CE301 - Estatística Básica

Famílias de distribuições

Paulo Justiniano Ribeiro Jr

Departamento de Estatística
Setor de Ciências Exatas
Universidade Federal do Paraná

22 de maio de 2025

Atribuindo probabilidades

- Sair cara no lançamento de uma moeda.
- A soma de dois dados ser 6.
- Uma ninhada de cinco cães ter três fêmeas.
- Um jogador de basquete acertar todos 10 lance-livres arremessados em um jogo.
- Uma seguradora registrar mais de 10 sinistros em um dia.
- Uma região registrar chuva (precipitação) em abril superior a 200 mm.
- Um paciente responder a certo tratamento.
- Uma pessoa avaliar positivamente um filme.

Atribuindo probabilidades

Modelos probabilísticos

- Padrões de comportamento.
- Situações *estilizadas* – modelos probabilísticos.
- Variáveis aleatórias
- Distribuições de probabilidades

Muitas vezes a sociedade "organiza" o mundo de forma a trazer previsibilidade a partir fenômenos de ocorrência imprevisível.

Como ter previsibilidade a partir da imprevisibilidade?

Variáveis aleatórias

São "simplificações" (funções) de interesse do espaço amostral.
São "dispositivos" para atribuir probabilidades em certos padrões de comportamento.

Um exemplo simples: quantos machos há em uma ninhada de três cães?
(estamos interessados somente no número de machos e não na ordem dos nascimentos)

Espaço amostral:

$$\Omega = \{(F,F,F), (F,F,M), (F,M,F), (M,F,F), (F,M,M), (M,F,M), (M,M,F), (M,M,M)\}$$

Variável aleatória: Y : número de machos

Domínio: $y \in \{0, 1, 2, 3\}$

Variáveis aleatórias

Organizando:

- Definindo a variável aleatória:

$$Y: \text{ número de machos em ninhada com 3 cães.}$$

- Verificando seus possíveis valores (*domínio*):

$$y \in \{0, 1, 2, 3\}.$$

- Atribuindo probabilidades a seus possíveis valores:

y	0	1	2	3
Probabilidades	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

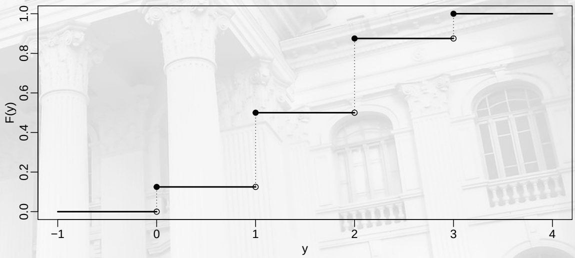
A tabela pode ser substituída por uma equação que produz seus valores:

$$P[Y = y] = \binom{3}{y}(1/2)^y(1 - 1/2)^{3-y} = \binom{n}{y}(p)^y(1 - p)^{n-y}.$$

Probabilidades em gráficos

função de probabilidade

função (de probabilidade) acumulada



Exercício 1

Considere o lançamento de um dado normal.

1. Quais os resultados possíveis?
2. Qual a probabilidade de sair a face 5?
3. Qual a probabilidade de cada possível resultado?
4. Qual a probabilidade de sair uma face que seja um número divisível por 3?

Exercício 1

Suposições e modelo teórico

- ocorre uma entre seis possíveis faces
- $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$
- as faces são igualmente prováveis

Tabela 1. Distribuição de probabilidades da face no lançamento de um dado

Face (y)	1	2	3	4	5	6
Probabilidades $P[Y = y]$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
Prob. Acum. $P[Y \leq y] = F(y)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$

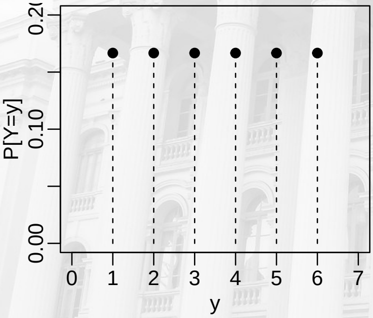
$$P[Y = y_i] = \frac{1}{6} \quad \forall i$$

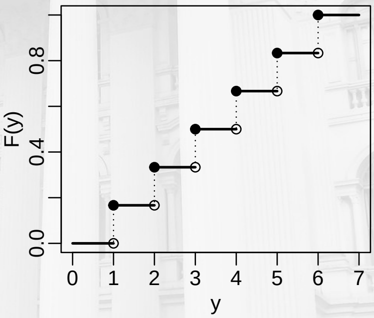
Generalizando

- Definimos uma variável aleatória (v.a.) que associa valores ao resultado do experimento. Neste último caso a associação é simples e direta, 1-1.
- Distribuição de probabilidades: como o total da probabilidade (1) se distribui entre os possíveis valores da v.a..
- A distribuição da v.a. pode ser descrita por uma tabela, ou, caso possível, por uma *fórmula* (uma função de probabilidades) que atribui seus valores.
- Neste caso dizemos ter uma família de distribuição especial ou conhecida.

Generalizando a solução: Exercício 1

$$Y : \text{face de um dado (v.a. discreta)}$$
$$y \in \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$Y \sim \mathrm{U_d}(n = 6)$$
$$P[Y = y] = \frac{1}{n} = \frac{1}{6}$$





Exercício 2

Considere o lançamento de um dado não usual, no qual a probabilidade de cada face é proporcional ao seu valor.

1. Quais os resultados possíveis?
2. Qual a probabilidade de sair a face 5?
3. Qual a probabilidade de cada possível resultado?
4. Qual a probabilidade de sair uma face que seja um número divisível por 3?

Exercício 2

Suposições e modelo probabilístico (teórico)

- Ocorre uma entre seis possíveis faces.
- $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$.
- As faces não são igualmente prováveis.

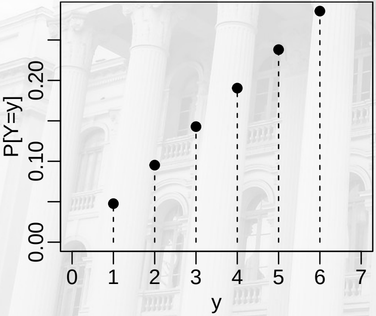
Tabela 2. Distribuição de probabilidades da face no lançamento de um dado

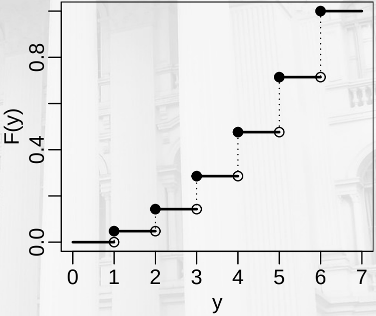
Face (y)	1	2	3	4	5	6
$P[Y = y]$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$
$P[Y \leq y]$	$\frac{1}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{6}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{15}{21}$	$\frac{21}{21}$

Generalizando a partir do Exercício 2

Notação:

$$Y : \text{face de um dado (v.a. discreta)}$$
$$y \in \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$P[Y = y_i] = \frac{y_i}{\sum_i y_i}$$





Exercício 3

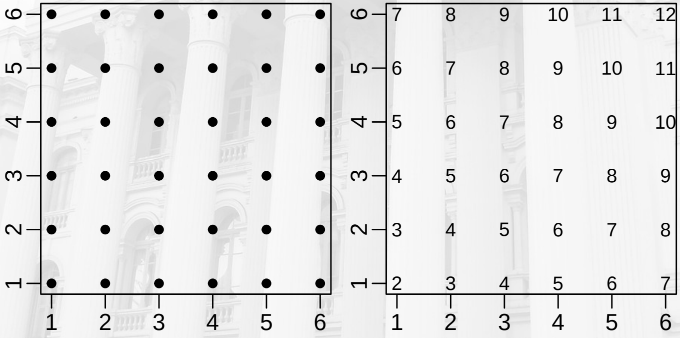
Considere o lançamento de dois dados e o interesse está na soma das faces.

1. Quais os resultados possíveis?
2. Qual a probabilidade da soma ser 5?
3. Qual a probabilidade de cada possível resultado?
4. Qual a probabilidade que a soma das faces seja um número divisível por 3?

Exercício 3

Suposições e modelo teórico

- $\Omega = \{(1,1),(1,2),\dots(2,1),(2,2),\dots(6,5),(6,6)\}$ $n(\Omega) = 36$
- Y: soma das faces no lançamento de dois dados
- $y \in \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

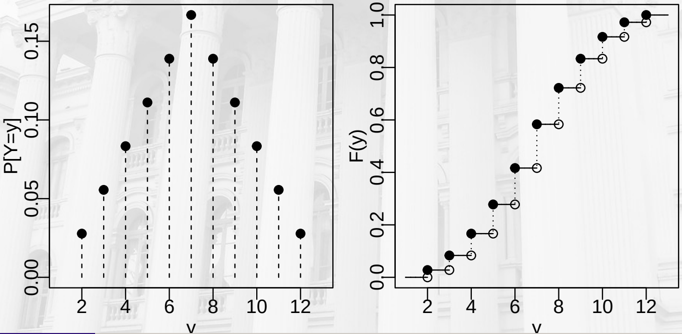


Exercício 3 (cont)

Tabela 3. Distribuição de probabilidades da soma das faces no lançamento de dois dados

y	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P[Y=y]$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$
$F(y)=P[Y\leq y]$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{21}{36}$	$\frac{26}{36}$	$\frac{30}{36}$	$\frac{33}{36}$	$\frac{35}{36}$	1

A tabela pode ser expressa pela equação: $P[Y=y]=\frac{6-|y-7|}{36}$.



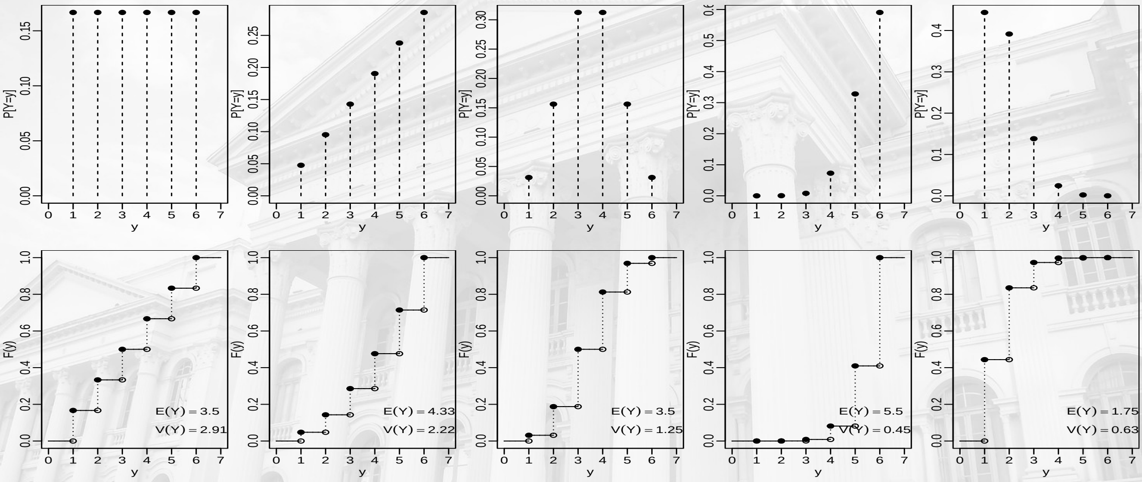
Variáveis aleatórias discretas

- Y tem valores em um conjunto enumerável
- Possui um função de probabilidades $P[Y = y]$ com valores expressos por uma tabela ou fórmula
- Pode tb ser caracterizada por uma função acumulada

$$F(y) = \sum_i P[Y = y_i]$$

- Pode-se calcular medidas que expressam características da distribuição tais como:
  - Média (valor esperado, esperança): $\text{E}[Y] = \sum_i y_i \cdot P[Y = y_i]$
  - Variância : $\text{Var}[Y] = \sum_i (y_i - \text{E}[Y])^2 \cdot P[Y = y_i]$
  - mediana, quantis, etc

Variáveis aleatórias discretas



Exercício 5

Voce vai a um cassino em uma mesa que tem um jogo no qual se lançam dois dados como em um problema anterior. A regra é a de que se a soma for 6, 7 ou 8 voce ganha, valor igual ao apostado, caso contrário, perde o apostado.

1. Qual sua opinão sobre suas chances de ganhar?
2. Quais os resultados possíveis?
3. Qual sua opinião sobre a probabilidade da soma ser 5?
4. Qual sua opinião sobre a probabilidade de cada possível resultado?
5. Qual sua opinião sobre a probabilidade de sair uma face que seja um número divisível por 3?

Exercício 6

Em um teste múltipla escolha de quatro questões, deve-se marcar uma alternativa em cada questão.
Cada questão é composta de cinco alternativas das quais apenas uma é correta.
Qual a probabilidade de um indivíduo acertar por mero acaso alguma questão?

Exercício 6

A resposta é mais simples se calcularmos pelo complementar: $P[\cdot] = 1 - (0{,}8)^4 = 0.59$, mas
Organizando o problema ...

- $\Omega = \{(CCCC), (CCCE), \ldots, (EEEE)\}$ $n(\Omega) = 16$
- Y: número de questões certas
- $y \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- $P[Y = y] = \binom{4}{y}(1/5)^y(4/5)^{4-y} = \binom{n}{y}p^y(1-p)^{n-y}$ (distribuição Binomial!)
- Evento de interesse:

$$P[Y \geq 1] = 1 - P[Y = 0] = 1 - \binom{4}{0}(1/5)^0(4/5)^4 = 0.59$$

Código **R**:

```
1 - dbinom(0, size=4, prob=1/5)
## [1] 0.5904
```

Exercício 9

Alguns biólogos fizeram estudos de laboratório sobre o comportamento de animais quando submetidos a um estímulo, o quais poderiam ou não apresentar resposta (sensíveis). Considera-se que na população destes animais, 10% sejam sensíveis ao estímulo.

- **O biólogo** A possuia um grupo em que 10 animais eram sensíveis e 20 eram insensíveis. Ele selecionou ao acaso 8 animais para teste. *Qual a probabilidade encontrar ao menos 2 animais sensíveis?*
- **O biólogo** B dispunha de um grande número de animais e foi testando um a um até encontrar o terceiro sensível ao estímulo. *Qual a probabilidade de precisar testar no máximo 6 animais?*
- **O biólogo** C fazia testes diários e encontrava uma média de 2,8 animais sensíveis a cada dia. *Qual a probabilidade de encontrar menos que dois sensíveis em um determinado dia?*
- **O biólogo** D submeteu 10 animais ao estímulo e registrou quantos eram sensíveis. *Qual a probabilidade de encontrar mais que 3 animais sensíveis?*
- **O biólogo** E dispunha de um grande número de animais e foi testando um a um até encontrar um sensível ao estímulo. *Qual a probabilidade de precisar testar mais que 3 animais?*

Biólogo A: Distribuição Hipergeométrica

O biólogo A possuia um grupo em que 10 animais eram sensíveis e 20 eram insensíveis. Ele selecionou ao acaso 8 animais para teste.
Qual a probabilidade do biólogo A encontrar ao menos 2 animais sensíveis?

$$Y : \text{número de sensíveis entre oito testados.}$$

$$Y \sim \text{HG}(m, n, k)$$

$$y \in \{0, 1, 2, \ldots 8\}$$

$$P[Y = y] = \frac{\binom{m}{y}\binom{n}{k-y}}{\binom{m+n}{k}} = \frac{\binom{10}{y}\binom{20}{8-y}}{\binom{30}{8}}$$

$$P[Y \geq 2] = 1 - P[Y = 0] - P[Y = 1] = 1 - \frac{\binom{10}{0}\binom{20}{8-0}}{\binom{30}{8}} - \frac{\binom{10}{1}\binom{20}{8-1}}{\binom{30}{8}} = 0.8460$$

Código **R**:

```
1 - phyper(1, m=10, n=20, k=8)
## [1] 0.8460308
```

Biólogo B: Distribuição binomial negativa

O biólogo B dispunha de um grande número de animais e foi testando um a um até encontrar o terceiro sensível ao estímulo.
Qual a probabilidade de precisar testar no máximo 6 animais?

Y : número de não sensíveis encontrados até encontrar o terceiro sensível.

$Y \sim \text{BN}(k, p)$

$y \in \{0, 1, 2, \ldots\}$

$$P[Y = y] = \binom{y+k-1}{k-1}(1-p)^y p^k = \binom{y+3-1}{3-1}(0.9)^y(0.1)^3$$

$$P[Y \leq 3] = P[Y = 0] + P[Y = 1] + P[Y = 2] + P[Y = 3] = 0.0158$$

Código **R**:

```
pnbinom(3, size=3, prob=0.1)
## [1] 0.01585
```

Biólogo C: Distribuição Poisson

O biólogo C fazia testes diários e encontrava uma média de 2,8 animais sensíveis a cada dia.
Qual a probabilidade de encontrar menos que dois sensíveis em um determinado dia?

$$Y : \text{número de sensíveis encontrados por dia.}$$
$$Y \sim \mathrm{P}(\lambda)$$
$$y \in \{0, 1, 2, \ldots\}$$

$$P[Y = y] = \frac{e^{-\lambda}\lambda^y}{y!} = \frac{e^{-2.8}2.8^y}{y!}$$

$$P[Y < 2] = P[Y = 0] + P[Y = 1] = \frac{e^{-2.8}2.8^0}{0!} + \frac{e^{-2.8}2.8^1}{1!} = 0.2311$$

Código **R**:

```
ppois(1, lambda=2.8)
## [1] 0.2310782
```

Biólogo D: Distribuição Binomial

O biólogo D submeteu 10 animais ao estímulo e registrou quantos eram sensíveis..

Qual a probabilidade de encontrar mais que 3 animais sensíveis?

Y : número de sensíveis entre 10 testados.

$Y \sim \mathrm{B}(n, p)$

$y \in \{0, 1, 2, \ldots 10\}$

$$P[Y = y] = \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y} = \binom{10}{y} (0.1)^y (0.9)^{10-y}$$

$$P[Y > 3] = 1 - P[Y \leq 3] = 1 - P[Y = 0] - P[Y = 1] - P[Y = 2] - P[Y = 3] = 0.0128$$

Código **R**:

```
1 - pbinom(3, size=10, prob=0.1)
## [1] 0.0127952
```

Biólogo E: Distribuição Geométrica

O biólogo E dispunha de um grande número de animais e foi testando um a um até encontrar um sensível ao estímulo..
Qual a probabilidade de precisar testar mais que 3 animais?

Y : número de não sensíveis testados até encontrar o primeiro sensível.

$Y \sim \mathrm{G}(p)$

$y \in \{0, 1, 2, \ldots\}$

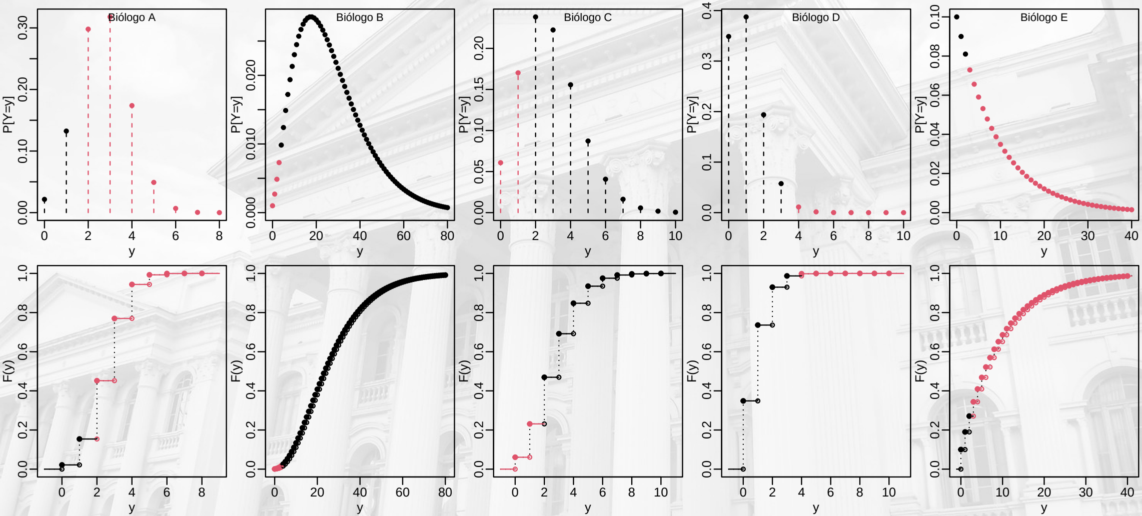
$$P[Y = y] = (1 - p)^y p$$

$$P[Y \geq 3] = 1 - P[Y = 0] - P[Y = 1] - P[Y = 2] = 0.7290$$

Código **R**:

```
1 - pgeom(2, prob=0.1)
## [1] 0.729
```

Os modelos dos biólogos



Atenção: definição da variável

Geométrica:

Y: número de "falhas" até primeiro sucesso $P[Y = y] = (1 - p)^y p, \;$ para $y = 0, 1, \ldots$

ou

Y: número de tentativas até primeiro sucesso $P[Y = y] = (1 - p)^{y-1} p, \;$ para $y = 1, 2, \ldots$

Binomial negativa:

Y: número de "falhas" até o k-ésimo sucesso ...

ou

Y: número de tentativas até o k-ésimo sucesso ...

Modelos

Modelos de probabilidade e modelos estatísticos.

- Escolha de modelo.
- Constantes e parâmetros.
- Famílias e obtenção do(s) parâmetro(s).
- Modelagem estatística, regressão e generalizações.

Exercício 10

Considere o surgimento de um defeito na pista em um trecho de rodovia com extensão de 20 km.

1. Qual a probabilidade de que o defeito ocorra nos primeiros 5 km?
2. Qual a probabilidade de que o defeito ocorra entre os quilômetros 12 e 15?
3. Se o defeito ocorre na segunda metade do trecho, qual a probabilidade de seja nos últimos 3 km?
4. O custo de manutenção é de R$2.000,00 se ocorre nos primeiros 5 km, de R$5.000,00 se ocorre entre 5 e 16 kms e de R$10.000,00 se ocorre nos ultimos 4 km. Que custo espera-se ter em 20 manutenções?

Exercício 10

Considere o surgimento de um defeito na pista em um trecho de rodovia com extensão de 20 km.

1. Qual a probabilidade de que o defeito ocorra nos primeiros 5 km?
   Resposta: 1/4
2. Qual a probabilidade de que o defeito ocorra entre os quilômetros 12 e 15?
   Resposta: 3/20
3. Se o defeito ocorre na segunda metade do trecho, qual a probabilidade de seja nos últimos 3 km?
   Resposta: 3/10
4. O custo de manutenção é de R$2.000,00 se ocorre nos primeiros 5 km, de R$5.000,00 se ocorre entre 5 e 16 kms e de R$10.000,00 se ocorre nos ultimos 4 km. Que custo espera-se ter em 20 manutenções?
   Resposta: $\frac{5}{20}2000 + \frac{11}{20}5000 + \frac{4}{20}10000 = 5250$

Exercício 10

O que mudou?

Domínio de Y nos reais (ou subconjunto dos reais), no exemplo $y \in [0, 20]$

- a v.a. é contínua,
- não faz mais sentido em avaliar o valor em um ponto $P[Y = y]$
- Define-se uma função de densidade de probabilidade (fdp) $f(y)$
  - $f(y) \geq 0 \;\; \forall y$
  - $\int f(y) \mathrm{d}y = 1$
- E as probabilidades de interesse são áreas sob a função

$$P[a < Y < b] = \int_a^b f(y) \mathrm{d}y$$

Exercício 10 (cont)

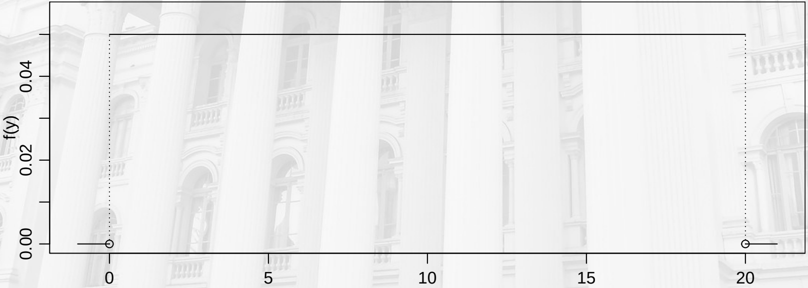
Considere o surgimento de um defeito na pista em um trecho de rodovia com extensão de 20 km.

$$Y: \text{local onde ocorre o defeito}$$

$$y \in [0, 20]$$

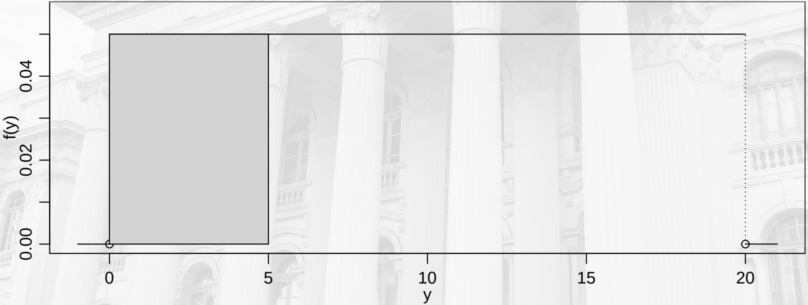
$$Y \sim U_c[0, 20]$$

$$f(y) = \frac{1}{20}$$



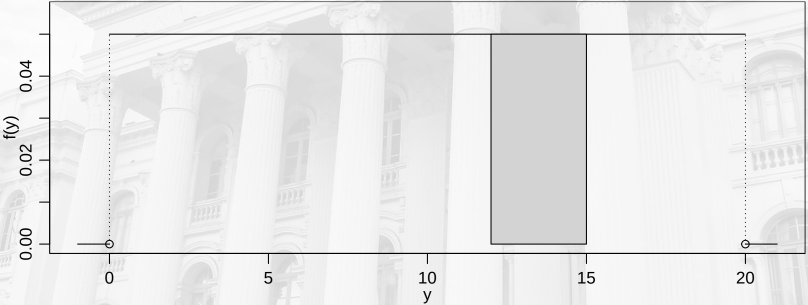
Exercício 10 (cont)

1. Qual a probabilidade de que o defeito ocorra nos primeiros 5 km?
   Resposta: 1/4 = 0,25



Exercício 10 (cont)

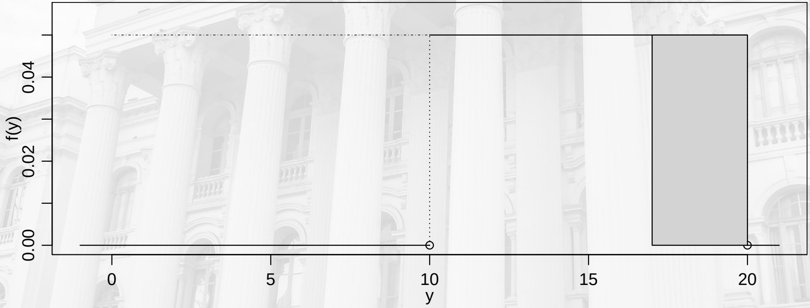
2. Qual a probabilidade de que o defeito ocorra entre os quilômetros 12 e 15?
   Resposta: 3/20 = 0,15



Exercício 10 (cont)

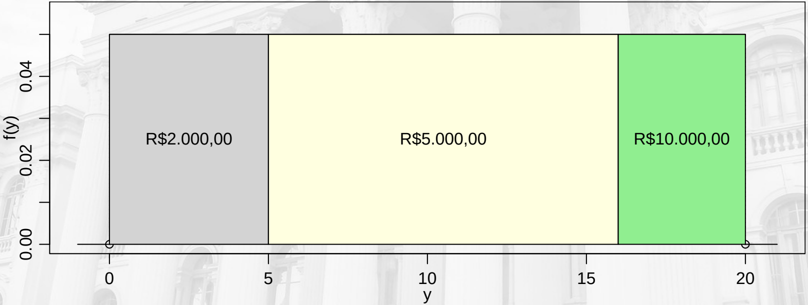
3 Se o defeito ocorre na segunda metade do trecho, qual a probabilidade de seja nos últimos 3 km?

Resposta: $\frac{3}{10}$



Exercício 10 (cont)

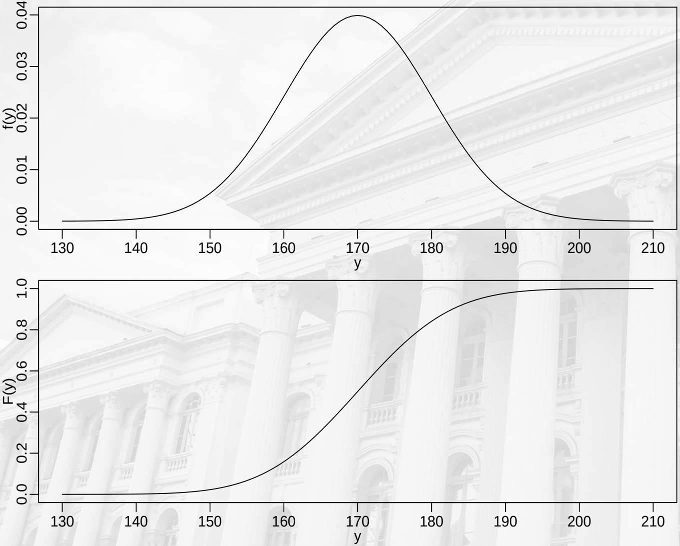
4. O custo de manutenção é de R$2.000,00 se ocorre nos primeiros 5 km, de R$5.000,00 se ocorre entre 5 e 16 kms e de R$10.000,00 se ocorre nos ultimos 4 km. Que custo espera-se ter em 20 manutenções?
   Resposta: $\frac{5}{20}2000 + \frac{11}{20}5000 + \frac{4}{20}10000 = 5250$



Outras distribuições

Mas, ..."o mundo" não é uniforme!

Uma distribuição especial, ou melhor, **normal**



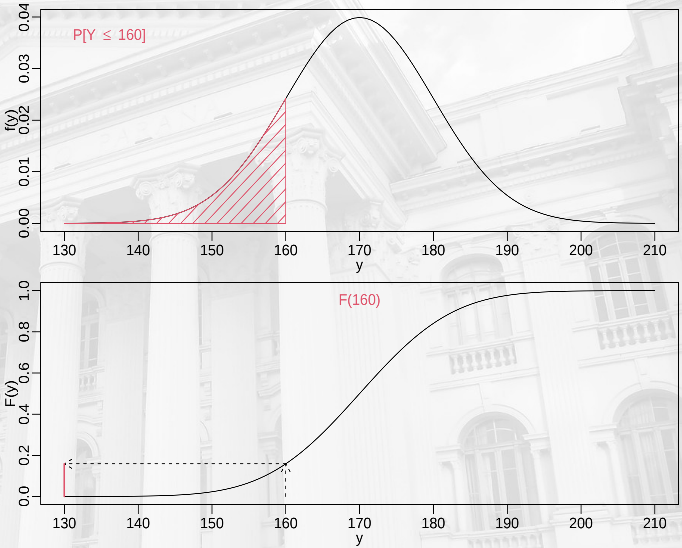
$$Y \sim \mathrm{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1. $P[Y \leq 160]$
2. $P[Y > 180]$
3. $P[155 \leq Y \leq 175]$
4. $P[Y \leq a] = 0{,}99$
5. $P[\mu - b \leq Y \leq \mu + b] = 0{,}80$
6. $P[Y \leq 160 | Y \leq 170]$
7. $P[Y > 180 | Y > 165]$
8. $P[Y \leq 185 | Y > 155]$
9. $P[Y > 175 | Y \leq 190]$

Probabilidade

$$Y \sim \mathrm{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1. $P[Y \leq 160]$
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.



Código **R**:

```
pnorm(160, mean = 170, sd = 10)
## [1] 0.1586553
```

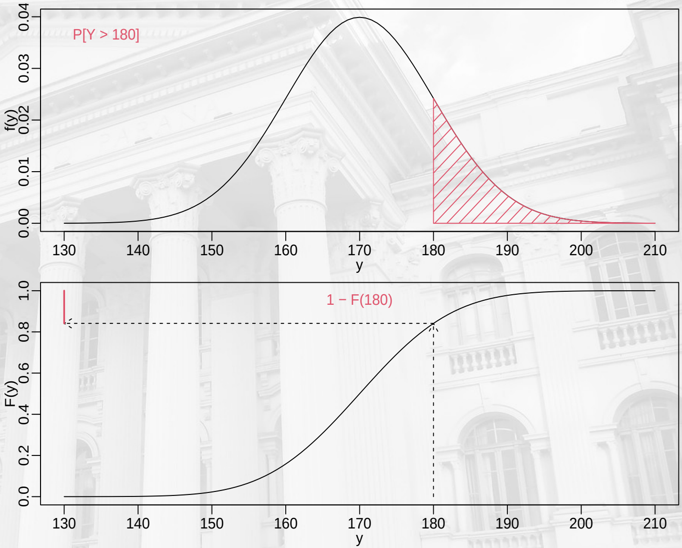
Probabilidade

$$Y \sim \mathrm{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1.
2. $P[Y > 180]$
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.

Código **R**:

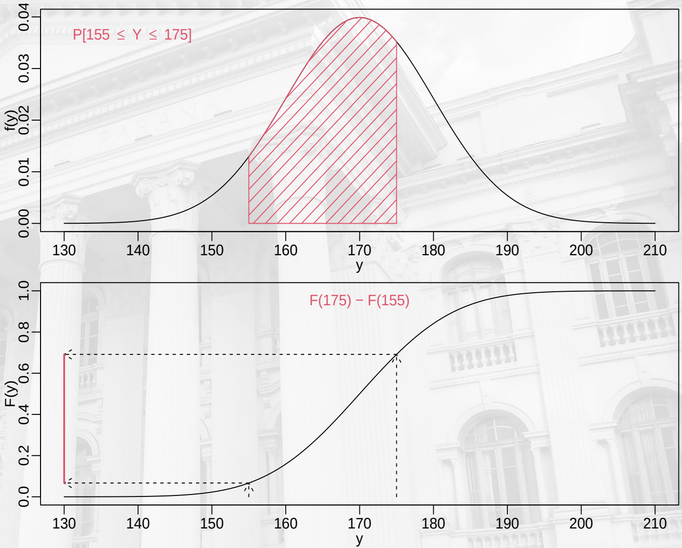
```
1 - pnorm(180, 170, 10)
## [1] 0.1586553
```



Probabilidade

$$Y \sim \mathrm{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1.
2.
3. $P[155 \leq Y \leq 175]$
4.
5.
6.
7.
8.
9.



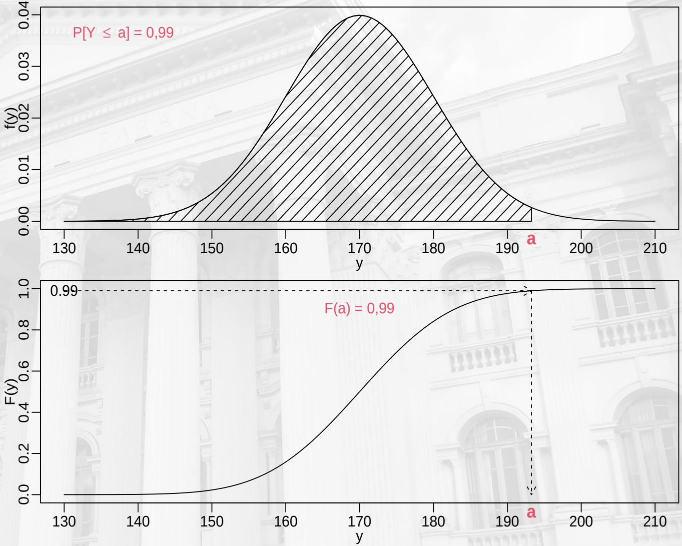
Código **R**:

```
pnorm(175, mean = 170, sd = 10) -
    pnorm(155, mean = 170, sd = 10)
## [1] 0.6246553
```

Quantis

$$Y \sim \mathrm{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1.
2.
3.
4. $P[Y \leq a] = 0{,}99$
5.
6.
7.
8.
9.



Código **R**:

```
qnorm(0.99, mean = 170, sd = 10)
## [1] 193.2635
```

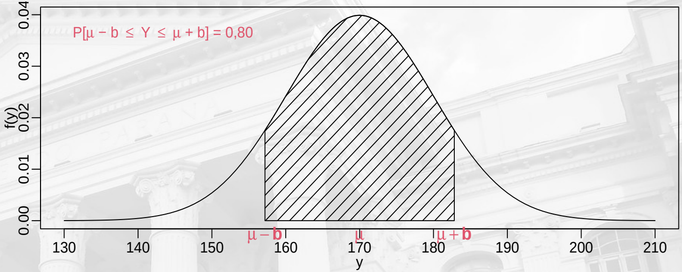
Quantis

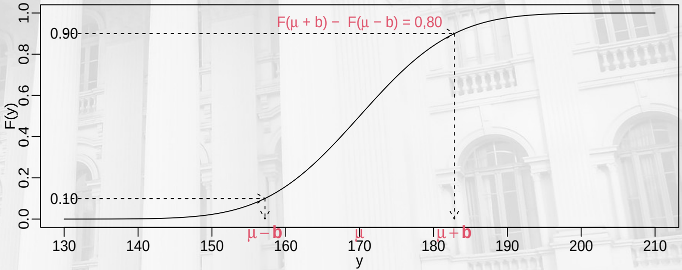
$$Y \sim \mathrm{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1.
2.
3.
4.
5. $P[\mu - b \leq Y \leq \mu + b] = 0{,}80$
6.
7.
8.
9.

Código **R**:

```
gnorm(0.90, 170, 10) - 170
## [1] 12.81552
```





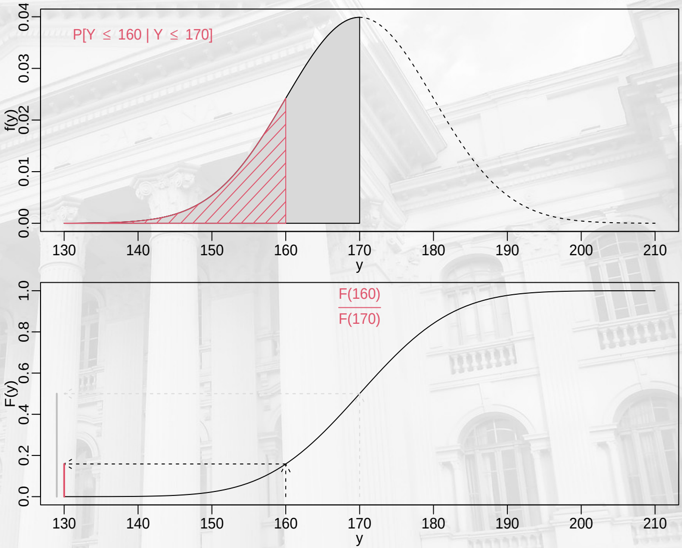
Probabilidade condicional

$$Y \sim \mathrm{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1.
2.
3.
4.
5.
6. $P[Y \leq 160 | Y \leq 170]$
7.
8.
9.

Código **R**:

```
pnorm(160, 170, 10)/pnorm(170, 170, 10)
## [1] 0.3173105
```



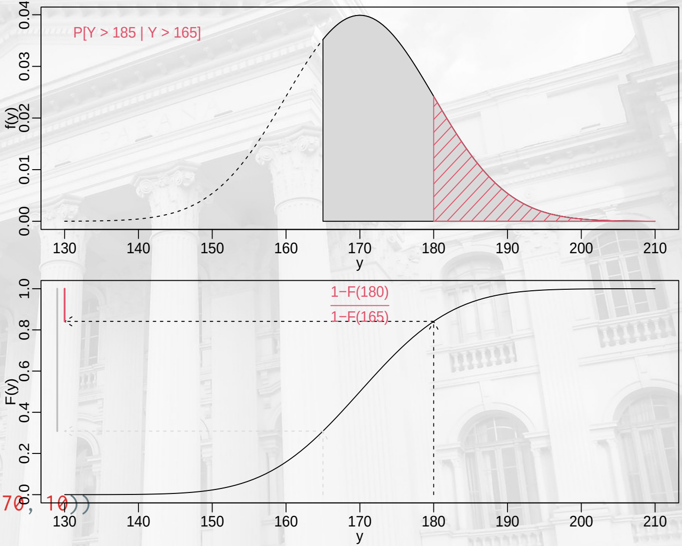
Probabilidade condicional

$$Y \sim N(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7. $P[Y > 180 | Y > 165]$
8.
9.

Código **R**:

```
(1 - pnorm(180, 170, 10))/(1 - pnorm(165, 170, 10))
## [1] 0.2294488
```



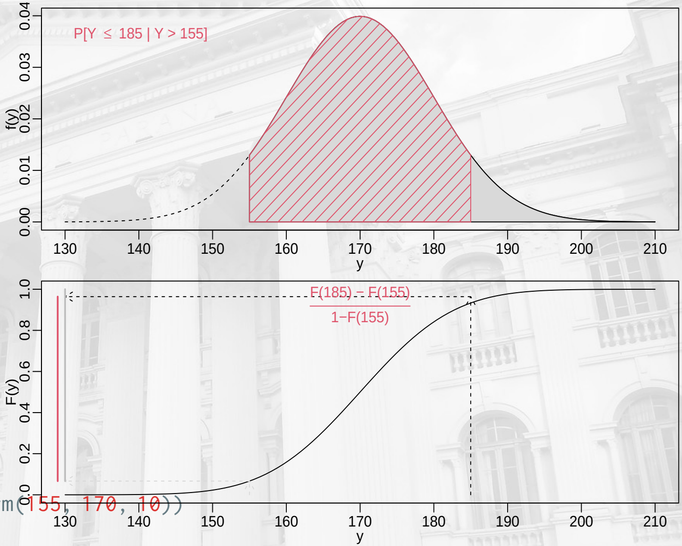
Probabilidade condicional

$$Y \sim \mathrm{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8. $P[Y \leq 185 | Y > 155]$
9.

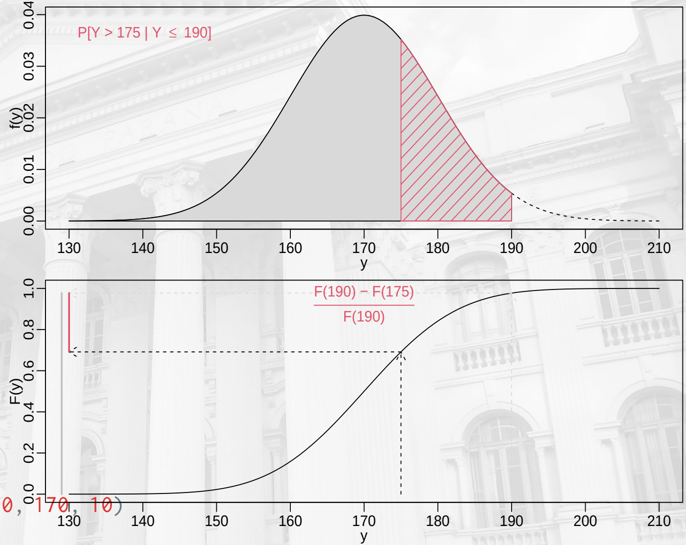
Código **R**:

```
diff(pnorm(c(155,185), 170, 10))/(1 - pnorm(155, 170, 10))
## [1] 0.9284101
```



Probabilidade condicional

$$Y \sim \text{N}(\mu = 170, \sigma^2 = 10^2)$$



1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9. $P[Y > 175 | Y \leq 190]$

Código **R**:

```
diff(pnorm(c(175,190), 170, 10))/pnorm(190, 170, 10)
## [1] 0.2924405
```

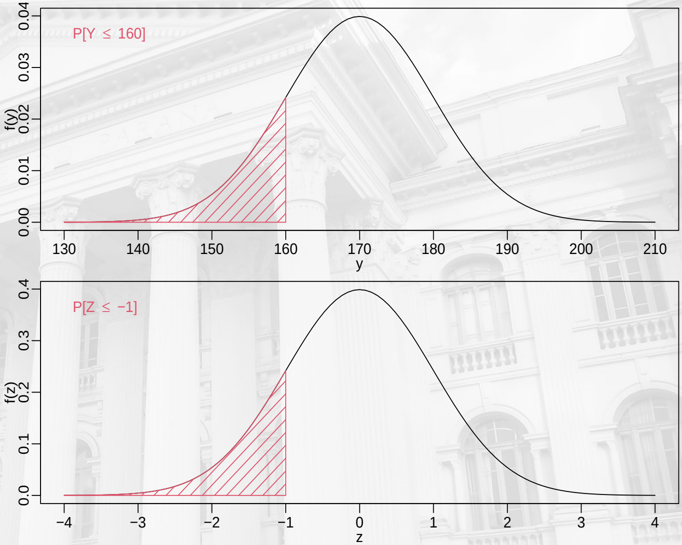
Escore Z e probabilidade

$$Y \sim \mathrm{N}(\mu_Y, \sigma^2_Y)$$

$$Z = \frac{Y - \mu}{\sigma} \sim \mathrm{N}(\mu_z = 0, \sigma^2_z = 1)$$

- Z desvios padrão acima (ou abaixo) da média.
- Probabilidades equivalentes em Y ou Z.
- Usado para cálculo de probabilidades utilizando "tabelas da distribuição normal".
- No exemplo:

$$P[Y \leq 160] = P[Z \leq \frac{160 - 170}{10}] = P[Z \leq -1]$$

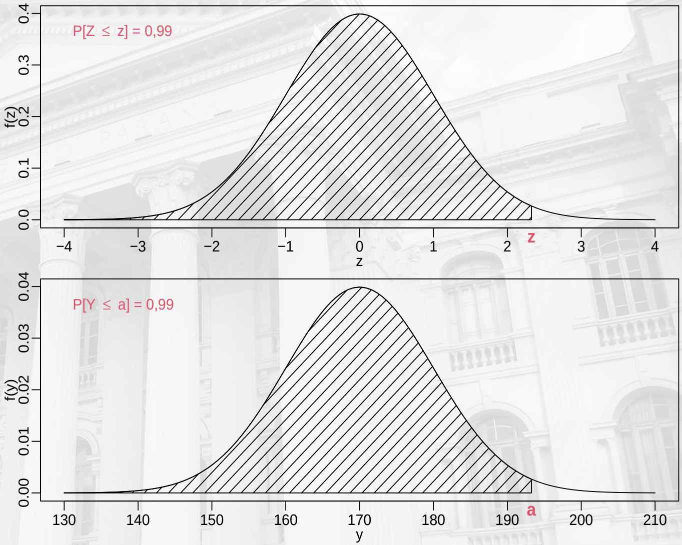


Escore Z e quantil

$$Y \sim \mathrm{N}(\mu_Y, \sigma_Y^2)$$

$$Z = \frac{Y - \mu}{\sigma} \sim \mathrm{N}(\mu_z = 0, \sigma_z^2 = 1)$$

$$P[Z \leq z] = 0{,}99$$
$$z = 2.326$$
$$\frac{a - 170}{10} = 2.326$$
$$a = 193.263$$



Comparando v.a.'s discretas e contínuas

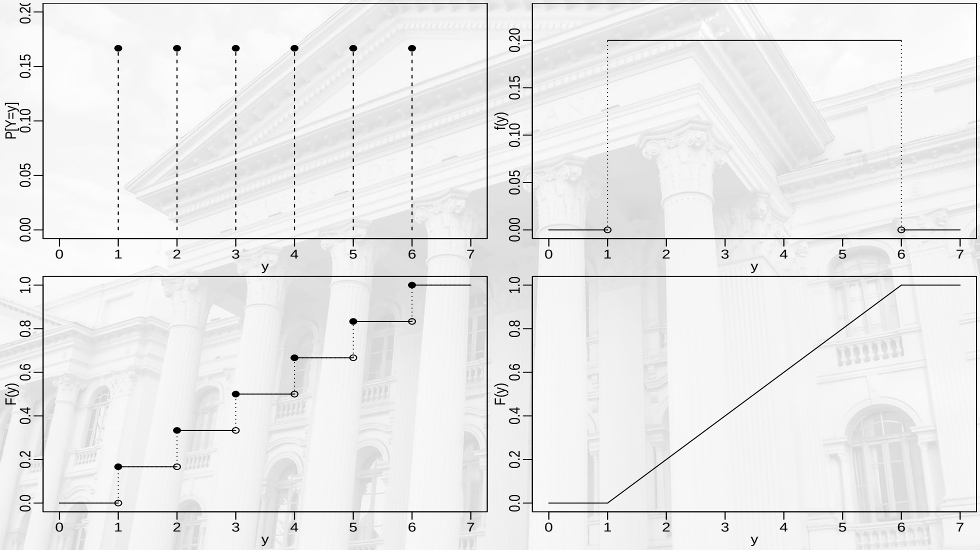
Uniforme discreta:

$$Y_1 \sim U_d\{1,6\}$$
$$y \in \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$P[Y_1 = y] = \frac{1}{6}$$
$$F_{Y_1}(y) = \frac{\lfloor y \rfloor + 1}{6}$$

Uniforme contínua:

$$Y_2 \sim U_c[1,6]$$
$$y \in [1,6]$$
$$f(Y_2 = y) = \frac{1}{6-1} = \frac{1}{5}$$
$$F_{Y_2}(y) = \frac{y-1}{6-1} = \frac{y-1}{5}$$

V.A.'s (uniforme) discreta e contínua



Probabilidades para v.a.'s discretas e contínuas

Uniforme discreta:

$$Y_1 \sim U_d\{1{,}6\}$$

$$P[Y_1 = 4] = \frac{1}{6}$$

$$P[Y_1 \leq 4] = F_{y_1}(4) = P[Y_1 = 1] + P[Y_1 = 2] + P[Y_1 = 3] + P[Y_1 = 4] = \frac{4}{6} = 0{,}67$$

Uniforme contínua:

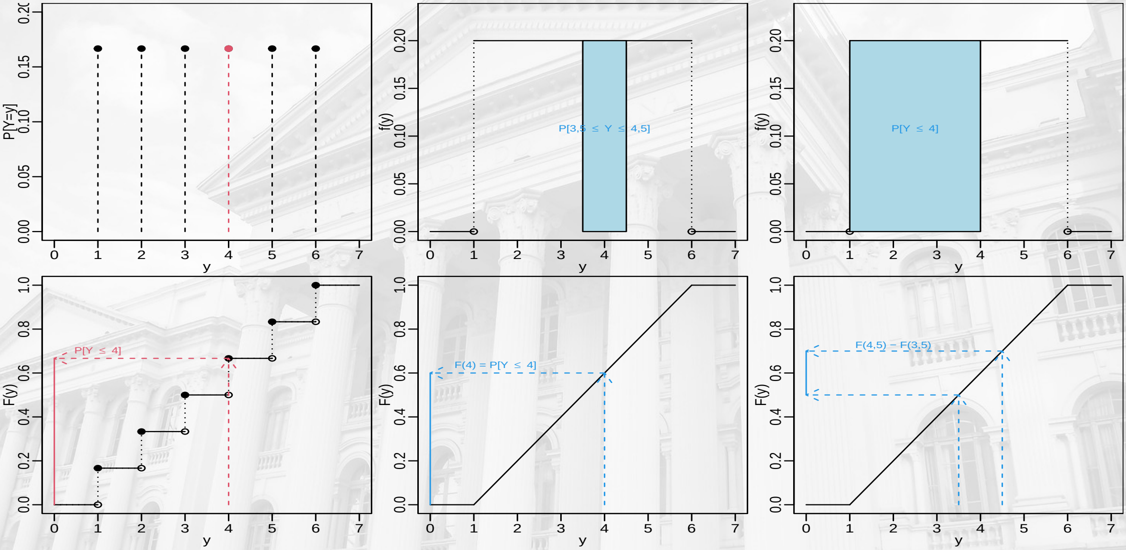
$$Y_2 \sim U_c[1{,}6]$$

$$P[Y_2 = 4] = f(4) = 0$$

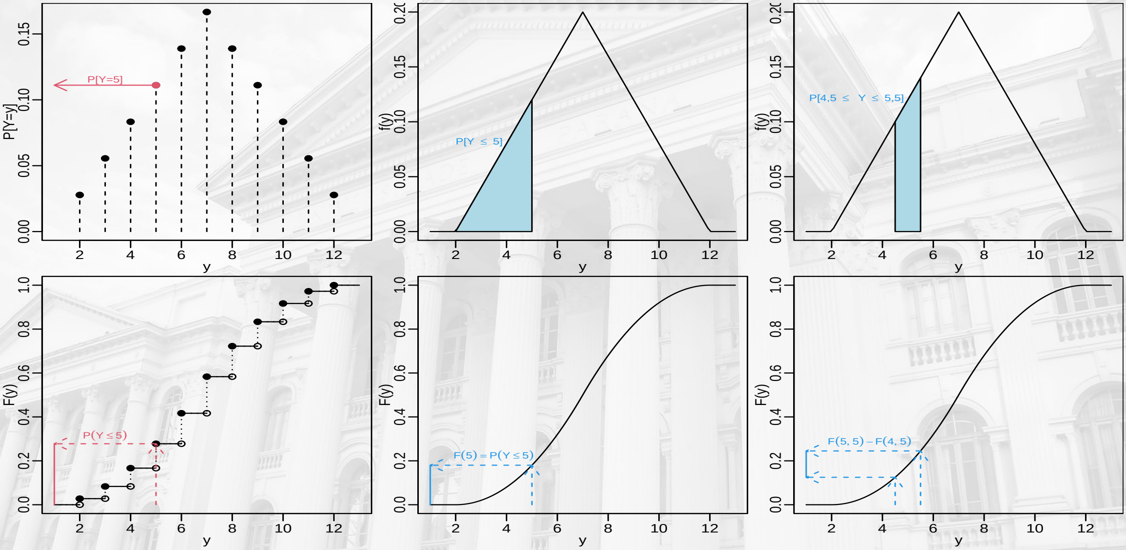
$$P[3{,}5 < Y_2 \leq 4{,}5] = \int_{3.5}^{4.5} f(y)dy = 0.2$$

$$P[Y_2 \leq 4] = F_{y_2}(4) = \int_{1}^{4} f(y)dy = 0.6$$

V.A.'s (uniforme) discreta e contínua



V.A.'s discretas e contínuas



Comentários finais

- Variáveis aleatórias são um tipo de "dispositivo" que nos ajuda a atribuir probabilidades a eventos de interesse.
- A distribuição de probabilidade define como a probabilidade “se espalha” entre os possíveis valores da v.a..
- Existem distribuições discretas e continuas que acomodam diferentes comportamentos da variável de interesse.
- Aqui tratamos de distribuições univariadas, os conceitos se extendem para distribuições multivariadas.