

Relatório do ajuste multinomial

Silvaneio Viera dos Santos Junior

2022-06-12

Introdução

Definição do modelo

Seja \vec{y}_t a quantidade de internações por varicela no tempo t em cada faixa etária (\vec{y}_t é um vetor e cada uma de suas coordenadas corresponde a quantidade de internações em uma faixa etária) e T_t o total de internações por varicela no tempo T , então vamos supor que:

$$\vec{y}_t | \vec{\theta}_t \sim Multinom(T, \vec{p}_t),$$

onde $\vec{\theta}_t$ é o vetor de estados latentes no tempo t e:

$$\ln \left\{ \frac{p_{it}}{p_{kt}} \right\} = F'_{it} \theta_t, \forall i \neq k,$$

sendo F_{it} conhecido para qualquer i e t , e k o índice da faixa etária de referência. Podemos interpretar p_{it} como a probabilidade de que tenhamos uma internação na faixa etária i dado que uma internação foi observada. É importante observar que, se uma faixa etária (digamos, de índice i) tem um grande volume de indivíduos expostos ao risco de internação, é natural que p_{it} seja maior que p_{jt} para o $j \neq i$, posto isto, fica claro que devemos incluir alguma forma de relativização pelo volume de expostos em cada faixa etária.

Observe que:

$$\begin{aligned} p_i &= \mathbb{P}(\text{Faixa etária } i | \text{internação}) \\ &= \frac{\mathbb{P}(\text{Faixa etária } i, \text{internação})}{\mathbb{P}(\text{internação})} \\ &= \frac{\mathbb{P}(\text{internação} | \text{Faixa etária } i) \mathbb{P}(\text{Faixa etária } i)}{\mathbb{P}(\text{internação})}. \end{aligned}$$

Temos que $\mathbb{P}(\text{internação} | \text{Faixa etária } i)$ é a probabilidade de internações na faixa etária i e $\mathbb{P}(\text{Faixa etária } i)$ é a probabilidade de que o indivíduo pertença à faixa etária i , como conhecemos a exposição de cada faixa etária (E_i) e a exposição total E_T , temos que $\mathbb{P}(\text{Faixa etária } i) = \frac{E_i}{E_T}$. Substituindo esse valores na primeira equação:

$$\begin{aligned} \ln \left\{ \frac{\mathbb{P}(\text{internação} | \text{Faixa etária } i) \frac{E_i}{E_T}}{\mathbb{P}(\text{internação} | \text{Faixa etária } k) \frac{E_k}{E_T}} \right\} &= \ln \left\{ \frac{\mathbb{P}(\text{internação} | \text{Faixa etária } i)}{\mathbb{P}(\text{internação} | \text{Faixa etária } k)} \right\} + \ln \left\{ \frac{E_i}{E_k} \right\} \\ &= F\theta, i = 1, \dots, k-1 \end{aligned}$$

Assim:

$$\ln \left\{ \frac{\mathbb{P}(\text{internação} | \text{Faixa etária } i)}{\mathbb{P}(\text{internação} | \text{Faixa etária } k)} \right\} = F\theta - \ln \left\{ \frac{E_i}{E_k} \right\}, i = 1, \dots, k-1$$

Se considerarmos um modelo com $\ln \left\{ \frac{E_i}{E_k} \right\}$ como regressora com efeito conhecido e igual a 1, então podemos reescrever $F\theta = F^*\theta^* + \ln \left\{ \frac{E_i}{E_k} \right\}$, daí:

$$\ln \left\{ \frac{\mathbb{P}(\text{interna\c{c}\~{a}o}|\text{Faixa et\'{a}ria } i)}{\mathbb{P}(\text{interna\c{c}\~{a}o}|\text{Faixa et\'{a}ria } k)} \right\} = F^*\theta^*, i = 1, \dots, k - 1$$

Assim $F^*\theta^*$ modela, de fato, o *log* da raz\~{a}o entre a probabilidade de interna\c{c}\~{a}o da faixa et\'{a}ria i e a faixa et\'{a}ria de refer\~{e}ncia.

Vale destacar que, como mencionado anteriormente, a exposi\c{c}\~{a}o \'{e} essencialmente constante ao longo do tempo, de modo que a inclus\~{a}o da exposi\c{c}\~{a}o n\~{a}o deve ter efeito significativo no ajuste, contudo, agora a interpreta\c{c}\~{a}o dos resultado se torna mais intuitiva.

Resultado dos ajustes

Efeito da escolha da faixa et\'{a}ria de refer\~{e}ncia

Avalia\c{c}\~{a}o do efeito da vacina

Resultado das simula\c{c}\~{o}es