Distance oracles for timetable graphs

Vzdialenostné orákula pre grafy reprezentujúce cestovné poriadky

František Hajnovič

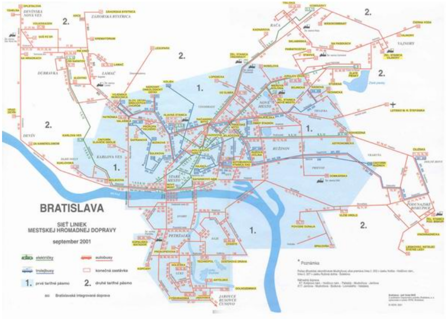
FMFI UK

8. apríla 2012

Školiteľ: doc. RNDr. Královič PhD.

Hlavná tématika

- Rýchle hľadanie najkratších spojení v danom cestovnom poriadku



Obr.: Mapa MHD v BA [imh]

Obsah

Objasnenie problematiky

Objasnenie problematiky

Využitie

- Portály typu *cp.sk*, *imhd.sk*...

Využitie

- Portály typu *cp.sk*, *imhd.sk*...
- **Väčší scale** - napr. nad mapou Európy

Timetable graf

- **Underlying graph** - podkladový graf (mapa)

Timetable graf

- **Underlying graph** - podkladový graf (mapa)
- **Timetable** - cestovný poriadok nad daným podkladovým grafom. Množina elementárnych spojení

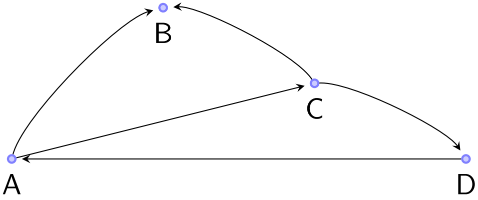
Timetable graf

- **Underlying graph** - podkladový graf (mapa)
- **Timetable** - cestovný poriadok nad daným podkladovým grafom. Množina elementárnych spojení
- **Time-expanded graph** - časovo expandovaný graf. Reprezentácia cestovného poriadku cez graf

Timetable graf

- **Underlying graph** - podkladový graf (mapa)
- **Timetable** - cestovný poriadok nad daným podkladovým grafom. Množina elementárnych spojení
- **Time-expanded graph** - časovo expandovaný graf. Reprezentácia cestovného poriadku cez graf
    - **Timetable graph** - budeme brať ako synonymum pre časovo expandovaný graf

Podkladový graf



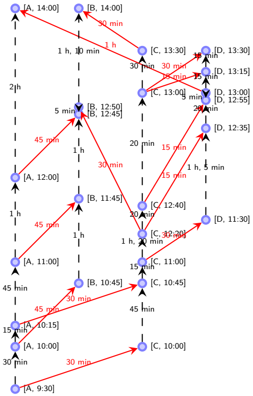
Obr.: Podkladový graf

Cestovný poriadok

Place		Time	
From	To	Departure	Arrival
A	B	10:00	10:45
A	B	11:00	11:45
A	B	12:00	12:45
A	C	9:30	10:00
A	C	10:15	10:45
C	D	11:00	11:30
C	D	13:00	13:30
C	D	12:20	12:35
C	D	12:40	12:55
C	D	13:00	13:15
C	B	12:20	12:50
C	B	13:30	14:00
D	A	13:00	14:00

Tabuľka: Cestovný poriadok nad predošlým grafom

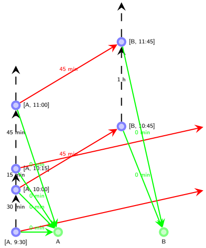
Timetable graf



Obr.: Timetable/Time-expanded graf pre predchádzajúci cestovný poriadok

Vyhľadávanie cez najkratšiu cestu

- Pridáme pre každé mesto podkladového grafu jeden vrchol
- Pridáme orientované hrany s nulovou váhou idúce z každého vrchola timetable grafu do patričného nového vrchola



Obr.: Vyhľadávanie v timetable grafoch cez najkratšiu cestu

Iné definície timetable grafu ?

- **Underlying graph** - podkladový graf (mapa)
- **Timetable** - cestovný poriadok nad daným podkladovým grafom. Množina elementárnych spojení
- **Time-expanded graph** - časovo expandovaný graf. Reprezentácia cestovného poriadku cez graf
    - **Timetable graph** - budeme brať ako synonymum pre časovo expandovaný graf

Iné definície timetable grafu ?

- **Underlying graph** - podkladový graf (mapa)
- **Timetable** - cestovný poriadok nad daným podkladovým grafom. Množina elementárnych spojení
- **Time-expanded graph** - časovo expandovaný graf. Reprezentácia cestovného poriadku cez graf
    - **Timetable graph** - budeme brať ako synonymum pre časovo expandovaný graf
- Aj iné možnosti zadefinovania timetable grafu

Iné definície timetable grafu ?

- **Underlying graph** - podkladový graf (mapa)
- **Timetable** - cestovný poriadok nad daným podkladovým grafom. Množina elementárnych spojení
- **Time-expanded graph** - časovo expandovaný graf. Reprezentácia cestovného poriadku cez graf
  - **Timetable graph** - budeme brať ako synonymum pre časovo expandovaný graf
- Aj iné možnosti zadefinovania timetable grafu
  - **Time-dependent graph** [DPW09] - časovo závislý graf. Vlastne iba podkladový graf, kde ceny hrán sa určia on-the-fly za behu algoritmu

Motivácia

- Čo je zlé na Dijkstrovom algoritme?

Motivácia

- Čo je zlé na Dijkstrovom algoritme?
  - "Vytunená" verzia v $\mathcal{O}(m + n \log n)$, Fibonacciho haldy

Motivácia

- Čo je zlé na Dijkstrovom algoritme?
  - "Vytunená" verzia v $\mathcal{O}(m + n \log n)$, Fibonacciho haldy
- *London Underground* - 270 staníc, 11 liniek (v priemere 30 staníc každá, v priemere 10 minútové intervaly) [Wik]

Motivácia

- Čo je zlé na Dijkstrovom algoritme?
  - "Vytunená" verzia v $\mathcal{O}(m + n \log n)$, Fibonacciho haldy
- *London Underground* - 270 staníc, 11 liniek (v priemere 30 staníc každá, v priemere 10 minútové intervaly) [Wik]
  - Príchod alebo odchod vlaku zo stanice - zhruba každých 8 minút jedna udalosť

Motivácia

- Čo je zlé na Dijkstrovom algoritme?
  - "Vytunená" verzia v $\mathcal{O}(m + n \log n)$, Fibonacciho haldy
- *London Underground* - 270 staníc, 11 liniek (v priemere 30 staníc každá, v priemere 10 minútové intervaly) [Wik]
  - Príchod alebo odchod vlaku zo stanice - zhruba každých 8 minút jedna udalosť
  - 20h = 1200 minút operačná doba denne

Motivácia

- Čo je zlé na Dijkstrovom algoritme?
  - “Vytunená” verzia v $\mathcal{O}(m + n \log n)$, Fibonacciho haldy
- *London Underground* - 270 staníc, 11 liniek (v priemere 30 staníc každá, v priemere 10 minútové intervaly) [Wik]
  - Príchod alebo odchod vlaku zo stanice - zhruba každých 8 minút jedna udalosť
  - 20h = 1200 minút operačná doba denne
  - 150 udalostí/deň/stanica → **34500** vrcholov timetable grafu pre cestovný poriadok na jeden deň

Motivácia

- Čo je zlé na Dijkstrovom algoritme?
  - "Vytunená" verzia v $\mathcal{O}(m + n \log n)$, Fibonacciho haldy
- *London Underground* - 270 staníc, 11 liniek (v priemere 30 staníc každá, v priemere 10 minútové intervaly) [Wik]
  - Príchod alebo odchod vlaku zo stanice - zhruba každých 8 minút jedna udalosť
  - 20h = 1200 minút operačná doba denne
  - 150 udalostí/deň/stanica → **34500** vrcholov timetable grafu pre cestovný poriadok na jeden deň
- To je len malá sieť s 270 stanicami - *čo celoeurópsky systém železníc* (len v UK cca 10000 staníc)?

Distance oracles

- Odpoveď na “pomalé” algoritmy (Dijkstra, A*)

Distance oracles

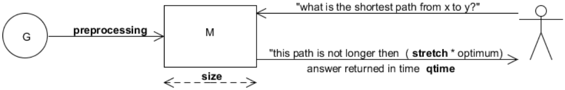
- Odpoveď na "pomalé" algoritmy (Dijkstra, A*)
- Štruktúra, čo odpovedá na queries "Aká je najkratšia cesta z bodu A do bodu B?"

Distance oracles

- Odpoveď na “pomalé” algoritmy (Dijkstra, A*)
- Štruktúra, čo odpovedá na queries “Aká je najkratšia cesta z bodu A do bodu B?”
- 4 parametre, čo sa snažíme *tlačiť dole*:
  - **Preprocessing time** - čas predspracovania
  - **Size** - výsledná veľkosť štruktúry
  - **Query time** - rýchlosť query
  - **Stretch** - presnosť

Distance oracles

- Odpoveď na "pomalé" algoritmy (Dijkstra, A*)
- Štruktúra, čo odpovedá na queries "Aká je najkratšia cesta z bodu A do bodu B?"
- 4 parametre, čo sa snažíme *tlačiť dole*:
  - **Preprocessing time** - čas predspracovania
  - **Size** - výsledná veľkosť štruktúry
  - **Query time** - rýchlosť query
  - **Stretch** - presnosť



Obr.: Metóda DO

Extrémne riešenia

- **Dijkstrov algoritmus**

Extrémne riešenia

- **Dijkstrov algoritmus**
  - $Preprocessing = 0$, $Size = 0$, $Query\ time = \mathcal{O}(m + n \log n)$, $Stretch = 1$

Extrémne riešenia

- **Dijkstrov algoritmus**
  - $\mathit{Preprocessing} = 0$, $\mathit{Size} = 0$, $\mathit{Query\ time} = \mathcal{O}(m + n \log n)$, $\mathit{Stretch} = 1$
- **Predrátanie** cez Floyd–Warshallov algoritmus a uloženie do tabuľky

Extrémne riešenia

- **Dijkstrov algoritmus**
  - *Preprocessing* $= 0$, *Size* $= 0$, *Query time* $= \mathcal{O}(m + n \log n)$, *Stretch* $= 1$
- **Predrátanie** cez Floyd–Warshallov algoritmus a uloženie do tabuľky
  - *Preprocessing* $= \mathcal{O}(n^3)$, *Size* $= \mathcal{O}(n^3)$, *Query time* $= \mathcal{O}(1)$, *Stretch* $= 1$

Extrémne riešenia

- **Dijkstrov algoritmus**
  - *Preprocessing* $= 0$, *Size* $= 0$, *Query time* $= \mathcal{O}(m + n \log n)$, *Stretch* $= 1$
- **Predrátanie** cez Floyd–Warshallov algoritmus a uloženie do tabuľky
  - *Preprocessing* $= \mathcal{O}(n^3)$, *Size* $= \mathcal{O}(n^3)$, *Query time* $= \mathcal{O}(1)$, *Stretch* $= 1$
- Cestná sieť Európy má cca **20 000 000** vrcholov (križovatiek) [SS05a]

Extrémne riešenia

- **Dijkstrov algoritmus**
  - *Preprocessing* $= 0$, *Size* $= 0$, *Query time* $= \mathcal{O}(m + n \log n)$, *Stretch* $= 1$
- **Predrátanie** cez Floyd–Warshallov algoritmus a uloženie do tabuľky
  - *Preprocessing* $= \mathcal{O}(n^3)$, *Size* $= \mathcal{O}(n^3)$, *Query time* $= \mathcal{O}(1)$, *Stretch* $= 1$
- Cestná sieť Európy má cca **20 000 000** vrcholov (križovatiek) [SS05a]
- Na queries má server *odpovedať on-line*. Potenciálne veľa queries za časovú jednotku

Existujúce riešenia cez DO

- *Pre všeobecné grafy neexistuje efektívne DO*

Existujúce riešenia cez DO

- *Pre všeobecné grafy neexistuje efektívne DO*
    - **Thorup & Zwick** [TZ05], DO pre všeobecné grafy:

Existujúce riešenia cez DO

- *Pre všeobecné grafy neexistuje efektívne DO*
  - **Thorup & Zwick** [TZ05], DO pre všeobecné grafy:
    - *Preprocessing* $= \mathcal{O}(kmn^{1/k})$, *Size* $= \mathcal{O}(kn^{1+1/k})$, *Query time* $= \mathcal{O}(k)$, *Stretch* $= 2k - 1$
    - Veľkosť DO je v zásade optimálna

Existujúce riešenia cez DO

- *Pre všeobecné grafy neexistuje efektívne DO*
  - **Thorup & Zwick** [TZ05], DO pre všeobecné grafy:
    - *Preprocessing* $= \mathcal{O}(kmn^{1/k})$, *Size* $= \mathcal{O}(kn^{1+1/k})$, *Query time* $= \mathcal{O}(k)$, *Stretch* $= 2k - 1$
    - Veľkosť DO je v zásade optimálna
  - **C. Gavoille** [GPPR04], Distance labelling: Pre ľubovoľné n existuje graf veľkosti n

Existujúce riešenia cez DO

- *Pre všeobecné grafy neexistuje efektívne DO*
  - **Thorup & Zwick** [TZ05], DO pre všeobecné grafy:
    - *Preprocessing* $= \mathcal{O}(kmn^{1/k})$, *Size* $= \mathcal{O}(kn^{1+1/k})$, *Query time* $= \mathcal{O}(k)$, *Stretch* $= 2k - 1$
    - Veľkosť DO je v zásade optimálna
  - **C. Gavoille** [GPPR04], Distance labelling: Pre ľubovoľné n existuje graf veľkosti n
    - Existuje exaktná schéma olablovania veľká $n\, 3 \log n + o(n \log n)$
    - Akákoľvek schéma olablovania veľkosti $\leq n^3/2 - \mathcal{O}(n^2 \log n)$ má vzdialenostnú funkciu, ktorá je príliš časovo náročná na výpočet z praktického hľadiska

Existujúce riešenia cez DO

- *Pre všeobecné grafy neexistuje efektívne DO*
  - **Thorup & Zwick** [TZ05], DO pre všeobecné grafy:
    - *Preprocessing* $= \mathcal{O}(kmn^{1/k})$, *Size* $= \mathcal{O}(kn^{1+1/k})$, *Query time* $= \mathcal{O}(k)$, *Stretch* $= 2k - 1$
    - Veľkosť DO je v zásade optimálna
  - **C. Gavoille** [GPPR04], Distance labelling: Pre ľubovoľné n existuje graf veľkosti n
    - Existuje exaktná schéma olablovania veľká $n\,3\log n + o(n\log n)$
    - Akákoľvek schéma olablovania veľkosti $\leq n^3/2 - \mathcal{O}(n^2 \log n)$ má vzdialenostnú funkciu, ktorá je príliš časovo náročná na výpočet z praktického hľadiska
- Existujúce komerčné riešenia veľmi často *nemajú záruku exaktnosti* [SS05a]

Teoretická náplň

Teoretická náplň

Highway dimension

- Prístup typu - ak má podkladový graf nejakú (želanú) vlastnosť, *má ju aj expandovaný graf* (timetable graf)?

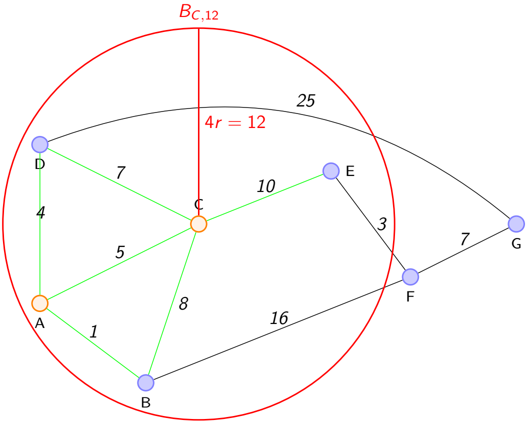
Highway dimension

- Prístup typu - ak má podkladový graf nejakú (želanú) vlastnosť, *má ju aj expandovaný graf* (timetable graf)?
- **Highway dimension** (intuícia) - graf má malú HD, ak pre oblasť každej veľkosti máme malú množinu vrcholov, cez ktoré prechádzajú všetky dostatočne dlhé najkratšie cesty v grafe.

Highway dimension

- Prístup typu - ak má podkladový graf nejakú (želanú) vlastnosť, *má ju aj expandovaný graf* (timetable graf)?
- **Highway dimension** (intuícia) - graf má malú HD, ak pre oblasť každej veľkosti máme malú množinu vrcholov, cez ktoré prechádzajú všetky dostatočne dlhé najkratšie cesty v grafe.
- **Formálne** - $\forall r \in R^+, \forall u \in V_G, \exists S \subseteq B_{u,4r}, |S| \leq h$, such that $\forall v, w \in B_{u,4r}$:
  - if $|P(v,w)| > r$ and $P(v,w) \subseteq B_{u,4r}$ then $P(v,w) \cap S \neq \emptyset$

Highway dimension



Obr.: Highway dimension

Malá HD

- Malá HD *garantuje nízku časovú zložitosť* queries viacerých *exaktných* DO metód, ktoré navyše majú rýchle predspracovanie a veľkosť DO iba o čosi väčšiu ako vstup [AFGW10]

Malá HD

- Malá HD *garantuje nízku časovú zložitosť* queries viacerých *exaktných* DO metód, ktoré navyše majú rýchle predspracovanie a veľkosť DO iba o čosi väčšiu ako vstup [AFGW10]
- Cestná sieť, internet, sociálna sieť - majú *predpokladanú* malú HD

Highway hierarchies

- **Highway hierarchies** [SS05a] - algoritmus budujúci "hierarchiu diaľníc"

Highway hierarchies

- **Highway hierarchies** [SS05a] - algoritmus budujúci "hierarchiu diaľníc"
- *Pôvodný graf* = Graf → **Highway network** → **Contracted highway network** = *Nový graf*

Highway hierarchies

- **Highway hierarchies** [SS05a] - algoritmus budujúci "hierarchiu diaľníc"
- *Pôvodný graf* = Graf → **Highway network** → **Contracted highway network** = *Nový graf*
- Všetky highway networks → **Highway hierarchy**

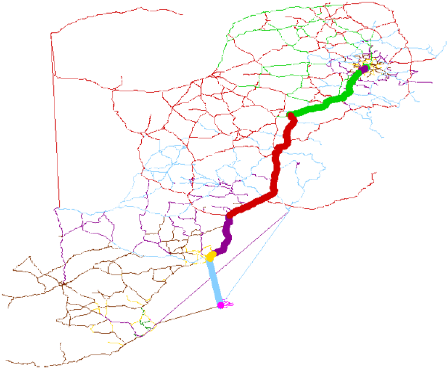
Highway hierarchies

- **Highway hierarchies** [SS05a] - algoritmus budujúci "hierarchiu diaľníc"
- *Pôvodný graf* = Graf → **Highway network** → **Contracted highway network** = *Nový graf*
- Všetky highway networks → **Highway hierarchy**
- Nakoniec *obojsmerný* Dijkstrov algoritmus na hierarchii diaľníc

Highway hierarchies

- **Highway hierarchies** [SS05a] - algoritmus budujúci "hierarchiu diaľníc"
- *Pôvodný graf* = Graf → **Highway network** → **Contracted highway network** = *Nový graf*
- Všetky highway networks → **Highway hierarchy**
- Nakoniec *obojsmerný* Dijkstrov algoritmus na hierarchii diaľníc
- Na mape cestnej siete USA cca. **2000** krát rýchlejšie ako Dijkstrov algoritmus

Highway hierarchies



Obr.: Najkratšia cesta cez Highway hierarchies [SS05b]

Issues s prenosom HD

- **Význam váh** hrán v podkladovom grafe

Issues s prenosom HD

- **Význam váh** hrán v podkladovom grafe
- **Orientované hrany**

Issues s prenosom HD

- **Význam váh** hrán v podkladovom grafe
- **Orientované hrany**
- **Činné čakanie** v danom meste - možno úprava definície HD

r(n)-separator

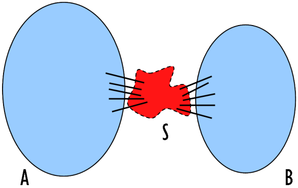
- Prístup typu - ak má podkladový graf nejakú (želanú) vlastnosť, má ju aj expandovaný graf (timetable graf)?

r(n)-separator

- Prístup typu - ak má podkladový graf nejakú (želanú) vlastnosť, má ju aj expandovaný graf (timetable graf)?
- **r(n)-separátor** [GPPR04] - graf má r(n)-separátor ak v ňom existuje množina vrcholov S, $|S| \leq r(n)$, ktorej odstránením sa graf rozpadne na kompenenty veľkostí $\leq 2n/3$, z ktorých každý má r(2n/3)-separátor

r(n)-separator

- Prístup typu - ak má podkladový graf nejakú (želanú) vlastnosť, má ju aj expandovaný graf (timetable graf)?
- **r(n)-separátor** [GPPR04] - graf má r(n)-separátor ak v ňom existuje množina vrcholov S, $|S| \leq r(n)$, ktorej odstránením sa graf rozpadne na kompenenty veľkostí $\leq 2n/3$, z ktorých každý má r(2n/3)-separátor



Obr.: Separátor [Lee]

Separátor a jeho využitie

- Definujme $\mathbf{R(n)} = \sum_{i=0}^{\log_{3/2} n} r(n(2/3)^i)$. Platí $R(n) = \mathcal{O}(r(n))$ ak $r(n) \geq n^{\epsilon}$, kde $\epsilon > 0$

Separátor a jeho využitie

- Definujme $\mathbf{R(n)} = \sum_{i=0}^{\log_{3/2} n} r(n(2/3)^i)$. Platí $R(n) = \mathcal{O}(r(n))$ ak $r(n) \geq n^{\epsilon}$, kde $\epsilon > 0$
- Pre grafy veľkosti n s r(n)-separátorom existuje schéma olabelovania:

Separátor a jeho využitie

- Definujme $\mathbf{R}(\mathbf{n}) = \sum_{i=0}^{\log_{3/2} n} r(n(2/3)^i)$. Platí $R(n) = \mathcal{O}(r(n))$ ak $r(n) \geq n^{\epsilon}$, kde $\epsilon > 0$
- Pre grafy veľkosti n s r(n)-separátorom existuje schéma olabelovania:
  - *Veľkosť schémy* olabelovania $\leq \mathcal{O}(nR(n) \log W + n \log^2 n)$, kde W je najväčšia váha hrany
  - Vzdialenostná funkcia má *časovú zložitosť* $\mathcal{O}(\log n)$
  - Poskytnutý je aj algoritmus [GPPR04]

Separátor a jeho využitie

- Definujme $\mathbf{R}(\mathbf{n}) = \sum_{i=0}^{\log_{3/2} n} r(n(2/3)^i)$. Platí $R(n) = \mathcal{O}(r(n))$ ak $r(n) \geq n^{\epsilon}$, kde $\epsilon > 0$
- Pre grafy veľkosti n s r(n)-separátorom existuje schéma olabelovania:
    - *Veľkosť schémy* olabelovania $\leq \mathcal{O}(nR(n) \log W + n \log^2 n)$, kde W je najväčšia váha hrany
    - Vzdialenostná funkcia má *časovú zložitosť* $\mathcal{O}(\log n)$
    - Poskytnutý je aj algoritmus [GPPR04]
- V podstate teda máme DO:

Separátor a jeho využitie

- Definujme $\mathbf{R}(\mathbf{n}) = \sum_{i=0}^{\log_{3/2} n} r(n(2/3)^i)$. Platí $R(n) = \mathcal{O}(r(n))$ ak $r(n) \geq n^{\epsilon}$, kde $\epsilon > 0$
- Pre grafy veľkosti n s r(n)-separátorom existuje schéma olabelovania:
  - *Veľkosť schémy* olabelovania $\leq \mathcal{O}(nR(n)\log W + n\log^2 n)$, kde W je najväčšia váha hrany
  - Vzdialenostná funkcia má *časovú zložitosť* $\mathcal{O}(\log n)$
  - Poskytnutý je aj algoritmus [GPPR04]
- V podstate teda máme DO:
  - *Preprocessing* = **záleží..**, *Size* $= \mathcal{O}(nR(n)\log W + n\log^2 n)$, *Query time* $= \mathcal{O}(\log n)$, *Stretch* $= 1$

Separátor a jeho využitie

- Planárne grafy majú $\mathcal{O}(\sqrt{n})$-separátor [Ble02]

Separátor a jeho využitie

- Planárne grafy majú $\mathcal{O}(\sqrt{n})$-separátor [Ble02]
- Nájdenie v planárnych grafoch v čase $\mathcal{O}(n)$

Separátor a jeho využitie

- Planárne grafy majú $\mathcal{O}(\sqrt{n})$-separátor [Ble02]
- Nájdenie v planárnych grafoch v čase $\mathcal{O}(n)$
- Všeobecne hľadanie optimálneho separátora je **NP-ťažký** problém

Separátor a jeho využitie

- Planárne grafy majú $\mathcal{O}(\sqrt{n})$-separátor [Ble02]
- Nájdenie v planárnych grafoch v čase $\mathcal{O}(n)$
- Všeobecne hľadanie optimálneho separátora je **NP-ťažký** problém
- Graf *Internetu, sociálnych sietí* majú malé separátory

Issues s prenosom separátora

- **Orientované hrany** $\rightarrow$ zmena definície separátora, zmena algoritmu

Issues s prenosom separátora

- **Orientované hrany** $\rightarrow$ zmena definície separátora, zmena algoritmu
- **Priamočiaré expandovanie** separátora nefunguje - nevybalancovaný cestovný poriadok

Praktická náplň

Praktická náplň

Programy

- Viaceré malé programíky v Jave

Programy

- Viaceré malé programíky v Jave
  - **Time-expander** - z timetable urobí timetable graf
  - **Base graph creater** - z timetable urobí jeho podkladový graf
  - **Picture maker** - z timetable grafu urobí obrázok cez Latexovský package *tikz*

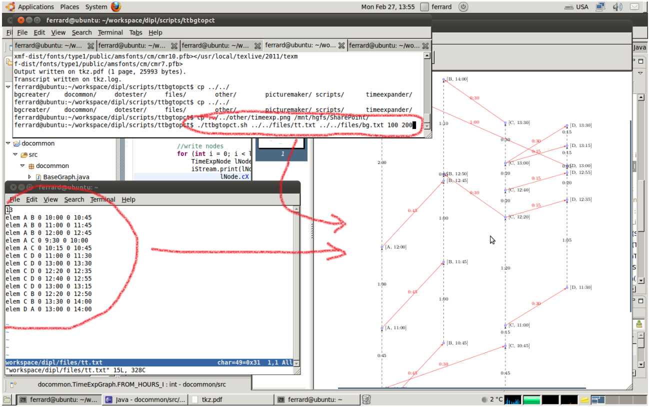
Programy

- Viaceré malé programíky v Jave
  - **Time-expander** - z timetable urobí timetable graf
  - **Base graph creater** - z timetable urobí jeho podkladový graf
  - **Picture maker** - z timetable grafu urobí obrázok cez Latexovský package *tikz*
- **Interface na testovanie** a menšie štatistiky rôznych DO metód

Programy

- Viaceré malé programíky v Jave
  - **Time-expander** - z timetable urobí timetable graf
  - **Base graph creater** - z timetable urobí jeho podkladový graf
  - **Picture maker** - z timetable grafu urobí obrázok cez Latexovský package *tikz*
- **Interface na testovanie** a menšie štatistiky rôznych DO metód
  - Dáta z cp.sk, okolie Žiliny a Ružomberku

Time-expanding



Obr.: Time-expanding

DO metódy pre timetable graphs

- **Návrh**, implementácia a testovanie DO metódy pre timetable grafy

DO metódy pre timetable graphs

- **Návrh**, implementácia a testovanie DO metódy pre timetable grafy
- **Úprava algoritmov** *Highway hierarchies* a *Distance labeling cez separátory*

Plán B

- **Plán A** je sústrediť sa na teoretickejšiu časť, prenášanie vlastností pri expandovaní, úpravu existujúcich algoritmov

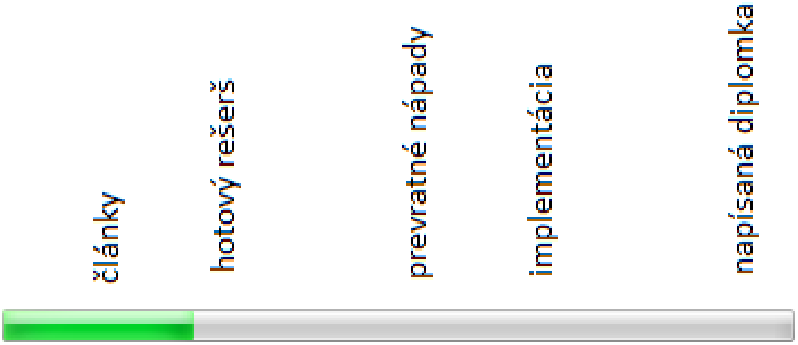
Plán B

- **Plán A** je sústrediť sa na teoretickejšiu časť, prenášanie vlastností pri expandovaní, úpravu existujúcich algoritmov
- **Plán B** je sústrediť sa na praktickejšiu časť, robiť štatistiky na reálnych dátach

Plán B

- **Plán A** je sústrediť sa na teoretickejšiu časť, prenášanie vlastností pri expandovaní, úpravu existujúcich algoritmov
- **Plán B** je sústrediť sa na praktickejšiu časť, robiť štatistiky na reálnych dátach
  - *Plán B je časovo náročný*!

Progress diplomovky



Električkové problémy

- Ako sa prenášajú jednotlivé vlastnosti pri expandovaní, do akej miery

Električkové problémy

- Ako sa prenášajú jednotlivé vlastnosti pri expandovaní, do akej miery
- Ako upraviť algoritmy pre najkratšie cesty pre hľadanie v timetable grafoch

Električkové problémy

- Ako sa prenášajú jednotlivé vlastnosti pri expandovaní, do akej miery
- Ako upraviť algoritmy pre najkratšie cesty pre hľadanie v timetable grafoch
- Ako využiť istú regularitu v cestovných poriadkoch k tvorbe efektívneho DO

Bibliografia

[AFGW10] Ittai Abraham, Amos Fiat, Andrew V. Goldberg, and Renato Fonseca F. Werneck. Highway dimension, shortest paths, and provably efficient algorithms. In Moses Charikar, editor, *SODA*, pages 782–793. SIAM, 2010.

[Ble02] Guy Blelloch. Graph separators, 2002.

[DPW09] Daniel Delling, Thomas Pajor, and Dorothea Wagner. Engineering time-expanded graphs for faster timetable information. In Ravindra Ahuja, Rolf Möhring, and Christos Zaroliagis, editors, *Robust and Online Large-Scale Optimization*, volume 5868 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 182–206. Springer Berlin / Heidelberg, 2009. ISBN 978-3-642-05464-8.

[GPPR04] Cyril Gavoille, David Peleg, Stéphane Pérennes, and Ran Raz. Distance labeling in graphs. *Journal of Algorithms*, 53(1):85 – 112, 2004. ISSN 0196-6774. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196677404000884`.

[imh] imhd.sk. Mapa mhd ba.

[Lee] James Lee. Separator.

[SS05a] Peter Sanders and Dominik Schultes. Highway hierarchies hasten exact shortest path queries. In Gerth Stølting Brodal and Stefano Leonardi, editors, *ESA*, volume 3669 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 568–579. Springer, 2005. ISBN 3-540-29118-0.

[SS05b] Peter Sanders and Dominik Schultes. Highway hierarchies hasten exact shortest path queries, 2005.

[TZ05] Mikkel Thorup and Uri Zwick. Approximate distance oracles. *J. ACM*, 52(1):1–24, 2005.

[Wik] Wikipedia. London underground - wikipedia.

Otázky a nápady

Ďakujem za pozornosť!

- Anglická/slovenská terminológia v slidoch
- Iný plán B
- Ďalšie zaujímavé vlastnosti grafov