

قوانین تمرینات



با ارسال پاسخ برای تمرینات، شما قوانین و موارد زیر را پذیرفته اید:

- همه راه حل های ارائه شده، تلاش فکری خود شما هستند و در صورت مشورت کردن با افراد دیگر، نام و شماره دانشجویی آن ها در را در یک فایل پی دی اف در همین سوال، آپلود کرده اید.
- در صورت بدست آوردن همه جواب یک سوال با استفاده از اینترنت یا منابع دیگر، لینک استفاده شده یا نام آن منابع در فایل پی دی اف آپلودی در این سوال، آورده شده است.
- بدیهیست که در هر کدام از موارد فوق، یعنی مشورت کردن با دوستان و یا استفاده از اینترنت و منابع دیگر، پیاده سازی ایده باید توسط خود شما انجام گرفته شده باشد و همینطور باید به طور کامل بر جواب های ارائه شده مسلط باشید. در صورت محرز شدن هرگونه خطا و عدم تسلط برای دستیاران آموزشی، برای سوالی که درباره آن خلاقی صورت گرفته است، منفی امتیاز کسب شده در حالت عادی در نظر گرفته خواهد شد. (به عنوان مثال اگر سوال در تصحیح نمره ۱۰۰ گرفته است، به جای آن نمره ۱۰۰- برای آن سوال در نظر گرفته خواهد شد.)

پیچ سورت

توابع پیچیدگی زیر را از لحاظ سرعت رشد مرتب کنید.

$$n^{\log(\log(n))} \quad 2^{2^n} \quad n \log(n) \quad \frac{3^n}{2} \quad n^{\frac{1}{\log(n)}} \quad n 2^n \quad 4^{\log(n)} \quad n^2 \quad n^3$$

$$n \ln(n) \quad (\log(n))^2 \quad 5n^2 + 7n \quad n^{5/2} \quad n! \quad 2^{n!} \quad 4^n \quad n^n$$

$$n^n + \ln(n) \quad \sqrt{n} \quad \log(n!) \quad (\log(n))!$$

پیچ سالو

پیچیدگی زمانی کدهای زیر را به دست بیاورید.

(الف)

```
1 for i in range(n):
2     j = 0
3     while j <= n:
4         print(i, j)
5         j += n//50
```

توجه: $n \geq 50$ و // به معنای تقسیم صحیح است

(ب)

```
1 int f(int[] a) {
2     int sum = 0;
3     for (int k = 1; k < a.length; k++)
4         for (int[] subset: subsets(a, k))
5             for (int i = 0; i < k; i++)
6                 sum += subset[i];
7
8     return sum;
9 }
```

(ج)

```
1 def prime_sieve(n):
2     prime = [True for i in range(n + 1)]
3     prime[0] = prime[1] = False
4     p = 2
5     while (p <= n):
6         if (prime[p] == True):
7             for i in range(p ** 2, n + 1, p):
8                 prime[i] = False
9         p += 1
10    return prime
```

در پایتون $p**2$ به معنی p به توان دو است. فرض کنید عملیات توان در $O(1)$ انجام میگیرد.

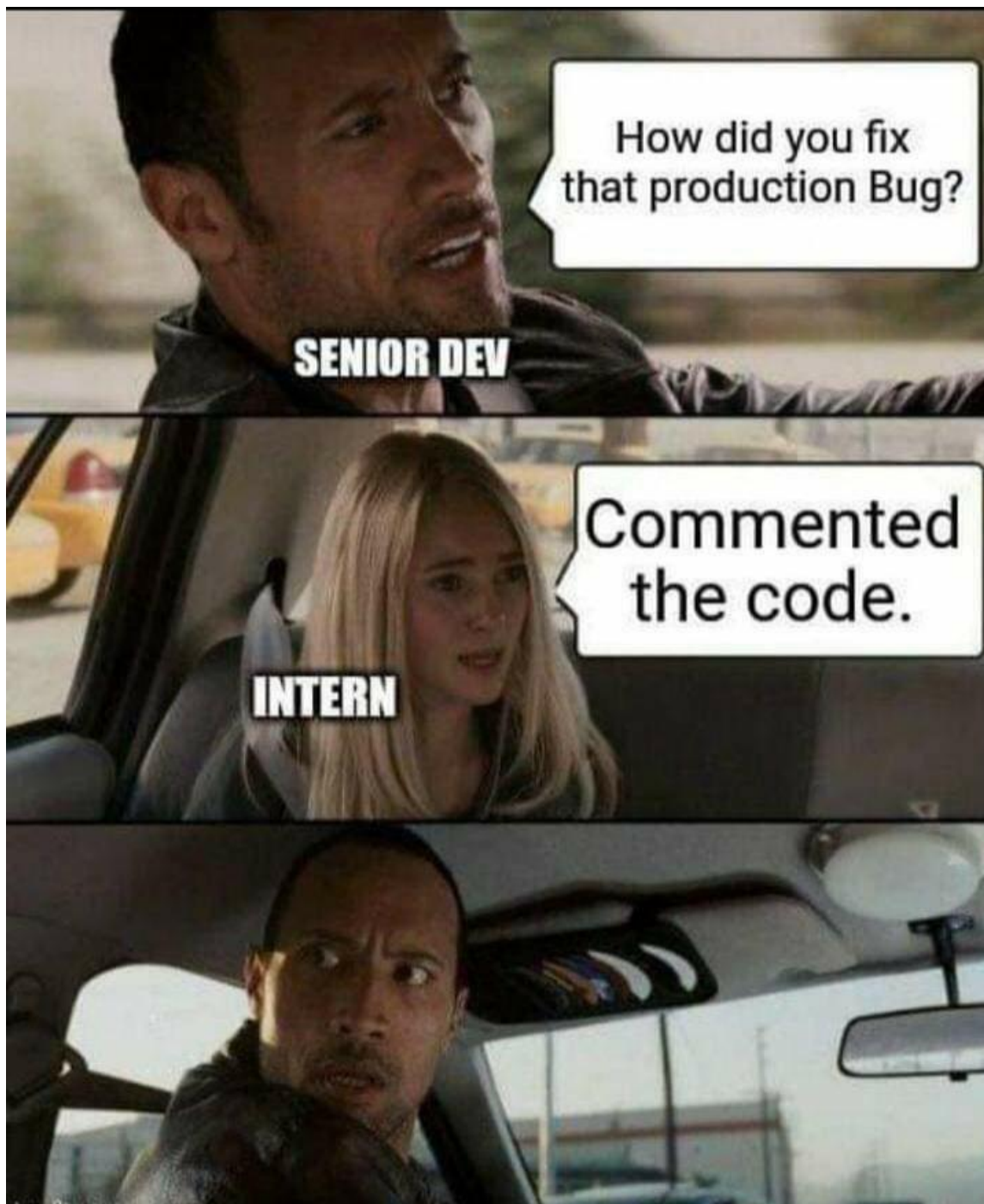
پیچ مت

صحت روابط زیر را اثبات کنید.

$$n\sqrt{n} \in O(n^n)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i j \in \theta(n^3)$$

سینیور یا جونیور، مسئله این است



برای پردازش یک مسئله محاسبه علمی به سبب ورودی n ، دو شبه کد داریم. الگوریتم اول در n^2 میکروثانیه و الگوریتم دوم در $100n$ میکروثانیه اجرا می‌شود. الگوریتم اول توسط برنامه‌نویس junior شرکت در ۴ ساعت قابل پیاده‌سازی است، که حقوق برنامه‌نویس جونیور شرکت ۲۰ هزار تومان بر ساعت است. الگوریتم دوم را برنامه‌نویس senior شرکت می‌تواند در ۵ ساعت پیاده‌سازی کند. که حقوق

برنامه‌نویس senior سه‌برابر برنامه‌نویس جونیور است. هر برنامه در ابتدا قبل از اولین اجرا، باید روی سرور کامپایل شود. الگوریتم اول ۲ دقیقه زمان کامپایل و الگوریتم دوم ۶ دقیقه زمان کامپایل نیاز دارد. هزینه هر ساعت استفاده از سرور ۵۰ هزار تومان است. با توجه به سایز ورودی، اگر نیاز باشد که مسئله را k بار مختلف اجرا کنیم. تحلیل کنید برای چه مقدار k پیاده‌سازی الگوریتم دوم به صرفه تر است.

الف) اگر سایز ورودی مسئله، برابر ۵۰ باشد.

ب) اگر سایز ورودی مسئله، برابر ۵۰۰ باشد

تفکر الگوریتمی تخم مرغی



کار خودت را به عنوان کارآموزی در شرکت «تخم مرغ فروشان هوشمند کویر» شروع کردی. تسک (وظیفه) که دیروز به تو داده شده بود را خیلی سریع و به سادگی انجام دادی. مدیر تو که هر روز کدهای push شده در گیت توسط تو را می‌بیند و بررسی می‌کند. امروز صبح که می‌خواستی برنامه‌نویسی کد قبلی خودت را ادامه دهی، مدیریت از تو خواست که قبل آن یک جلسه داشته باشی.

در یکی از قسمت‌های کد نیاز به جستجو در آرایه تراکنش‌های روزانه شرکت بوده است. و تو از تابع جستجو پیش‌فرض زبان پایتون استفاده کردی. با این پیش‌فرض که توابع پیش‌فرض همیشه بهینه و کافی‌اند. اما مدیر شرکت به تو گفت که باید بر اساس شرایط مسئله و سناریو موجود، بین الگوریتم‌های جستجو یکی را پیاده‌سازی کنی.

الگوریتم‌های در دسترس تو سرچ خطی و باینری سرچ هستند. و در صورتی که نیاز به مرتب‌سازی باشد (داده‌ها هیچ‌کدام مرتب‌شده نیستند، اما الزاماً نیاز به مرتب‌سازی آنها نیست) از الگوریتم insertion sort و یا quick sort می‌توان استفاده کرد.

مدیر به تو گفته که برای انجام تحلیل‌ها برای هر الگوریتم ابتدا باید تحلیل زمانی هرکدام را در حالت worst case و average case، بدست آوری و با استفاده از آنها، تحلیل‌ها را انجام دهی. برای اینکه تو را راهنمایی کند، تحلیل زمانی الگوریتم quick sort را به تو گفته و نیازی نیست خودت آن الگوریتم را بخوانی و تحلیل کنی. (الگوریتم quick sort در حالت average case برابر $n * \log n$ و در حالت worst case برابر n^2 است.)

او با این تسک که به تو داده، علاوه بر اینکه می‌خواهد کد بهینه‌ای برای این بخش از برنامه بنویسی، می‌خواهد به طور کلی مهارت و دانش تحلیل، تحقیق و تصمیم‌گیری تو یا به طور خلاصه تفکر الگوریتمی تو را به چالش بکشد و بسنجد. که بتواند تصمیم بگیرد بعد از

کارآموزی تو را در شرکت استخدام کند یا نه. تو هم که نمی‌خواهی به هیچ عنوان فرصت کاری خود را در شرکت تخم‌مرغ فروشان کویر از دست بدهی! این شرکت که در سال گذشته با نوآوری پکیج‌های غذایی ترکیبی مثل «نودل-تخم‌مرغ» توانسته درآمد خیلی خوبی داشته باشد. اکنون علاوه بر حقوق خوبی که به کارمندان خود پرداخت می‌کند فضای نوآوری و پیشرفت کاری خیلی خوبی در این شرکت پیش‌رو توست.

اما از این تسک وحشت‌کرده و استرس نیستی. چون قبلاً در درس الگوریتم به اندازه کافی با تفکر الگوریتمی دست و پنجه نرم کردی و برای این روز آماده بودی! به اعتماد به نفس خوب و سرخوش، می‌روی قهوه را دم می‌گذاری، هدفون را روشن و استارت!

برای سناریوهایی که مدیریت نوشته، اول یک نگاهی کوتاه بر روی همه آنها می‌کنی و سپس به سراغ تک به تک آنها می‌روی. برای اینکه بتوانی نظر مدیر را جلب کنی و وظیفه خودت را به خوبی انجام داده باشی، باید تحلیل‌ها کامل و دقیق باشد. مدیر از تو می‌خواهد برای هر سناریو حداقل یک یا دو پاراگراف بنویسی.

توجه داشته باش همه سناریوها را، هم در حالت worst case و هم average case بررسی کن و محاسبه کن، سپس بر اساس آن دو پیشنهادت را بنویس.

(الف) در هر روز ۱۰۰ داده مربوط به فروش تخم‌مرغ‌های یک منطقه شهری است. در صورتی که بخواهیم یک مقدار را در داده‌ها جستجو کنیم، کدام شیوه مناسب‌تر است؟

(ب) همان داده‌های قسمت الف را داریم، اما بجای یک بار جستجو، نیاز داریم k جستجو انجام دهیم. باتوجه به مقدار k تحلیل کن استفاده از کدام شیوه بهینه‌تر است؟

(ج) اگر بجای داده‌های یک منطقه خاص شهری بخواهیم یک مقدار را در کل داده‌ها، یعنی ۱۰۰۰۰ داده جستجو کنیم، کدام شیوه مناسب‌تر است؟

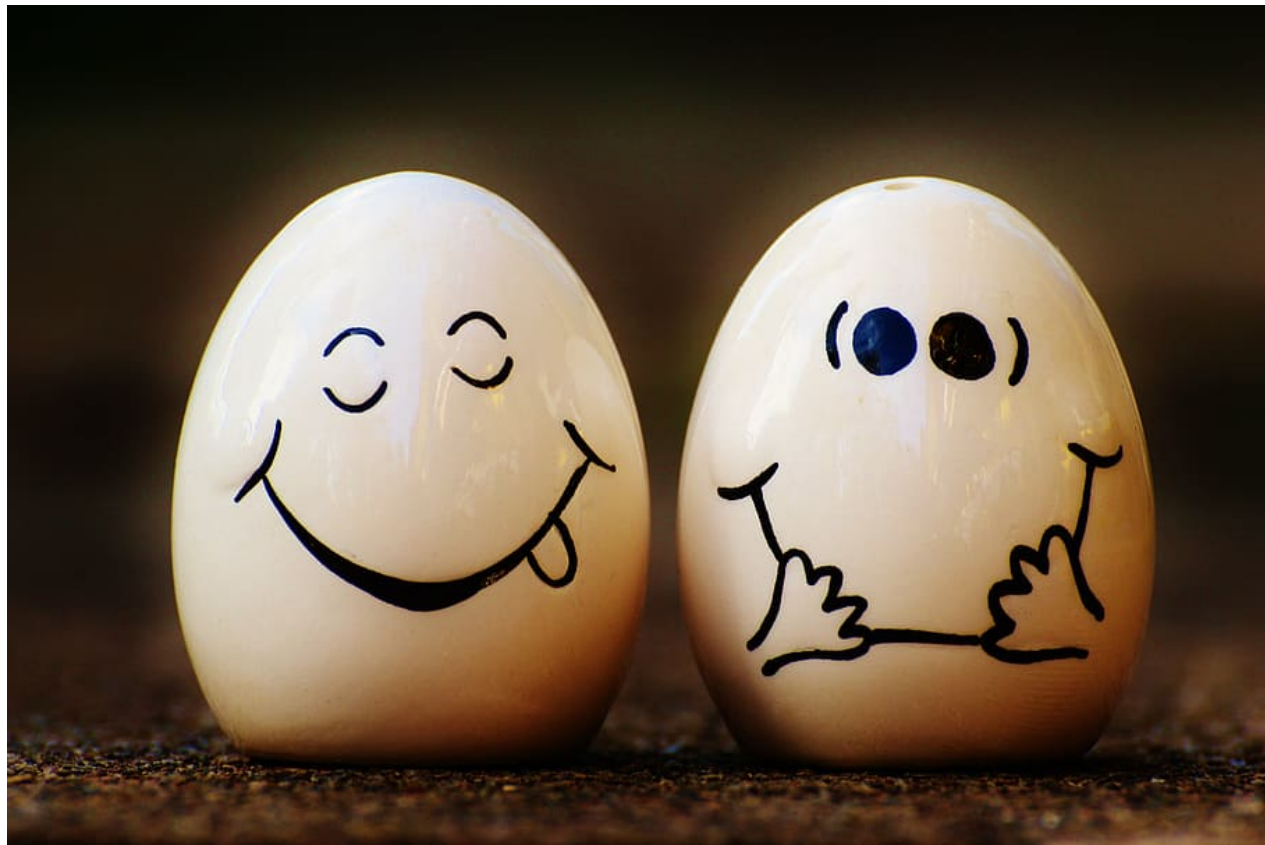
(د) همان داده‌های قسمت ج را داریم، اما بجای یک بار جستجو، نیاز داریم k جستجو انجام دهیم. باتوجه به مقدار k تحلیل کن استفاده از کدام شیوه بهینه‌تر است؟

(ه) برخی الگوریتم‌های مرتب‌سازی در زمان اجرا نیازمند به فضای حافظه کمکی (auxiliary) هستند، باتوجه به این نکته و مبحث space complexity، شرایط قسمت د را تحلیل کن. (ابتدا نوشته شود که کدام الگوریتم‌ها نیازمند فضای کمکی هستند و چرا؟)

(و) با توجه به حجم داده‌ها، داده‌ها بر روی دیسک سخت نگهداری می‌شود. ساختار دیسک‌سخت به شکلی است که داده‌ها را فقط در جهت رو به جلو (به ترتیب قرارگیری در حافظه) می‌خواند. و در صورتی که بخواهد یک داده قبلی را بخواند، باید هد یک دور کامل بزند. با توجه به این نکته باینری سرچ چه مشکلی می‌تواند اجرا کند؟ در رابطه با jump search مطالعه کن و این الگوریتم برای این شرایط به نسبت دو سرچ قبلی چه مزیتی دارد؟

(ز) در قسمت ب، جستجو را در انتهای روز انجام می‌دادیم. اما اگر در طول روز و همزمان با آپدیت شدن آرایه داده‌های ما، نیازمند جستجو باشیم، چه روشی را پیشنهاد می‌دهید؟

تخم مرغ های فولادی



مدیر شرکت «تخم مرغ فروشان هوشمند کویر» بعد از آنکه به مهارت تفکر الگوریتمی تو پی برده است، از تو می‌خواهد برای یکی از مهم‌ترین خط تولیدهای شرکت تحلیلی به سبک تفکر الگوریتمی انجام دهی. که از این طریق بتوان هزینه‌های مالی و زمانی شرکت را در بهینه‌ترین حالت ممکن حفظ کرد.

شرکت محصولی دارد به اسم «تخم مرغ فولادی!» و ادعا دارد که این تخم مرغ های فولادی با سقوط از ارتفاع معمولی، نمی‌شکنند. در پروسه ساخت، شرکت روبات‌هایی برای انجام تست ارتفاع یا همان Safety Test ساخته است. برای انجام این تست یک مجموعه ارتفاع به شکل نردبانی وجود دارد، که باید شماره پله‌ای که توان تحمل حداکثری سقوط و سالم بودن تخم مرغ را پیدا کرد.

می‌توان از پایین‌ترین ارتفاع شروع کرد و پله‌های نردبانی را به ترتیب طی کرد، و در هر مرحله که تخم مرغ شکست متوجه می‌شویم پله‌ی قبلی حداکثر ارتفاع توان تخم مرغ بوده است.

بجای این شیوه که پله‌ها را به ترتیب چک کنیم و به سمت بالا رویم، می‌توان از الگوریتم «باینری سرچ» استفاده کرد. اما در این شیوه ممکن است تعدادی تخم مرغ اضافه شکسته شود تا جستجو تمام شود (چرا؟).

با توجه به اینکه این تست‌های به صورت روزانه در حجم نمونه بالایی تست انجام می‌شود، باتوجه به بودجه محدودی که در هر تست تخم مرغ در اختیار داریم و محدودیت زمانی اجرای تست (با توجه به مکانیکی بودن روبات‌ها، هربار تست سقوط بر روی یک پله و جابجا

شدن دست روبات برای تست روی پله دیگر، زمان اجرا بالایی می‌گیرد.) تحت شرایط داده شده مسئله را تحلیل کنید و پیشنهاد خودتان را بر اساس تحلیل بنویسید.

الف) اگر فقط یک تخم‌مرغ برای هر آزمایش داشته باشیم.

ب) اگر دو تخم‌مرغ برای هر آزمایش داشته باشیم.

ج) اگر k تخم‌مرغ برای هر آزمایش داشته باشیم.

د) آیا الگوریتم Jump Search (در رابطه با این الگوریتم در اینترنت تحقیق کنید) می‌تواند باعث بهینه‌سازی زمانی و مالی شود؟

تابع بد

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت



برای یک عدد صحیح مثبت n تابع f را به شکل زیر تعریف میکنیم.

$$f(n) = -1 + 2 - 3 + 4 + \dots + (-1)^n n$$

مقدار $f(n)$ را به ازای ورودی n به دست بیاورید.

ورودی

ورودی شامل یک عدد صحیح مثبت است.

$$1 \leq n \leq 10^{15}$$

امتیاز ۱۰۰	امتیاز ۵۰
$10^9 \leq n \leq 10^{15}$	$1 \leq n \leq 1000$

خروجی

حاصل را در یک خط چاپ کنید.

ورودی نمونه ۱

4

خروجی نمونه ۱

2

ورودی نمونه ۲

5

خروجی نمونه ۲

-3

آب سیب

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت



کووت در کتابخانه، جادویی قدیمی پیدا کرده که یک عدد را به مجموع ارقامش تبدیل میکند. چنانچه کووت عدد n را داشته باشد، بگوید چند بار باید از جادو استفاده کند تا به یک عدد یک رقمی برسد.

ورودی

ورودی تنها شامل یک خط است که در آن عدد حسابی n آمده است.

$$0 \leq n \leq 10^{100000}$$

خروجی

در تنها خط خروجی تعداد دفعاتی که کووت باید از جادو استفاده کند تا به یک عدد یک رقمی برسد را چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

0

۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

خروجی نمونه ۱

0

ورودی نمونه ۲

10

خروجی نمونه ۳

1

ورودی نمونه ۳

991

خروجی نمونه ۱

3

آنتن بد

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت



premature *optimization* is the root of all evil.

نوعی آنتن آسیب دیده داریم که به جای بایتی مانند x ، بایت با مقدار $1 < x^A$ را ارسال میکند. مقادیر ارسال شده توسط این آنتن را دریافت کنید و مقادیر اولیه را به دست آورید.

ورودی

در خط اول ورودی عدد n و در خط دوم، n عدد که عدد b_i آن ها مقدار i ام ارسال شده توسط آنتن میباشد را دریافت کنید.

$$1 \leq n \leq 10^5$$

$$0 \leq b_i \leq 255$$

خروجی

در تنها خط خروجی، n عدد x_i که هر کدام مقدار اولیه i امین مقدار ارسال شد توسط آنتن میباشد را چاپ کنید.

$$0 \leq x_i \leq 255$$

مثال

در اینجا چند نمونه ورودی و خروجی برای تست شما در دسترس است.

در اینجا چند نمونه برای فهم بهتر صورت سوال و کتب ورودی و خروجی تستها داده می‌شود.

ورودی نمونه ۱

5
58 89 205 20 198

خروجی نمونه ۱

22 55 187 12 66