Resolução de problemas por meio de busca

Capítulo 3 – Russell & Norvig

Seções 3.4 e 3.5

Formulação de problemas

Um problema é definido por quatro itens:

1. Estado inicial ex., "em Arad"
2. Ações ou função sucessor *S(x)* = conjunto de pares ação-estado
   - ex., *S(Arad)* = {<*Arad* → *Zerind, Zerind*>, … }
3. Teste de objetivo, pode ser
   - explícito, ex., *x* = "em Bucareste"
   - implícito, ex., *Cheque-mate(x)*

4. Custo de caminho (aditivo)
   - ex., soma das distâncias, número de ações executadas, etc.
   - *c(x,a,y)* é o custo do passo, que deve ser sempre ≥ 0

- Uma solução é uma seqüência de ações que levam do estado inicial para o estado objetivo.
- Uma solução ótima é uma solução com o menor custo de caminho.

Algoritmo geral de busca em árvore

```
function TREE-SEARCH( problem, fringe) returns a solution, or failure
    fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
    loop do
        if fringe is empty then return failure
        node ← REMOVE-FRONT(fringe)
        if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
        fringe ← INSERTALL(EXPAND(node, problem), fringe)
```

```
function EXPAND( node, problem) returns a set of nodes
    successors ← the empty set
    for each action, result in SUCCESSOR-FN[problem](STATE[node]) do
        s ← a new NODE
        PARENT-NODE[s] ← node;  ACTION[s] ← action;  STATE[s] ← result
        PATH-COST[s] ← PATH-COST[node] + STEP-COST(node, action, s)
        DEPTH[s] ← DEPTH[node] + 1
        add s to successors
    return successors
```

Estratégias de Busca Sem Informação (ou Busca Cega)

- Estratégias de busca sem informação usam apenas a informação disponível na definição do problema.
  - Apenas geram sucessores e verificam se o estado objetivo foi atingido.

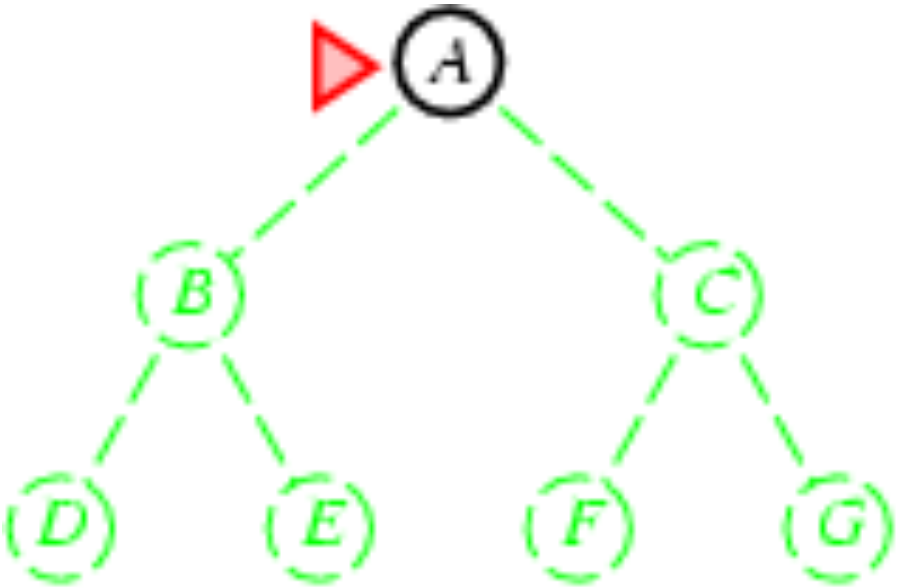
- As estratégias de busca sem informação se distinguem pela ordem em que os nós são expandidos.
  - Busca em extensão (*Breadth-first*)
  - Busca de custo uniforme
  - Busca em profundidade (*Depth-first*)
  - Busca em profundidade limitada
  - Busca de aprofundamento iterativo

Estratégias de busca

- Estratégias são avaliadas de acordo com os seguintes critérios:
  - completeza: o algoritmo sempre encontra a solução se ela existe?
  - complexidade de tempo: número de nós gerados
  - complexidade de espaço: número máximo de nós na memória
  - otimização: a estratégia encontra a solução ótima?
- Complexidade de tempo e espaço são medidas em termos de:
  - *b:* máximo fator de ramificação da árvore (número máximo de sucessores de qualquer nó)
  - *d:* profundidade do nó objetivo menos profundo
  - *m*: o comprimento máximo de qualquer caminho no espaço de estados (pode ser ∞)

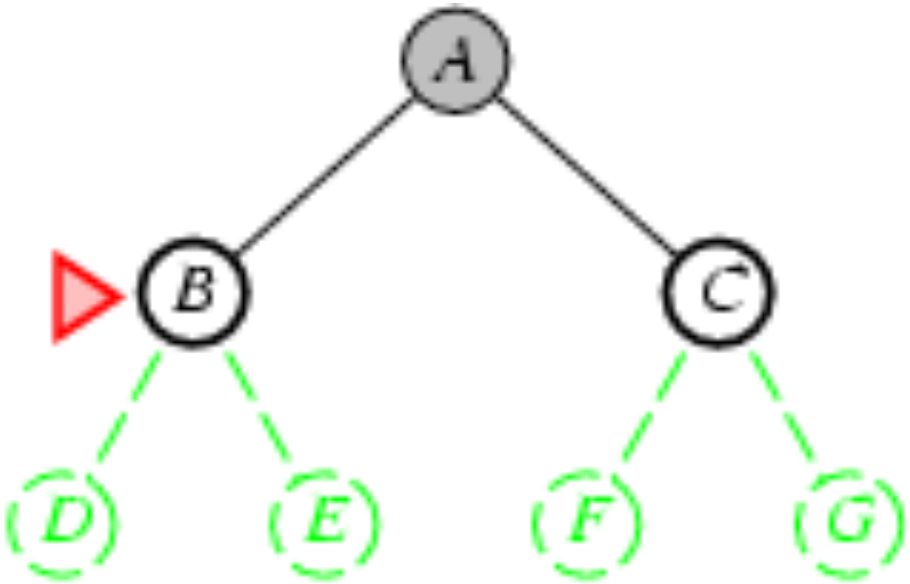
Busca em extensão

- Expandir o nó não-expandido mais perto da raiz.
- Implementação:
  - a *borda* é uma fila FIFO (first-in, first-out), isto é, novos itens entram no final.



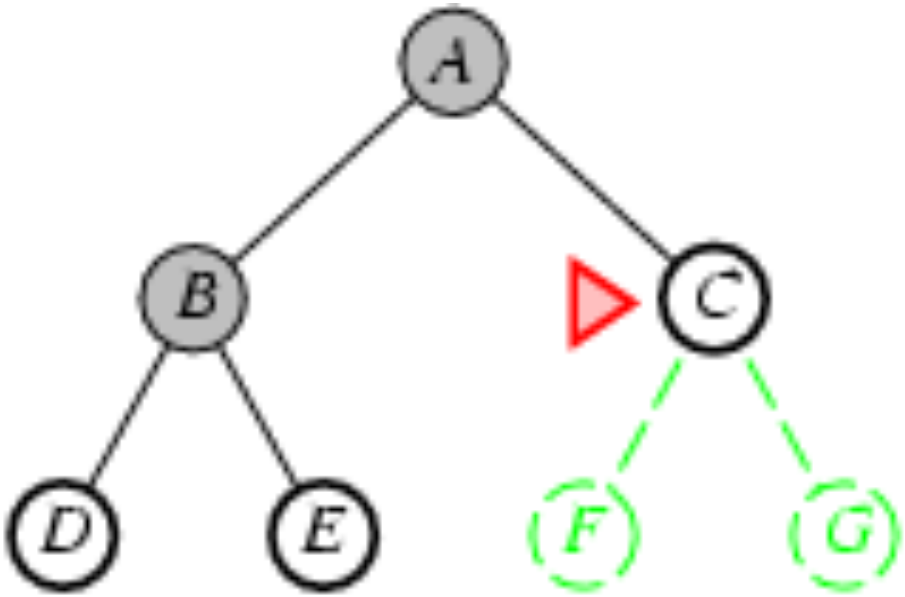
Busca em extensão

- Expandir o nó não-expandido mais perto da raiz.
- Implementação:
  - a *borda* é uma fila FIFO (first-in, first-out), isto é, novos itens entram no final.



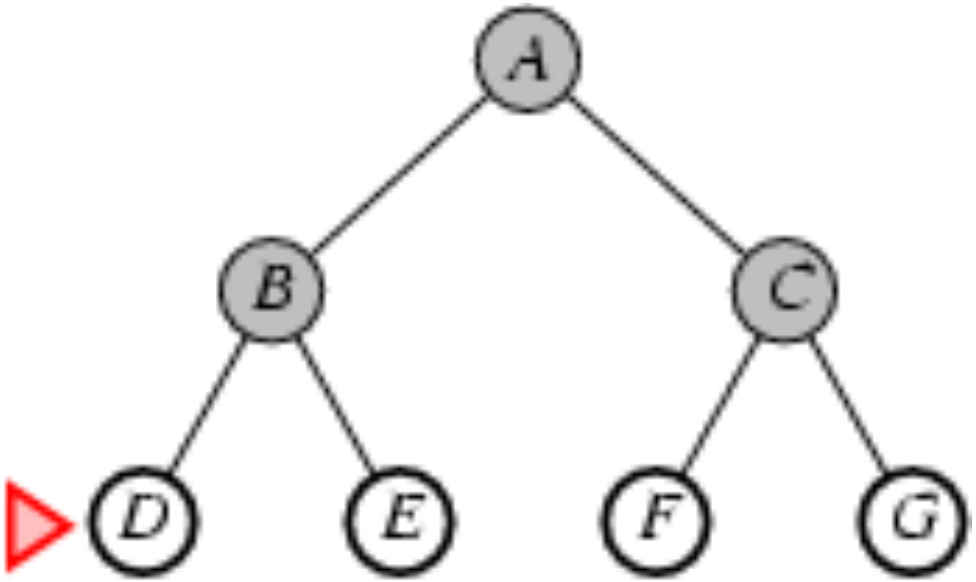
Busca em extensão

- Expandir o nó não-expandido mais perto da raiz.
- Implementação:
  - a *borda* é uma fila FIFO (first-in, first-out), isto é, novos itens entram no final.



Busca em extensão

- Expandir o nó não-expandido mais perto da raiz.
- Implementação:
  - a *borda* é uma fila FIFO (first-in, first-out), isto é, novos itens entram no final.



Propriedades da busca em extensão

- Completa? Sim (se *b* é finito)
- Tempo? $1+b+b^2+b^3+\ldots+b^d + b(b^d-1) = O(b^{d+1})$
- Espaço? $O(b^{d+1})$ (mantém todos os nós na memória)
- Ótima? Sim (se todas as ações tiverem o mesmo custo)

Requisitos de Tempo e Memória para a Busca em Extensão

- Busca com fator de ramificação b=10.
- Supondo que 10.000 nós possam ser gerados por segundo e que um nó exige 1KB de espaço.

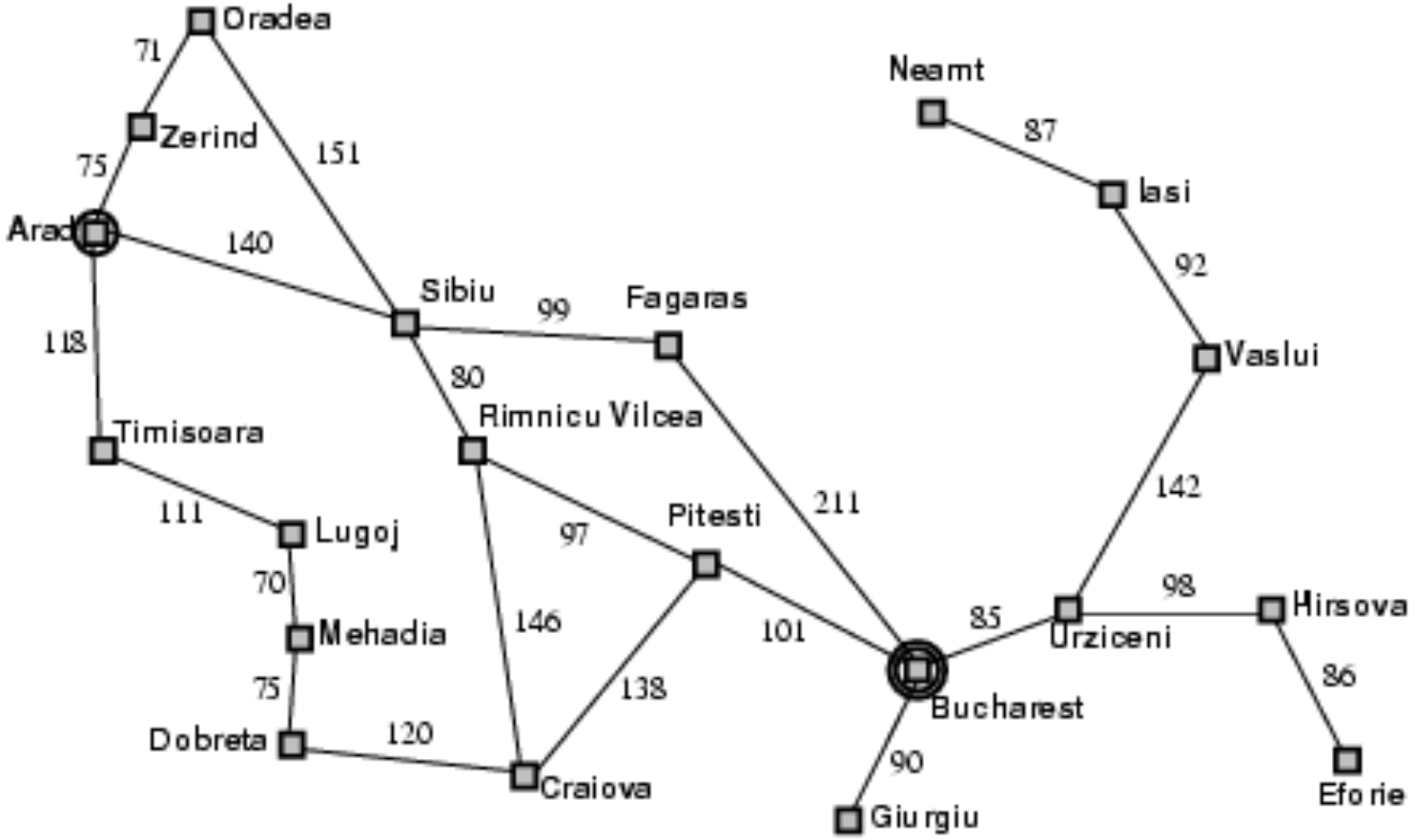
Profundidade	Nós	Tempo	Memória
2	1100	0.11 segundo	1 megabyte
4	111.100	11 segundos	106 megabytes
6	10^7	19 minutos	10 gigabytes
8	10^9	31 horas	1 terabyte
10	10^{11}	129 dias	101 terabytes
12	10^{13}	35 anos	10 petabytes
14	10^{15}	3.523 anos	1 exabyte

Busca de custo uniforme

- Expande o nó não-expandido que tenha o caminho de custo mais baixo.
- Implementação:
  - *borda* = fila ordenada pelo custo do caminho
- Equivalente a busca em extensão se os custos são todos iguais
- Completa? Sim, se o custo de cada passo ≥ ε
- Tempo? # de nós com $g \leq$ custo da solução ótima, $O(b^{\lceil C^*/\varepsilon \rceil})$ onde C^* é o custo da solução ótima
- Espaço? de nós com $g \leq$ custo da solução ótima, $O(b^{\lceil C^*/\varepsilon \rceil})$
- Ótima? Sim pois os nós são expandidos em ordem crescente de custo total.

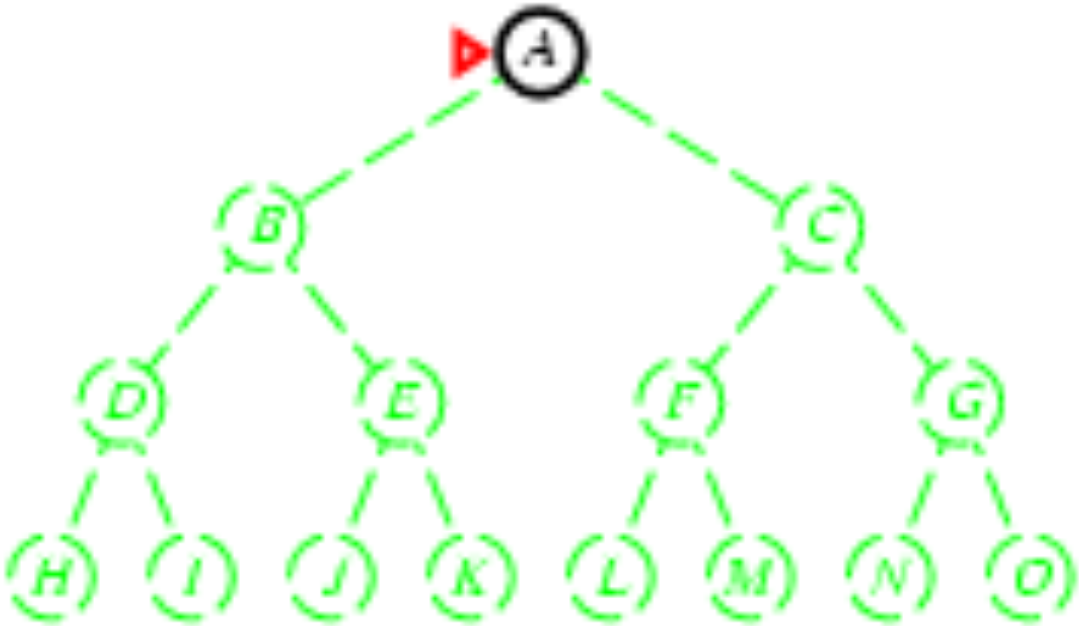
Exercício

- Aplicar busca de custo uniforme para achar o caminho mais curto entre Arad e Bucareste.



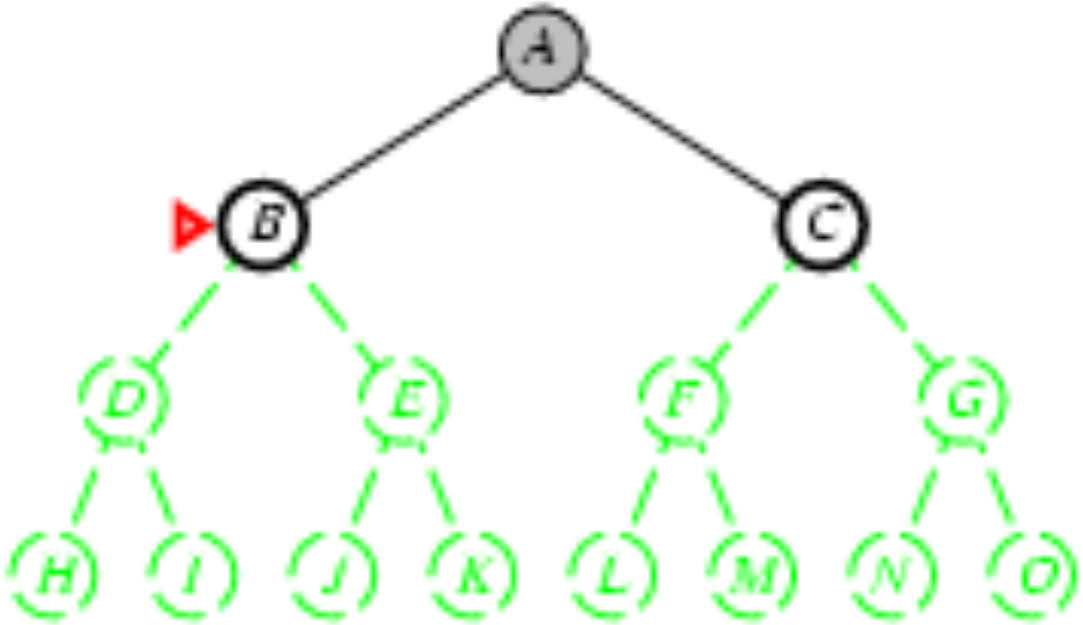
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



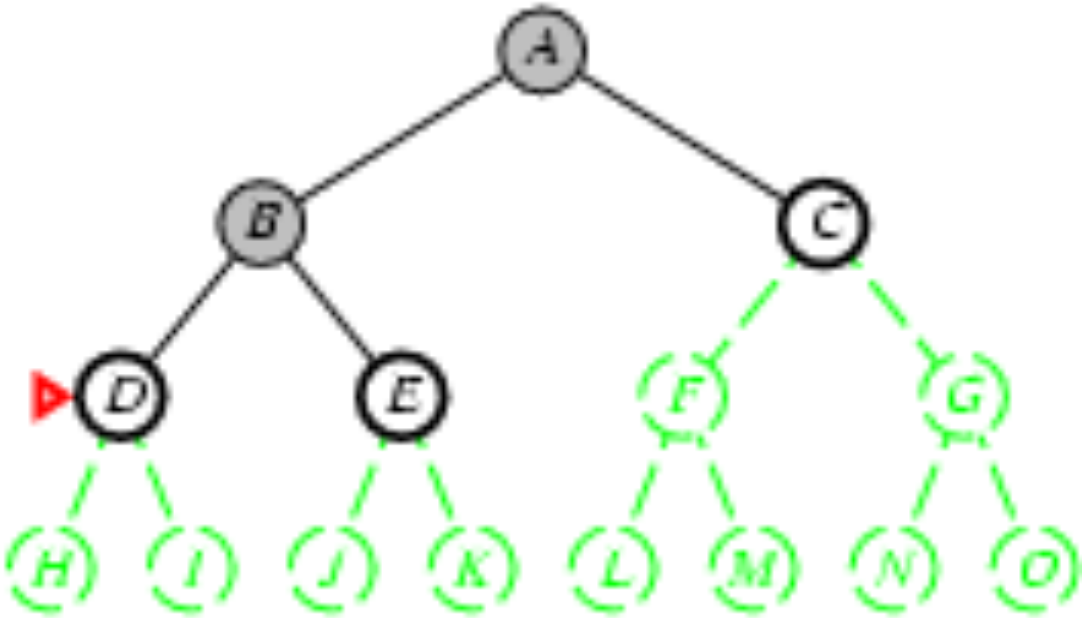
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha

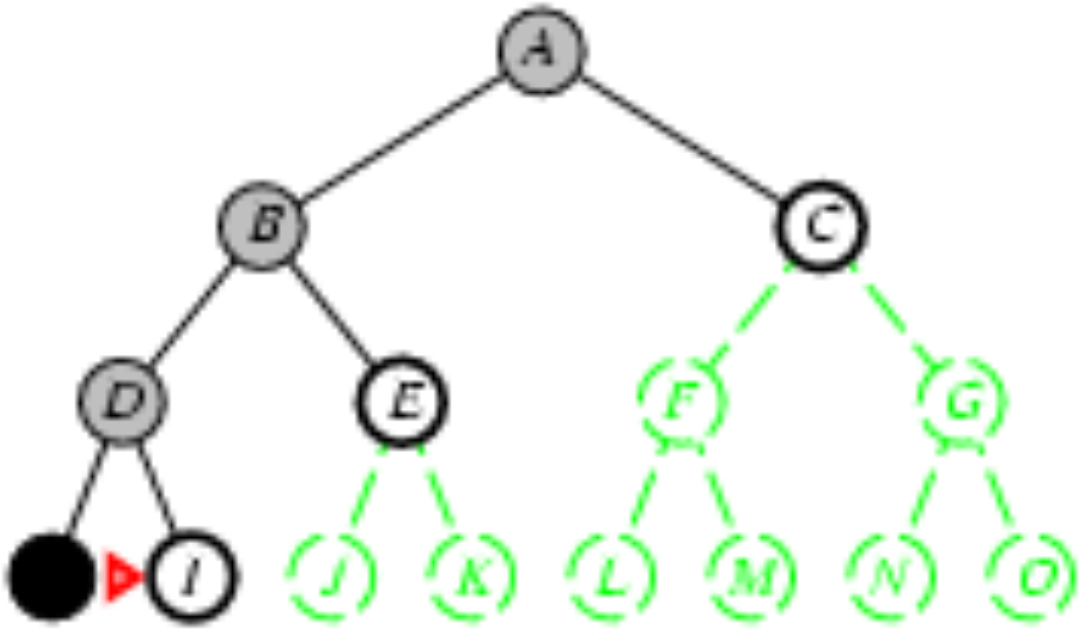


Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha

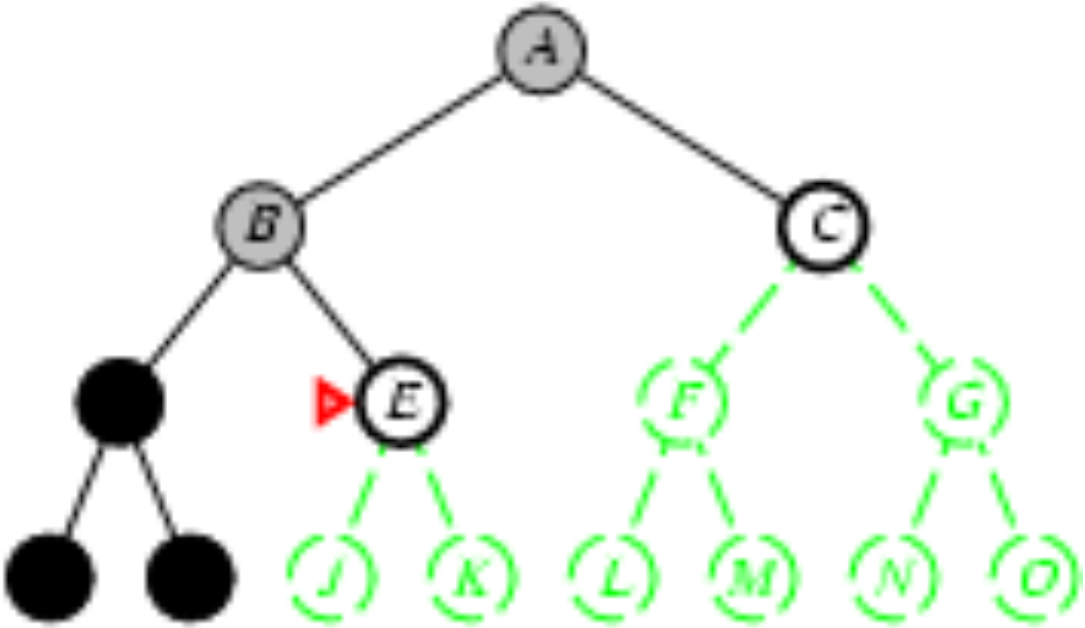
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



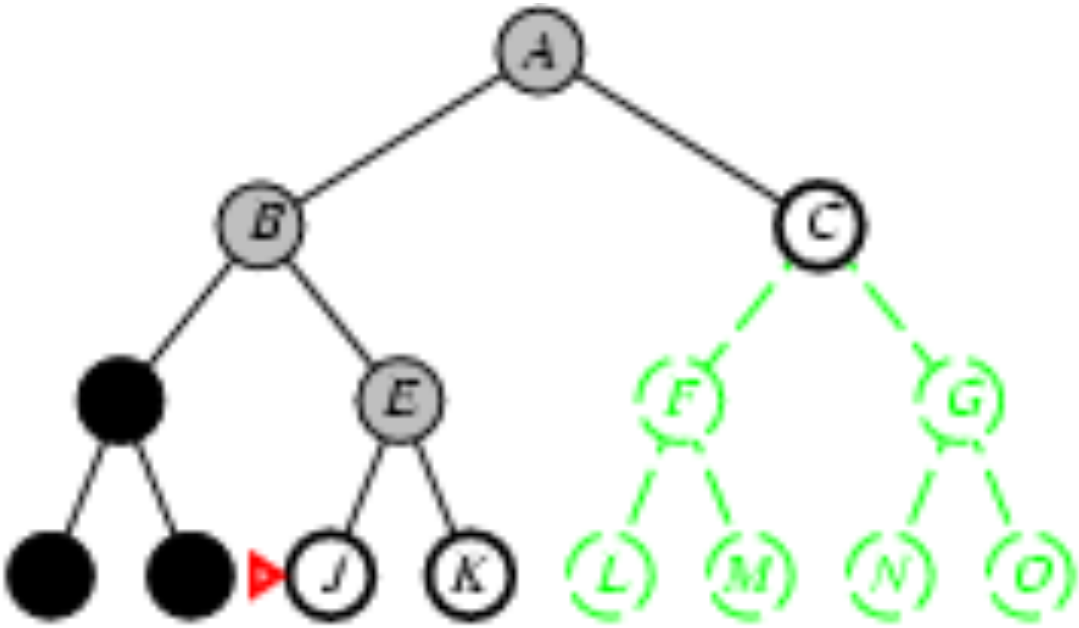
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



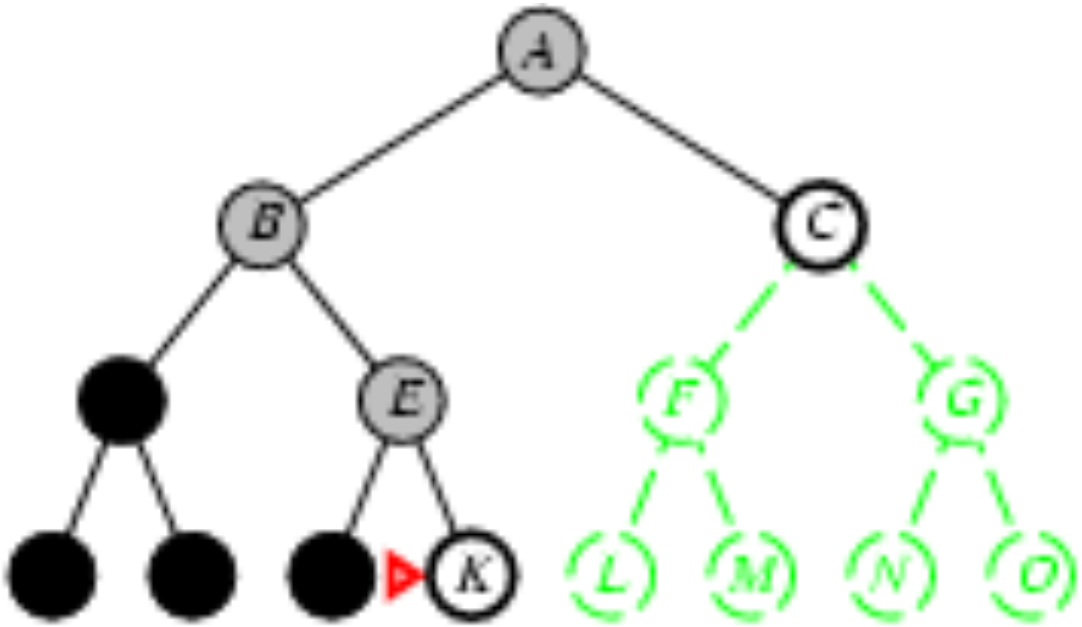
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



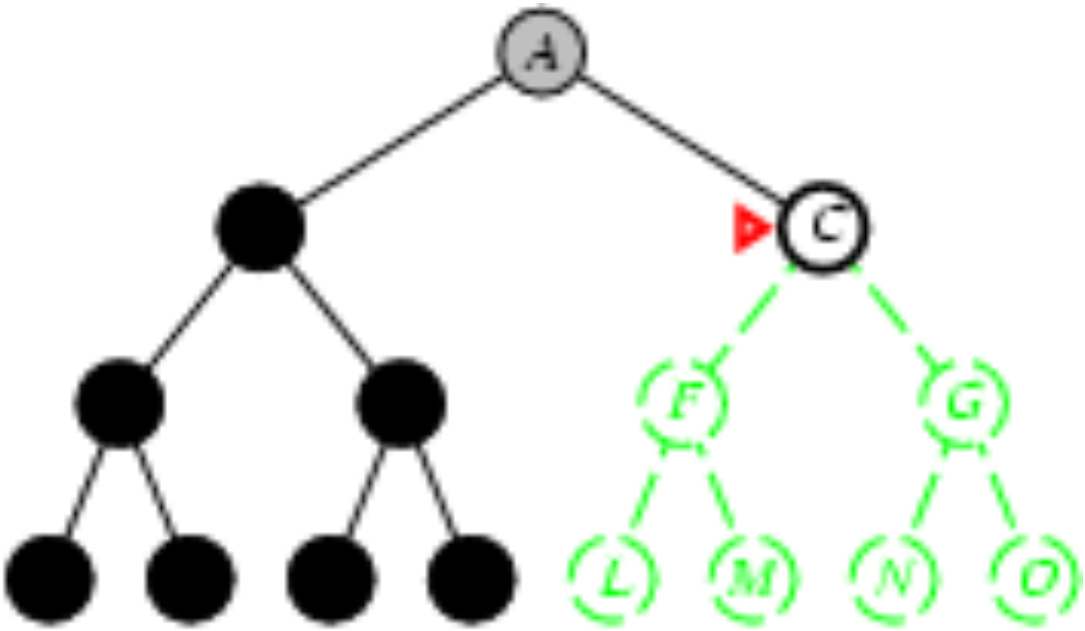
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



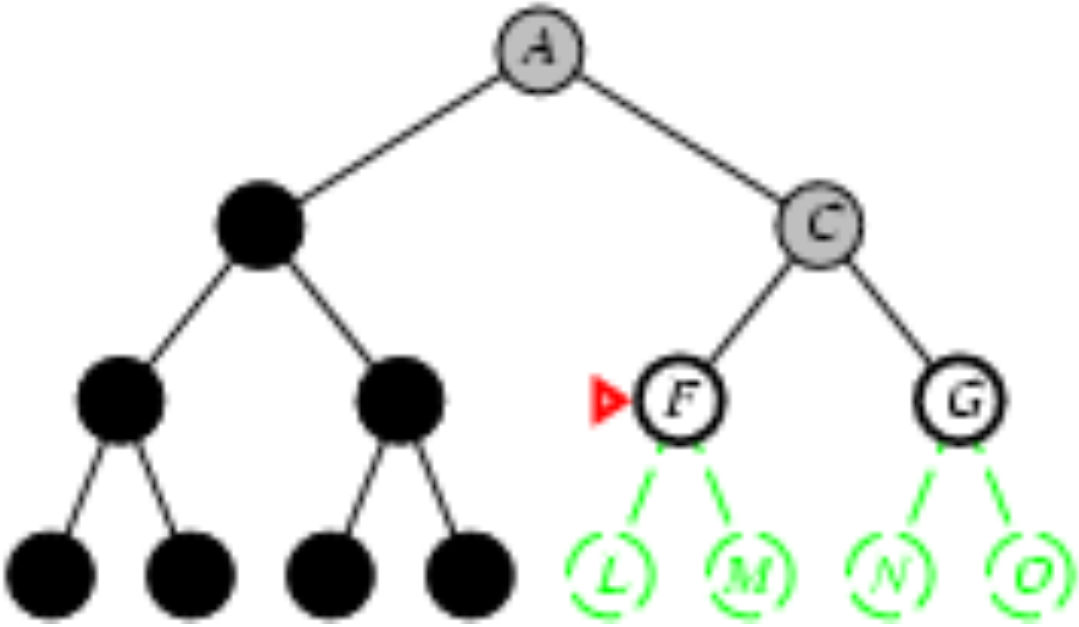
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



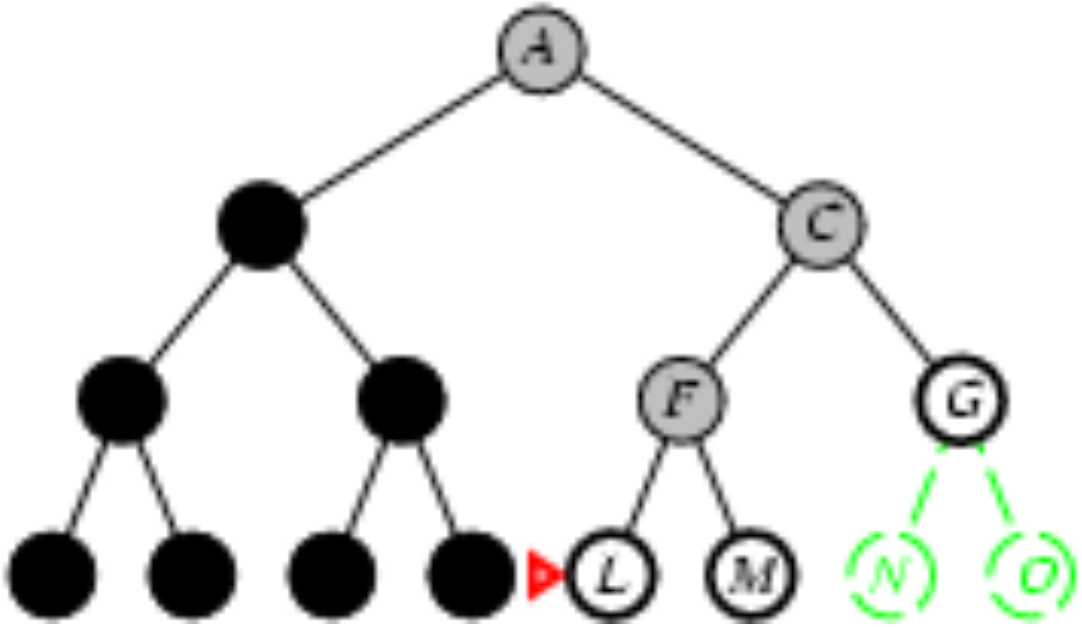
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



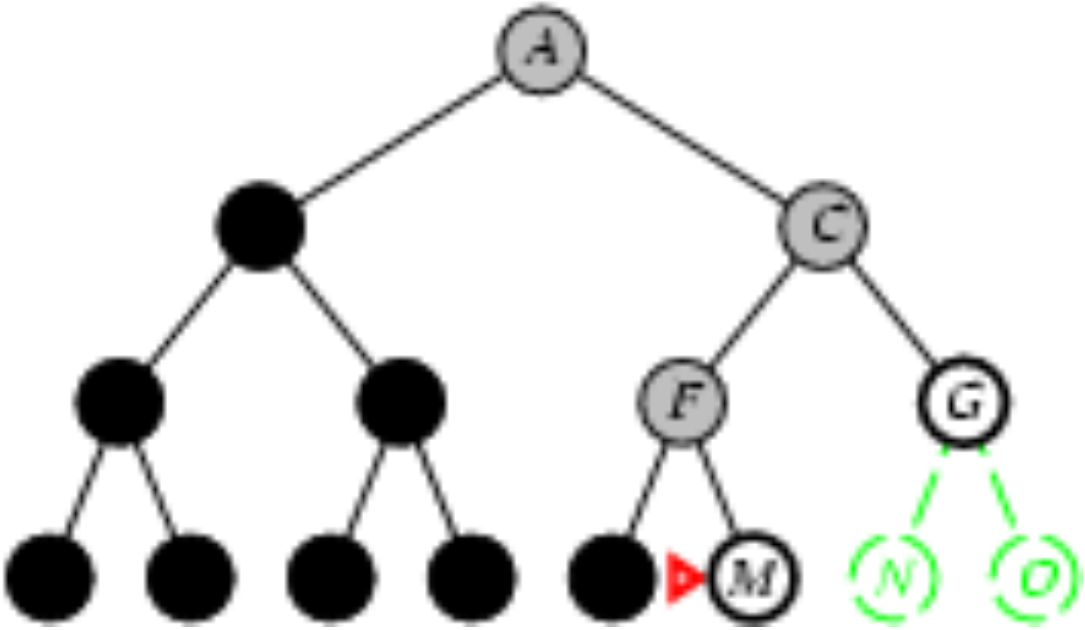
Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



Busca em Profundidade

- Expande o nó não-expandido mais profundo.
- Implementação:
  - *borda* = fila LIFO (*last-in, first-out*) = pilha



Propriedades da Busca em Profundidade

- Completa? Não: falha em espaços com profundidade infinita, espaços com loops
  - Se modificada para evitar estados repetidos é completa para espaços finitos
- Tempo? $O(b^m)$: péssimo quando *m* é muito maior que *d.*
  - mas se há muitas soluções pode ser mais eficiente que a busca em extensão
- Espaço? *O(bm),* i.e., espaço linear!
  - 118 kilobytes ao invés de 10 petabytes para busca com b=10, d=m=12
- Ótima? Não

Busca em Profundidade Limitada

= busca em profundidade com limite de profundidade *l*,

isto é, nós com profundidade *l* não tem sucessores

- Implementação Recursiva:

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH( problem, limit) returns soln/fail/cutoff
    RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), problem, limit)

function RECURSIVE-DLS(node, problem, limit) returns soln/fail/cutoff
    cutoff-occurred? ← false
    if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
    else if DEPTH[node] = limit then return cutoff
    else for each successor in EXPAND(node, problem) do
        result ← RECURSIVE-DLS(successor, problem, limit)
        if result = cutoff then cutoff-occurred? ← true
        else if result ≠ failure then return result
    if cutoff-occurred? then return cutoff else return failure
```

Propriedades da Busca em Profundidade Limitada

- Completa? Não; a solução pode estar além do limite.
- Tempo? $O(b^l)$
- Espaço? $O(bl)$
- Ótima? Não

Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade

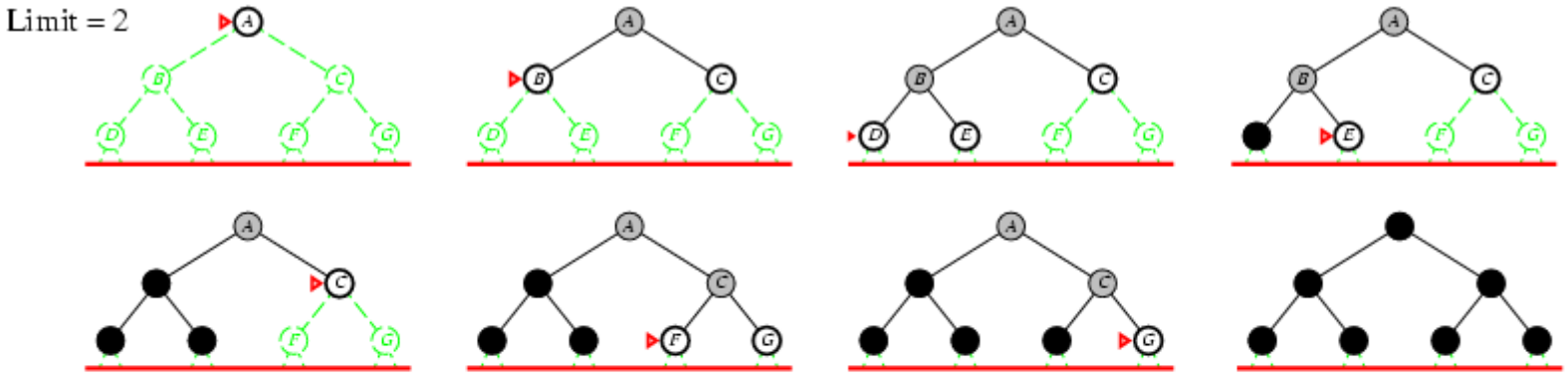
```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH( problem) returns a solution, or failure
    inputs: problem, a problem
    for depth ← 0 to ∞ do
        result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH( problem, depth)
        if result ≠ cutoff then return result
```

Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade / =0

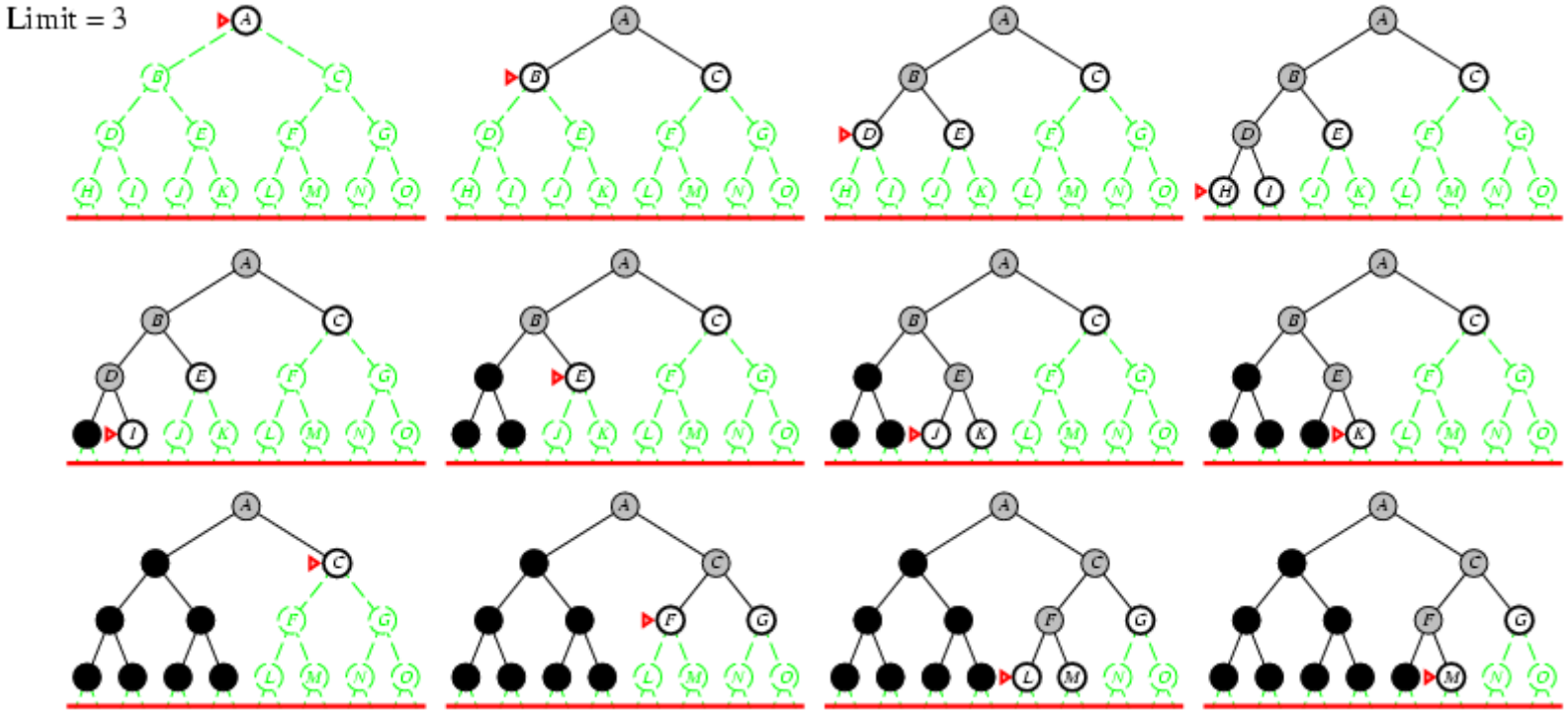
Limit = 0

Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade *l* =1

Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade *l* =2



Busca de Aprofundamento Iterativo em Profundidade *l* =3



Busca de Aprofundamento Iterativo

- Número de nós gerados em uma busca de extensão com fator de ramificação *b*:

$$N_{BE} = b^1 + b^2 + \ldots + b^{d-2} + b^{d-1} + b^d + (b^{d+1} - b)$$

- Número de nós gerados em uma busca de aprofundamento iterativo até a profundidade *d* com fator de ramificação *b*:

$$N_{BAI} = (d+1)b^0 + d\,b^1 + (d-1)b^2 + \ldots + 3b^{d-2} + 2b^{d-1} + 1b^d$$

- Para *b = 10*, *d = 5*,
  - $N_{BE} = 10 + 100 + 1.000 + 10.000 + 100.000 + 999.990 = 1.111.100$
  - $N_{BAI} = 6 + 50 + 400 + 3.000 + 20.000 + 100.000 = 123.456$

- Overhead = (123.456 – 111.111)/111.111 = 11%

Propriedades da busca de aprofundamento iterativo

- Completa? Sim
- Tempo? $(d+1)b^0 + d\,b^1 + (d-1)b^2 + \ldots + b^d = O(b^d)$
- Espaço? $O(bd)$
- Ótima? Sim, se custo de passo = 1

Resumo dos algoritmos

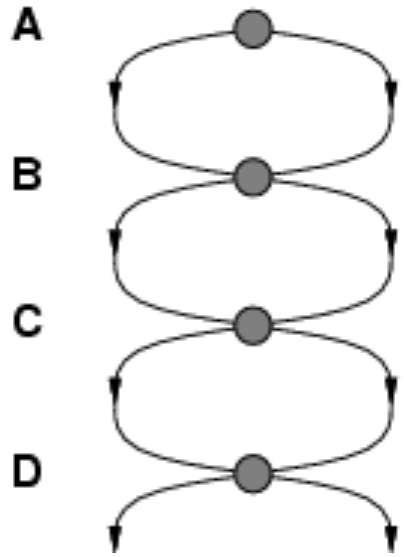
Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening
Complete?	Yes	Yes	No	No	Yes
Time	$O(b^{d+1})$	$O(b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$
Space	$O(b^{d+1})$	$O(b^{\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$
Optimal?	Yes	Yes	No	No	Yes

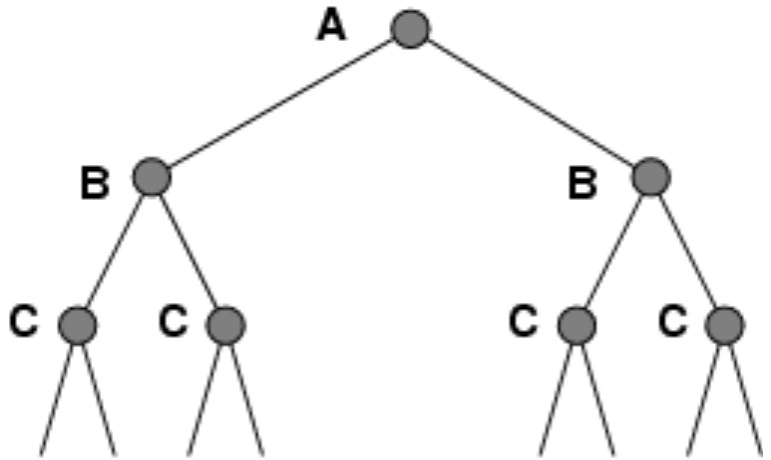
Estados repetidos

- O processo de busca pode perder tempo expandindo nós já explorados antes
  - Estados repetidos podem levar a loops infinitos
  - Estados repetidos podem transformar um problema linear em um problema exponencial

Estados Repetidos

- Não detectar estados repetidos pode transformar um problema linear em um problema exponencial.





Detecção de estados repetidos

- Comparar os nós prestes a serem expandidos com nós já visitados.
  - Se o nó já tiver sido visitado, será descartado.
  - Lista "closed" (fechado) armazena nós já visitados.
    - Busca em profundidade e busca de aprofundamento iterativo não tem mais espaço linear.
  - A busca percorre um grafo e não uma árvore.

```
function GRAPH-SEARCH( problem, fringe) returns a solution, or failure
    closed ← an empty set
    fringe ← INSERT(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]), fringe)
    loop do
        if fringe is empty then return failure
        node ← REMOVE-FRONT(fringe)
        if GOAL-TEST[problem](STATE[node]) then return SOLUTION(node)
        if STATE[node] is not in closed then
            add STATE[node] to closed
            fringe ← INSERTALL(EXPAND(node, problem), fringe)
```

Resumo

- A formulação de problemas usualmente requer a abstração de detalhes do mundo real para que seja definido um espaço de estados que possa ser explorado através de algoritmos de busca.

- Há uma variedade de estratégias de busca sem informação (ou busca cega).

- A busca de aprofundamento iterativo usa somente espaço linear e não muito mais tempo que outros algoritmos sem informação.