

# 1 Allgemeines

Ein **Graph**  $G$  wird beschrieben durch  $G = (V, E)$ .

Ein Graph  $K_n = (V, E)$  ist **vollständig** wenn alle möglichen Kanten für die Knoten  $V$  in  $E$  enthalten sind.

Ein Knoten  $x$  hat den **Grad**  $n =: \deg(x)$  wenn er genau  $n$  Nachbarn hat. Ist  $\deg(x) = 0$  so ist  $x$  ein **isolierter Knoten**. Ist  $\deg(x) = 1$  so ist  $x$  ein **Blatt**.

Ein Graph  $G$  ist genau dann **zusammenhängend** wenn jeder Knoten direkt oder indirekt mit jedem anderen Verbunden ist.

Ein Graph  $C_n = (V, E)$  ist ein **Kreisgraph** wenn alle Knoten den Grad zwei haben und der Graph zusammenhängend ist.

Eine **Clique** in einem Graphen  $G$  ist ein Subgraph dieses Graphen der isomorph zu einem Graphen  $K_n$  ist (für ein beliebiges  $n$ ). Das größtmögliche  $n =: \omega(G)$  ist die **Cliquenzahl**.

Eine **Stabile Menge** in einem Graphen  $G$  ist ein Subgraph dieses Graphen der isomorph zu einem Graphen  $E_n$  ist (für beliebiges  $n$ ). Das größtmögliche  $n =: (g)$  ist die **Stabilitätszahl**.

Der Graph  $E_n = (V, \emptyset)$  ist der **leere Graph**.

Ein **Matching** ist eine Auswahl an eindeutigen Zuordnungen von Elementen einer Menge.

Eine **Knotenüberdeckung (Vertex Cover)** für einen Graphen  $G = (V, E)$  ist eine Menge  $V' \subset V$  wobei es für jedes  $e \in E$  ein  $v \in V'$  gibt für das  $v \in e$ .

## 2 Färbung

**Chromatische Zahl** ist  $\chi(G) := \min\{k \in \mathbb{N} : G \text{ hat } k \text{ Färbung}\}$ .

Für jeden Graphen  $G(V, E)$  gilt  $\omega(G) \leq \chi(G)$  und  $\frac{|V|}{\alpha(G)} \leq \chi(G)$ .

Ein Graph  $G$  ist **bipartit** wenn  $\chi(G) \leq 2$ .

Graph ist bipartit  $\Leftrightarrow \nexists$  Kreis ungerader Länge in  $G$

### 2.1 Greedy

Für alle Knoten  $v \in V$  aus  $G = (V, E)$ : nehme ausschließlich bekannte Knotenfärbungszahlen aller verbundenen Knoten in eine Menge  $N$ , Knotenfärbung von  $v$  ist die kleinste Zahl aus den natürlichen Zahlen ohne  $N$ .

## 3 Planarität

Ein Graph ist genau dann planar, wenn er keine Unterteilung des  $K_5$  oder des  $K_3,3$  besitzt

Eulersche Polyederformel: ( $R$  sei die Anzahl der Regionen inkl. Außenregion)

$$|V| - |E| + |R| = 2$$

Weiterhin:  $|E| \leq 3n - 6$

$$2|E| \leq 3|R|$$

## 4 Netzwerke

### 4.1 Minimaler Spannbaum

Kruskal, Gewichte aufsteigend betrachten und nur inkludieren wenn neuer Knoten eingebunden wird oder Partitionen verbunden werden.

### 4.2 Floyd, Dijkstra, Kruskal

#### 4.2.1 Floyd, Kürzeste Pfade

$d(i, j)$  initialisieren. Für alle  $k \in 1$  bis  $n$ : Für alle Knotenpaare  $i, j$  sei  $d(i, j) = \min(d(i, j), d(i, k) + d(k, j))$ .

#### 4.2.2 Dijkstra, Kürzeste Pfade bei nichtnegativen Kanten

Nehme Knoten mit minimaler Distanz zum Startknoten - hinzufügen. (Nachbarknoten ggf. updaten.)

#### 4.2.3 Kruskal, Minimaler Spannbaum

Aus unbenutzten Kanten die kürzeste wählen, die mit den gewählten keinen Kreis bildet. Wiederholen.

## 5 Komplexitäten (vereinfacht)

### 5.1 Abschätzung nach oben

$$f \in O(g) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < \infty \qquad f(n) = O(g(n)) \Leftrightarrow f(n) \leq c \cdot g(n)$$

### 5.2 Abschätzung

$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow 0 < \lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < \infty$$
$$f(n) = \Theta(g(n)) \Leftrightarrow c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$$

### 5.3 Abschätzung nach unten

$$f \in \Omega(g) \Leftrightarrow 0 < \lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| \qquad f(n) = \Omega(g(n)) \Leftrightarrow f(n) \geq c \cdot g(n)$$

## 6 Matroide

TODO

## 7 Linear Programming

### 7.1 LP

### 7.2 Dual Problem

## 8 SAT

k-SAT mit  $k \geq 3$  sind NP-schwer.  $SAT \leq 3 - SAT \leq Clique$

## 9 Misc

$$\sum_{v \in V} deg(v) = 2 \cdot |E|$$

Ungewichtetes Scheduling: Tasks mit größter Penalty auf ihre Deadline oder davor setzen, abwärts.