1 Allgemeines

Ein **Graph** G wird beschrieben durch G = (V, E).

Ein Graph $K_n = (V, E)$ ist vollständig wenn alle möglichen Kanten für die Knoten V in E enthalten sind. Ein Knoten x hat den **Grad** n =: deg(x) wenn er genau n Nachbarn hat. Ist deg(x) = 0 so ist x ein isolierter Knoten. Ist deg(x) = 1 so ist x ein Blatt.

Ein Graph G ist genau dann **zusammenhängend** wenn jeder Knoten direkt oder indirekt mit jedem anderen Verbunden ist.

Ein Graph $C_n = (V, E)$ ist ein **Kreisgraph** wenn alle Knoten den Grad zwei haben und der Graph zusammenhängend ist.

Eine Clique in einem Graphen G ist ein Subgraph dieses Graphen der isomorph zu einem Graphen K_n ist (für ein beliebiges n). Das größtmögliche $n =: \omega(G)$ ist die Cliquenzahl

Der Graph $E_n = (V, \emptyset)$ ist der **leere Graph**.

Ein Matching ist eine Auswahl an eindeutigen Zuordnungen von Elementen einer Menge.

Eine Knotenüberdeckung (Vertex Cover) für einen Graphen G = (V, E) ist eine Menge $V' \subset V$ wobei es für jedes $e \in E$ ein $v \in V'$ gibt für das $v \in e$.

2 Färbung

Chromatische Zahl ist $\chi(G) := min\{k \in \mathbb{N} : G \text{ hat k F\"arbung}\}.$ Ein Graph G ist bipartit wenn $\chi(G) \leq 2$.

2.1 Greedy

Für alle Knoten $v \in V$ aus G = (V, E): nehme ausschließlich bekannte Knotenfärbungszahlen aller verbundenen Knoten in eine Menge N, Knotenfärbung von v ist die kleinste Zahl aus den natürlichen Zahlen ohne N.

3 Planarität

Eulersche Polyederformel: (R sei die Anzahl der Regionen inkl. Außenregion)

$$|V| - |E| + |R| = 2$$

Weiterhin: $|E| \leq 3n - 6$

4 Netzwerke

4.1 Minimaler Spannbaum

Kruskal, Gewichte aufsteigend betrachten und nur inkludieren wenn neuer Knoten eingebunden wird oder Partitionen verbunden werden.

4.2 Floyd, Dajkstra, Kruskal

TODO

5 Komplexitäten (vereinfacht)

5.1 Abschätzung nach oben

$$f \in O(g) \Leftrightarrow \lim_{x \to \infty} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < \infty$$
 $f(n) = O(g(n)) \Leftrightarrow f(n) \le c \cdot g(n)$

5.2 Abschätzung

$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow 0 < \lim_{x \to \infty} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < \infty$$
$$f(n) = \Theta(g(n)) \Leftrightarrow c_1 \cdot g(n) \le f(n) \le c_2 \cdot g(n)$$

5.3 Abschätzung nach unten

$$f \in \Omega(g) \Leftrightarrow 0 < \lim_{x \to \infty} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right|$$

$$f(n) = \Omega(g(n)) \Leftrightarrow f(n) \ge c \cdot g(n)$$

6 Matroide

TODO

7 Linear Programming

7.1 LP

7.2 Dual Problem

8 SAT

k-SAT mit $k \geq 3$ sind NP-schwer. $SAT \leq 3 - SAT \leq Clique$

9 Misc

$$\sum_{v \in V} deg(v) = 2 \cdot |E|$$