的逻辑关系,在存储每个结点值的 同时,还必须存储指示其直接后继(或直接前驱)结 点的地址(或位置), 称为指针(pointer)或链(link), 这 两部分组成了链表中的结点结构。



2.3.1 单链表存储



链表是通过每个结点的指针域将线性表的n个结 点按其逻辑次序链接在一起的。

- 只含有一个指针的链表结点称为单链表,
- 指针指向后继元素的地址(或前驱)。

具有一个指针的结点

data next

data: 数据域,存放结点的值。

next: 指针域,存放结点的直接后继的地址。



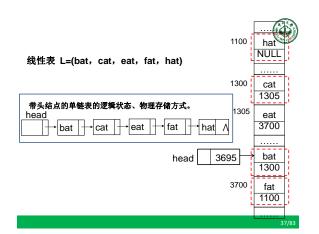


为操作方便, 总是在链表的第一个结点之前附设一个头结点(头 指针)head指向第一个结点。头结点的数据域可以不存储任何信息(或 链表长度等信息)。

由于开始结点的位置被存放在头结点的指针域中,所以在链表的 第一个位置上的操作就和在表的其他位置上操作一致,无须进行特殊

无论链表是否为空,其头指针都是指向头结点的非空指针(空表 中头结点的指针域空),因此可以统一处理空表和非空表。





结点的类型说明

typedef struct Lnode

{ ElemType data; /*数据域,保存

结点的值*/

struct Lnode *next; /*指针域*/

}LNode; /*结点的类型 */

8/83

结点的实现:

结点是通过动态分配和释放来的实现,即需要时分配,不需要时释放。

动态分配: p=(LNode*)malloc(sizeof(LNode));

函数malloc分配了一个类型为LNode的结点变量的空间,并将其首地址放入指针变量p中。

动态释放 free(p);

系统回收由指针变量p所指向的内存区。P必须是最近一次调用malloc函数时的返回值。

结点的操作:

LNode *p;

p=(LNode*)malloc(sizeof(LNode));

p->data=20; p->next=NULL;

常见的指针操作



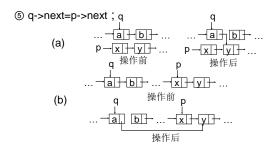
p=p->next; ...-<u>a</u><u>b</u>-<u>a</u><u>b</u> 操作前 操作后

40/83

39/83

(在p结点所在的位置插入: 在p结点前插入)





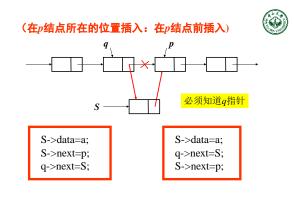
本州场》结片的位置。17万.44占的

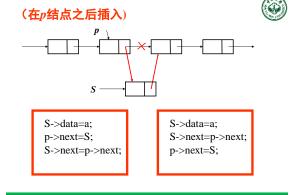
建立新结点。,向新结点中添入内容

查找插入结点的位置p,以及p结点的前驱结点q

将新结点链入链中

42/83





2.3.2 单链表的基本操作



- 建立单链表
- 查找

- 合并

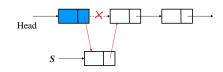


1) 头插入法建立单链表



算法:

- 生成一个头结点 Head 1.
- 2. 生成一个待插入的结点S
- 3. 将S插入在Head后面
- 重复2,3步,直到结束





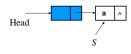
Case: L=(a,b,c,d,e)



Head=(LNode*)malloc(size of(LNode));

Head->next=NULL;

Step 2: insert a

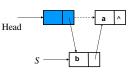


S=(LNode*)malloc (sizeof(LNode));

S->data=a;

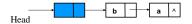
S->next=Head->next; Head->next=S;

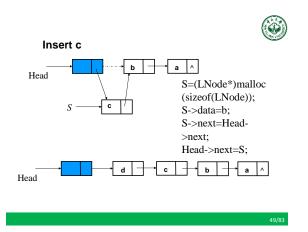
Insert b

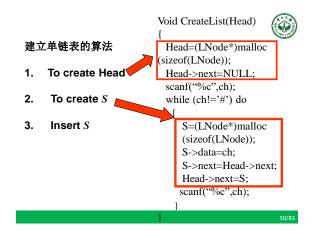


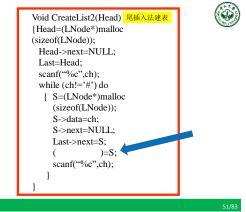
S=(LNode*)malloc(sizeof(LNode)); S->data=b; S->next=Head->next

Head->next=S;





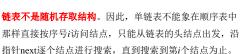




无论是哪种插入方法,如果要插入建立的单线性链表的结点是n个,算法的时间复杂度均为O(n)。

52/83

2) 按序号查找第i个元素



```
输入:位置参数i;
输出:e是ElementType类型;
前件:1≤i≤LenList(L); //表长度
后件:e被赋予表中第i个位置的元素值。
```

Status GetElem_L(LinkList L, int i,DataType &e)
{ LinkList p;
 if ((i<1)||(i> LenList(L)) return ERROR;
 p=L->next; int j=1; 从第一个结点开始查找
 while (j<i) { p=p->next; ++j; }
 e=p->data;
 return OK;
}



改变初始条件:

输入: 位置参数i;

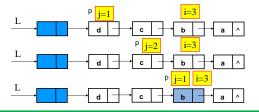
输出: e是ElementType类型;

前件: 1≤i; 长度问题通过判断是否为空来解决

后件: e被赋予表中第i个位置的元素值。

✓ 声明一个指针p指向链表第一个结点; 计数j从1开始;

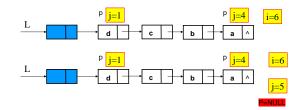
- ✓ 当j<i且p不为空时,让p指针向后移动进行表的遍历,j累加
- ✓ 当j<i且p为空,说明第i个元素不存在;
- ✓ $_{j=i,p}$ 不为空,则查找成功。当 $_{j=i,p}$ 为空,则查找失败。



✓ 声明一个指针p指向链表第一个结点; 计数j从1开始;



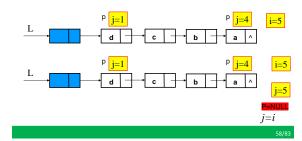
- ✓ 当j<i且p不为空时,让p指针向后移动进行表的遍历,j累加1
- ✓ 当j < i且p为空,说明第i个元素不存在;
- ✓ 当j=i,p不为空,则查找成功。当j=i,p为空,则查找失败。



✓ 声明一个指针p指向链表第一个结点; 计数j从1开始;



- ✓ 当j < i且p为空,说明第i个元素不存在;
- ✓ 当j=i,p不为空,则查找成功。当j=i,p为空,则查找失败。



Status GetElem_L(LinkList L, int i,DataType &e) { LinkList p; if (i<1) return ERROR; p=L->next; int j=1; 从第一个结点开始查找 while $(j<i\&\&p!=NULL) \{ p=p->next; ++j; \}$ if (p!=NULL) {e=p->data; return OK;} else return ERROR;

移动指针p的频度:

i<1时: 0次; i∈[1,n]: i-1次; i>n: n次。

∴ 时间复杂度: O(n)。

3) 查找是否有元素e



输入:	
输出:	
前件:	
后件:	

```
int LinkLocate_L (LinkList L, int e)
{ int i; LinkList p;
 p=L->next; i=1;
 while (p!=NULL \&\& p->data != e)
      {p= p->next; i++;}
 if (p==NULL) { printf ("Not found! \n");
        return(0);
 else { printf ("i=%d\n",i);return (i); }
  算法的时间复杂度为O(n)。
```

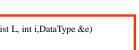


4) 在单链表的第i个位置插入元素



算法基本思想:修改第i-1个位置元素的指针

```
Status GetElem_L(LinkList L, int i,DataType &e)
{ LinkList p;
 if (i<1) return ERROR;
  p=L->next; int j=1; 从第一个结点开始查找
 while (j<i\&\&p!=NULL) \{ p=p->next; ++j; \}
  if (p!=NULL) {e=p->data; return OK;}
  else return ERROR;
                                     P指向哪
                                      个结点?
```

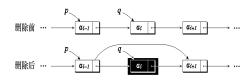


```
Status InserElem (LinkList L, int i,DataType &e)
{ LinkList p;
  if (i<1) return ERROR;
  p=L->next; int j=1; q=L; 从第一个结点开始查找
  while (j<i\&\&p!=NULL) { q=p; p=p>next; ++j; }
  if (p==NULL) return ERROR;
  else {
   s = (LinkList) malloc( sizeof (LNode));
    s->data = e; s->next = q->next;
    q->next = s;
```



5) 删除单链表第i个元素





实际是要修改第i-1个元素的指针。



```
Status DetElem_L(LinkList L, int i)
{ LinkList p;
  if (i<1) return ERROR;
 p=L->next; int j=1; q=L; 从第一个结点开始查找
  while (j<i\&\&p!=NULL) \{ q=p; p=p->next; ++j; \}
  if (p==NULL) return ERROR;
  else {
   q->next = p->next;
```



自查: 熟练单链表上的操作



建立单链表 单链表上按位置查找 单链表上按值查找 删除单链表中的元素 两个递增有序的单链表合并

2.3.3 双向链表



双向链表(Double Linked List): 指的是构成链表的每个结点中设立两个指针域: 一个指向其直接前趋的指针域prior,一个指向其直接后继的指针域next。这样形成的链表中有两个方向不同的链,故称为双向链表。

和单链表类似,双向链表一般增加头指针也能使双链表 上的某些运算变得方便。

将头结点和尾结点链接起来也能构成循环链表,并称之 为双向循环链表。

双向链表是为了克服单链表的单向性的缺陷而引入的。

67/83

双向链表的结点及其类型定义



双向链表的结点的类型定义如下。

typedef struct Dulnode

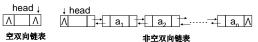
{ ElemType data;

prior data next 双向链表结点形式

struct Dulnode *prior , *next ;

}DulNode;

带头结点的双向链表形式



68/83

双向链表结构具有对称性,设p指向双向链表中的某一结点,则其对称性可用下式描述:

(p->prior)->next=p=(p->next)->prior;

结点p的存储位置存放在其直接前趋结点 p->prior的直接后继指针域中,同时也存放在其直接 后继结点p->next的直接前趋指针域中。

69/83

(1) 双向链表的插入 将值为e的结点插入双向 链表中。插入前后链表的变化如图所示。



插入时仅仅指出直接前驱结点p,操作时必须注意 先后次序是: "先右后左"。部分语句组如下: S->data=e;

S->next=p->next; p->next->prior=S; (蓝色) p->next=S; S->prior=p; (红色)

操作次序非常重要

(2) 双向链表的结点删除



设要删除的结点为p,删除时可以不引入新的辅助指针变量,可以直接先断链,再释放结点。部分语句组如下:

p->prior->next=p->next; p->next->prior=p->prior; free(p);

注意:

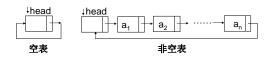
与单链表的插入和删除操作不同的是,在双向 链表中插入和删除必须同时修改两个方向上的指针 域的指向。 2.3.4 循环链表



循环链表(Circular Linked List): 是一种头尾相接的链表。 其特点是最后一个结点的指针域指向链表的头结点,整个链表 的指针域链接成一个环。

从循环链表的任意一个结点出发都可以找到链表中的其它 结点,使得表处理更加方便灵活。

带头结点的单循环链表的示意图如下。



72/8

71/83

循环链表的操作



对于单循环链表,除链表的合并外,其它的操作和 单线性链表基本上一致,仅仅需要在单线性链表操作算 法基础上作以下简单修改:

- (1) 判断是否是空链表: head->next==head ;
- (2) 判断是否是表尾结点: p->next==head ;

双向循环链表的操作

(1) 判断是否是空链表: head->next==head

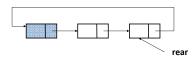
head->prior==head;

(2) 判断是否是表尾结点: p->next==head ;

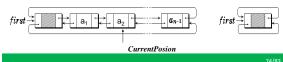
2.3.5 其他形式的循环链表



只有尾结点的循环单链表



具有当前位置指针的双向循环链表





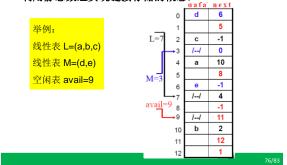
连续设计和链接设计的对比

比较参数	连续设计	链接设计
表的容量	固定,不易扩充	灵活, 易扩充
存取操作	随机访问存取	顺序访问存取
时间	插入删除费时间	访问元素费时间
空间	估算长度,浪费空间	实际长度

2.4 链接存储设计的数组实现

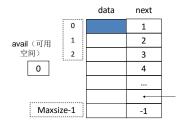


利用静态数组实现链接存储的概念。



结点说明





#define maxsize 1024 \\存储池最大容量

typedef int datatype;

typedef int cursor;

typedef struct \\结点类型

{ datatype data;

cursor next;

} node;

node nodepool[maxsize]; \\存储池

cursor avail;



Initial array nodepool

```
INITIALIZE()
{ int i;
  for (i=0;i<maxsize-1;i++)
    nodepool[i].next=i+1;
  nodepool[maxsize-1].next=-1;
  avail =0;
}</pre>
```



```
结点的分配算法(带头结点)
cursor GETNODE()
{ cursor p;
  if (nodepool[avail].next ==-1) p=-1;
  else
  { p= nodepool[avail].next;
    q= nodepool[p].next
    nodepool[avail].next = q;
  }
  return p;
}
```

80/83



结点的回收算法

```
FREENODE(cursor p)
{
    nodepool[p].next= nodepool[avail].next;
    nodepool[avail].next = p;
}
```

81/83

静态链表查找算法

```
cursor FINDSTLIST(cursor L,int i)
{ cursor p; int j;
  p=L; j=0;
  while ((nodepool[p].next!=-1)&&(j<i))
  { p=nodepool[p].next;
    j++;
  }
  if (i==j) return(p);
  else return -1;
}</pre>
```

