中山大學 软件工程学院
SUN YAT-SEN UNIVERSITY SCHOOL OF SOFTWARE ENGINEERING

计算机组成原理

授课老师：吴炜滨

大纲

- 定点运算
  - 除法运算
    - 笔算除法的分析
    - 笔算除法的改进
    - 原码的除法运算

笔算除法的分析

- $x = 0.1011 \quad y = -0.1101$　求 $x \div y$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.1101 \\
\hline
0.1101 & 0.10110 \\
 & 0.01101 \\
\hline
 & 0.010010 \\
 & 0.001101 \\
\hline
 & 0.0001010\,0 \\
 & 0.00001101 \\
\hline
 & 0.00000111
\end{array}
$$

$x \div y = -0.1101$　　商符心算求得

余数　0.00000111

- 特点
  - 商符单独心算：同正异负
  - 商值由绝对值相除而得，心算上商
    - 比较余数和右移一位的除数的大小
    - 余数<右移一位的除数：上商0
    - 余数≥右移一位的除数：上商1
  - 余数不动低位补0，减右移一位的除数
  - 2倍字长加法器
  - 上商位置不固定

笔算除法的改进

笔算除法

- 商符单独心算：同正异负
- 商值由绝对值相除而得，心算上商
  - 比较余数和右移一位的除数的大小
  - 余数<除数：上商0
  - 余数≥除数：上商1
- 余数不动低位补0，

  减右移一位的除数
- 2倍字长加法器
- 上商位置不固定

机器除法

- 商符单独计算：两操作数符号位异或
- 商值由绝对值相除而得，根据减法结果上商
  - 左移一位的余数减除数
  - 差< 0：上商0
  - 差≥ 0：上商1
- 余数左移一位低位补0，

  减除数
- 1倍字长加法器
- 在寄存器最末位上商，每次上商完左移一位

大纲

- 定点运算
  - 除法运算
    - 原码的除法运算
      - 运算规则
        - 恢复余数法
        - 加减交替法（不恢复余数法）
      - 硬件配置
      - 控制流程

运算规则

- 以小数为例

$$[x]_{原} = x_0.x_1x_2\cdots x_n \qquad [y]_{原} = y_0.y_1y_2\cdots y_n$$

$$[\frac{x}{y}]_{原} = (x_0 \oplus y_0).\frac{x^*}{y^*}$$

- 式中
  - 商符单独计算： $x_0 \oplus y_0$
  - 商值由绝对值相除而得： $\frac{x^*}{y^*}$
  - $x^* = 0.x_1x_2\cdots x_n$ 为 x 的绝对值
  - $y^* = 0.y_1y_2\cdots y_n$ 为 y 的绝对值

运算规则

$$[\frac{x}{y}]_{原} = (x_0 \oplus y_0).\frac{x^*}{y^*}$$

■ 约定

- 小数原码除法 $x^* < y^*$
  - 小数定点机，原码数值绝对值< 1
- 整数原码除法 $x^* \geq y^*$
  - 整数定点机，原码数值绝对值 ≥ 1
- 被除数不等于0
  - 结果总为0，无需经过除法运算，直接利用判零电路即可得结果
- 除数不能为0
  - 结果为无穷大，不能在机器中表示
- 商的位数与操作数的位数相同

恢复余数法

- 设机器字长为5位（含1位符号位），$x = 0.1011$，$y = -0.1101$，求 $[\frac{x}{y}]_原$

解：　　数值部分

$[x^*]_原 = 0.1011$　　$[y^*]_原 = 0.1101$

$[x^*]_补 = 0.1011$　　$[y^*]_补 = 0.1101$　　$[-y^*]_补 = 1.0011$

恢复余数法

- 设机器字长为5位（含1位符号位），$x = 0.1011$，$y = -0.1101$，求 $[\frac{x}{y}]_{原}$

$[x^*]_{补} = 0.1011$，$[y^*]_{补} = 0.1101$，$[-y^*]_{补} = 1.0011$

被除数（余数）	商	说　　明
0.1011	0.0000	
+ 1.0011		$+[-y^*]_{补}$
1.1110	0.0000	余数为负，上商 0
+ 0.1101		恢复余数　$+[y^*]_{补}$
0.1011	0.0000	恢复后的余数
1.0110	0.000	← 1
+ 1.0011		$+[-y^*]_{补}$
0.1001	0.0001	余数为正，上商 1
1.0010	0.001	← 1
+ 1.0011		$+[-y^*]_{补}$

逻辑左移

恢复余数法

被除数（余数）	商	说　　明
0.0101	0.0011	余数为正，上商 1
$\boxed{0.1010}$	0.011	← 1
+ 1.0011		$+[-y^*]_{补}$
1.1101	0.0110	余数为负，上商 0
+ 0.1101		恢复余数 $+[y^*]_{补}$
$\boxed{0.1010}$	0.0110	恢复后的余数
1.0100	0.110	← 1
+ 1.0011		$+[-y^*]_{补}$
0.0111	0.1101	余数为正，上商 1

$$\frac{x^*}{y^*} = 0.1101$$

真正余数由最终余数乘上2^{-4}而得：0.00000111

恢复余数法

- 设机器字长为5位（含1位符号位），$x = 0.1011$，$y = -0.1101$，求 $[\frac{x}{y}]_{原}$

$$[x]_{原} = 0.1011 \quad [y]_{原} = 1.1101$$

- 商符

$$x_0 \oplus y_0 = 0 \oplus 1 = 1$$

- 商值由两数绝对值相除而得

$$\frac{x^*}{y^*} = 0.1101$$

- 真正余数由最终余数乘上2^{-4}而得：0.00000111

$$\therefore \ [\frac{x}{y}]_{原} = 1.1101 \qquad 余数：0.00000111$$

恢复余数法

- 利用恢复余数法完成两个$n+1$位小数原码（含1位符号位）相除，其特点：
  - 每次上商时，减除数
    - 余数≥ 0：上商 1
    - 余数< 0：上商 0，恢复余数
    - 然后，余数逻辑左移1位，准备下次上商
  - 第一次上商判溢出
    - 小数定点机，第一次上商为1，发生溢出
  - 上商$n+1$次
    - 商的位数与操作数的位数相同
  - 移位n次
    - 用移位的次数判断除法是否结束

不恢复余数法（加减交替法）

- 恢复余数法运算规则：每次上商时，根据上次所得的余数
  - 余数$R_i \geq 0$：上商 1
    - 余数逻辑左移1位，减除数，得到进行下次上商判断时余数：$2R_i - y^*$
  - 余数$R_i < 0$：上商 0
    - 恢复余数：$R_i + y^*$；再逻辑左移1位，减除数，得到进行下次上商判断时余数：$2(R_i + y^*) - y^* = 2R_i + y^*$
- 不恢复余数法运算规则：每次上商时，根据上次所得的余数
  - 余数$R_i \geq 0$：上商1
    - 余数逻辑左移1位，减除数，得到进行下次判断上商时余数：$2R_i - y^*$
  - 余数$R_i < 0$：上商0
    - 余数逻辑左移1位，加除数，得到进行下次判断上商时余数：$2R_i + y^*$
  - 加减交替法

不恢复余数法（加减交替法）

- 已知机器字长为5位（含1位符号位），$x = 0.1011$，$y = -0.1101$，求$[\frac{x}{y}]_{原}$

解：　　数值部分

$[x^*]_{原} = 0.1011$　　$[y^*]_{原} = 0.1101$

$[x^*]_{补} = 0.1011$　　$[y^*]_{补} = 0.1101$　　$[-y^*]_{补} = 1.0011$

$[x^*]_{补} = 0.1011$

$[y^*]_{补} = 0.1101$

$[-y^*]_{补} = 1.0011$

$$\frac{x^*}{y^*} = 0.1101$$

真正余数由最终余数乘上 2^{-4} 而得：0.00000111

逻辑左移

被除数（余数）	商	说　明
0.1011	0.0000	
+1.0011		$+[-y^*]_{补}$
1.1110	0.0000	余数为负，上商 0
1.1100	0.000	← 1
+0.1101		$+[y^*]_{补}$
0.1001	0.0001	余数为正，上商 1
1.0010	0.001	← 1
+1.0011		$+[-y^*]_{补}$
0.0101	0.0011	余数为正，上商 1
0.1010	0.011	← 1
+1.0011		$+[-y^*]_{补}$
1.1101	0.0110	余数为负，上商 0
1.1010	0.110	← 1
+0.1101		$+[y^*]_{补}$
0.0111	0.1101	余数为正，上商 1

不恢复余数法（加减交替法）

- 设机器字长为5位（含1位符号位），$x = 0.1011$，$y = -0.1101$，求 $[\frac{x}{y}]_{原}$

$$[x]_{原} = 0.1011 \quad [y]_{原} = 1.1101$$

- 商符

$$x_0 \oplus y_0 = 0 \oplus 1 = 1$$

- 商值由两数绝对值相除而得

$$\frac{x^*}{y^*} = 0.1101$$

- 真正余数由最终余数乘上2^{-4}而得：0.00000111

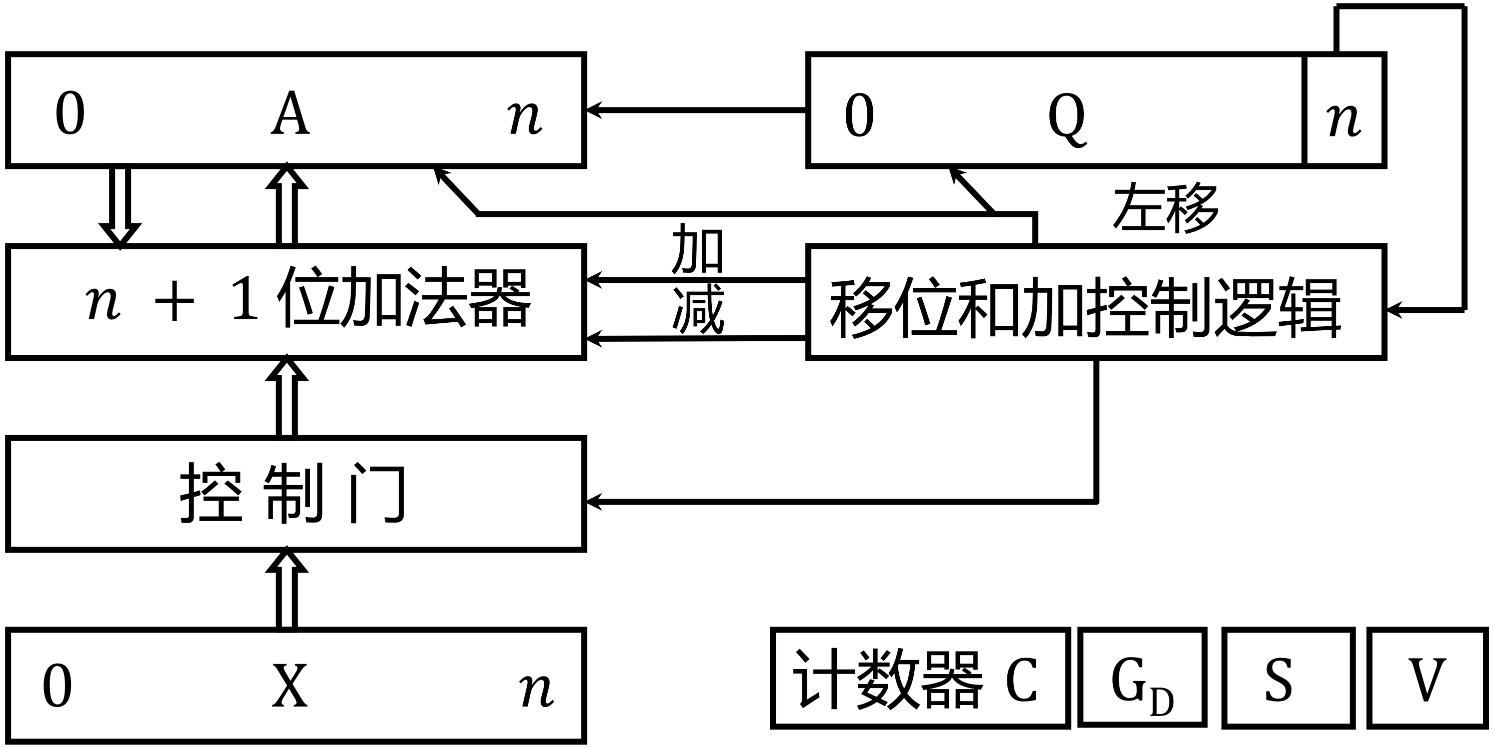
$$\therefore [\frac{x}{y}]_{原} = 1.1101 \qquad 余数：0.00000111$$

不恢复余数法（加减交替法）

- 利用不恢复余数法完成两个$n+1$位小数原码（含1位符号位）相除，其特点：
  - 每次上商时，根据上次所得的余数
    - 余数$R_i \geq 0$：上商1
      - 下次判断上商时余数：$2R_i - y^*$
    - 余数$R_i < 0$：上商0
      - 下次判断上商时余数：$2R_i + y^*$
  - 第一次上商，直接减除数，判溢出
    - 小数定点机，第一次上商为1，发生溢出
  - 上商 $n+1$ 次，加 $n+1$ 次
    - 商的位数与操作数的位数相同，加法次数与上商次数相同
  - 移位 n 次
    - 用移位的次数判断除法是否结束

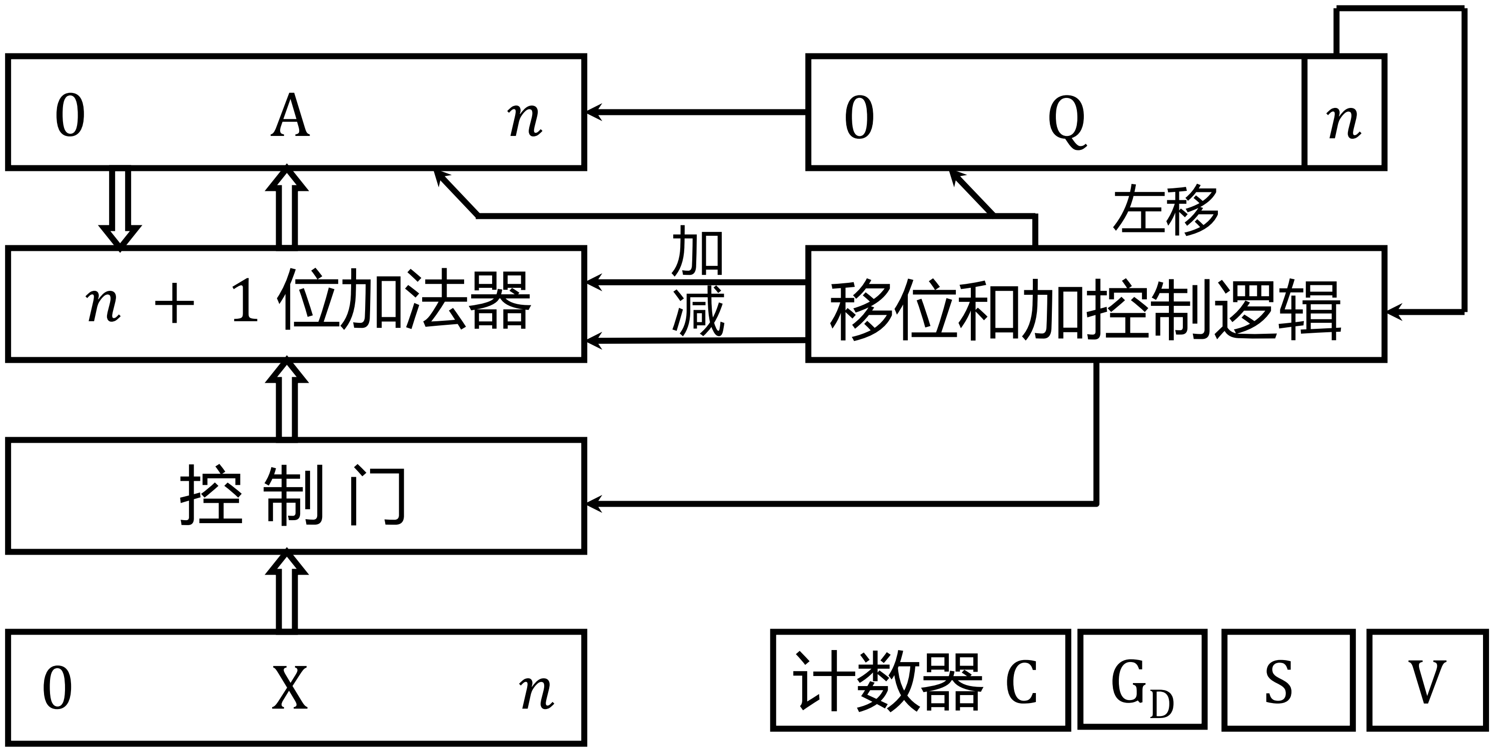
原码加减交替除法硬件配置

- 寄存器A、X、Q 、加法器均 $n+1$ 位
  - A：被除数的原码、余数
  - X：除数的原码
  - Q（MQ）：商的原码
- 用 Q_n 控制加减交替
  - Q_n=1：左移一位，做减法
  - Q_n=0：左移一位，做加法



原码加减交替除法硬件配置

- 计数器C
  - 计数器值 = 移位次数 = 数值部分位数 = n
  - 每移位一次，计数器值减1
- S：商符
  - 值 = 被除数和除数的符号位进行异或
- G_D：除法标志
- V：溢出标志



原码加减交替除法控制流程

- 准备
  - Q清零准备接收商，被除数原码 → A，除数原码 → X，数值部分位数n → C
- 求商符
  - $A_0 \oplus X_0 \rightarrow S$
- 变被除数、除数为绝对值
  - $0 \rightarrow A_0$，$0 \rightarrow X_0$
- 第一次上商判断溢出
  - $[A]-[X] \rightarrow A$
  - $A<0?$
    - Y：$0 \rightarrow Q_n$
    - N：溢出，$1 \rightarrow V$，停止运算进行中断处理（重新选择比例因子）
  - A、Q 同时左移一位
  - $[A]+[X] \rightarrow A$
  - $[C]-1 \rightarrow C$

原码加减交替除法控制流程

- 逐位上商
  - $A < 0?$
    - Y： $0 \rightarrow Q_n$，A、Q 同时左移一位，$[A] + [X] \rightarrow A$
    - N： $1 \rightarrow Q_n$，A、Q 同时左移一位，$[A] - [X] \rightarrow A$
  - $[C] - 1 \rightarrow C$
  - $C = 0?$
    - N： 回到判断$A < 0?$
    - Y：最后一次上商
      - $A < 0?$
        - Y： $0 \rightarrow Q_n$
        - N： $1 \rightarrow Q_n$

谢谢！