Questão 01

07 April 2018 10:29

Teste qui-quadrado:

$N = 10$

Distribuição uniforme: $P = \frac{1}{K}$, para $K = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

↳ Probabilidade igual para cada intervalo $= \frac{1}{10}$

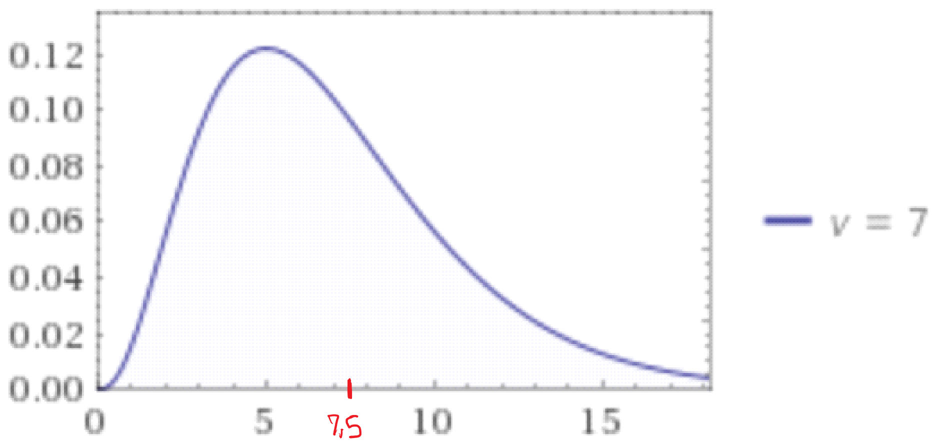
↳ $E_k = 608 \cdot \frac{1}{10} = 60{,}8$

↳ Medida Resumo: $X^2 = \sum \frac{(E_k - N_k)^2}{E_k} = \frac{(60{,}8 - 60)^2}{60{,}8} + \frac{(60{,}8 - 62)^2}{60{,}8} + \frac{(60{,}8 - 67)^2}{60{,}8} + \dots + \frac{(60{,}8 - 67)^2}{60{,}8}$

$$X^2 = 7{,}5$$

↳ De acordo com uma qui-quadrado com $\underbrace{7}_{\underbrace{K}_{10} - 1 - \underbrace{2}_{\text{Param min e max da dist. uniforme}}}$ graus de liberdade, vemos que o modelo se adequa aos dados

↳ Gráfico:



↳ p-valor: 0.37

Questão 05

07 April 2018 11:41

a) $E(X) = \int x f(x) dx = \int_0^1 x \cdot 1 \, dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1$

$= \frac{1}{2}$

b) Para calcularmos o valor esperado de uma v.a $Y = h(X)$ basta fazermos:

$E(Y) = \int h(x) \cdot f_X(x) \, dx \rightarrow E(Y) = \int_0^1 x^2 \cdot 1 \, dx = E(Y) = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}$

c) $f_Y = f_X(h(x)) \cdot |h'(x)|$

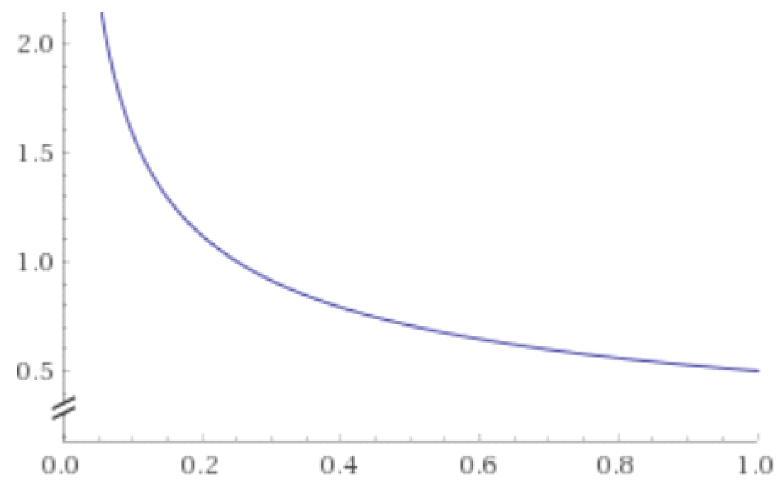
↳ $h(y) = g^{-1}(y)$

↳ $g(x) = x^2 \rightarrow g^{-1}(y) = \frac{1}{\sqrt{y}}$

↳ $f_X = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

↳ $f_Y = 1 \cdot \left| \frac{1}{\sqrt{y}} \frac{d}{dy} \right| = \frac{1}{2\sqrt{y}}$

gráfico de f_Y:



Um quadrado de área menor que 0.1 é muito mais provável do que um de área maior que 0.9

Questão 06

07 April 2018 15:53

a) $E(X) = \int x f(x)\, dx = \int_0^1 x \cdot 1 \, dx = \frac{1}{2}$

b) $E(V) = \int h(x) f_X(x)\, dx = \int_0^1 x^3 \cdot 1 \, dx = \frac{1}{4}$

c) $f_V = f_X(h(x)) \cdot |h'(x)|$

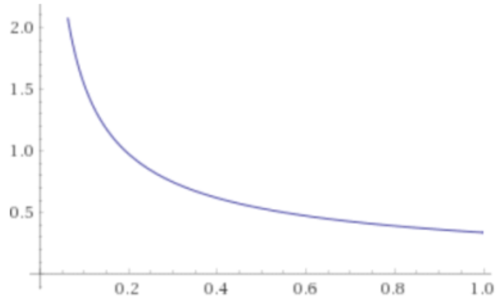
↳ $h(v) = g^{-1}(v)$

↳ $h(v) = \sqrt[3]{v}$

↳ $f_X = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

↳ $f_V = 1 \cdot \left| \frac{d}{dv} \sqrt[3]{v} \right| = \frac{1}{3v^{2/3}}$

Gráfico:



Um cubo de volume menor que 0.1 é muito mais provável do que um de volume maior que 0.9

Questão 07

07 April 2018 16:23

a) $E(X) = \int x f(x)\, dx = \int_0^1 x \cdot 1 \, dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^1 = \frac{1}{2}$

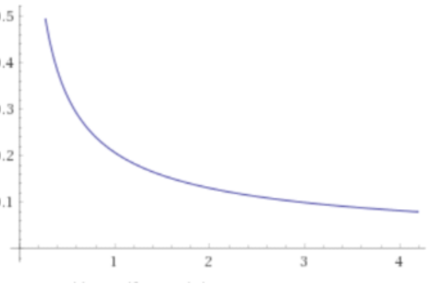
b) $E(V) = \int h(x) \cdot f_X(x)\, dx = \int_0^1 \frac{4}{3}\pi x^3 \cdot 1 \, dx = \frac{4\pi}{3}\int_0^1 x^3 \, dx = \left.\frac{\cancel{4}\pi}{3}\frac{x^4}{\cancel{4}}\right|_0^1 = \frac{\pi}{3}$

c) $V = g(X)$

$\Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi X^3 \rightarrow X = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

$f_V(v) = 1 \cdot \left| \frac{d}{dv} \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \right| = \frac{1}{6^{2/3}\sqrt[3]{\pi}\, v^{2/3}}$

Gráfico:



- A região de maior massa de Probabilidade é entre 0 e 2
- Uma esfera de volume menor que 0.1 é menos provável do que uma de volume maior que 0.9

Questão 10

07 April 2018 18:43

a) Incorreto, pois $F(x)$ é uma função que pode ser diretamente obtida através do cálculo de $P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(x)\, dx$

b) Afirmação correta. A função de probabilidade acumulada possui saltos em todos os pontos correspondentes a valores que a v.a. pode assumir.

c) Incorreta. Na verdade $F(x)$ mede a probabilidade de X ser menor que o parâmetro x

d) Correta, vide item a.

e) Incorreta. Para se calcular $F(x)$ basta que se conheça a densidade de probabilidade de X

f) Correta. $F(x)$ independe da amostra, dependendo apenas da densidade de probabilidade.