

Nome: *Gabarito*

Nota do aluno(a)

Rubrica do Professor

"Em matemática, a arte de propor uma pergunta deve ter um valor maior do que resolvê-la". (Georg Cantor)

INSTRUÇÕES

- Leia atentamente cada questão. A interpretação faz parte da avaliação.
- O desenvolvimento poderá ser feito à lápis, porém a resposta deverá ser dada com caneta azul ou preta. Questões com desenvolvimento à lápis poderão não sofrer revisão de correção pelo avaliador.
- As questões (exceto a questão 2) deverão ser desenvolvidas e respondidas na folha de papel almança.
- Não é permitida consulta ao material didático.
- É permitido o uso de calculadora.
- Ao terminar a avaliação devolva o caderno de questões e a folha de papel almança devidamente assinadas.

FORMULÁRIO

- | | |
|--|---|
| ↗ Moda Czuber: $M_o = l_{M_o} + \left[\frac{f_{M_o} - f_{ant}}{2f_{M_o} - (f_{ant} + f_{pos})} \right] \cdot h$ | ↗ Variância Amostral: $s^2(x) = \frac{\sum f_i \cdot (\mu - x_i)^2}{n - 1}$ |
| ↗ Mediana: $\tilde{x} = l_{\tilde{x}} + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{ant}}{f_{\tilde{x}}} \right] \cdot h$ | ↗ Desvio Padrão: $s(x) = \sqrt{s^2(x)}$ |
| ↗ Percentil: $P_i = l_i + \left[\frac{\frac{i \times n}{100} - F_{ant}}{f_i} \right] \cdot h$ | ↗ Coeficiente de Variação: $CV = \frac{s(x)}{\mu} \times 100$ |

Questão 1. Um órgão do governo do estado está interessado em determinar padrões sobre o investimento em educação, por habitante, realizado pelas prefeituras. De um levantamento de dez cidades, foram obtidos os valores (codificados) da tabela abaixo:

Cidade	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Investimento	20	16	14	8	19	15	14	16	19	18

Nesse caso, será considerado como investimento básico a média final das observações, calculada da seguinte maneira:

1. Obtém-se uma média inicial.
2. Eliminam-se do conjunto aquelas observações que forem superiores à média inicial mais duas vezes o desvio padrão, ou inferiores à média inicial menos duas vezes o desvio padrão.
3. Calcula-se a média final com o novo conjunto de observações.

Qual o investimento básico que você consideraria mais homogêneo, o calculado no passo 1 ou o calculado no passo 3? Justifique utilizando uma medida de dispersão adequada.

Solução

Passo 1: calculando a média.

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \frac{20 + 16 + 14 + 8 + 19 + 15 + 14 + 16 + 19 + 18}{10} \\ \mu_1 &= \frac{159}{10} \\ \mu_1 &= 15,9\end{aligned}$$

Determinando o desvio padrão de μ_1 :

$$\begin{aligned}s^2(x)_1 &= \frac{\sum (\mu_1 - x_i)^2}{n-1} \\ &\approx \frac{16,81 + 0,01 + 3,61 + 62,41 + 9,61 + 0,81 + 3,61 + 0,01 + 9,61 + 4,41}{10-1} \\ &\approx \frac{110,9000}{9} \\ s^2(x)_1 &\approx 12,3222\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s(x)_1 &= \sqrt{12,3222} \\ s(x)_1 &\approx 3,51\end{aligned}$$

Determinando o desvio padrão de $\mu_1 - 2s(x)_1$ e $\mu_1 + 2s(x)_1$:

$$\begin{aligned}\mu_1 - 2s(x)_1 &= 15,9 - 2 \cdot 3,51 \\ \mu_1 - 2s(x)_1 &\approx 8,88 \\ \mu_1 + 2s(x)_1 &= 15,9 + 2 \cdot 3,51 \\ \mu_1 + 2s(x)_1 &\approx 22,92\end{aligned}$$

Passo 2: Eliminam-se do conjunto aquelas observações que forem superiores à média inicial mais duas vezes o desvio padrão, ou inferiores à média inicial menos duas vezes o desvio padrão.

Eliminada a observação da cidade D.

Cidade	A	B	C	E	F	G	H	I	J
Investimento	20	16	14	19	15	14	16	19	18

Passo 3 Calculando a nova média:

$$\mu_2 = \frac{20 + 16 + 14 + 19 + 15 + 14 + 16 + 19 + 18}{9}$$

$$\mu_2 = \frac{151}{9}$$

$$\mu_2 \approx 16,78$$

Determinando o desvio padrão de μ_2 :

$$s^2(x)_2 = \frac{\sum (\mu_2 - x_i)^2}{n-1}$$

$$\approx \frac{10,38 + 0,60 + 7,72 + 4,94 + 3,16 + 7,72 + 0,60 + 4,94 + 1,49}{9-1}$$

$$\approx \frac{41,5556}{8}$$

$$s^2(x)_2 \approx 5,1944$$

$$s(x)_2 = \sqrt{5,1944}$$

$$s(x)_2 \approx 2,28$$

Vamos calcular o Coeficiente de Variação das duas séries.

$$CV_1 = \frac{3,51}{15,9} \times 100$$

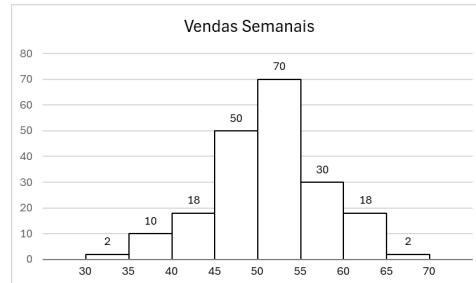
$$CV_1 \approx 22,08\%$$

$$CV_2 = \frac{2,28}{16,78} \times 100$$

$$CV_2 \approx 13,59\%$$

R: O investimento mais homogêneo é o calculado no passo 3.

Questão 2. O histograma abaixo representa as vendas semanais, em classes de salários mínimos, de vendedores de gêneros alimentícios:



Complete a tabela de distribuição desta variável:

Solução

Classe	Vendas Semanais (em salários mínimos)	Qte de vendedores	fri(%)	FAC	FRA(%)
1	30 - 35	2	1 %	2	1 %
2	35 - 40	10	5 %	12	6 %
3	40 - 45	18	9 %	30	15 %
4	45 - 50	50	25 %	80	40 %
5	50 - 55	70	35 %	150	75 %
6	55 - 60	30	15 %	180	90 %
7	60 - 65	18	9 %	198	99 %
8	65 - 70	2	1 %	200	100 %

Questão 3. Calcule a moda, a mediana, Q_1 e Q_2 da distribuição da **Questão 2**.

Solução

a) Calculando a Moda.

$$\begin{aligned} Mo &= 50 + \left(\frac{70 - 50}{140 - (50 + 30)} \right) \times 5 \\ &= 50 + \left(\frac{20}{140 - 80} \right) \times 5 \\ &= 50 + \left(\frac{20}{60} \right) \times 5 \\ &\approx 50 + 1,67 \end{aligned}$$

$Mo \approx 51,67$ salários mínimos

c) Calculando Q_1 .

$$\begin{aligned} Q_1 &= 45 + \left(\frac{\frac{25 \times 200}{100} - 30}{50} \right) \times 5 \\ &= 45 + \left(\frac{50 - 30}{50} \right) \times 5 \\ &= 45 + \left(\frac{20}{50} \right) \times 5 \\ &= 45 + 2 \end{aligned}$$

$Q_1 = 47$ salários mínimos

R: $Mo \approx 51,67$ salários mínimos

R: $Q_1 = 47$ salários mínimos

b) Calculando a Mediana.

$$\begin{aligned} Med &= 50 + \left(\frac{100 - 80}{70} \right) \times 5 \\ &= 50 + \left(\frac{20}{70} \right) \times 5 \\ &\approx 50 + 1,43 \end{aligned}$$

$Med \approx 51,43$ salários mínimos

d) Calculando Q_2 .

Como Q_2 é igual a Mediana, sendo assim temos

$Q_2 \approx 51,43$ salários mínimos

R: $Q_2 \approx 51,43$ salários mínimos

R: $Med \approx 51,43$ salários mínimos

Questão 4. O Departamento Pessoal de uma certa firma fez um levantamento dos salários dos 120 funcionários do setor administrativo, obtendo os resultados (em salários mínimos) da tabela abaixo.

Faixa Salarial (em salários mínimos)	Frequência Relativa
0 ⊢ 2	25 %
2 ⊢ 4	40 %
4 ⊢ 6	20 %
6 ⊢ 8	15 %

Solução

a) Calcule a média, a variância e o desvio padrão.

Determinando a média (μ).

$$\begin{aligned}\mu &= 1 \times \frac{25}{100} + 3 \times \frac{40}{100} + 5 \times \frac{20}{100} + 7 \times \frac{15}{100} \\ \mu &= \frac{25 + 120 + 100 + 105}{100} \\ \mu &= \frac{350}{100} \\ \mu &= 3,5 \text{ salários mínimos}\end{aligned}$$

R: $\mu = 3,5$ salários mínimos.

Determinando a Variância.

$$\begin{aligned}s^2(x) &= \frac{30 \times (1 - 3,5)^2 + 48 \times (3 - 3,5)^2 + 24 \times (5 - 3,5)^2 + 18 \times (7 - 3,5)^2}{119} \\ s^2(x) &= \frac{187,5 + 12 + 54 + 220,5}{119} \\ s^2(x) &= \frac{474}{119} \\ s^2(x) &\approx 3,9832 \text{ (salários mínimos)}^2\end{aligned}$$

R: $s^2(x) \approx 3,9832$ (salários mínimos)²

Determinando o Desvio Padrão.

$$\begin{aligned}s(x) &= \sqrt{\frac{474}{119}} \\ s(x) &\approx 2,00 \text{ salários mínimos}\end{aligned}$$

R: $s(x) = 2,00$ salários mínimos.

b) Se for concedido um aumento de 10% para todos os 120 funcionários, haverá alteração na média? E no desvio padrão? Justifique sua resposta.

Determinando a nova média:

$$\mu_2 = 1,1 \times 3,5$$

$\mu_2 = 3,85$ salários mínimos

R: $\mu_2 = 3,85$ salários mínimos.

Determinando a nova Variância:

$$s^2(x) = (1,1)^2 \times 3,9832$$

$$s^2(x) = 1,21 \times 3,9832$$

$$s^2(x) \approx 4,8197 \text{ (salários mínimos)}^2$$

R: $s^2(x) \approx 4,8197$ (salários mínimos)².

Determinando o novo Desvio Padrão:

$$s(x) = \sqrt{(1,1)^2 \times \frac{474}{119}}$$

$s(x) \approx 2,20$ salários mínimos

R: $s(x) \approx 2,20$ salários mínimos.

c) Se for concedido um abono de dois salários mínimos para todos os 120 funcionários, haverá alteração na média? E no desvio padrão? E na mediana? Justifique sua resposta.

Determinando a nova média.

$$\mu_3 = 3,50 + 2$$

$\mu_3 = 5,50$ salários mínimos

R: $\mu_3 = 5,50$ salários mínimos.

Determinando a nova mediana.

$$\text{Med} = 2 + \left(\frac{50\% - 25\%}{40\%} \right) \cdot 2$$

$$\text{Med} = 2 + \left(\frac{25\%}{40\%} \right) \cdot 2$$

$$\text{Med} = 2 + (0,625) \cdot 2$$

$$\text{Med} = 2 + 1,25$$

$$\text{Med} = 3,25 \text{ salários mínimos}$$

R: A nova mediana também aumentará em dois salários mínimos, então $\text{Med}_3 = 5,25$ salários mínimos .

Determinando a nova Variância.

R: A nova Variância não será alterada.

Determinando o novo Desvio Padrão.

R: O novo Desvio Padrão não será alterado.