1 Partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung

1.1 Homogene lineare partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung

1. Umstellen in Normalform: $\sum_{i=1}^{n} a_i(\vec{x}) \cdot u_i = 0$, weitere Beispiele für $n = 2$.
2. Charakteristische DGLs sind zu lösen: $\dot{x}(t) = a_1(x(t), y(t)); \dot{y}(t) = a_2(x(t), y(t))$
   (a) Dabei darf man alle Gleichungen z.B. durch eine andere teilen
   (b) Hat man dies getan, erhält man z.B. $\dot{x}(t) = 1$ und somit $x(t) = t + c$ und $c = 0$ ist zulässig, also $x = t$
3. Eine der Gleichungen durch Variablen der anderen darstellen: $y = \psi(x, C)$, nach $C(\vec{c})$ umstellen $C(\vec{c}) = \phi(x, y)$
4. $\Phi(\phi(x, y))$ mit beliebigem Φ aus C^1 ist die Lösung
5. Allgemein: $u(\vec{x}) = \Phi(\phi_1(x), ..., \phi_{n-1}(\vec{x}))$

1.2 Quasilineare partielle inhomogene Differentialgleichungen 1. Ordnung

So sieht sie aus: $\sum_{i=1}^{n} a_i(\vec{x}, u) \cdot u_{x_i} = b(\vec{x}, u)$

Lösen mit erweiterter quasilinearer homogener DGL: $\left(\sum_{i=1}^{n} a_i(\vec{x}, u) \cdot U_{x_i}\right) + b(\vec{x}, u) \cdot U_u = 0$ und $U = 0$
Dann wie homogene lineare partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung lösen.
Zum Schluss eine Basis als Funktion der anderen Basis darstellen, nach u umformen und $\psi(...)$ passend aussuchen.

1.3 Anfangswertaufgaben

$u(\vec{x}) = \Phi(\phi_1(x), ..., \phi_{n-1}(\vec{x}))$
Anfangsfunktion: $u_0(s) := u(x(s), y(s))$ auf der Kurve $c(s) := (x(s), y(s))^T$.