Exercícios

Testes de hipóteses para uma média, uma proporção e uma variância

Prof. Me. Lineu Alberto Cavazani de Freitas

Departamento de Estatística
Laboratório de Estatística e Geoinformação

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Exercício 1

Exercício 1

Um pesquisador deseja estudar o efeito de certa substância no tempo de reação de seres vivos a um certo tipo de estímulo. Um experimento foi desenvolvido com 49 cobaias que recebem a substância e logo em seguida são submetidas a um estímulo elétrico. Para cada cobaia foi avaliado o tempo de reação em segundos.

Os valores observados forneceram uma média de 9,1 seg. Admite-se que o tempo de reação segue o modelo Normal com média 8 seg e desvio padrão 2 seg. O pesquisador desconfia que o tempo médio sofre alteração por influência da substância. Efetue um teste de hipótese para verificar se o pesquisador tem razão. Considere um nível de significância de 5% e interprete os resultados.

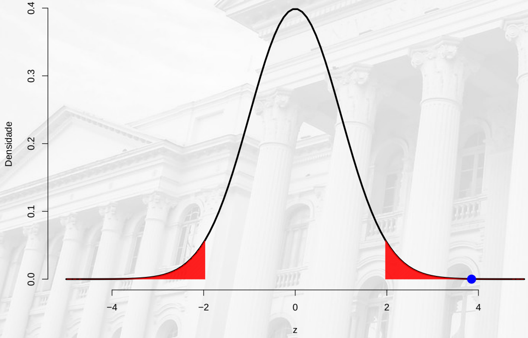
Exercício 1

1. Teste a ser efetuado.
   - Teste para a média com variância conhecida.
2. Hipóteses nula e alternativa.
   - $H_0 : \mu = 8 \quad \times H_1 : \mu \neq 8.$
3. Estatística de teste.
   - $z = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$
4. Quantidades necessárias.
   - $\bar{y} = 9{,}1.$
   - $\sigma = 2$
   - $\mu_0 = 8.$
   - $n = 49$
5. Nível de significância.
   - $\alpha = 0{,}05$
6. Valores críticos.
   - $z_{critico} = \pm 1{,}96$

Exercício 1

$$z_{crítico} = \pm 1{,}96$$

$$z_{calculado} = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{9{,}1 - 8}{2/\sqrt{49}} = 3{,}85$$



Interpretação

- A um nível de significância de 5% Rejeita-se a hipótese nula.
- Existe evidência suficiente nos dados que permita afirmar que o tempo de reação das cobaias em que foi aplicada a substância é diferente do tempo considerado habitual (8 segundos).

Exercício 2

Exercício 2

Deseja-se investigar se uma certa moléstia que ataca o rim aumenta o consumo de oxigênio desse orgão. Para indivíduos sadios, admite-se que esse consumo tem distribuição Normal com média $12cm^3/min$.

Os valores medidos em pacientes com a moléstia estão na tabela:

12.5	13.2	12.3	14.3	13.3
12.3	13.4	13.6	13.5	12.7

Qual seria a conclusão ao nível de significância de 1%?

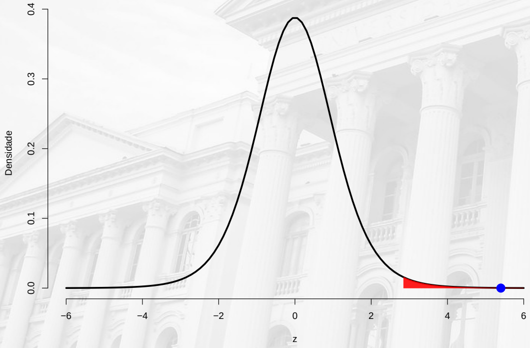
Exercício 2

1. Teste a ser efetuado.
   - Teste para a média com variância desconhecida.
2. Hipóteses nula e alternativa.
   - $H_0 : \mu = 12 \quad \times H_1 : \mu > 12.$
3. Estatística de teste.
   - $t = \frac{\bar{y} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
4. Quantidades necessárias.
   - $\bar{y} = 13{,}11.$
   - $s = 0{,}65$
   - $\mu_0 = 12.$
   - $n = 10$
5. Nível de significância.
   - $\alpha = 0{,}01$
6. Valores críticos.
   - $t_{critico} = 2{,}8214$

Exercício 2

$$t_{critico} = 2{,}8214$$

$$t_{calculado} = \frac{\bar{y} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{13{,}11 - 12}{0{,}65/\sqrt{10}} = 5{,}4$$



Interpretação

- A um nível de significância de 1%, rejeita-se a hipótese nula.
- A moléstia causa aumento no consumo renal médio de oxigênio.

Exercício 3

Exercício 3

Um antigo relatório de uma companhia afirma que 40% de toda a água obtida por meio de poços artesianos em determinada região é imprópria para consumo. Devido a uma série de mudanças na região existe uma forte suspeita de que este percentual seja maior do que 40%. Para dirimir as dúvidas, 400 poços foram sorteados e observou-se que em 184 deles a água era imprópria. Qual seria a conclusão, ao nível de 1% de significância?

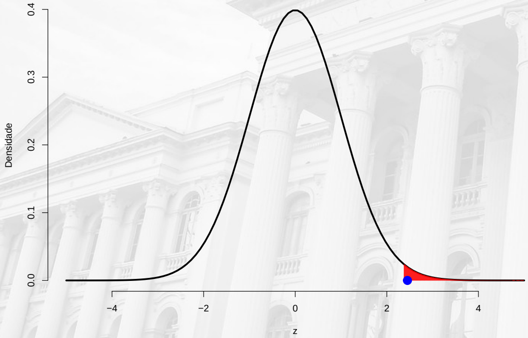
Exercício 3

1. Teste a ser efetuado.
   - Teste para a proporção.
2. Hipóteses nula e alternativa.
   - $H_0 : p = 0{,}4 \quad \times H_1 : p > 0{,}4.$
3. Estatística de teste.
   - $z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$
4. Quantidades necessárias.
   - $\hat{p} = 184/400 = 0{,}46.$
   - $p_0 = 0{,}4.$
   - $n = 400$
5. Nível de significância.
   - $\alpha = 0{,}01$
6. Valores críticos.
   - $z_{critico} = 2{,}33$

Exercício 3

$$z_{crítico} = 2{,}33$$

$$z_{calculado} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}46 - 0{,}4}{\sqrt{\frac{0{,}4(1-0{,}4)}{400}}} = 2{,}45$$



Interpretação

- A um nível de significância de 1%, rejeita-se a hipótese nula.
- Existe evidência suficiente nos dados que permite afirmar que mais de 40% de toda a água obtida por meio de poços artesianos da região é imprópria para consumo.

Exercício 4

Exercício 4

Um analista da qualidade está avaliando a variabilidade do tamanho de peças na produção de um componente. Caso a variância exceda 2 unidades de medida, existirá uma proporção inaceitável de peças que que causarão problemas. Para avaliar se a variabilidade está dentro do controle, uma amostra foi tomada. Os dados estão na tabela:

103.23	98.31	99.02	99.42	98.63	98.66	101.06	99.83
100.22	103.1	100.5	103.84	103.23	100.46	102.68	

Assumindo que o tamanho das peças segue distribuição normal e considerando um nível de significância de 5%, pode-se afirmar que a variabilidade está acima do aceitável? No cálculo da variância considere 3 casas decimais.

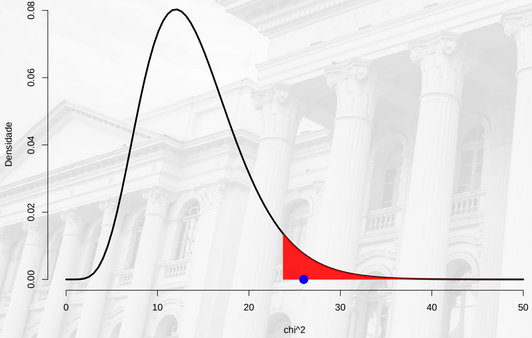
Exercício 4

1. Teste a ser efetuado.
   - Teste para a variância.
2. Hipóteses nula e alternativa.
   - $H_0 : \sigma^2 = 2 \quad \times H_1 : \sigma^2 > 2.$
3. Estatística de teste.
   - $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$
4. Quantidades necessárias.
   - $n = 15.$
   - $s^2 = 3{,}713.$
   - $\sigma_0^2 = 2$
5. Nível de significância.
   - $\alpha = 0{,}05$
6. Valor crítico.
   - $\chi^2_{critico} = 23.685$

Exercício 4

$$\chi^2_{critico} = 23.685$$

$$\chi^2 = \frac{(15-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(15-1)3{,}713}{2} = 25{,}991$$



Interpretação

- A um nível de significância de 5%, rejeita-se a hipótese nula.
- Existe evidência suficiente nos dados que permite afirmar que a variância é maior que 2 unidades de medida.