

Métodos Numéricos:

O método de Monte Carlo

Silvio Romero de Araújo Júnior
Departamento de Engenharia Elétrica
Centro Universitário da FEI
São Bernardo do Campo, Brasil
silvioromerojr@yahoo.com.br

Reinaldo A. C. Bianchi
Departamento de Engenharia Elétrica
Centro Universitário da FEI
São Bernardo do Campo, Brasil
rbianchi@fei.edu.br

Resumo — Para calcular o volume de um toróide, o método de Monte Carlo é usado neste relatório. Ao introduzir n pontos aleatórios da área de um objeto representando no plano tridimensional, o algoritmo seleciona pontos diretamente na região da integral e tenta calcular seu volume por aproximação numérica.

Palavras chave – *integração numérica; cálculo numérico; métodos numéricos; Monte Carlo*

I. INTRODUÇÃO

O método de Monte Carlo é um método de simulação estatística para cálculo de integrais. Ele usa números aleatórios (ou pseudoaleatórios) para resolver muitos problemas de computação. O método de Monte Carlo é amplamente utilizado em engenharia, física computacional e outros campos [1]. Em algumas áreas de aplicações práticas, o valor preciso das integrais não é necessário, mas o valor estimado é suficiente. Atualmente, podemos usar o método de Monte Carlo para aproximar a integral envolvida e ele pode fornecer rapidamente resultados de simulação úteis [1]. Neste relatório, para simplificar o cálculo da integral tripla, é proposto um programa em linguagem C++ utilizando o método de Monte Carlo que emprega pontos aleatórios apenas na área de integração.

A. Objetivo

Utilizar a linguagem de programação C++ para calcular o volume de um objeto, onde o comportamento de sua função dificulta o cálculo de forma analítica, utilizando o método de Monte Carlo.

B. Motivação

Com a simulação de Monte Carlo para o cálculo de integrais, obtém-se um método simples e abrangente de implementar, pois pode-se calcular integrais com quaisquer limites de integração, e adaptativo, pois o método se adapta facilmente para lidar com integrais multidimensionais. Assim, um estudo pormenorizado deste método faz-se necessário.

C. Metodologia

Após pesquisa bibliográfica com base em livro e artigo abordando os conceitos aplicados ao relatório, aplicou-se a linguagem de programação C++ para implementação computacional objetivando o cálculo do volume do objeto da figura 1 (semelhante a um toróide) utilizando a simulação de Monte Carlo:

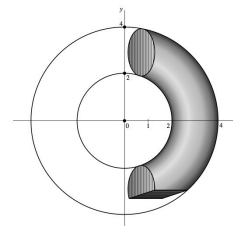


Figura 1 – Objeto para cálculo do volume

II. REVISÃO DA LITERATURA

A simulação de Monte Carlo é um método numérico utilizando um computador e números pseudoaleatórios para simular entradas estocásticas em um processo e gerar um grande número de possíveis resultados. Ele resolve um problema gerando números aleatórios adequados e observando essa fração dos números obedecendo a alguma propriedade estatística [1]. É comumente usado para simulações em muitos campos que exigem soluções para problemas impraticáveis ou impossíveis de resolver pelos métodos analíticos ou numéricos tradicionais [1].

Um requisito importante na simulação de Monte Carlo é que o sistema matemático seja descrito por funções de densidade de probabilidade. Dado que um resultado de simulação específico é baseado em aleatoriedade, executando novamente a mesma simulação, o resultado mais provável é um resultado diferente. Muitas simulações são realizadas e o resultado desejado é obtido como uma média sobre o número de resultados. As principais etapas da simulação de Monte Carlo são [1]:

- 1) Modele as entradas e o processo.
- 2) Desenhe um vetor de variedades aleatórias.
- 3) Avalie a função de interesse.
- 4) Repita as duas últimas etapas várias vezes, agregando os resultados.

III. IMPLEMENTAÇÃO PROPOSTA

Na implementação do código proposto (enviado como anexo) no presente relatório utilizou-se os seguintes recursos de Hardware:

- MacBook Pro (Retina, 15-inch, Early 2013);
- Processador: 2,4 GHz Intel Core i7;
- Memória: 8 GB 1600 MHz DDR3.

Com relação aos softwares utilizados, citam-se:

- macOS Mojave Versão 10.14.5
- Xcode 10.2.1

O código criado objetivou o cálculo da área do objeto da Figura 1, que é descrito pela seguinte função:

$$z^2 + \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 3 \right)^2 \leq 1$$

$$x \geq 1$$

$$y \geq -3$$

IV. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Para a validação do programa implementado, utilizou-se como referência os valores mencionados em [2]. Comparando os resultados simulados com a solução analítica. Depois executou-se o programa para calcular do volume do objeto.

Tabela 1 – Resultados para Função 1

Iterações	Monte Carlo	Análítico
1	42,000000	22,080000
10	21,000000	22,080000
100	24,359999	22,080000
500	23,688000	22,080000
1000	21,336000	22,080000
10000	21,936600	22,080000
100000	22,116360	22,080000
1000000	22,095276	22,080000
10000000	22,094711	22,080000

A. Resultados

Pode-se notar comparando os resultados, que a assertividade do método depende do número de iterações selecionadas, mostrando resultados satisfatórios quando se aumenta o número de iterações do laço *FOR* utilizados no programa.

V. TRABALHOS CORRELATOS

Alguns autores têm utilizado método de Monte Carlo como ferramenta nas mais diversas aplicações, citadas em [1] e [2]. Em [1] diversas aplicações no campo da engenharia são mencionadas. O maior desafio relatado é a geração de números aleatórios o que auxilia na maior assertividade do método.

VI. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método de Monte Carlo tem sido aplicado em diversos campos científicos e a atividade descrita neste relatório ofereceu a oportunidade de se avaliar a importância da modelagem matemática e computacional deste método para o cálculo de integrais multidimensionais.

REFERÊNCIAS

- [1] Robert, C. P.; Casella, G. Monte Carlo Statistical Methods. Springer, 1999.
- [2] Perico, D.; Homem, T.; Da Silva, I.; Bianchi, R. Integração por Monte Carlo: Estudo do Método Aplicado nos Cálculos de Volume e Centro de Massa de um Toroide Parcial, Conference Paper, 2014.