

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI
MILANO-BICOCCA

DECISION MODELS

FINAL PROJECT

Ottimizzazione Letti Ospedalieri

Authors:

Silvia Bordogna - 736610 - s.bordogna2@campus.unimib.it

Davide Brinati - 771458 - d.brinati@campus.unimib.it

Stefano Daraio - 718443 - s.daraio@campus.unimib.it

July 8, 2018



Abstract

Il presente lavoro mostra un possibile approccio al problema di ottimizzazione del numero di letti di un particolare reparto di un'azienda ospedaliera, prestando attenzione ai vantaggi e agli svantaggi nell'avere un minor o maggior numero di letti e considerando le dinamiche proprie del contesto. Il problema è stato affrontato definendo una funzione obiettivo e simulando un numero finito di scenari possibili al variare di alcuni parametri, al fine di individuare un valore di ottimo locale che costituisca la soluzione proposta al caso in esame.

1 Introduzione

Determinare il numero di letti da allocare ad un reparto è un tema che coinvolge diverse figure all'interno di un ospedale, ciascuna con diverse necessità, che talvolta possono non essere in accordo tra loro. Nel caso specifico che questo progetto si propone di risolvere, i ruoli coinvolti sono quello del chirurgo del reparto di Medicina Interna, il manager che si occupa di ottimizzare l'allocazione dei letti in tutto l'ospedale e infine i pazienti stessi.

L'obiettivo del medico è quello di avere un numero di letti dedicati nel reparto corretto, in modo da poter assicurare la presenza di personale specializzato per trattare il post operazione ed evitare lui stesso di dover perdere tempo per spostarsi in altri reparti per seguire i propri pazienti. La necessità espressa dall'amministrazione delle prenotazioni è principalmente, invece, quella di ridurre al minimo la presenza di letti vuoti che costituiscono un costo e un mancato guadagno per la struttura. Da questo punto di vista il trasferimento di pazienti da un reparto all'altro è considerato un modalità per riempire tutti i letti disponibili. Essa deve anche tenere conto della soddisfazione del chirurgo stesso che, essendo rinomato, attrae clienti a quello specifico reparto e dunque il suo allontanamento costituirebbe una perdita ingente. Da ultimo l'aspettativa dei pazienti è quella di essere curati nel migliore dei modi e in tempi ragionevoli.

A questo panorama si aggiunge la necessità di rispettare una politica introdotta dall'ospedale di non far attendere più di un'ora tra la fine dell'operazione e l'ingresso nel reparto, criterio che tutti gli individui coinvolti sono interessati a rispettare per mantenere un alto livello di servizio. La complessità dello scenario è infine incrementata dalla presenza di fenomeni aleatori, quali il numero di arrivi, la durata di un'operazione o della degenza, che variano da paziente a paziente.

La soluzione richiesta consiste nella valutazione dell'impatto che potrebbero avere diversi approcci al problema in esame, quali ad esempio l'assegnamento di letti dedicati, l'aumento dei letti disponibili, il cambiamento della politica di attesa o altro.

Tramite approccio euristico si è scelto di minimizzare la seguente funzione obiettivo:

$$Obj = w1 * \sum_{td=1}^{30} \sum_{h=0}^{24} \sum_{m=0}^{60} (LettiVuotiMI_{dhm} > 1) + \\ w2 * \sum_{d=1}^{30} \sum_{h=0}^{24} \sum_{m=0}^{60} (LettiOccupatiAR_{dhm} > 0)$$

Si tratta di una misura dell'inefficienza della performance del ospedale su 30 giorni consecutivi, che tiene conto dell'inoccupazione dei letti assegnati al reparto di Medicina Interna (*LettiVuotiMI*) e della necessità di utilizzare letti di altri reparti (*LettiOccupatiAR*) ogni 10 minuti. Si noti che la presenza di un letto vuoto non viene conteggiato nella funzione obiettivo come fattore negativo in quanto si considera buona prassi mantenere un letto di emergenza, che potrà essere utilizzato sia per necessità interne che di altri reparti.

L'indicatore penalizza soluzioni dove la capacità del reparto viene sprecata e/o il reparto si trova costretto a trasferire i propri pazienti altrove per mancanza di letti.

I pesi $w1$ e $w2$ possono essere utilizzati per variare l'importanza delle voci elencate, qualora si abbiano motivazioni note per farlo. Nell'applicazione eseguita in questo progetto, i pesi sono stati mantenuti uguali per mancanza di informazioni dettagliate sui costi.

2 Datasets

I dati a disposizione sono costituiti da una serie storica dei pazienti trattati dal reparto che va dal 01/01/2015 al 31/10/2015 per un totale di 4177 osservazioni. Di ciascuna paziente è noto

- *Surgery Type* (tipo di operazione: *Internal Medicine* o *Others*)
- *Arrival Date Time* (giorno e ora arrivo in sala operatoria)

- *Section* (reparto assegnato post operazione *Internal Medicine* o *Others*)
- *Surgery Time* (durata operazione in minuti)
- *Post Anesthesia Care Unit Time* (attesa ingresso reparto in minuti)
- *Length of Stay* (durata permanenza in reparto in giorni)

Si noti che la variabile *Length of Stay*, essendo espressa in giorni, risulta approssimativa per il dettaglio orario, ovvero quando assume modalità 0 essa è da interpretarsi come degenza inferiore a un giorno, ma non è noto il preciso numero di ore, quando assume valore 1 è da interpretarsi come 1 giorno pieno più un numero non noto di ore e via dicendo. Si tratta di un'informazione piuttosto importante per due motivi, il primo è che il 42% delle osservazioni assume modalità 0 e dunque non avremmo alcuna informazione sulla durata della loro permanenza, il secondo è che, dovendo in seguito calcolare la data e l'ora di uscita dalla *recovery*, il dettaglio orario è fondamentale. Per questo motivo si è scelto di stimare questa variabile in minuti, seguendo una distribuzione esponenziale negativa, con parametro stimato sulla base del campione fornito.

Dall'analisi esplorativa sono state inoltre ricavate le seguenti informazioni utilizzate come ipotesi di partenza per la metodologia:

- La distribuzione degli arrivi per mese/giorno/ora è uniforme
- *Length Of Stay* e *Surgery Time* non sono correlate ($\rho=0.01$)
- Non si evidenziano significative variazioni della probabilità di *Post Anesthesia Care Unit Time* dato l'orario di *Arrival Date Time*
- Le distribuzioni dei tempi interarrivi, di *Surgery Time* e di *Length of Stay* sono approssimate da una distribuzione Esponenziale Negativa

In base a queste osservazioni non si è reso necessario variare la stima di *Arrival Date Time*, *Length Of Stay* e *Surgery Time* condizionatamente a diverse ore del giorno o diversi periodi dell'anno.

Come già accennato, non essendo rese disponibili informazioni relative a costi/ricavi della struttura, alcune limitazioni saranno introdotte nel calcolo della funzione obiettivo.

3 Approccio Metodologico

L'approccio metodologico seguito è basato sulla simulazione di differenti scenari al variare di alcuni parametri, per poi calcolare la funzione obiettivo, indice della performance per ognuno degli scenari.

In una prima fase della simulazione si genera una serie di ipotetici arrivi nell'arco di 50 giorni (parametro scelto per ragioni di limiti computazionali oltre che per l'invarianza delle distribuzioni tra i mesi). Per raggiungere questo primo obiettivo si campiona il valore di tempo inter-arrivi da un Esponenziale Negativa di parametro λ . Sempre tramite lo stesso metodo si associa ad ogni paziente un tempo di *Surgery Time* e di *Length Of Stay*. Si applica in seguito un aggiustamento circa il valore minimo relativo alla durata dell'operazione, che non deve essere inferiore a 50 minuti, così come osservato nel campione.

Si precisa che la simulazione su 50 giorni viene tagliata ai 30 giorni centrali nella fase finale di calcolo della funzione obiettivo. Tale scelta ci permette di inizializzare l'attività dell'ospedale e di mantenerla attiva anche dopo lo scadere del giorno 30, di modo che nei giorni considerati per il calcolo della funzione obiettivo l'attività sia sempre a pieno regime. Senza questo aggiustamento errori significativi si introducono nella valutazione della performance.

Nella seconda fase del processo si simula il comportamento della serie di pazienti generata al punto precedente, facendo variare i seguenti parametri, che definiscono le risorse del reparto: numero di letti e durata massima del tempo di attesa prima di essere trasferiti in un altro reparto.

L'algoritmo controlla ogni 10 minuti lo stato dei seguenti ambienti e in base alle regole definite determina gli spostamenti tra essi:

- Stato del reparto: se ci sono posti vuoti (che coincidono con le uscite dal reparto dipendenti da *Length Of Stay*) un nuovo paziente viene fatto entrare
- Coda di pazienti che hanno terminato l'operazione e che sono in attesa di entrare nel reparto dedicato. Per selezionare i candidati si applica la regola *First In First Served*
- Stato delle attese: se un paziente sta aspettando per un tempo superiore a un valore prestabilito viene mandato in un altro reparto

La frequenza di 10 minuti è stata scelta per motivi di complessità computazionale, in assenza di essi un controllo ad ogni minuto è preferibile, per

poter scatenare i *trigger* nel momento esatto in cui un evento accade. Ad onor del vero questa limitazione influenza, seppur in maniera indifferenziata, il calcolo del tempo di attesa.

Infine si è introdotto un concetto di robustezza dei risultati ottenuti ripetendo ciascuno scenario con 6 diversi *seed*, e valutando in questo modo la stabilità dei risultati.

Segue la lista di parametri che si sono fatti variare per definire le simulazioni di alcuni possibili scenari e in Tabella 1 si riporta il range di valori testati:

- Media tempi interarrivi in minuti
- Tempo di attesa massima in minuti prima di essere trasferiti
- Numero di letti dedicati al reparto

| Parametro | Valori | | | | | | | | | | | |
|-------------|--------|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Interarrivi | 98 | 115 | 130 | | | | | | | | | |
| Attesa | 50 | 60 | 65 | 70 | 90 | | | | | | | |
| Letti | 7 | 10 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 27 | 30 |

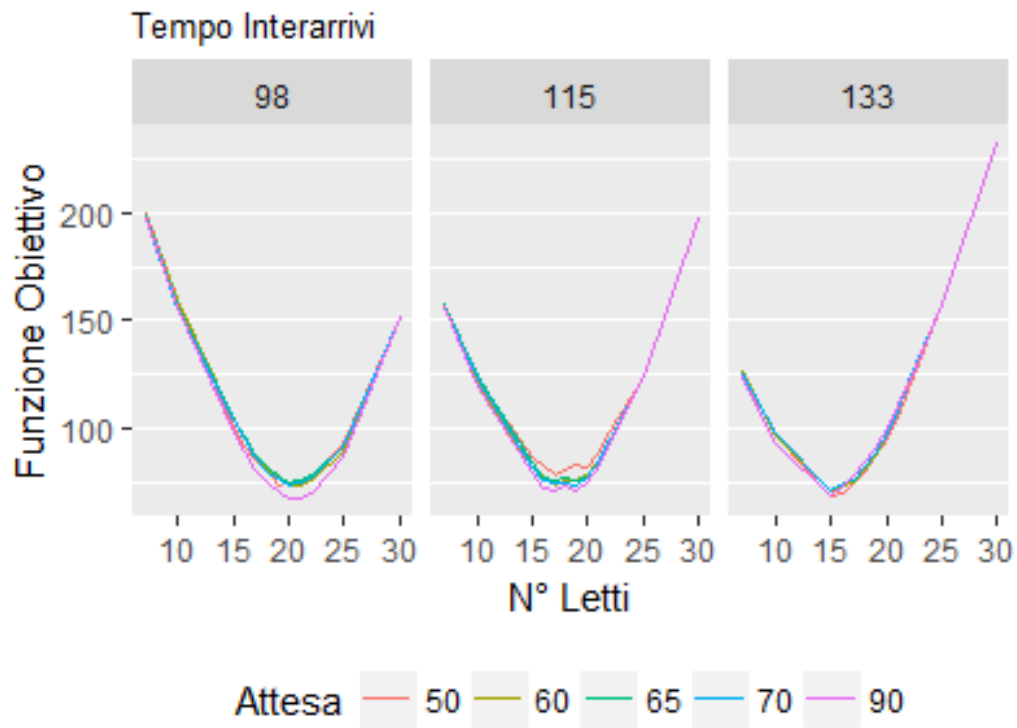
Table 1: Tabella parametri simulazioni

Trattandosi di un caso di studio il cui perimetro è sufficientemente definito, ovvero il *range* di valori entro cui trovare la soluzione ottimale al problema è definito dal contesto, si è optato per una scelta a priori dei possibili scenari, per un totale di 180 scenari. Per sviluppi futuri, qualora il perimetro non fosse altrettanto definito, si è ipotizzato l'utilizzo di un algoritmo iterativo quale ad esempio Gradient Descent per raggiungere il minimo della funzione obiettivo più velocemente.

4 Risultati e Valutazioni

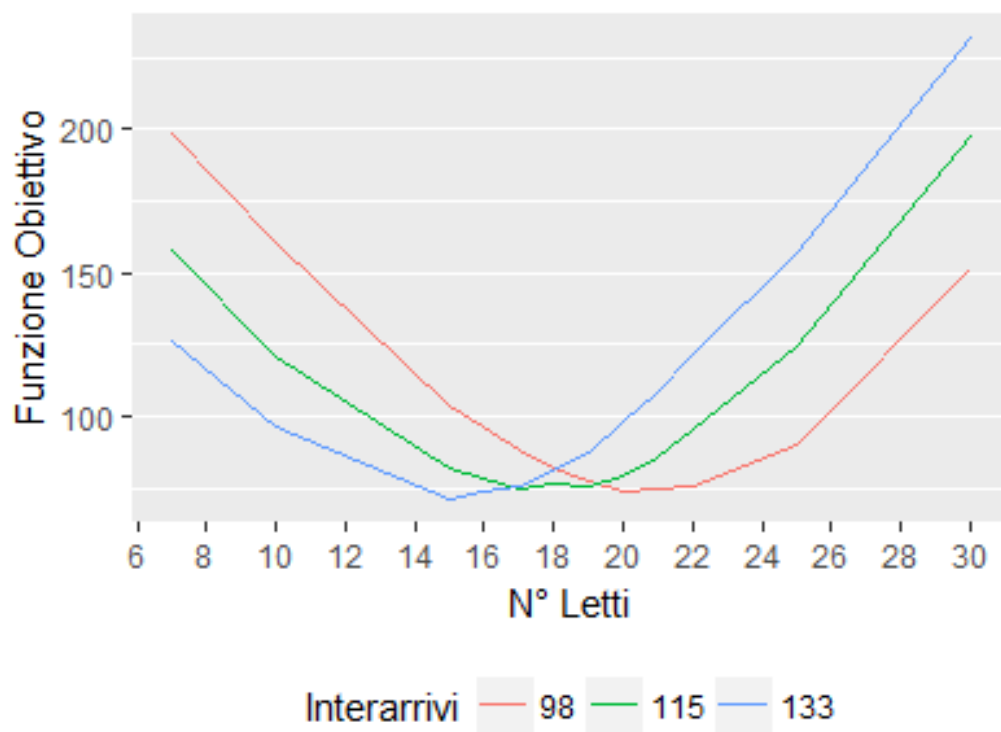
Sono quindi presentati i risultati ottenuti tramite tabelle e grafici.

Figure 1: Funzione obiettivo per ogni valore di attesa e intra-arrivi al variare del numero letti



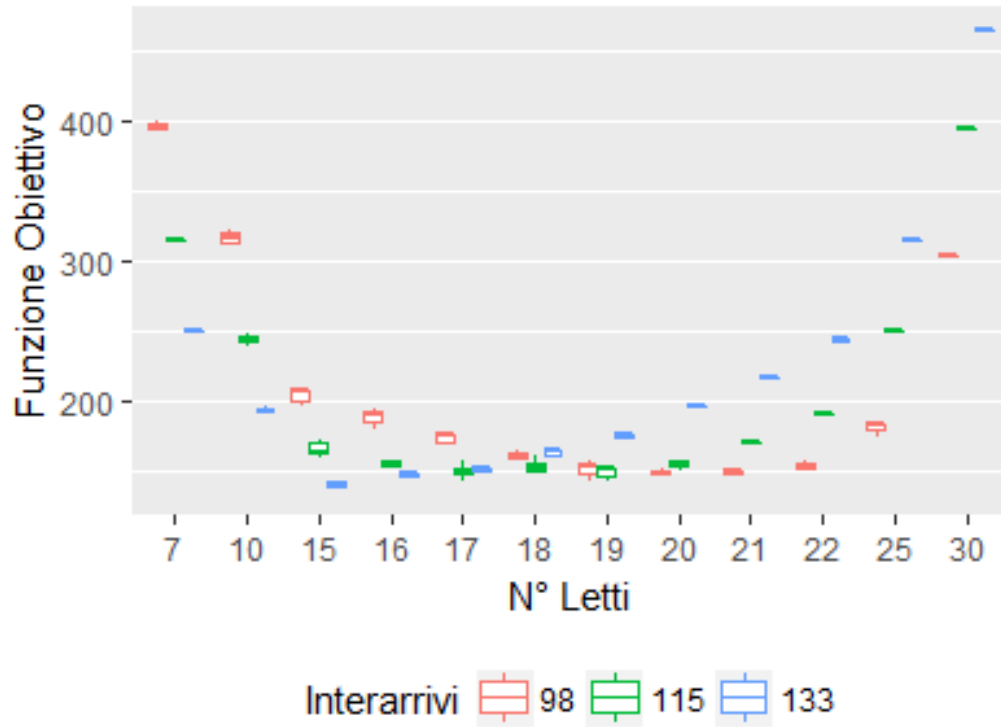
In Figure 1 si confrontano i diversi risultati di ottimo e il relativo numero di letti al variare del tempo di attesa, considerando tre scenari con diversi tempi di interarrivo.

Figure 2: Funzione obiettivo per ogni valore di intra-arrivi al variare del numero letti



In Figure 2 vengono mostrate tre curve per ogni tempo di interarrivo in corrispondenza del numero di letti.

Figure 3: Boxplot funzione obiettivo



In Figure 3 è stata esaminata la variazione della funzione obiettivo tra di tempi di attesa tramite boxplot. Ciascun boxplot rappresenta una combinazione di numero di letti sulle ascisse e tempo di interarrivo (colore).

In Tabella 2 si mostrano i valori di minimo della funzione obiettivo e il numero di letti corrispondente per le combinazioni di attesa e interarrivi.

| Attesa Interarrivi | Funzione Obiettivo | | | Numero Letti | | |
|-----------------------|--------------------|-----|-----|--------------|-----|-----|
| | 98 | 133 | 115 | 98 | 133 | 115 |
| 90 | 135 | 139 | 142 | 21 | 15 | 19 |
| 70 | 148 | 143 | 147 | 20 | 15 | 19 |
| 65 | 151 | 143 | 152 | 20 | 15 | 19 |
| 60 | 148 | 142 | 148 | 20 | 15 | 17 |
| 50 | 148 | 138 | 147 | 19 | 15 | 17 |

Table 2: Valori Funzione Obiettivo in corrispondenza del minimo

Infine si riporta in Tabella 3 il numero totale di pazienti serviti per ogni tempo di interarrivo.

| Variazione | Intra-arrivi | Totale pazienti |
|------------|--------------|-----------------|
| +15% | 98 | 351 |
| Sample | 115 | 402 |
| -15% | 133 | 469 |

Table 3: Tabella affluenza reparto al variare dei parametri di stima inter-arrivi

5 Discussione

Definita la funzione obiettivo da minimizzare, e ottenute le simulazioni volute, si è cercato di capire la relazione tra questi due elementi al variare dei diversi parametri presi in esame, e i possibili scenari nella ricerca dell'ottimo da essa risultante; partendo dal presupposto che i parametri w_1 e w_2 , rappresentanti sostanzialmente costi e ricavi, sono variabili esogene al nostro modello, e quindi la variazione di quest'ultimi non sarà presa in esame nell'analisi dei risultati.

Nella Figure 1 si è voluto mettere in luce come il punto di minimo non cambi in corrispondenza dei diversi tempi di attesa, come confermato nella Tabella 2. Risulta infatti evidente come al variare del numero di letti considerati, le diverse curve siano tra loro quasi perfettamente sovrapposte e

abbiamo un andamento molto simile per tutti i tempi di interarrivo considerati. Da questo primo risultato si deduce che è possibile scegliere il tempo di attesa consono al proprio standard di servizio senza impattare in maniera significativa sul numero di letti da allocare al reparto.

Considerando quindi un unico valore per i tempi di attesa pari a 60, ovvero applicando la policy desiderata, si è analizzato in dettaglio l'andamento della funzione obiettivo al variare dei tempi di interarrivo. Si nota come la soluzione di ottimo tenda a spostarsi verso un numero di letti più alta al diminuire del tempo di interarrivo tra pazienti (Figure 2); questo perchè diminuendo l'arrivo medio avremo un maggior numero di pazienti e una conseguente maggior necessità di letti. Possiamo però individuare in 17 letti la soluzione che minimizza la funzione obiettivo al tempo di interarrivo attuale.

il numero di letti ottimo al tasso di interarrivi attuale è 17. Qualora la struttura avesse le risorse per soddisfare una domanda più elevata (+15%) il numero di letti ottimale sarebbe 21, mentre se la richiesta di prestazioni del reparto andasse a calare del -15% il numero ottimale di letti dedicati sarebbe 15.

Si consideri infine la variabilità dei risultati ottenuti considerando che il valore di *standard deviation* della funzione obiettivo, ottenuta ripetendo ciascuno scenario con 6 seed diversi, è pari a 10.5.

| Intra-arrivi | Numero Letti |
|--------------|--------------|
| 98 | 21 |
| 115 | 17 |
| 133 | 15 |

Table 4: Valori Funzione Obiettivo in corrispondenza del minimo

Per avere una visione globale di tutti gli elementi sono stati considerati anche i tempi di attesa rappresentati tramite boxplot per ogni valore di interarrivo, numero letti e relativo *score* (Figure 3). Tramite questa rappresentazione è possibile vedere come, benchè i 3 box-plot in corrispondenza di 18 letti non siano singolarmente i più bassi, siano in la soluzione che presenta una minor differenza di punteggio tra i diversi interarrivi. Per questo motivo se la struttura volesse optare per una soluzione che risulti stabile nell'eventualità di variazioni del numero di pazienti serviti, 18 sarebbe il numero di letti da allocare al reparto di Medicina Interna.

6 Conclusioni

Al termine del lavoro svolto è dunque possibile prendere decisioni più consapevoli in merito al caso in studio. I risultati delle analisi portano a suggerire l'utilizzo di 17 letti per il reparto di Medicina Interna per minimizzare lo spreco di letti, l'eccessivo numero di trasferimenti e garantire un tempo di attesa non superiore a 60 minuti. Si sottolinea che la soluzione proposta è valida per uno scenario simile a quello analizzato nel campione di partenza e potrebbe variare qualora si disponesse di informazioni ulteriori.

Il primo limite riguarda la mancanza di dati circa il costo dell'aggiunta di un letto, così come il ricavo proveniente dal servire un paziente. Se infatti lo *score* che si è costruito può essere una rappresentazione di una buona o mala gestione dei letti e dei pazienti, l'assenza di costi non ci permette di collegare ad esso il peso corretto da assegnare all'aggiunta di un letto o all'aumento dell'affluenza. In questa applicazione si è valutato che imputare dei costi sulla base di assunzioni non verificate e magari non realistiche non avrebbe portato a risultati di maggiore valore.

Come già accennato nel corso del progetto, inoltre, gli scenari sono stati scelti a priori, in base alle informazioni campionare, ma qualora lo spazio dei possibili eventi da esplorare fosse più ampio, si ritiene necessario utilizzare un algoritmo di ottimizzazione più performante, come ad esempio *Gradient Descent*, che raggiunga il minimo più velocemente.

References

List of Tables

| | | |
|---|---|----|
| 1 | Tabella parametri simulazioni | 5 |
| 2 | Valori Funzione Obiettivo in corrispondenza del minimo | 9 |
| 3 | Tabella affluenza reparto al variare dei parametri di stima inter-arrivi | 9 |
| 4 | Valori Funzione Obiettivo in corrispondenza del minimo | 10 |

List of Figures

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Funzione obiettivo per ogni valore di attesa e intra-arrivi al variare del numero letti | 6 |
| 2 | Funzione obiettivo per ogni valore di intra-arrivi al variare del numero letti | 7 |
| 3 | Boxplot funzione obiettivo | 8 |