

1 Kombinatorik

Anzahl der Möglichkeiten:

1. Mit Reihenfolge: (Variation)
 - (a) k aus n mit zurücklegen: n^k
 - (b) k aus n ohne zurücklegen: $k! \binom{n}{k}$
2. Ohne Reihenfolge: (Kombination)
 - (a) k aus n mit zurücklegen: $\binom{n+k-1}{k}$
 - (b) k aus n ohne zurücklegen: $\binom{n}{k}$
3. Ohne Reihenfolge: (Permutation)
 - (a) n ohne gleiche Elemente: $n!$
 - (b) n ohne zurücklegen: $\frac{n!}{\prod (k_i!)}$ mit k_i Anzahl der Elemente i .

2 Wahrscheinlichkeit

2.1 Elementarereignis

Schliessen sich gegenseitig aus. Ein einelementiges Versuchsergebnis ist ein Elementarereignis. Z.B. $\omega_1 = \text{Kopf}$, $\omega_2 = \text{Zahl}$.

2.2 Ereignisraum

Menge aller möglichen Ereignisse: $\Omega = \omega_1 \cup \omega_2$. Werfen zweier Münzen: $\Omega_2 = \Omega \times \Omega$

2.3 Bernoulli/Laplace

Endlich viele Ereignisse: $P = \frac{\sum \text{Erfolgsmoeglichkeiten}}{\sum \text{Alle Moeglichkeiten}}$. Auch Gegenereignis betrachten!!!

2.4 nach von Mises

Statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff: $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} H(A, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}$ mit $H(A, n)$ relative Wahrscheinlichkeit von A , also n_A Anzahl der Versuche wo A eintritt und n Gesamtanzahl der Versuche.

2.5 nach Kolmogorov

Massaxiom: $P(A) \geq 0$, Normierungsaxiom: $P(\Omega) = 1$, Additivitaetsaxiom: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ mit $A \cap B = \emptyset$. Bertrands Paradoxon.

2.6 Bayes Law

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

3 Funktionen

3.1 Verteilungsfunktion

$F_X(c) = P(X \leq c) = \int f_X(c)dc$ wobei $f(c)$ die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist.

3.2 Exponentialverteilungsfunktion

$$f_\lambda(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases} \text{ hat den Erwartungswert } \frac{1}{\lambda}. \text{ Dazugehörige Verteilungsfunktion: } F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

3.2.1 Bedingte Wahrscheinlichkeit

$$c, d \in \mathbb{R}, P(x > c | x > d) = \frac{P(x > c \cap x > d)}{P(x > d)}, c > d \Rightarrow \{x > c\} \subset \{x > d\} \Rightarrow P(x > c | x > d) = \frac{P(x > c)}{P(x > d)}$$

Im Falle der Exponentialfunktion: $\frac{P(x > c)}{P(x > d)} = F_X(c - d)$