Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI-3104-1: Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

# Tarea 1

Integrantes: Silvio Ulloa
Rut: 19932191-9
Profesores: Valentino González
Auxiliares: José Vines
Jou-Hui Ho

Fecha: 30 de septiembre de 2018

# Índice

# 1. Pregunta 1

## 1.1. Introducción

Se busca comparar la siguientes estimaciones de derivadas de funciones:

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + O(h) \tag{1}$$

$$f'(x) = \frac{-f(x+2h) + 8f(x+h) - 8f(x-h) + f(x-2h)}{12h} + O(h^4) \tag{2}$$

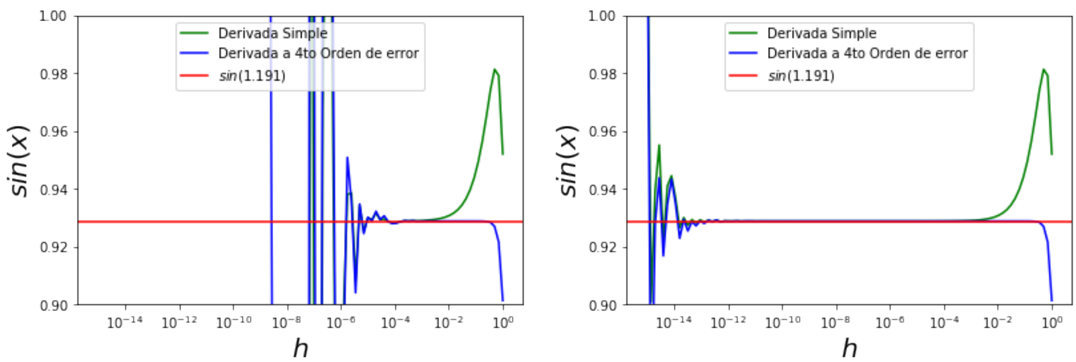
Que como puede observarse, difieren en el orden de errores que producen. Para realizar la comparación nombrada, a continuación se utilizará la función $f(x) = -cos(x)$ con distintos tipos de datos para verificar la precisión que entrega cada uno.

## 1.2. Procedimiento

Para resolver el problema planteado anteriormente, evaluaremos las derivadas numéricas (4) y (2) de la función $f(x) = -\cos(x)$ en $x = 1{,}191$, variando la constante $h$ para obtener una mayor precisión y comparando estos valores con el entregado por la función $math.sin()$ de python evaluada en el mismo punto ( $x = 1{,}191$ ). Se hará una diferencia al momento de evaluar dichas funciones, de modo que primero se utilizaran números de tipo $\boldsymbol{float32}$ y luego de tipo $\boldsymbol{float64}$ ( no se utilizarán números de tipo $\boldsymbol{float128}$ puesto que el computador no posee la capacidad para soportarlo).

## 1.3. Resultados

A continuación se observarán los gráficos de las derivadas (4) y (2) evaluadas en $x = 1{,}191$ donde se varia el valor de $h$, utilizando los dos tipos distintos de números ya mencionados.




(a) Float32 (b) Float64

Figura 1: Comparación de derivadas

### 1.4. Conclusiones y Discusión

Como se puede ver en en la Figura 2, en ambos gráficos la convergencia al valor entregado por la función $math.sin(1{,}191)$ se logra con mayor rapidez con el método numero 2, siendo este alcanzado con un $h$ del orden de $10^{-1}$, en contraste con el método numero 4 que converge satisfactoriamente a un orden de $10^{-3}$, lo que lleva a concluir que a pesar de evaluar una mayor cantidad de veces la función, para calcular su derivada, el valor $h$ al que se tiene que acudir no es tan pequeño en comparación con un método de menor cantidad de evaluaciones. También puede observarse que la precisión con la que se logra la derivada es mejor al volverse $h$ mas pequeño,siendo esto verdadero hasta cierto punto, y este varía dependiendo del tipo de números que se utiliza, volviéndose evidente que los números de tipo $\boldsymbol{float64}$ mantienen su precisión hasta una $h$ mas pequeño que los de tipo $\boldsymbol{float32}$ divergiendo del valor $\sin 1{,}191$ en un $h$ igual a $10^{-12}$ y $10^{-4}$ respectivamente para cada tipo.

## 2. Pregunta 2

### 2.1. Introducción

Poco despues del Big Bang, el Universo era denso y muy caliente, la radiación y el plasma formado por protones y electrones libres se mantenían en equilibrio térmico. Con la expansión del Universo tanto la radiación como el plasma se enfrían. Eventualmente la temperatura baja lo suficiente para que protones y electrones se combinen en átomos neutros. La radiación remanente, por su parte, no puede ser absorbida por estos átomos neutros y comienza a viajar libremente por el Universo. Dicha radiación, que continua perdiendo energía/disminuyendo su temperatura, fue detectada por primera vez por Arno Penzias y Robert Wilson en 1964 (Premio Nobel de Física 1978) y se le conoce como la radiación de fondo de microondas, es una de las evidencias más sólidas de que el Universo fue alguna vez mucho mas denso y caliente que hoy. La teoría predice que la radiación remanente del Big Bang debería tener el espectro (distribución de energía por unidad de frecuencia) de un cuerpo negro. La radiación de un cuerpo negro en unidades de [Energía / tiempo / Area / frecuencia / ángulo sólido] está dada por la función de Planck:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/k_BT} - 1} \tag{3}$$

donde h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz en el vacío, kB es la constante de Boltzmann, T es la temperatura del cuerpo negro y  es la frecuencia de la radiación. En 1989 se puso en órbita el satélite COBE (Cosmic Background Explorer) con el objetivo de estudiar en detalle la radiación de fondo de microondas. A continuación se utilizaran sus datos para intentar determinar la temperatura de la radiación de fondo.

### 2.2. Procedimiento

Primero se revisaran los datos del archivo "firasmonopolespecv1.txt", a continuación se graficará el espectro de la radiación de fondo de microondas con respecto a su frecuencia medidos, con su incertidumbre respectiva. Luego de esto se calculará numéricamente la integral infinita de la función de Planck:

$$P = \frac{2h}{c^2}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx \tag{4}$$

Utilizando el metodo de integracion ( en intervalos discretos no regulares) trapezoidal, se integrará en frecuencia el espectro observado.

### 2.3. Resultados

En el siguiente gráfico se puede apreciar la radiación en función de la frecuencia medidos.

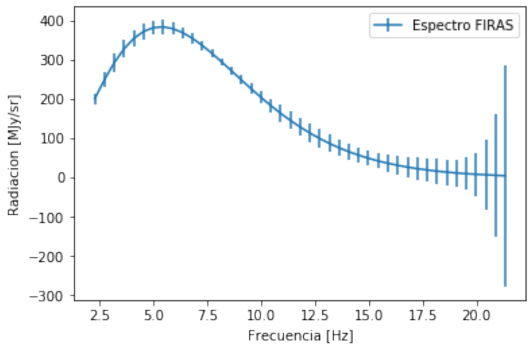



Figura 2: Espectro vs Frecuencia

### 2.4. Conclusiones y Discusión