

1 Vorletzte Seite schwarze FS kopieren

2 Möbius Transformation

1. Zwei Punkte bestimmen die symmetrisch zu beiden Kreisen liegen: $(z_1 - z_0)(\overline{z_2} - \overline{z_0}) = R^2$ fuer alle Gleichungen $|z - z_0| = R$ aufstellen, Gleichungssystem loesen
2. Transformation bestimmen: $T(a) = 0 \Rightarrow T_1(x) = x - a$, $T(b) = \infty \Rightarrow T_2(x) = \frac{x-a}{x-b}$, $T(c) = d \Rightarrow T(x) = \frac{x-a}{x-b} \cdot e = d$ erfuellen

3 Reihen

3.1 Taylorreihen

Siehe Aufg. 16 Anleitung Umformen, Geometrische Reihe, Integral reinziehen, Grenzen einsetzen nicht vergessen!

3.2 Laurentreihen

1. Bestimme Singularitaeten
2. Hebe Hebbare Singularitaeten
3. In Summe aus Hauptteilen $(\frac{a}{(z-z_k)^k})$ und Nebenteilen $(\frac{z-z_k}{a})$ umformen.

3.2.1 Singularitäten

Ringe \rightarrow Pole

1. Hebbbar
2. n-facher Pol
3. Wesentliche Singularität

3.3 Residuen

z_k seien die Singularitaeten, $Res(f, a_k)$ die dazugehoerigen Residuen wobei der 1-te Hauptteil wie folgt aussieht:

$$\frac{Res(f, a_k)}{z - z_0}$$

- $\oint_K f(z)dz = 2\pi i \sum_{z_k \neq 0} Res(f, a_k)$ wobei $Res(f, a_k)$ im Kreis
- $\oint_{-\infty}^{\infty} f(z)dz = 2\pi i \sum_{z_k \neq 0} Res(f, a_k)$ wobei $Im(Res(f, a_k)) \geq 0$
- $\oint_0^{\infty} f(z)dz = \pi i \sum_{z_k \neq 0} Res(f, a_k)$

3.4 Partialbruchzerlegung

1. Residuen berechnen
2. Fuer alle Residuen: $f = \sum_a \frac{Res(f, a)}{z-a}$

4 Kreisintegrale

1. Singularitaet liegt ausserhalb des Kreises - integral ist null
2. Hebbare Singularitaet vorhanden - integral ist null
3. Nichthebbare Singularitaet im Kreis:
 - (a) Cauchysche Integralformel
 - (b) Verallg. Cauchysche Integralformel

5 Funktionseigenschaften

5.1 Holomorphie

Eine Abbildung f heisst holomorph wenn sie in jedem Punkt z_0 komplex differenzierbar ist.

Cauchy-Riemannsche DGL:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

Holomorphie impliziert harmonie.

5.2 Harmonie

Der Realteil einer Funktion ist harmonisch wenn die Funktion holomorph ist.

Eine Funktion $f = u + iv$ ist harmonisch wenn gilt: $f_{xx} + f_{yy} = 0$