

A large, abstract circular graphic in the background, composed of a dark blue center surrounded by concentric rings of white and light blue, resembling a stylized planet or a splash of paint.

Forze Elettriche e Campi Elettrici

Cenni Storici

- Documenti cinesi suggeriscono che il magnetismo fosse conosciuto fin dal 2000 a.c.
- Anche gli antichi greci osservarono fenomeni elettrici e magnetici, in particolare trovarono che quando un pezzo di ambra veniva strofinato, attirava pezzetti di paglia e piume (il termine «**elettrico**» deriva infatti dalla parola greca per l'ambra, *elektron*)
- L'esistenza di forze magnetiche era conosciuta attraverso l'osservazione che pezzi di un minerale esistente in natura chiamato magnetite attiravano ferro (il termine «**magnetico**» deriva da *Magnesia*, una città sulla costa turca dove fu trovata la magnetite)
- Soltanto all'inizio del XIX secolo gli scienziati poterono stabilire che elettricità e magnetismo erano fenomeni correlati...

Proprietà delle cariche elettriche

- Semplici esperimenti dimostrano l'esistenza delle forze elettrostatiche
- Per esempio dopo aver passato un pettine tra i capelli si potrà osservare che il pettine attira dei pezzettini di carta
- Lo stesso effetto si verifica con altri materiali strofinati, come il vetro e la bachelite (o plastica)



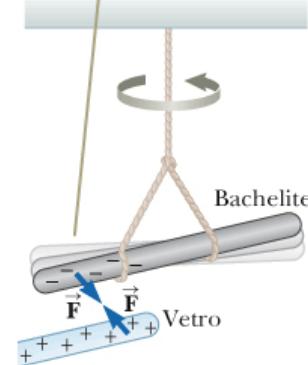
© Cengage Learning/Charles D. Winters

Figura 19.1 Strofinare un palloncino sui capelli in un giorno secco fa sì che il palloncino e i capelli diventino elettricamente carichi.

Proprietà delle cariche elettriche

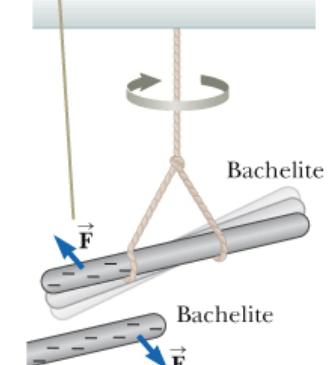
- Gli esperimenti dimostrano che ci sono due differenti specie di cariche elettriche, chiamate positiva e negativa da Benjamin Franklin
- Usando la convenzione suggerita da Franklin chiamiamo positiva la carica sulla bacchetta di vetro e negativa quella sulla bacchetta di bachelite (o plastica)
- Cariche dello stesso segno si respingono mentre cariche di segno opposto si attraggono

Una bacchetta di bachelite, caricata negativamente e sospesa tramite un filo, viene attirata da una bacchetta di vetro caricata positivamente.



a

Una bacchetta di bachelite, caricata negativamente e sospesa tramite un filo, viene respinta da un'altra bacchetta di bachelite caricata negativamente.



b

Figura 19.2 La forza elettrica tra (a) oggetti con carica di segno opposto e (b) con carica dello stesso segno.

Proprietà delle cariche elettriche

- Principio della conservazione della carica per un sistema isolato
- Gli oggetti diventano carichi in quanto elettroni vengono trasferiti da un corpo all'altro
- Per il sistema isolato di due oggetti non avviene alcun trasferimento di carica attraverso il bordo del sistema (esempio in figura)
- La carica totale di un oggetto è quantizzata come multiplo intero della carica elementare dell'elettrone $e = 1.60 \times 10^{-19} C$

A causa della conservazione della carica, ogni elettrone aggiunge una carica negativa alla seta ed una uguale quantità di carica positiva viene lasciata sulla sbarretta di vetro.

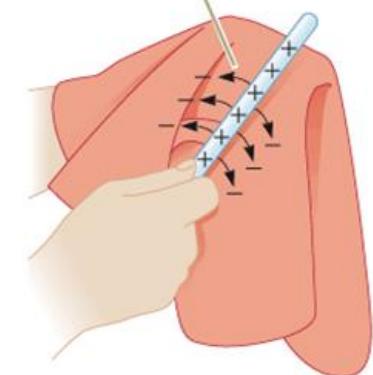


Figura 19.3 Quando una sbarretta di vetro viene strofinata con della seta, elettroni sono trasferiti dal vetro alla seta. Poiché le cariche sono trasferite in pacchetti discreti, le cariche sui due oggetti sono $\pm e$ o $\pm 2e$ o $\pm 3e$, e così via.

Quiz rapido

- Tre oggetti sono avvicinati l'uno all'altro, due alla volta. Se si avvicinano gli oggetti A e B, essi si respingono. Se si avvicinano gli oggetti B e C, anche essi si respingono. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
 - A. Gli oggetti A e C possiedono cariche dello stesso segno
 - B. Gli oggetti A e C possiedono cariche di segno opposto
 - C. Tutti e tre gli oggetti posseggono cariche dello stesso segno
 - D. Uno dei tre oggetti è neutro
 - E. E' necessario compiere ulteriori esperimenti per determinare il segno delle cariche

Quiz rapido

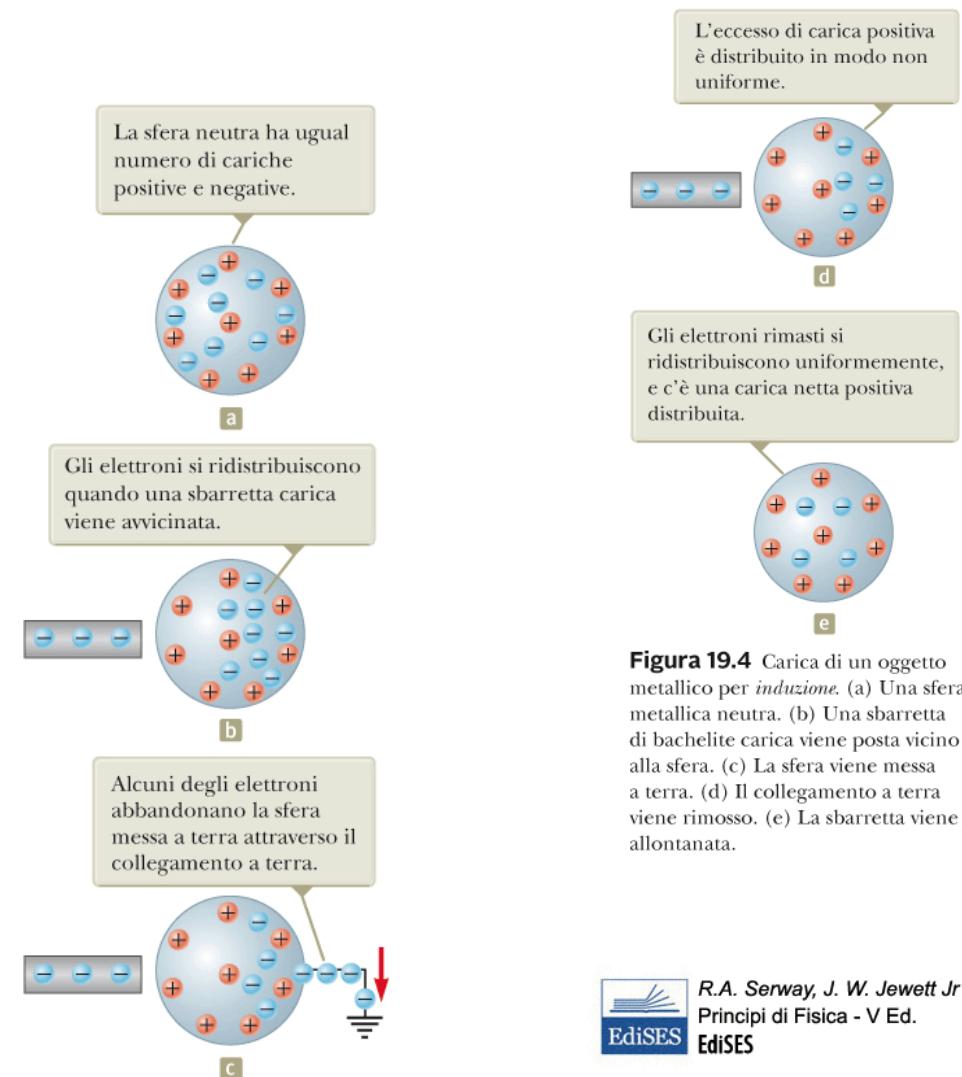
- Tre oggetti sono avvicinati l'uno all'altro, due alla volta. Se si avvicinano gli oggetti A e B, essi si respingono. Se si avvicinano gli oggetti B e C, anche essi si respingono. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
 - A. Gli oggetti A e C possiedono cariche dello stesso segno
 - B. Gli oggetti A e C possiedono cariche di segno opposto
 - C. Tutti e tre gli oggetti posseggono cariche dello stesso segno
 - D. Uno dei tre oggetti è neutro
 - E. E' necessario compiere ulteriori esperimenti per determinare il segno delle cariche

Isolanti e Conduttori

- Conduttori elettrici sono materiali in cui alcuni degli elettroni sono elettroni liberi che non sono legati agli atomi e possono muoversi relativamente liberi attraverso il materiale; isolanti elettrici sono materiali in cui tutti gli elettroni sono legati agli atomi e non possono muoversi liberamente attraverso il materiale
- I semiconduttori sono una terza classe di materiali e le loro proprietà elettriche sono a metà strada tra quelle degli isolanti e dei conduttori

Carica per induzione

- Quando un conduttore è collegato alla Terra per mezzo di un filo conduttore si dice che esso è messo a terra (la Terra può essere considerata un serbatoio infinito per gli elettroni, può ricevere o fornire un numero illimitato di elettroni).
- Il simbolo  indica che il filo è messo a massa (o messo a terra) e sta ad indicare un serbatoio di carica elettrica come la Terra



Polarizzazione

- Avviene negli isolanti. Nella maggior parte degli atomi e delle molecole neutre la posizione media della carica positiva coincide con la posizione media della carica negativa. In presenza di un oggetto carico queste posizioni possono spostarsi leggermente (figura), determinando così una maggiore carica positiva da un lato della molecola che dall'altro

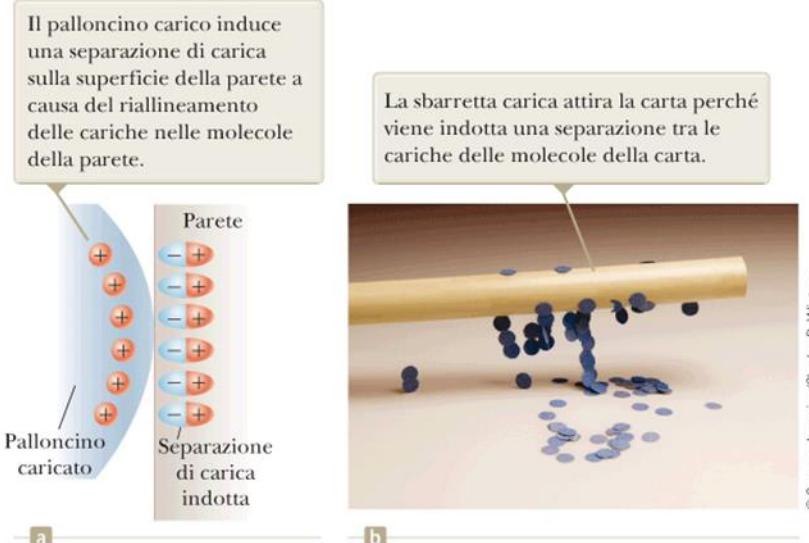


Figura 19.5 (a) Un palloncino carico viene avvicinato ad una parete isolante.
(b) Una sbarretta carica viene avvicinata a pezzettini di carta.

© Cengage Learning/Charles D. Winters

Quiz Rapido

- Tre oggetti vengono avvicinati l'uno all'altro, due alla volta. Se si avvicinano gli oggetti A e B, essi si attraggono. Invece gli oggetti B e C, se avvicinati, si respingono. Quale di queste affermazioni è necessariamente vera?
 - A. Gli oggetti A e C possiedono cariche dello stesso segno
 - B. Gli oggetti A e C possiedono cariche di segno opposto
 - C. Tutti e tre gli oggetti possiedono cariche dello stesso segno
 - D. Uno dei tre oggetti è neutro
 - E. E' necessario compiere ulteriori esperimenti per determinare il segno delle cariche

Quiz Rapido

- Tre oggetti vengono avvicinati l'uno all'altro, due alla volta. Se si avvicinano gli oggetti A e B, essi si attraggono. Invece gli oggetti B e C, se avvicinati, si respingono. Quale di queste affermazioni è necessariamente vera?
 - A. Gli oggetti A e C possiedono cariche dello stesso segno
 - B. Gli oggetti A e C possiedono cariche di segno opposto
 - C. Tutti e tre gli oggetti possiedono cariche dello stesso segno
 - D. Uno dei tre oggetti è neutro
 - E. E' necessario compiere ulteriori esperimenti per determinare il segno delle cariche

Legge di Coulomb

- Le forze elettriche fra oggetti carichi furono misurate quantitativamente da Charles Coulomb usando la bilancia di torsione (figura)
- Gli esperimenti mostrano che la forza elettrica fra due piccole sfere caricate è inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza
- $F_e \propto 1/r^2$

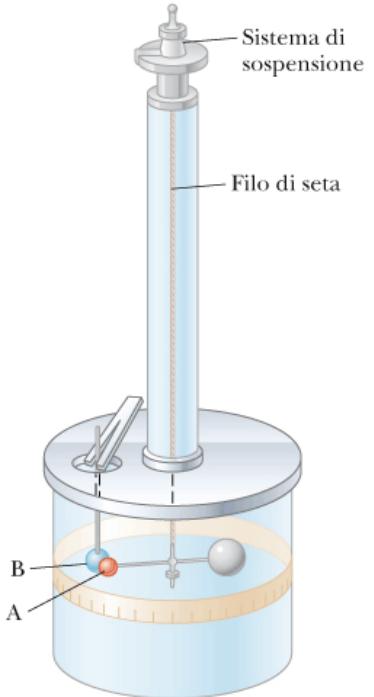


Figura 19.6 La bilancia di torsione di Coulomb, che fu usata per stabilire che la forza elettrostatica tra due cariche puntiformi è inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

Legge di Coulomb

- La legge di Coulomb descrive il modulo della forza elettrostatica fra due cariche puntiformi di carica q_1 e q_2 e separate da una distanza r :

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Dove $k_e = 8.9876 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$ è la costante di Coulomb, e la forza è espressa in newton se le cariche sono espresse in Coulomb e la distanza in metri. La costante k_e si può anche scrivere

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Dove la costante ϵ_0 è detta costante dielettrica del vuoto e ha il valore

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2$$

Legge di Coulomb

- Il Coulomb (C) è una quantità notevole di carica, la carica di un elettrone è $q_e = -e = -1.60 \times 10^{-19} C$ (quella del protone è $+e$). Negli tipici esperimenti di elettrostatica con la sbarretta di bachelite o vetro caricata per strofinio la carica spostata è dell'ordine del $\mu C = 10^{-6} C$
- La forza (grandezza vettoriale) elettrostatica esercitata da q_1 su q_2 può essere rappresentata come

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

Legge di Coulomb

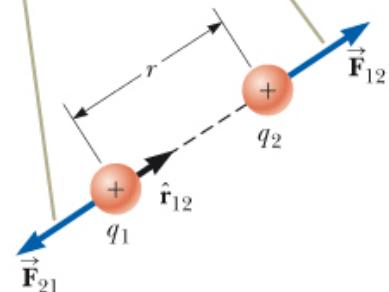
- $\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$

Dove \hat{r}_{12} è un vettore unitario (versore) diretto da q_1 a q_2 come mostrato nella figura a fianco.

- Quando sono presenti più di due cariche la forza risultante su ciascuna particella è uguale alla somma vettoriale delle forze dovute a tutte le altre particelle (**principio di sovrapposizione**)
- Ad esempio se ci sono 4 particelle la forza risultante sulla particella 1 sarà

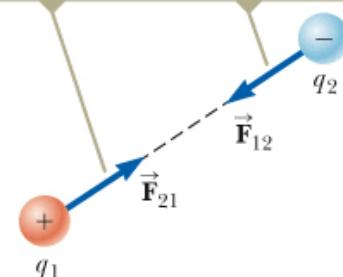
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

Quando le cariche hanno lo stesso segno, la forza è repulsiva.



a

Quando le cariche hanno segno opposto, la forza è attrattiva.



b

Figura 19.7 Due cariche puntiformi separate da una distanza r esercitano una forza reciproca data dalla legge di Coulomb. Si noti che la forza \vec{F}_{21} esercitata da q_2 su q_1 è uguale in modulo e opposta in verso alla forza \vec{F}_{12} esercitata da q_1 su q_2 .

Quiz rapido

- L'oggetto A ha una carica di $+2\mu C$, e l'oggetto B ha una carica di $+6\mu C$. Quale delle seguenti affermazioni riguardante le forze tra i due oggetti è vera?
 - $\vec{F}_{AB} = -3\vec{F}_{BA}$
 - $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$
 - $3\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$
 - $\vec{F}_{AB} = 3\vec{F}_{BA}$
 - $\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA}$
 - $3\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA}$

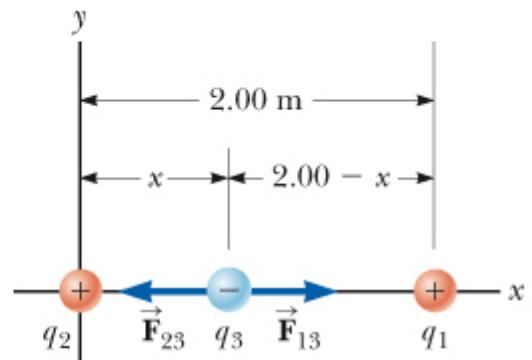
Quiz rapido

- L'oggetto A ha una carica di $+2\mu C$, e l'oggetto B ha una carica di $+6\mu C$. Quale delle seguenti affermazioni riguardante le forze tra i due oggetti è vera?
 - A. $\vec{F}_{AB} = -3\vec{F}_{BA}$
 - B. $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$
 - C. $3\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$
 - D. $\vec{F}_{AB} = 3\vec{F}_{BA}$
 - E. $\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA}$
 - F. $3\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA}$

Esempio – Dove è nulla la forza risultante?

- Tre cariche puntiformi giacciono lungo l'asse x come in figura. La particella con carica positiva $q_1 = 15.0 \mu C$ si trova in $x = 2.00 m$, la particella con carica positiva $q_2 = 6.00 \mu C$ si trova nell'origine e la forza risultante agente sulla carica q_3 è zero. Quale è la coordinata x di q_3 ?

Figura 19.8 (Esempio 19.1)
Tre cariche puntiformi sono poste lungo l'asse x. Se la forza risultante che agisce su q_3 è zero, la forza \vec{F}_{13} esercitata da q_1 su q_3 deve essere in modulo uguale e opposta in verso alla forza \vec{F}_{23} esercitata da q_2 su q_3 .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – L’atomo di Idrogeno

- L’elettrone e il protone di un atomo di idrogeno sono separati (in media) da una distanza all’incirca pari a $5.3 \times 10^{-11} m$. Calcolare l’intensità della forza elettrostatica e della forza gravitazionale fra le due particelle.

Esempio – Trovare la carica sulle sfere

- Due piccole sfere caricate, identiche, ognuna avente una massa di $3.00 \times 10^{-2} kg$, sono appese in equilibrio come in figura. La lunghezza L di ciascun filo è 0.150 m, e l'angolo θ è 5.00° . Trovare l'ampiezza della carica su ciascuna sfera.

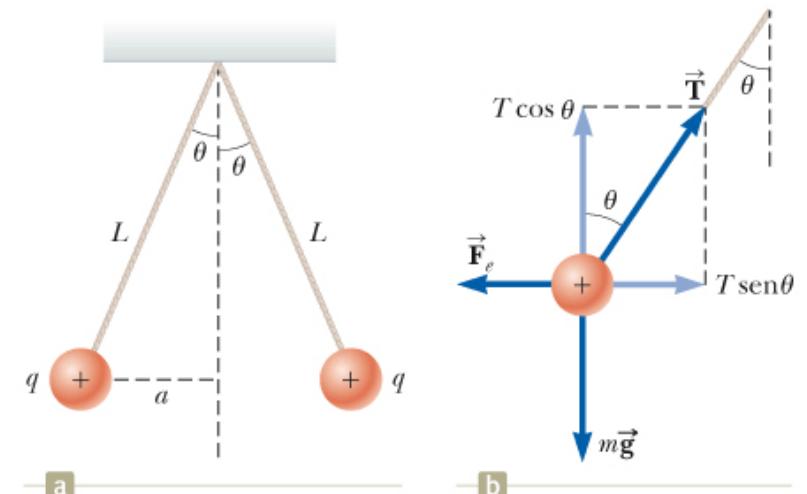


Figura 19.9 (Esempio 19.3) (a) Due sfere identiche, ognuna con la stessa carica q , sospese in equilibrio. (b) Diagramma delle forze che agiscono sulla sfera di sinistra di (a).

Campi Elettrici

- Nella regione di spazio attorno ad un oggetto carico (carica sorgente) esiste un campo elettrico
- Quando un altro oggetto carico (carica di prova) entra in questo campo elettrico, una forza elettrica agisce su di esso
- Il vettore campo elettrico \vec{E} in un punto dello spazio è definito come la forza elettrica \vec{F}_e che agisce sulla carica di prova positiva q_0 posizionata in quel punto, e divisa per la carica di prova, cioè:

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

Il vettore \vec{E} ha le unità SI di newton su Coulomb (N/C)

La direzione di \vec{E} (figura) è la stessa di cui risente una carica di prova positiva posizionata nel campo

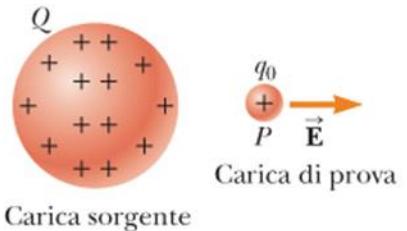


Figura 19.10 Una piccola carica di prova positiva q_0 posta nel punto P vicino ad un oggetto con una carica positiva Q molto maggiore è soggetta ad un campo elettrico \vec{E} nel punto P generato dalla carica Q . Assumeremo *sempre* che la carica di prova sia così piccola che il campo generato dalla carica sorgente non venga alterato dalla sua presenza.

Campi elettrici

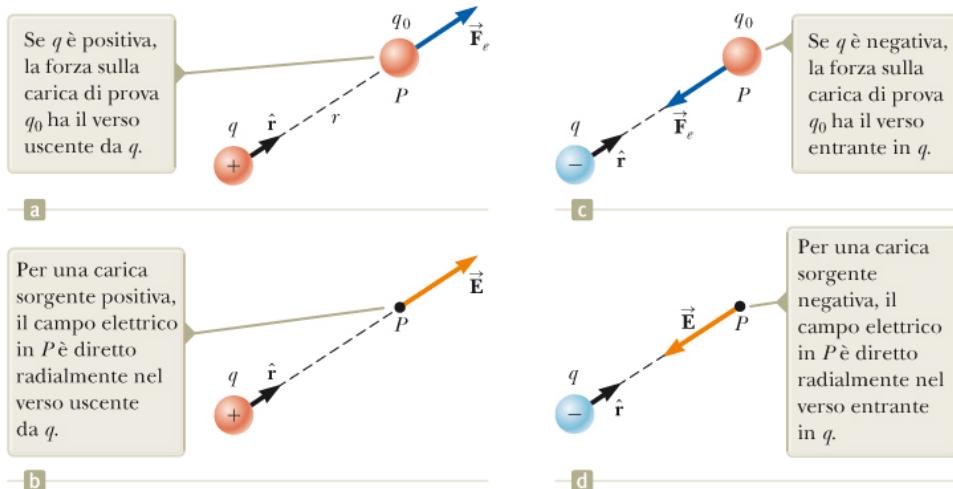
- Una volta noto il campo elettrico in un punto dello spazio, la forza su qualsiasi particella con carica q posta in quel punto si calcola con

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Figura 19.11 (a), (c) Quando una carica di prova q_0 viene posta vicina ad una carica sorgente q , la carica di prova è soggetta ad una forza. (b), (d) In un punto P vicino alla carica sorgente q , esiste un campo elettrico.



- Considerando un carica puntiforme q ad una distanza r dalla carica di prova q_0 , in base alla legge di Coulomb:

$$\vec{F}_e = k_e \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}$$

- Data la definizione di campo elettrico troviamo che:

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{campo elettrico generato da carica puntiforme})$$

- Per il principio di sovrapposizione il campo elettrico in un punto P di un insieme di cariche puntiformi è dato da:

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Quiz rapido

- Una carica di prova di $+3\mu C$ si trova in un punto P dove il campo elettrico esterno è diretto verso destra e ha un modulo di $4 \times 10^6 N/C$. Se la carica di prova è sostituita con una carica di $-3\mu C$, cosa accade al campo elettrico esterno in P?
 - A. Rimane inalterato
 - B. Inverte il verso
 - C. Varia in modo che non può essere determinato

Quiz rapido

- Una carica di prova di $+3\mu C$ si trova in un punto P dove il campo elettrico esterno è diretto verso destra e ha un modulo di $4 \times 10^6 N/C$. Se la carica di prova è sostituita con una carica di $-3\mu C$, cosa accade al campo elettrico esterno in P?
 - A. Rimane inalterato
 - B. Inverte il verso
 - C. Varia in modo che non può essere determinato

Esempio – Campo elettrico di un dipolo

- Un dipolo elettrico è costituito da una carica puntiforme positiva q e da una carica puntiforme negativa $-q$ separate da una distanza $2a$, come mostrato in figura. Gli atomi neutri e le molecole, se posti in un campo elettrico esterno, si comportano come dipoli. Inoltre molte molecole, come HCl, sono dipoli permanenti (HCl può essere descritta come uno ione H^+ combinato con uno ione Cl^-).
 - A. Trovare il campo elettrico \vec{E} dovuto al dipolo lungo l'asse y nel punto P che dista y dall'origine
 - B. Trovare il campo elettrico nei punti $y \gg a$ lontani dal dipolo

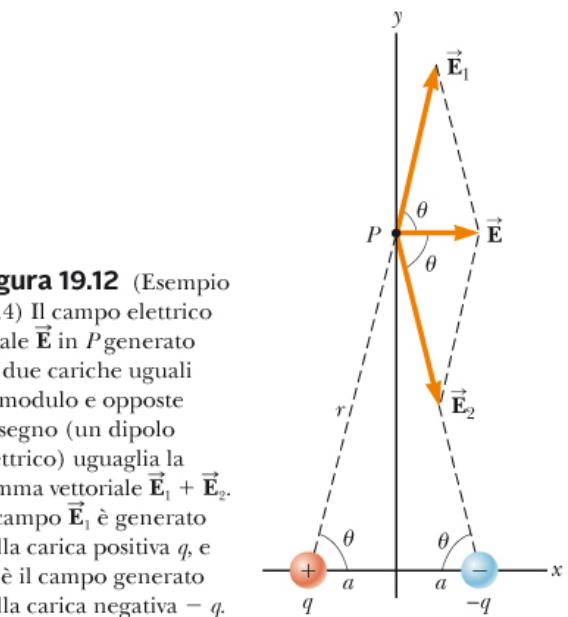


Figura 19.12 (Esempio 19.4) Il campo elettrico totale \vec{E} in P generato da due cariche uguali in modulo e opposte in segno (un dipolo elettrico) uguaglia la somma vettoriale $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Il campo \vec{E}_1 è generato dalla carica positiva q , e \vec{E}_2 è il campo generato dalla carica negativa $-q$.

Campo elettrico da una distribuzione continua di carica

- In molti casi pratici la distanza media di separazione fra le cariche è piccola in confronto a quella dal punto in cui si vuole calcolare il campo. Il sistema di cariche sorgenti può quindi essere considerato continuo.
- In riferimento alla figura, il campo elettrico totale \vec{E} nel punto P, dovuto a tutti gli elementi della distribuzione di cariche, è approssimativamente dato da

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

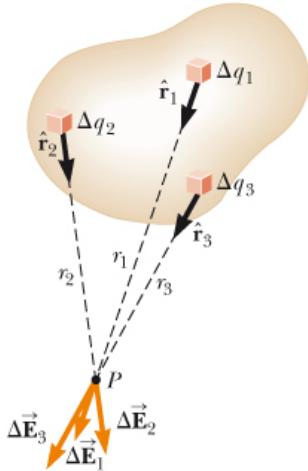


Figura 19.13 Il campo elettrico \vec{E} in P generato da una distribuzione continua di carica è la somma vettoriale dei campi $\vec{\Delta E}$ generati dagli elementi di carica Δq_i della distribuzione di carica. Vengono mostrati tre elementi campione.

Campo elettrico da una distribuzione continua di carica

- Nel limite $\Delta q_i \rightarrow 0$, il campo totale nel punto P diventa

$$\vec{E} = \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

- Se una carica Q è uniformemente distribuita in un **volume** V , la **densità di carica per volume** ρ è definita da

$$\rho \equiv \frac{Q}{V}$$

- Se una carica Q è uniformemente distribuita su una **superficie** di area A , la **densità superficiale di carica** σ è definita da

$$\sigma \equiv \frac{Q}{A}$$

- Se una carica Q è uniformemente distribuita lungo una **linea** di lunghezza l , la **densità lineare di carica** per volume λ è definita da

$$\lambda \equiv \frac{Q}{l}$$

Esempio – Il campo elettrico di una sbarretta carica

- Una sbarretta di lunghezza l , ha una densità di carica uniforme λ e una carica totale positiva Q . Calcolare il campo elettrico in un punto P lungo l'asse della sbarretta a una distanza a da un estremo.

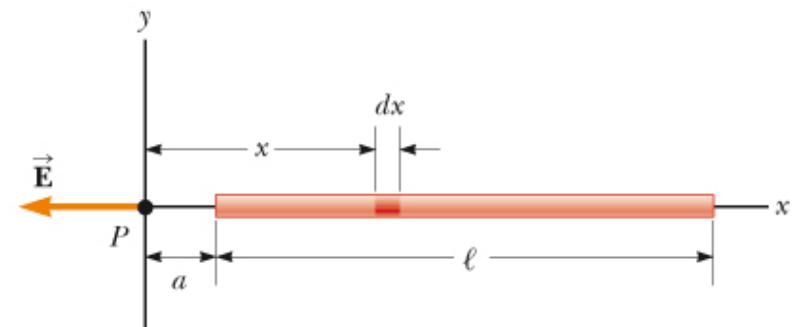


Figura 19.14 (Esempio 19.5) Il campo elettrico generato in P da una sbarretta uniformemente carica posta sull'asse x .

Esempio – Campo elettrico di un anello uniformemente carico

- Un anello di raggio a ha una densità lineare di carica positiva uniforme, con carica totale Q . Calcolare il campo elettrico generato dall'anello in un punto P posto a distanza x dal centro dell'anello lungo l'asse centrale perpendicolare al piano dell'anello.

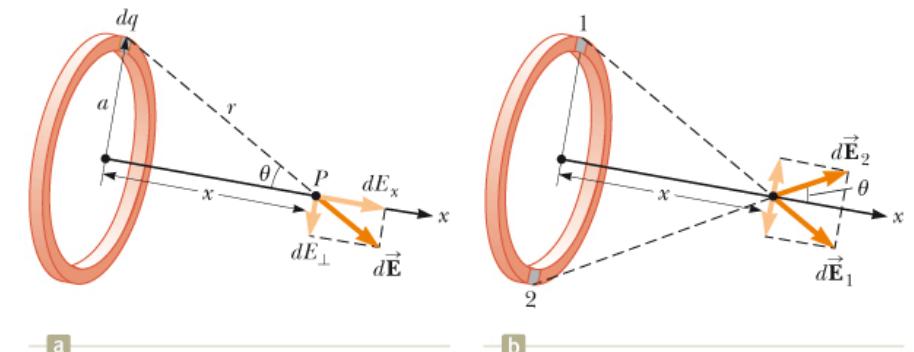


Figura 19.15 (Esempio 19.6) Un anello uniformemente carico di raggio a . (a) Il campo in P sull'asse x generato dall'elemento di carica dq . (b) Il campo elettrico totale in P è diretto lungo l'asse x . La componente perpendicolare del campo in P generata dal segmento 1 viene cancellata dalla componente perpendicolare del campo generata dal segmento 2.

Linee di campo elettrico

- Le linee di campo elettrico sono una rappresentazione grafica legata al campo elettrico nel seguente modo:
 - Il vettore campo elettrico \vec{E} è tangente alle linee di campo in ogni punto
 - Il numero di linee di campo per unità di area che attraversano una superficie perpendicolare alle linee stesse è proporzionale all'intensità del campo elettrico in quella regione. Quindi, E è intenso dove le linee di campo sono fitte ed è debole dove si diradano.

Il modulo del campo sulla superficie A è maggiore che sulla superficie B.

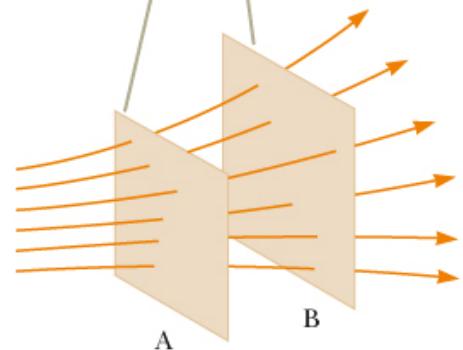


Figura 19.16 Linee del campo elettrico attraverso due superfici.

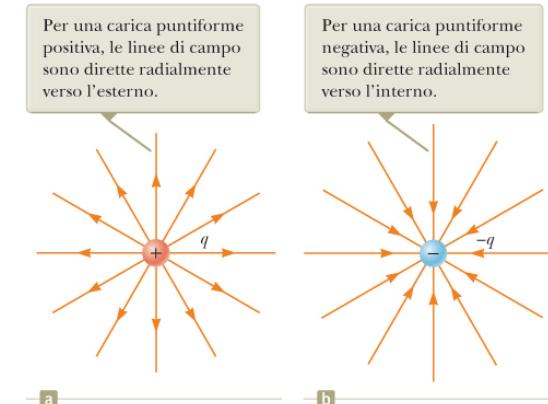


Figura 19.17 Le linee del campo elettrico per una carica puntiforme. Si noti che le figure mostrano solo quelle linee di campo che giacciono sul piano della pagina.

Linee di campo elettrico

- **Regole per disegnare le linee di campo:**
 - Le linee di campo devono avere origine dalle cariche positive e terminare sulle cariche negative. Nel caso di un eccesso di carica di un tipo, alcune linee inizieranno o termineranno all'infinito
 - Il numero di linee di campo designate che escono da una carica positiva o che entrano in una carica negativa è proporzionale alla carica
 - Due linee di campo non si possono intersecare
- **Quiz Rapido 19.5:** Ordina i moduli del campo elettrico nei punti A, B, e C in figura 19.19, iniziando dal più grande.

Il numero di linee di campo che partono dalla carica positiva è uguale a quello delle linee che entrano nella carica negativa.

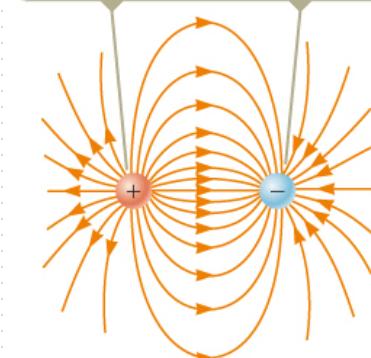


Figura 19.18 Le linee del campo elettrico per due cariche di modulo uguale e di segno opposto (un dipolo elettrico).

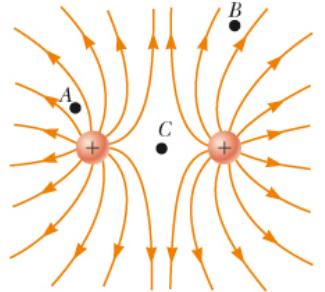


Figura 19.19 Le linee del campo elettrico generate da due cariche puntiformi positive (le posizioni A, B, e C sono discusse nel Quiz Rapido 19.5).

Due linee di campo lasciano la carica $+2q$ per ogni linea di campo entrante in $-q$.

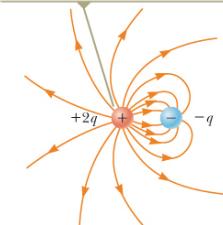


Figura 19.20 Le linee del campo elettrico generate da una carica puntiforme $+2q$ e da una seconda carica puntiforme $-q$.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Linee di campo elettrico

- **Regole per disegnare le linee di campo:**

- Le linee di campo devono avere origine dalle cariche positive e terminare sulle cariche negative. Nel caso di un eccesso di carica di un tipo, alcune linee inizieranno o termineranno all'infinito
- Il numero di linee di campo designate che escono da una carica positiva o che entrano in una carica negativa è proporzionale alla carica
- Due linee di campo non si possono intersecare

- **Quiz Rapido 19.5:** Ordina i moduli del campo elettrico nei punti A, B, e C in figura 19.19, iniziando dal più grande.

A,B,C

Il numero di linee di campo che partono dalla carica positiva è uguale a quello delle linee che entrano nella carica negativa.

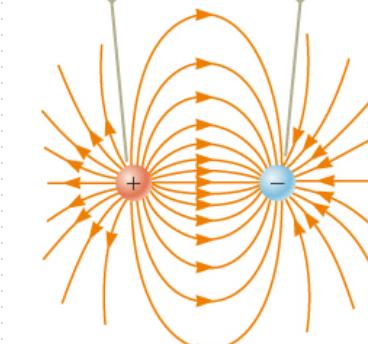


Figura 19.18 Le linee del campo elettrico per due cariche di modulo uguale e di segno opposto (un dipolo elettrico).

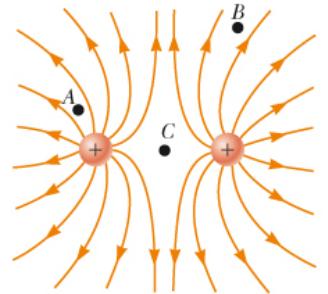


Figura 19.19 Le linee del campo elettrico generate da due cariche puntiformi positive (le posizioni A, B, e C sono discusse nel Quiz Rapido 19.5).

Due linee di campo lasciano la carica $+2q$ per ogni linea di campo entrante in $-q$.

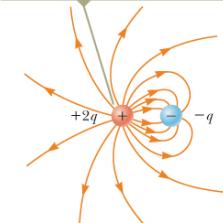


Figura 19.20 Le linee del campo elettrico generate da una carica puntiforme $+2q$ e da una seconda carica puntiforme $-q$.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Moto di particelle cariche in un campo elettrico uniforme

- Se la forza elettrica è l'unica forza agente su una particella, la seconda legge di Newton applicata alla particella dà

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a}$$

L'accelerazione della particella è quindi data da

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Se \vec{E} è uniforme (cioè costante in modulo, direzione e verso), l'accelerazione è costante e possiamo applicare il modello del moto uniformemente accelerato per descrivere il moto della particella.

Esempio – Una carica positiva accelerata: due modelli

- Un campo elettrico uniforme \vec{E} è diretto lungo l'asse x tra piani paralleli carichi separati da una distanza d come mostrato in figura. Una carica puntiforme positiva q di massa m è lasciata libera in quiete in un punto A vicino al piano carico positivamente e accelera verso il punto B vicino al piano negativo.
 - A. Trovare la velocità della particella in B trattandola come una particella che si muove con accelerazione costante
 - B. Trovare la velocità della particella in B applicando il modello di un sistema non isolato

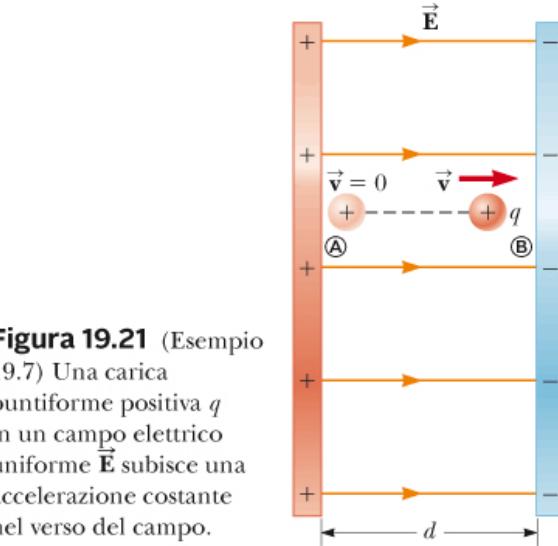


Figura 19.21 (Esempio 19.7) Una carica puntiforme positiva q in un campo elettrico uniforme \vec{E} subisce una accelerazione costante nel verso del campo.

Esempio – Un elettrone accelerato

- Un elettrone entra in una regione di campo elettrico uniforme, come nella figura a fianco, con $v_i = 3.00 \times 10^6 m/s$ e $E = 200 N/C$. La lunghezza orizzontale delle piastre è $l = 0.100 m$.

- A. Trovare l'accelerazione dell'elettrone nel campo elettrico
- B. Immaginiamo che l'elettrone entri nella regione in cui c'è il campo elettrico all'istante $t=0$; trovare l'istante in cui esce dalla regione in cui è presente il campo.

L'elettrone subisce una accelerazione verso il basso (opposta a \vec{E}), ed il suo moto è parabolico mentre si trova tra le due piastre.

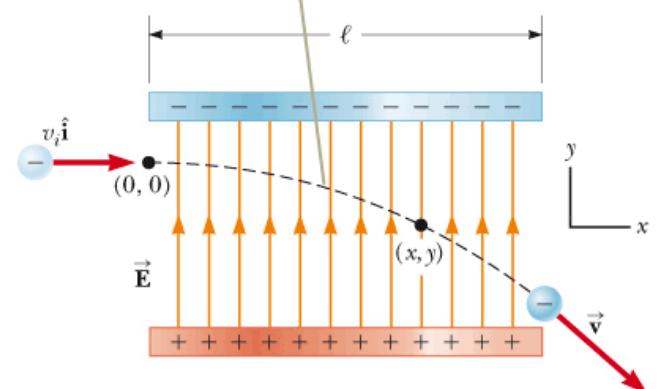


Figura 19.22 (Esempio 19.8) Un elettrone viene lanciato orizzontalmente in un campo elettrico uniforme prodotto da due piastre cariche.

Flusso Elettrico

- Il flusso elettrico è una grandezza proporzionale al numero di linee di campo elettrico che attraversano una data superficie.
- Consideriamo dapprima un campo elettrico uniforme sia in modulo che direzione e verso e che le linee di campo attraversino una superficie rettangolare di area A , perpendicolare al campo.
- Il numero di linee che attraversano la superficie di area A è proporzionale al prodotto EA
- Il prodotto dell'intensità del campo elettrico E per l'area A perpendicolare alla direzione del campo è chiamato flusso elettrico:

$$\Phi_e = EA$$

Dalle unità SI di E e A vediamo che il flusso ha come unità $N \cdot m^2/C$.

- Se la superficie considerata non è perpendicolare al campo (figura a fianco), il numero di linee che la attraversano deve essere minore di quanto dato dall'equazione $\Phi_e = EA$
- Si può concludere che il flusso è dato da $\Phi_e = EA \cos \theta$

Il numero di linee di campo che attraversano l'area A_{\perp} è lo stesso di quelle che attraversano l'area A .

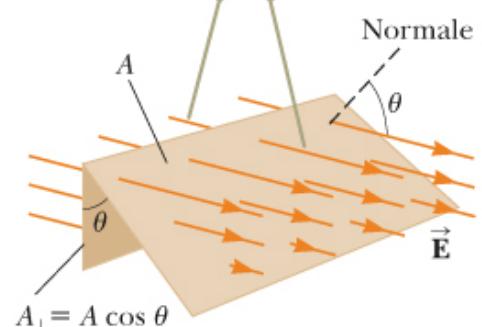


Figura 19.24 Linee di campo rappresentanti un campo elettrico uniforme che attraversa un'area A che forma un certo angolo θ rispetto al campo.

Flusso Elettrico

- Nel caso più generale il campo elettrico può variare sia in modulo che direzione e verso sulla superficie in questione. La definizione di flusso data precedentemente ha significato solo su un piccolo elemento di area (figura a fianco). Il flusso elettrico attraverso un piccolo elemento di area è dato da

$$\Delta\Phi_e = E_i \Delta A_i \cos \theta = \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta A}_i$$

(Abbiamo usato la definizione di prodotto scalare fra due vettori).

- Facendo tendere l'area di ogni elemento di superficie a zero, il numero degli elementi tende ad infinito e la somma è sostituita da un integrale. Quindi la definizione generale di flusso elettrico è

$$\Phi_e \equiv \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum \vec{E}_i \cdot \vec{\Delta A}_i = \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Il campo elettrico forma un angolo θ_i con il vettore $\vec{\Delta A}_i$, definito come la normale all'elemento di superficie.

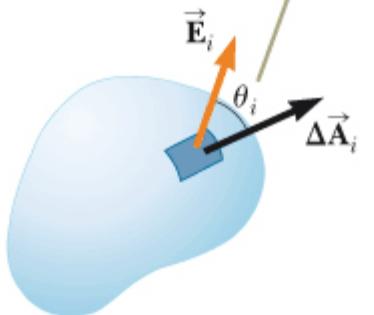


Figura 19.25 Un piccolo elemento di superficie di area ΔA_i .

Flusso Elettrico

- Superficie chiusa (ad es. sfera o quella in figura a fianco)
- Possiamo scrivere il flusso totale attraverso una superficie chiusa come

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E_n dA$$

In cui E_n rappresenta la componente del campo elettrico normale alla superficie e



È il simbolo per rappresentare un integrale esteso ad una superficie chiusa.

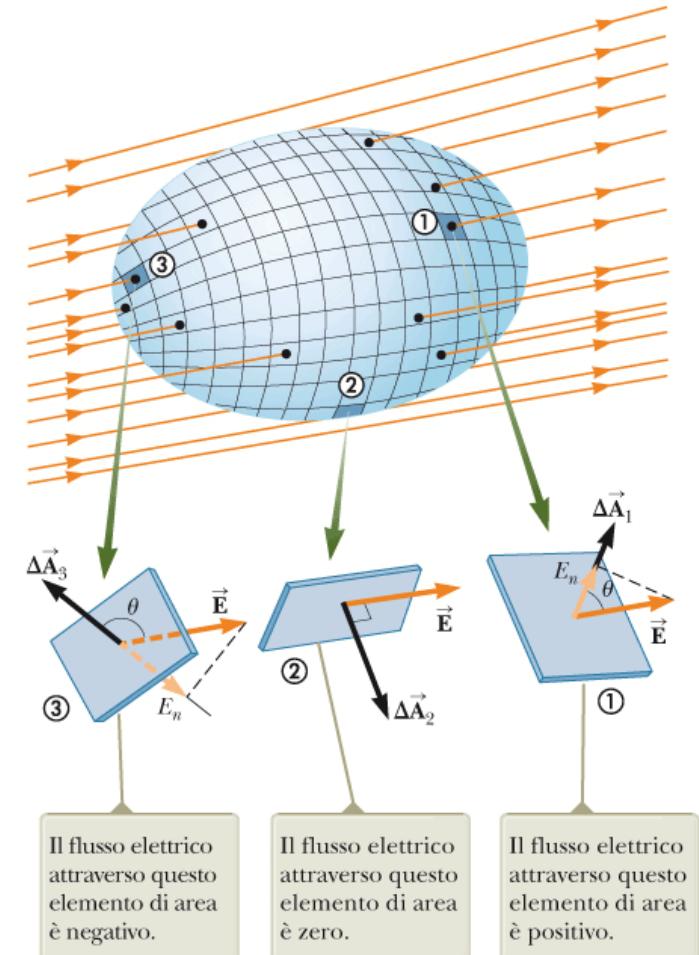


Figura 19.26 Una superficie chiusa in un campo elettrico. I vettori area sono, per convenzione, normali alla superficie ed orientati verso l'esterno.

Esempio – Flusso attraverso un cubo

- Consideriamo un campo elettrico uniforme \vec{E} orientato lungo la direzione x nel vuoto. Un cubo di spigolo l è posto nel campo come mostrato in figura. Trovare il flusso elettrico totale attraverso la superficie del cubo.

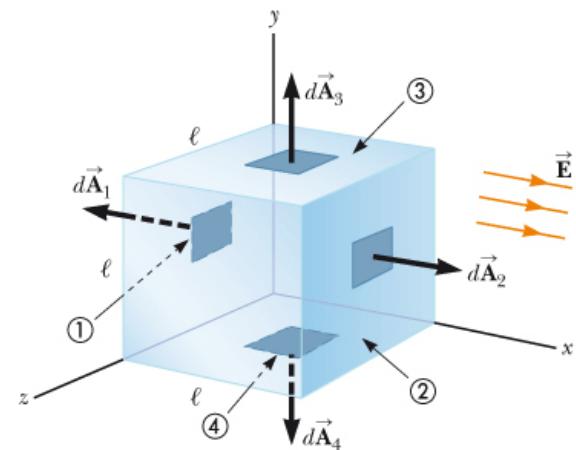


Figura 19.27 (Esempio 19.9) Una superficie chiusa con la forma di un cubo in un campo elettrico uniforme orientato parallelamente all'asse x. La faccia ④ è la base del cubo, e la faccia ① è opposta alla faccia ②.

Teorema di Gauss

- E' una relazione generale tra il flusso elettrico totale attraverso una superficie chiusa e la carica contenuta all'interno di questa superficie
- Afferma che il flusso totale attraverso una qualunque superficie chiusa è dato da

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

Dove q_{in} rappresenta la carica totale interna alla superficie ed \vec{E} rappresenta il campo elettrico in ogni punto della superficie. La superficie chiusa utilizzata nel teorema di Gauss è detta superficie Gaussiana. Il teorema di Gauss è valido per il campo elettrico generato da un sistema di cariche o da una distribuzione continua di carica qualunque.

Quiz Rapido

- Se il flusso totale attraverso una superficie gaussiana è nullo, le seguenti 4 affermazioni potrebbero essere vere. Quali delle affermazioni devono essere vere?
 - A. Non ci sono cariche all'interno della superficie
 - B. La carica totale all'interno della superficie è zero
 - C. Il campo elettrico è zero ovunque sulla superficie
 - D. Il numero di linee di campo elettrico entranti nella superficie è uguale al numero uscente dalla superficie

Quiz Rapido

- Se il flusso totale attraverso una superficie gaussiana è nullo, le seguenti 4 affermazioni potrebbero essere vere. Quali delle affermazioni devono essere vere?
 - A. Non ci sono cariche all'interno della superficie
 - B. La carica totale all'interno della superficie è zero
 - C. Il campo elettrico è zero ovunque sulla superficie
 - D. Il numero di linee di campo elettrico entranti nella superficie è uguale al numero uscente dalla superficie

Quiz Rapido

- Si consideri la distribuzione di cariche mostrata in figura. Quali sono le cariche che contribuiscono al **flusso elettrico totale** attraverso la superficie S' ?

- A. Solo q_1
- B. Solo q_4
- C. q_2 e q_3
- D. Tutte e 4 le cariche
- E. Nessuna delle 4 cariche

La carica q_4 non contribuisce al flusso attraverso nessuna superficie in quanto è esterna a tutte le superfici.

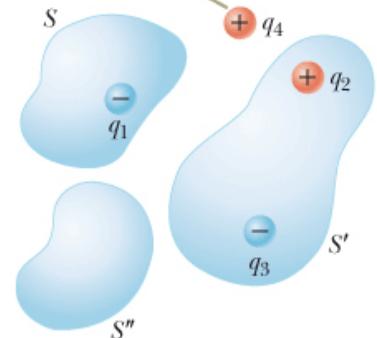


Figura 19.31 Il flusso elettrico totale attraverso qualunque superficie chiusa dipende solo dalla carica all'*interno* della superficie. Il flusso totale attraverso la superficie S è q_1/ϵ_0 , il flusso totale attraverso la superficie S' è $(q_2 + q_3)/\epsilon_0$, e il flusso totale attraverso la superficie S'' è zero.

Quiz Rapido

- Si consideri la distribuzione di cariche mostrata in figura. Quali sono le cariche che contribuiscono al **flusso elettrico totale** attraverso la superficie S' ?

- A. Solo q_1
- B. Solo q_4
- C. q_2 e q_3
- D. Tutte e 4 le cariche
- E. Nessuna delle 4 cariche

La carica q_4 non contribuisce al flusso attraverso nessuna superficie in quanto è esterna a tutte le superfici.

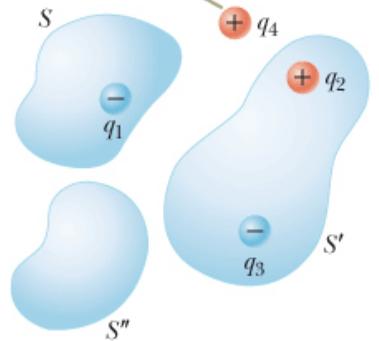


Figura 19.31 Il flusso elettrico totale attraverso qualunque superficie chiusa dipende solo dalla carica all'*interno* della superficie. Il flusso totale attraverso la superficie S è q_1/ϵ_0 , il flusso totale attraverso la superficie S' è $(q_2 + q_3)/\epsilon_0$, e il flusso totale attraverso la superficie S'' è zero.

Applicazioni del teorema di Gauss a distribuzioni simmetriche di cariche

- Il teorema di Gauss è utile per calcolare il campo elettrico quando la distribuzione di carica ha un alto grado di simmetria.
- Il punto cruciale è determinare una superficie opportuna che soddisfi ad esempio una o più tra le seguenti condizioni:
 1. Dalla simmetria si deve dedurre la costanza del campo elettrico sulla porzione di superficie
 2. Il prodotto scalare $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ si può esprimere come un semplice prodotto algebrico «E per dA» essendo i 2 vettori paralleli
 3. Il prodotto scalare $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ è zero perché i 2 vettori sono perpendicolari
 4. Si può dedurre che il campo è zero sulla porzione considerata della superficie

Esempio – Distribuzione di carica a simmetria sferica

- Una sfera isolante solida di raggio a possiede una densità di volume di carica uniforme ρ e una carica totale positiva Q .

- A. Calcolare l'intensità del campo elettrico in un punto al di fuori della sfera
- B. Calcolare l'ampiezza del campo elettrico in un punto interno alla sfera.

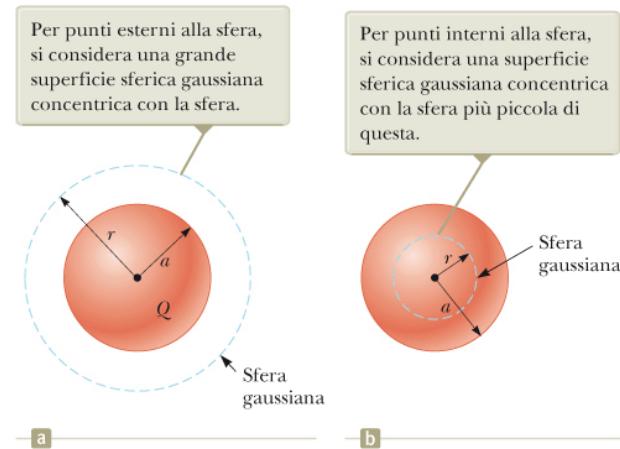


Figura 19.32 (Esempio 19.10) Una sfera isolante carica uniformemente di raggio a e con carica Q . In diagrammi come questi la linea tratteggiata rappresenta l'intersezione della superficie gaussiana col piano della pagina.

Esempio – Distribuzione di carica a simmetria cilindrica

- Calcolare il campo elettrico a una distanza r generato da un filo uniformemente carico positivo di lunghezza infinita e carica per unità di lunghezza λ costante (figura (a) di fianco)

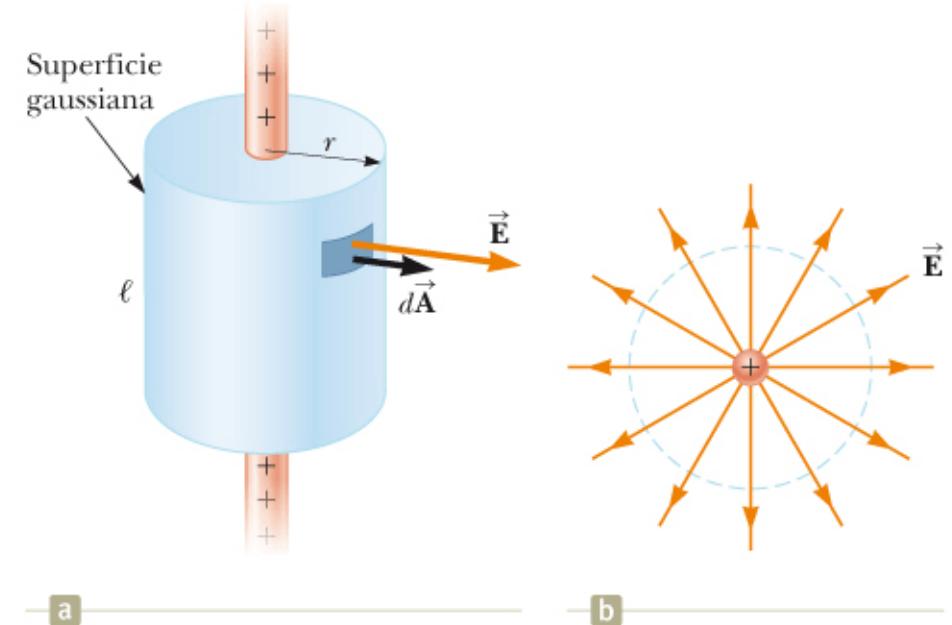


Figura 19.33 (Esempio 19.11) (a) Distribuzione lineare infinita circondata da una superficie gaussiana cilindrica coassiale alla distribuzione di carica. (b) Una vista in sezione mostra che il campo elettrico sulla superficie cilindrica è costante in modulo e perpendicolare alla superficie.

Esempio – Un piano carico

- Trovare il campo elettrico creato da un piano infinito con una densità superficiale di carica σ .

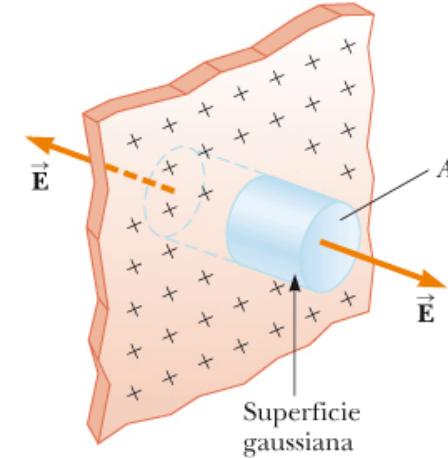


Figura 19.34 (Esempio 19.12)
Una superficie gaussiana cilindrica che penetra una distribuzione piana di carica infinita. Il flusso attraverso ciascuna delle basi della superficie gaussiana è EA , mentre è zero attraverso la superficie curva.

Conduttori in equilibrio elettrostatico

- Quando non esiste un movimento di cariche nel conduttore (a parte l'agitazione termica), il conduttore è in equilibrio elettrostatico. Un conduttore isolato (isolato da terra) in equilibrio elettrostatico possiede le seguenti proprietà:
 1. Il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo ovunque, indipendentemente dal fatto che il conduttore sia pieno o cavo
 2. Una qualunque carica aggiunta a un conduttore isolato deve risiedere unicamente sulla superficie esterna
 3. Il campo elettrico in un punto appena al di fuori di un conduttore carico è perpendicolare alla superficie del conduttore e ha intensità σ/ϵ_0 dove σ è la densità superficiale di carica in quel punto
 4. Su un conduttore di forma irregolare, la densità di carica superficiale è maggiore in punti in cui il raggio di curvatura della superficie è minimo

Il campo elettrico atmosferico

- Sulla superficie della terra e nell'atmosfera, un certo numero di processi (raggi cosmici, decadimento radioattivo, fulmini) creano distribuzioni di cariche, dando luogo ad un campo elettrico nell'atmosfera
- Esiste quindi una carica media negativa distribuita sulla superficie terrestre di circa $5 \times 10^5 C$, la corrispondente carica positiva è distribuita nell'atmosfera (la terra nel suo insieme è neutra)
- La densità superficiale media di carica sulla superficie della terra è

$$\sigma_{media} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} = \frac{5 \times 10^5 C}{4\pi(6.37 \times 10^6 m)^2} \sim 10^{-9} C/m^2$$

- La terra è un buon conduttore. Dalla proprietà 3 della slide precedente possiamo ricavare l'intensità media del campo elettrico sulla superficie terrestre:

$$E_{medio} = \frac{\sigma_{media}}{\epsilon_0} = \frac{10^{-9} C/m^2}{8.85 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2} \sim 10^2 N/C$$

Questo è un tipico valore del **campo elettrico durante le giornate di bel tempo**, durante un temporale il campo elettrico al di sotto delle nubi è più alto a causa della distribuzione di carica nelle nubi temporalesche...

Il campo elettrico atmosferico

- Tipica distribuzione di carica in una nube temporalesca
- E' questa distribuzione di carica che è responsabile dei campi elettrici estremamente intensi che causano la scarica di fulmini tra la nube ed il suolo

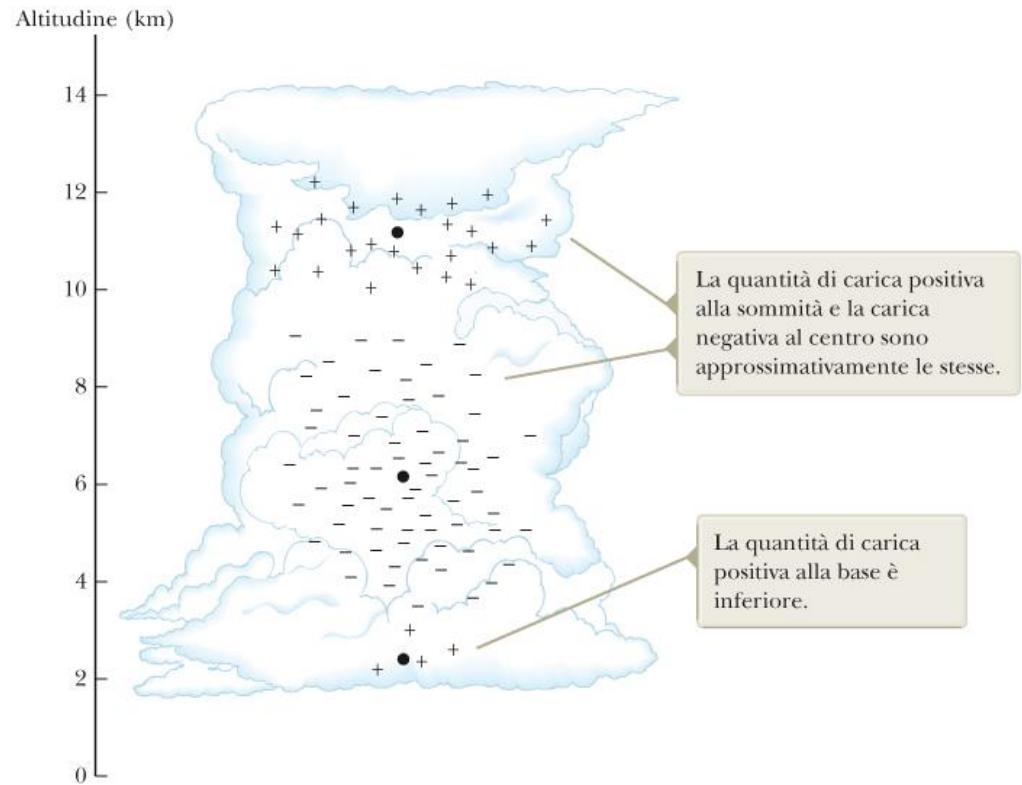


Figura 19.38 Una tipica distribuzione tripolare in una nube temporalesca. I punti indicano la posizione media di ogni distribuzione di carica.

Sommario (1)

- **Le cariche elettriche** hanno le seguenti importanti proprietà:
 1. In natura esistono due specie di cariche, **positive** e **negative**, con la proprietà che cariche di segno opposto si attraggono reciprocamente e cariche dello stesso segno si respingono reciprocamente.
 2. La forza tra particelle caricate varia come l'inverso del quadrato della loro distanza
 3. La carica elettrica si conserva
 4. La carica è quantizzata

Sommario (2)

- **Conduttori** sono quei materiali nei quali le cariche si muovono quali liberamente. **Isolanti** sono quei materiali nei quali le cariche non si muovono liberamente.

Sommario (3)

- La **legge di Coulomb** stabilisce che la forza elettrostatica che si esercita fra due particelle cariche a risparmio e separate da una distanza r ha modulo dato da

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

dove la costante di Coulomb ha il valore $k_e = 8.99 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$

- La forma vettoriale della legge di Coulomb è

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

Sommario (4)

- Un campo elettrico esiste in un punto dello spazio se una carica di prova positiva q_0 posta in quel punto subisce una forza elettrica. Il campo elettrico è definito come

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

- La forza agente su una particella di carica q posta in un campo elettrico \vec{E} è

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

Sommario (5)

- Il campo elettrico dovuto a una carica puntiforme q a una distanza r dalla carica è

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

dove \hat{r} è un versore diretto dalla carica verso il punto in questione. Il campo elettrico è diretto radialmente in uscita da una carica positiva e diretto verso una carica negativa.

Sommario (6)

- Il campo elettrico generato da un insieme di cariche si può ottenere usando il principio di sovrapposizione. Cioè, il campo elettrico totale è uguale alla somma vettoriale in un certo punto dei campi elettrici di tutte le cariche:

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

- Analogamente, il campo elettrico in un certo punto di una distribuzione continua di carica è

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

dove dq è la carica su un elemento della distribuzione di carica e r è la distanza dell'elemento dal punto in esame.

Sommario (7)

- Le **linee di campo elettrico** sono utili per descrivere il campo elettrico in qualunque regione dello spazio. Il vettore campo elettrico \vec{E} è sempre tangente alle linee di campo in ogni punto. Inoltre, il numero di linee di campo per unità di area su una superficie perpendicolare alle linee di campo è proporzionale al modulo di \vec{E} in quella regione.

Sommario (8)

- Il **flusso elettrico** è proporzionale al numero di linee di campo elettrico che attraversano una superficie. Se il campo elettrico è uniforme e forma un angolo θ con la normale alla superficie, il flusso elettrico attraverso la superficie è

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$

In generale, il flusso di campo elettrico attraverso una superficie è definito dall'espressione

$$\Phi_E \equiv \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Sommario (9)

- Il **teorema di Gauss** dice che il flusso totale del campo elettrico Φ_E attraverso una qualunque superficie chiusa (gaussiana) è uguale alla carica totale contenuta all'interno della superficie divisa per ϵ_0 :

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

Usando il teorema di Gauss, si può calcolare il campo elettrico dovuto a varie distribuzioni simmetriche di carica.

Sommario (10)

- Un conduttore in equilibrio elettrostatico ha le seguenti proprietà:
 1. Il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo dovunque, indipendentemente dal fatto che il conduttore sia pieno o sia cavo.
 2. Se il conduttore è isolato e porta una carica elettrica, la carica sta sulla superficie esterna.
 3. Il campo elettrico in un punto appena al di fuori di un conduttore carico è perpendicolare alla superficie del conduttore ed ha intensità σ/ϵ_0 dove σ è la densità superficiale di carica in quel punto.
 4. Su un conduttore di forma irregolare, la carica tende ad accumularsi in punti il cui raggio di curvatura della superficie è minimo.

Potenziale Elettrico e Capacità

Potenziale Elettrico e Differenza di Potenziale

- Per uno spostamento infinitesimo $d\vec{s}$ di una carica puntiforme q_0 in un campo elettrico, il lavoro fatto nel sistema carica-campo dal campo elettrico sulla carica è $W_{int} = \vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Dal momento che questo lavoro viene fatto dal campo, l'energia potenziale del sistema carica-campo è cambiata di una quantità $dU = -W_{int} = -\vec{F}_e \cdot d\vec{s}$. Per uno spostamento finito della carica dal punto A al punto B, la variazione in energia potenziale del sistema $\Delta U = U_B - U_A$ è

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

L'integrale è eseguito lungo il cammino (è detto integrale di linea o di percorso) che la particella segue muovendosi da A a B. Poiché la forza $q_0 \vec{E}$ è conservativa, questo integrale non dipende dal cammino eseguito per andare da A a B.

Potenziale Elettrico e Differenza di Potenziale

- Dividendo l'energia potenziale per la carica di prova otteniamo una grandezza che dipende solo dalla distribuzione delle cariche sorgenti e ha un valore in ogni punto del campo elettrico, è il potenziale elettrico

$$V = \frac{U}{q_0}$$

- La differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$ tra due punti A e B è definita come:

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Sono solo le variazioni di potenziale ad essere significative, viene spesso posto $V = 0$ in qualche punto conveniente nel campo elettrico
- Attenzione a non confondere potenziale ed energia potenziale!

Potenziale Elettrico e Differenza di Potenziale

- L'unità di misura del potenziale elettrico nel sistema SI è joule su coulomb ed è chiamata Volt (V) $1V \equiv 1J/C$, cioè si deve fare un lavoro di 1J per spostare una carica di 1C attraverso una differenza di potenziale di 1V.
- L'unità di misura del campo elettrico (N/C) si può anche esprimere come V/m (è la rapidità di cambiamento del potenziale con la posizione)
- Una unità di energia comunemente utilizzata in fisica è **l'elettronvolt** (*definita come energia che il sistema carica-campo guadagna o perde quando una carica di modulo e (cioè un protone o un elettrone) viene spostata attraverso una differenza di potenziale di 1V*)

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} C \cdot V = 1.602 \times 10^{-19} J$$

Quiz rapido

- Nella figura a fianco due punti A e B sono posti in una regione in cui c'è campo elettrico.
- Come descriveresti la differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$?
 - E' positiva
 - E' negativa
 - E' nulla
- Una carica negativa è posta in A e quindi spostata in B. Come descriveresti il cambiamento dell'energia potenziale del sistema carica-campo dovuto a questo processo?
 - E' positivo
 - E' negativo
 - E' nullo

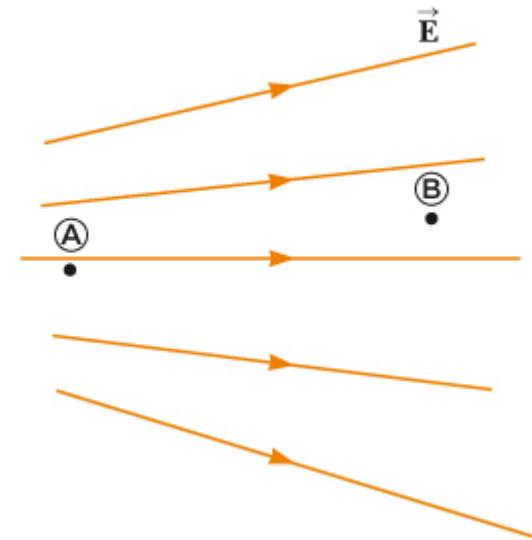


Figura 20.1 (Quiz rapido 20.1)
Due punti in un campo elettrico.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Nella figura a fianco due punti A e B sono posti in una regione in cui c'è campo elettrico.
- Come descriveresti la differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$?
 - A. E' positiva
 - B. E' negativa
 - C. E' nulla
- Una carica negativa è posta in A e quindi spostata in B. Come descriveresti il cambiamento dell'energia potenziale del sistema carica-campo dovuto a questo processo?
 - A. E' positivo
 - B. E' negativo
 - C. E' nullo

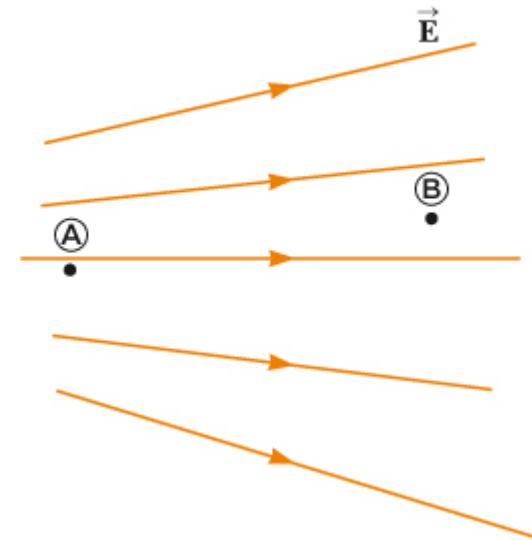


Figura 20.1 (Quiz rapido 20.1)
Due punti in un campo elettrico.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme

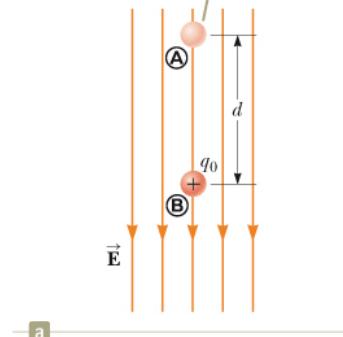
- La differenza di potenziale tra i due punti A e B in figura si calcola

$$\begin{aligned}V_B - V_A &= \Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \\&= - \int_A^B E ds (\cos 0^\circ) = - \int_A^B E ds = -E \int_A^B ds = -Ed\end{aligned}$$

Il segno meno indica che $V_B < V_A$

- Per una carica di prova q_0 che si muove da A a B la variazione di energia potenziale elettrica del sistema carica-campo sarà $\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 Ed$
- Analogia con il campo gravitazionale (figura a fianco), ma nel caso elettrico la carica può essere negativa

Quando una carica di prova positiva si muove tra il punto **(A)** ed il punto **(B)**, l'energia potenziale elettrica del sistema carica-campo diminuisce.



Quando un oggetto dotato di massa si muove dal punto **(A)** al punto **(B)**, l'energia potenziale gravitazionale del sistema oggetto-campo diminuisce.

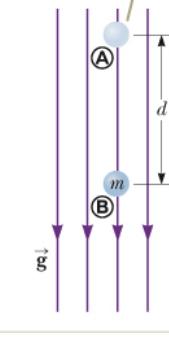


Figura 20.2 (a) Quando il campo elettrico \vec{E} è diretto verso il basso, il punto **(B)** si trova ad un potenziale elettrico minore di quello del punto **(A)**. (b) Un oggetto di massa m che si muove verso il basso in un campo gravitazionale \vec{g} .

Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme

- Nel caso lo spostamento non sia parallelo alle linee di campo

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \int_A^B d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \vec{s}$$

La variazione di energia potenziale del sistema carica-campo è

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{s}$$

- Tutti i punti in un piano perpendicolare ad un campo elettrico uniforme si trovano allo stesso potenziale elettrico. Viene dato il nome di **superficie equipotenziale** a una qualunque superficie costituita da punti che hanno lo stesso potenziale elettrico.

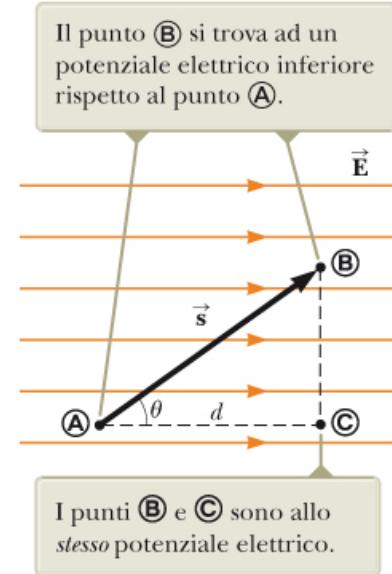


Figura 20.3 Un campo elettrico uniforme orientato nel verso positivo dell'asse delle x .

Quiz rapido

- I punti etichettati in figura stanno su una serie di superfici equipotenziali associate ad un campo elettrico. Ordinare (dal maggiore al minore) il lavoro fatto dal campo elettrico su una carica positiva per spostarla
 - A. Da A a B
 - B. Da B a C
 - C. Da C a D
 - D. Da D a E

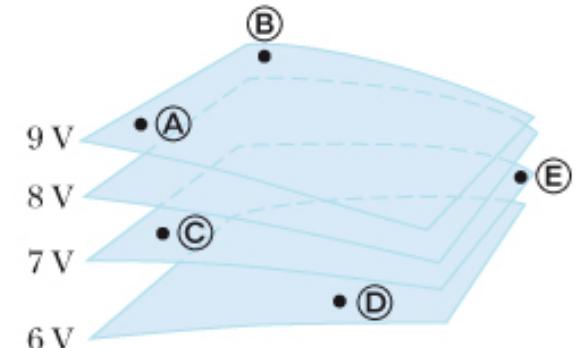


Figura 20.4 (Quiz Rapido 20.2)
Quattro superfici equipotenziali.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- I punti etichettati in figura stanno su una serie di superfici equipotenziali associate ad un campo elettrico. Ordinare (dal maggiore al minore) il lavoro fatto dal campo elettrico su una carica positiva per spostarla
 - A. Da A a B
 - B. Da B a C
 - C. Da C a D
 - D. Da D a E

Risposte

Ⓐ a Ⓛ, Ⓛ a Ⓜ, Ⓜ a Ⓝ, Ⓝ a Ⓞ, Ⓞ a Ⓟ

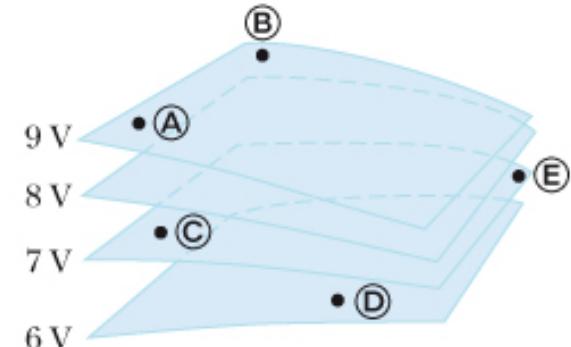


Figura 20.4 (Quiz Rapido 20.2)
Quattro superfici equipotenziali.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Campo fra due piastre piane e parallele con carica opposta

- Una batteria ha una differenza di potenziale definita ΔV tra i suoi terminali e instaura questa stessa differenza di potenziale tra due conduttori collegati ai terminali. Una batteria di 12 V è collegata a due piastre parallele come in figura. La separazione fra le piastre è $d=0.30$ cm, e il campo elettrico tra le piastre è supposto uniforme (questa ipotesi è ragionevole se la distanza tra le piastre è piccola rispetto alle dimensioni delle piastre e se escludiamo i punti vicini ai bordi). Determinare il modulo del campo elettrico fra le piastre.

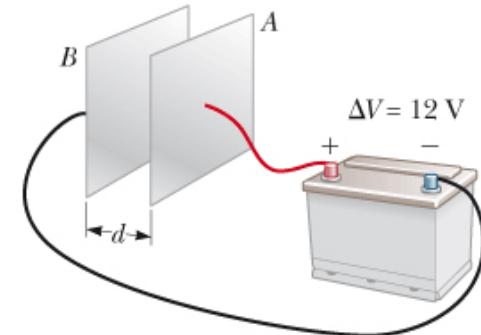


Figura 20.5 (Esempio 20.1) Una batteria di 12 V collegata a due piastre parallele. Il campo elettrico tra le piastre ha un modulo dato dalla differenza di potenziale ΔV divisa per la separazione tra le piastre d .

Esempio – Moto di un protone in un campo elettrico uniforme

- Un protone viene lasciato in quiete nel punto A in un campo elettrico uniforme di modulo $8.0 \times 10^4 V/m$ (figura a fianco). Il protone subisce uno spostamento $d = 0.50 m$ verso il punto B nella direzione e nel verso di \vec{E} . Determinare la velocità del protone al termine di questo spostamento.

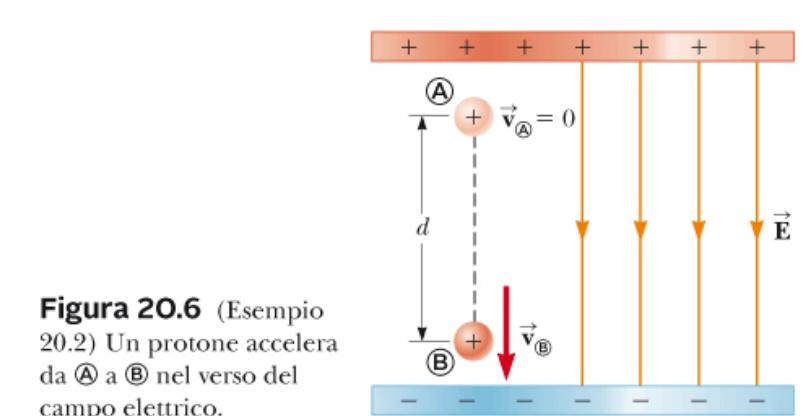


Figura 20.6 (Esempio 20.2) Un protone accelera da \textcircled{A} a \textcircled{B} nel verso del campo elettrico.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Potenziale elettrico ed energia potenziale elettrica di cariche puntiformi

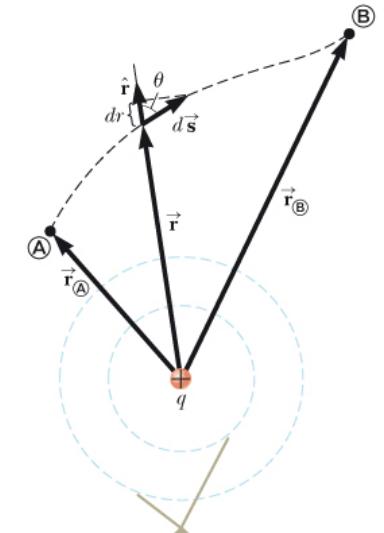
- Calcoliamo il potenziale elettrico in un punto alla distanza r dalla carica puntiforme

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s}$$

Considerando che $\hat{r} \cdot d\vec{s} = ds \cos \theta = dr$

$$V_B - V_A = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = k_e q \left| \frac{1}{r} \right| = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

- L'integrale di linea di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ è quindi indipendente dal cammino percorso da A a B
- Quindi anche l'integrale di $q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (che è il lavoro fatto dalla forza elettrica sulla carica q_0) è indipendente dal cammino
- La forza elettrica è quindi **conservativa**. Definiamo **campo conservativo** un campo collegato ad una forza conservativa.



I due cerchi tratteggiati rappresentano intersezioni delle superfici sferiche equipotenziali con il piano della pagina.

Figura 20.7 La differenza di potenziale tra i punti \textcircled{A} e \textcircled{B} dovuta a una carica puntiforme q dipende solo dalle coordinate radiali iniziale e finale $r_{\textcircled{A}}$ e $r_{\textcircled{B}}$.

Potenziale elettrico ed energia potenziale elettrica di cariche puntiformi

- Per convenzione $V = 0$ per $r_A = \infty$. Con questa scelta il potenziale elettrico dovuto ad una carica puntiforme in un punto a distanza r dalla carica è

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

- Utilizzando il principio di sovrapposizione otteniamo il potenziale per un sistema di cariche puntiformi

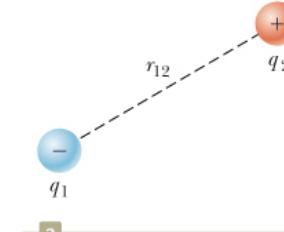
$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

- Si può esprimere l'energia potenziale di una coppia di cariche puntiformi come

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

- Se il sistema consiste di più di 2 particelle cariche, l'energia potenziale elettrica totale si calcola sommando i contributi di tutte le coppie. L'energia potenziale elettrica totale di un sistema di cariche puntiformi è uguale al lavoro necessario per portare le cariche, una alla volta, dall'infinito alla loro posizione finale

L'energia potenziale della coppia di cariche è data da $k_e q_1 q_2 / r_{12}$.



Un potenziale $k_e q_2 / r_{12}$ esiste nel punto P dovuto alla carica q_2 .

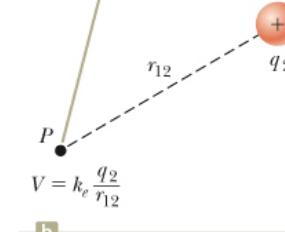


Figura 20.8 (a) Due cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} . (b) La carica q_1 è stata rimossa.

Quiz rapido

- Un pallone sferico contiene nel suo centro un oggetto carico positivamente.
- Se il pallone viene gonfiato a un volume maggiore mentre l'oggetto carico rimane nel centro, il potenziale elettrico sulla superficie del pallone
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Resta costante
- Il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del pallone
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Resta costante

Quiz rapido

- Un pallone sferico contiene nel suo centro un oggetto carico positivamente.
- Se il pallone viene gonfiato a un volume maggiore mentre l'oggetto carico rimane nel centro, il potenziale elettrico sulla superficie del pallone
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Resta costante
- Il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del pallone
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Resta costante

Quiz Rapido

- In figura 20.8a, sia q_1 una carica sorgente negativa e q_2 una carica di prova.
- Se q_2 è inizialmente positiva ed è sostituita da una carica di eguale modulo ma segno opposto, cosa succede al potenziale dovuto a q_1 nella posizione occupata da q_2 ?
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Rimane uguale

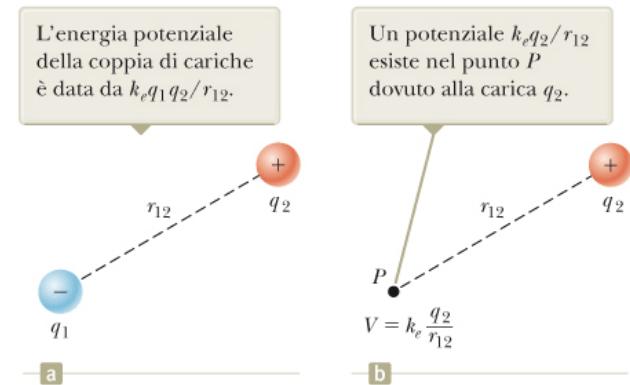


Figura 20.8 (a) Due cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} . (b) La carica q_1 è stata rimossa.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz Rapido

- In figura 20.8a, sia q_1 una carica sorgente negativa e q_2 una carica di prova.
- Se q_2 è inizialmente positiva ed è sostituita da una carica di eguale modulo ma segno opposto, cosa succede al potenziale dovuto a q_1 nella posizione occupata da q_2 ?
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Rimane uguale

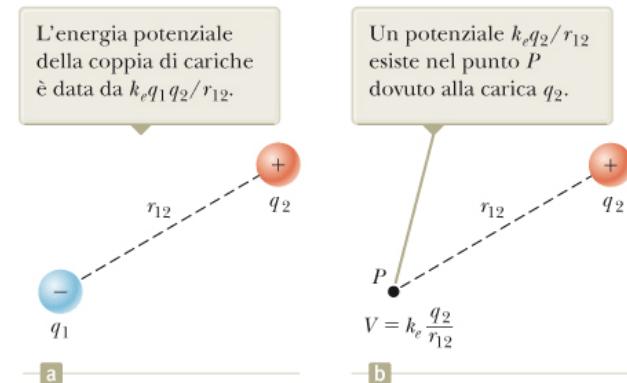


Figura 20.8 (a) Due cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} . (b) La carica q_1 è stata rimossa.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Il potenziale di due cariche puntiformi

- Come mostrato in figura 20.9 (a), una carica $q_1 = 2.00 \mu\text{C}$ è posta nell'origine, e una seconda carica $q_2 = -6.00 \mu\text{C}$ è sull'asse y nella posizione $(0, 3.00) \text{ m}$.
 - A. Trovare il potenziale elettrico totale dovuto a queste cariche nel punto P, le cui coordinate sono $(4.00, 0) \text{ m}$.
 - B. Calcolare la variazione di energia potenziale del sistema di due cariche più una terza carica $q_3 = 3.00 \mu\text{C}$ quando la terza carica viene portata dall'infinito al punto P (figura 20.9b)

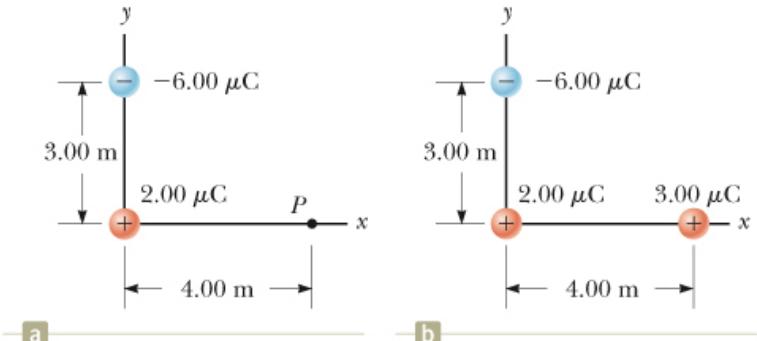


Figura 20.9 (Esempio 20.3) (a) Il potenziale elettrico in P dovuto alle due cariche q_1 e q_2 è la somma algebrica dei potenziali generati dalle singole cariche. (b) Una terza carica $q_3 = 3.00 \mu\text{C}$ viene portata dall'infinito al punto P.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Ricavare il valore del campo elettrico dal potenziale elettrico

- Possiamo esprimere la differenza di potenziale dV fra due punti distanti ds come

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Se il campo elettrico ha una sola componente E_x

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

Simili relazioni si possono estrarre per le componenti y e z.

- Il campo elettrico è una misura della rapidità di cambiamento del potenziale elettrico al variare della posizione

Ricavare il valore del campo elettrico dal potenziale elettrico

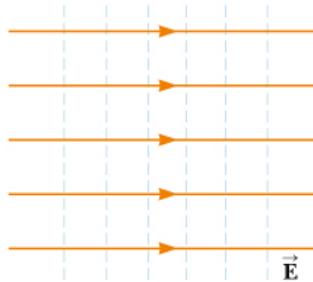
- Le superfici equipotenziali devono sempre essere perpendicolari alle linee di campo che le attraversano
- Se la distribuzione di carica ha simmetria sferica

$$E_r = - \frac{dV}{dr}$$

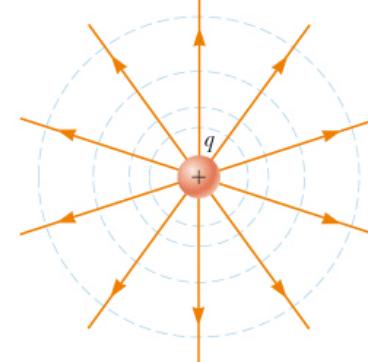
- In generale il potenziale elettrico è una funzione di tutte e tre le coordinate spaziale

$$E_x = - \frac{dV}{dx} \quad E_y = - \frac{dV}{dy} \quad E_z = - \frac{dV}{dz}$$

Un campo elettrico uniforme generato da una distribuzione di carica piana infinita



Un campo elettrico con simmetria sferica generato da una carica puntiforme



Un campo elettrico generato da un dipolo elettrico

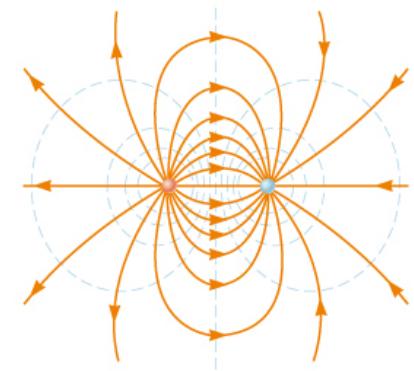


Figura 20.10 Superficie equipotenziali (le linee blu tratteggiate rappresentano le intersezioni di queste superfici con il piano della pagina) e linee del campo elettrico. In tutti i casi, le superfici equipotenziali sono *perpendicolari* alle linee del campo elettrico in ogni punto.

Quiz rapido

- In una certa regione dello spazio, il potenziale elettrico è zero ovunque sull'asse x.
- Partendo da questa informazione, si può concludere che la componente x del campo elettrico nella stessa regione è
 - A. Zero
 - B. Nel verso positivo della x
 - C. Nel verso negativo della x
- Supponiamo che il potenziale elettrico sia $V = +2V$ ovunque sull'asse x. Cosa si può concludere ora della componente x del campo elettrico?
 - A. È zero
 - B. È nel verso positivo della x
 - C. È nel verso negativo della x

Quiz rapido

- In una certa regione dello spazio, il potenziale elettrico è zero ovunque sull'asse x.
- Partendo da questa informazione, si può concludere che la componente x del campo elettrico nella stessa regione è
 - A. Zero
 - B. Nel verso positivo della x
 - C. Nel verso negativo della x
- Supponiamo che il potenziale elettrico sia $V = +2V$ ovunque sull'asse x. Cosa si può concludere ora della componente x del campo elettrico?
 - A. È zero
 - B. È nel verso positivo della x
 - C. È nel verso negativo della x

Esempio – Potenziale elettrico di un dipolo

- Un dipolo elettrico è costituito da due cariche uguali e di segno opposto separate da una distanza $2a$ (figura). Il dipolo è posto lungo l'asse x ed è centrato nell'origine.
- Calcolare il potenziale elettrico nel punto P sull'asse y
- Calcolare il potenziale elettrico nel punto R sulla parte positiva dell'asse x
- Calcolare V ed E_x in un punto sull'asse x distante dal dipolo

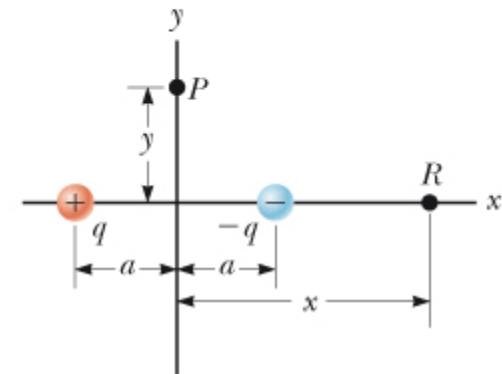


Figura 20.11 (Esempio 20.4) Un dipolo elettrico posto sull'asse x .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Potenziale elettrico dovuto a distribuzioni continue di carica

- Il potenziale dV in un certo punto P dovuto all'elemento di carica dq è dato da

$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$

Per ottenere il potenziale totale nel punto P integriamo

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

- Un altro metodo: (si usa quando il campo elettrico è già noto a partire da altre considerazioni, ad es. dal teorema di Gauss). In questo caso si usa l'equazione

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Per determinare ΔV .

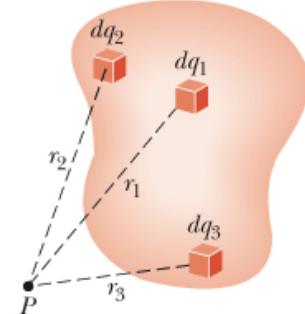


Figura 20.12 Il potenziale elettrico generato nel punto P da una distribuzione continua di carica può essere calcolato suddividendo la distribuzione di carica in elementi dq e sommando i contributi di potenziale elettrico dovuti a tutti gli elementi. Sono mostrati tre elementi di carica campione.

Esempio – Potenziale di un anello uniformemente carico

- Determinare il campo elettrico nel punto P posto sull'asse centrale perpendicolare ad un anello uniformemente carico di raggio a e con una carica totale Q.

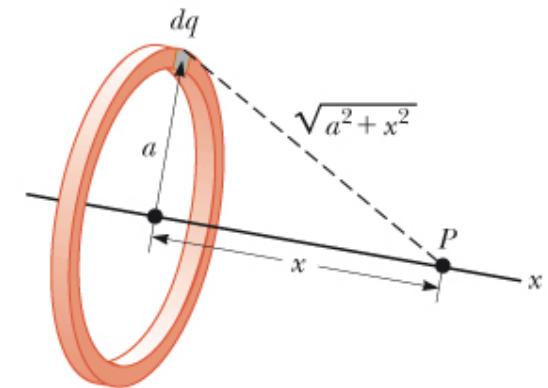
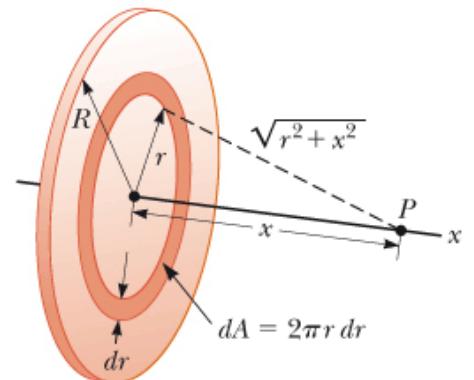


Figura 20.13 (Esempio 20.5) Un anello uniformemente carico di raggio a sta in un piano perpendicolare all'asse x . Tutti gli elementi dq dell'anello sono alla stessa distanza dal punto P che si trova sull'asse delle x .

Esempio – Potenziale elettrico generato da un disco uniformemente carico

- Un disco uniformemente carico ha raggio R e una densità superficiale di carica σ .
- Trovare il potenziale elettrico in un punto P lungo l'asse perpendicolare passante per il centro del disco
- Trovare la componente x del campo elettrico in un punto P lungo l'asse perpendicolare al disco passante per il suo centro.

Figura 20.14 (Esempio 20.6) Un disco uniformemente carico di raggio R giace in un piano perpendicolare all'asse x . Il calcolo del potenziale elettrico in qualunque punto P sull'asse x viene semplificato dividendo il disco in tanti anelli di raggio r e larghezza dr , di area $2\pi r dr$.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Potenziale elettrico di un conduttore carico

- La superficie di un qualunque conduttore in equilibrio elettrostatico è una superficie equipotenziale: ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale. Inoltre poiché il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo possiamo concludere che il potenziale all'interno del conduttore è costante dovunque e uguale al suo valore sulla superficie

Dalla spaziatura tra i segni più si può notare che la densità di carica superficiale è disomogenea.

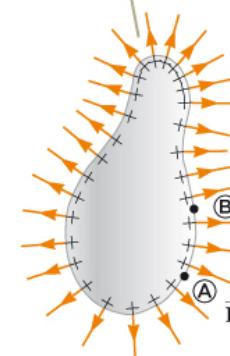


Figura 20.15 Un conduttore di forma arbitraria carico positivamente. Quando il conduttore è in equilibrio elettrostatico, tutta la carica sta sulla superficie, $\vec{E} = 0$ all'interno del conduttore, e la direzione di \vec{E} immediatamente all'esterno del conduttore è perpendicolare alla superficie. Il potenziale elettrico è costante all'interno del conduttore ed è uguale al potenziale sulla superficie.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Potenziale elettrico di un conduttore carico

- Consideriamo una sfera metallica piena di raggio R e carica totale positiva Q (figura a fianco). Il campo elettrico (ed il potenziale) al di fuori della sfera è identico a quello di una carica puntiforme. Sulla superficie della sfera il potenziale deve essere $k_e Q/R$, tutta la sfera deve essere a questo potenziale.
- Se il conduttore non è sferico le densità superficiale di carica è maggiore dove il raggio di curvatura è più piccolo

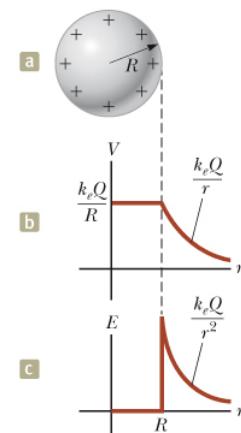


Figura 20.16 (a) La carica in eccesso su di una sfera conduttrice di raggio R è distribuita uniformemente sulla superficie. (b) Il potenziale elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera conduttrice carica. (c) Il modulo del campo elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera conduttrice carica.

Esempio - Due sfere cariche collegate tra loro

- Due conduttori sferici di raggio r_1 e r_2 sono separati da una distanza molto più grande del raggio di ciascuna sfera. Le sfere sono collegate da un filo conduttore come mostrato in figura. Le cariche sulle sfere in equilibrio sono q_1 e q_2 , rispettivamente, e sono distribuite uniformemente. Trovare il rapporto dei moduli dei campi elettrici sulle superfici delle sfere.



Figura 20.17
(Esempio 20.7) Due sfere conduttrici caricate collegate tramite un filo conduttore. Le sfere si trovano allo stesso potenziale elettrico V .

Cavità all'interno di un conduttore in equilibrio

- Se non ci sono cariche all'interno della cavità il campo elettrico deve essere nullo qualunque sia la distribuzione di carica sulla superficie. E' nullo anche se esiste un campo elettrico all'esterno del conduttore.
- Applicazioni: è possibile schermare un circuito elettronico o anche un intero laboratorio da campi esterni circondandolo di pareti conduttrici.

Il campo elettrico nella cavità è zero indipendentemente dalla carica sul conduttore.

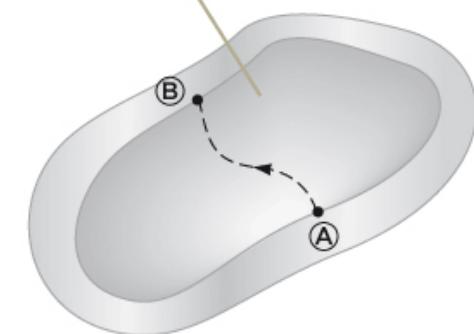


Figura 20.18 Un conduttore in equilibrio elettrostatico con una cavità.

La Capacità

- Costruiremo dei circuiti costituiti da elementi circuitali. Il primo elemento che considereremo è il **condensatore**.
- È costituito da due conduttori di forma qualsiasi. Supponiamo che i due conduttori abbiano cariche opposte in segno ma uguali in modulo (figura a fianco). Si può ottenere ciò collegandoli ai poli di una batteria. Se si scollega poi la batteria, le cariche rimangono sui conduttori: **il condensatore immagazzina cariche**.
- La capacità di un condensatore è definita come

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

La capacità è una grandezza sempre positiva. Poiché la differenza di potenziale è proporzionale alla carica $Q/\Delta V$ è una costante per un dato condensatore. La capacità è una misura della quantità di carica che può essere immagazzinata nel condensatore per una data differenza di potenziale.

- L'unità di misura della capacità nel sistema SI è il C/V chiamata farad (F)

Una volta che il condensatore sia stato caricato, i due conduttori portano cariche uguali e opposte.

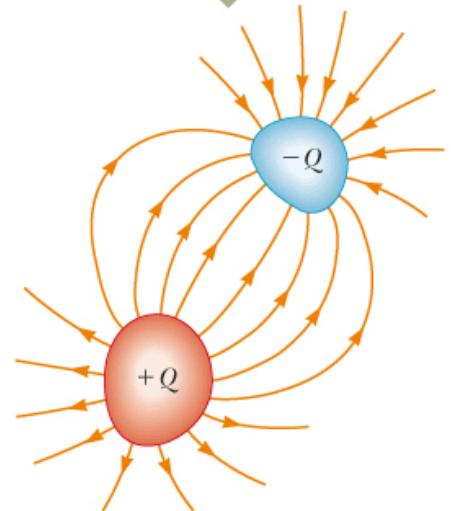


Figura 20.19 Un condensatore consiste di due conduttori tra di loro elettricamente isolati e dello spazio circostante.

Quiz rapido

- Un condensatore ha immagazzinato una carica Q ad una differenza di potenziale ΔV . Cosa succede se il voltaggio applicato al condensatore da una batteria viene raddoppiato a $2\Delta V$?
 - A. La capacità diventa la metà di quella iniziale, la carica rimane la stessa
 - B. La capacità e la carica entrambe diventano metà del loro valore iniziale
 - C. La capacità e la carica entrambe raddoppiano
 - D. La capacità rimane la stessa e la carica raddoppia

Quiz rapido

- Un condensatore ha immagazzinato una carica Q ad una differenza di potenziale ΔV . Cosa succede se il voltaggio applicato al condensatore da una batteria viene raddoppiato a $2\Delta V$?
 - A. La capacità diventa la metà di quella iniziale, la carica rimane la stessa
 - B. La capacità e la carica entrambe diventano metà del loro valore iniziale
 - C. La capacità e la carica entrambe raddoppiano
 - D. La capacità rimane la stessa e la carica raddoppia

Il condensatore piano

- La capacità di un dispositivo dipende dalle caratteristiche geometriche dei conduttori.
- Un condensatore piano è costituito da due piastre parallele della stessa area A separata da una distanza d (figura a fianco). Una piastra ha carica Q , l'altra $-Q$. La carica per unità di superficie su ciascuna delle piastre (dette **armature**) è $\sigma = Q/A$. Se le armature sono molto vicine tra loro si può con buona approssimazione considerare che il campo elettrico sia uniforme tra le armature e zero altrove. Secondo l'esempio «un piano carico» slide 49 in «ForzeElettricheECampiElettrici» il modulo del campo elettrico tra le armature è

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Quando il condensatore è collegato ai terminali di una batteria, gli elettroni si muovono tra le piastre e i fili in modo tale che le piastre diventano caricate.

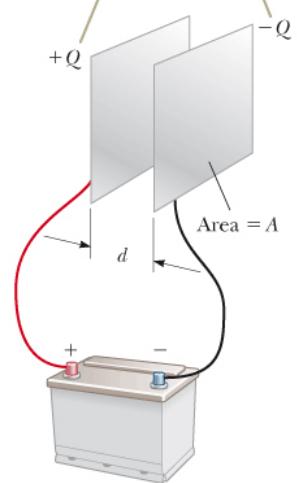


Figura 20.20 Un condensatore piano consiste di due piastre conduttrici parallele, ciascuna di area A , separate da una distanza d .

Il condensatore piano

- Poiché il campo è uniforme la differenza di potenziale ai capi del condensatore è

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Sostituendo l'equazione con cui abbiamo definito la capacità

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

La capacità di un condensatore piano è quindi proporzionale all'area delle sue armature ed inversamente proporzionale alla loro distanza.

Il condensatore piano

- In realtà le linee di campo non sono uniformi in prossimità dei bordi (figura 20.21). Se la separazione delle armature è piccola rispetto alle dimensioni delle stesse gli effetti di bordo possono essere trascurati.
- Un condensatore può essere considerato come un dispositivo che immagazzina un'energia tanto quanto una carica (figura 20.22)

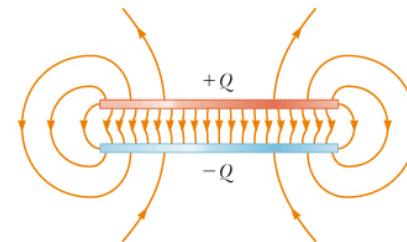
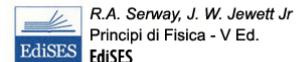


Figura 20.21 Il campo elettrico tra le armature di un condensatore piano è uniforme vicino alla regione centrale ma non uniforme vicino ai bordi.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

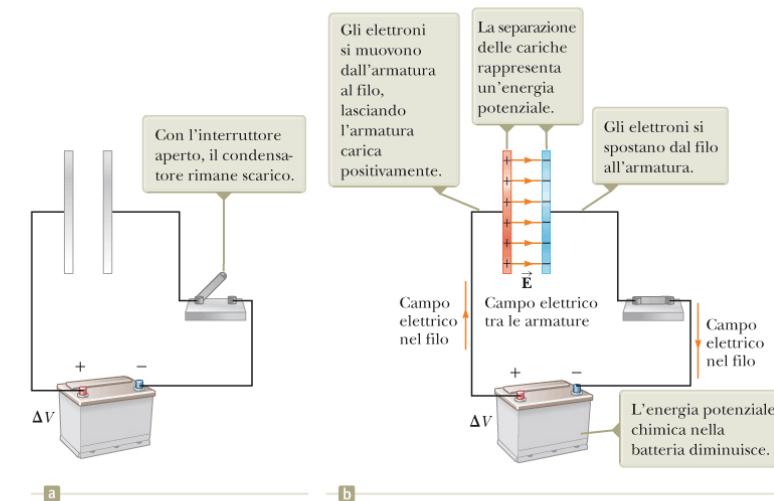


Figura 20.22
(a) Un circuito fatto con un condensatore, una batteria ed un interruttore. (b) Quando l'interruttore viene chiuso, la batteria genera un campo elettrico nel filo e il condensatore viene caricato.

Il condensatore cilindrico

- Consideriamo il sistema in figura. Trascurando gli effetti di bordo, il campo elettrico è perpendicolare agli assi dei cilindri e confinato nella regione tra essi. Calcoliamo la differenza di potenziale tra i cilindri:

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_a^b E_r dr = -2k_e \lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Dove abbiamo usato che il campo elettrico di un cilindro di carica per unità di lunghezza λ è dato da $E = 2k_e \lambda / r$ (da esempio nel capitolo precedente)

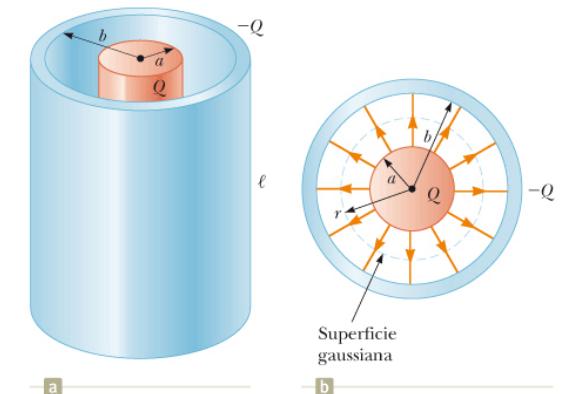


Figura 20.23 (a) Un condensatore cilindrico è fatto da un conduttore cilindrico pieno di raggio a e lunghezza ℓ circondato da un guscio cilindrico coassiale di raggio b . (b) Vista dall'alto. La linea tratteggiata rappresenta la superficie gaussiana cilindrica di raggio r e lunghezza ℓ .

Il condensatore cilindrico

- Considerando che $\lambda = Q/l$ e dalla definizione di capacità:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{2k_e Q}{l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{l}{2k_e \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

- Un esempio di condensatore cilindrico è dato da un cavo coassiale (utilizzato alla scopo di schermare il segnale elettrico da influenze esterne) con capacità per unità di lunghezza C/l

Collegamento di condensatori

- Nello studio dei circuiti elettrici usiamo una rappresentazione grafica detta diagramma circuitale. Un tale diagramma usa dei simboli circuitali per rappresentare i vari elementi di un circuito (esempi in figura a fianco). I simboli circuitali sono collegati da linee rette che rappresentano i fili conduttori fra gli elementi del circuito.

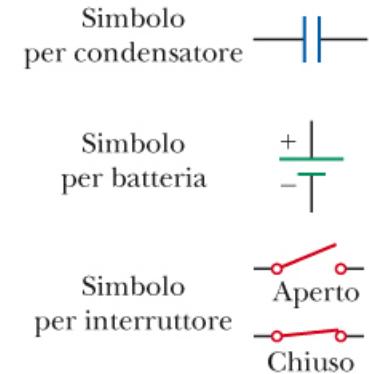


Figura 20.24 Simboli circuituali per condensatori, batterie ed interruttori. Si noti che i condensatori sono in blu, le batterie in verde e gli interruttori in rosso. L'interruttore chiuso può far passare la corrente, mentre quello aperto no.

Collegamento in parallelo

- Collegamento in parallelo di due condensatori come mostrato in figura. Le armature di sinistra di entrambi i condensatori sono collegate mediante un filo conduttore al polo positivo della batteria e sono quindi allo stesso potenziale. Analogamente le armature di destra...

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

Dove ΔV è la differenza di potenziale ai morsetti della batteria.

- La carica totale immagazzinata dai due condensatori è

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2$$

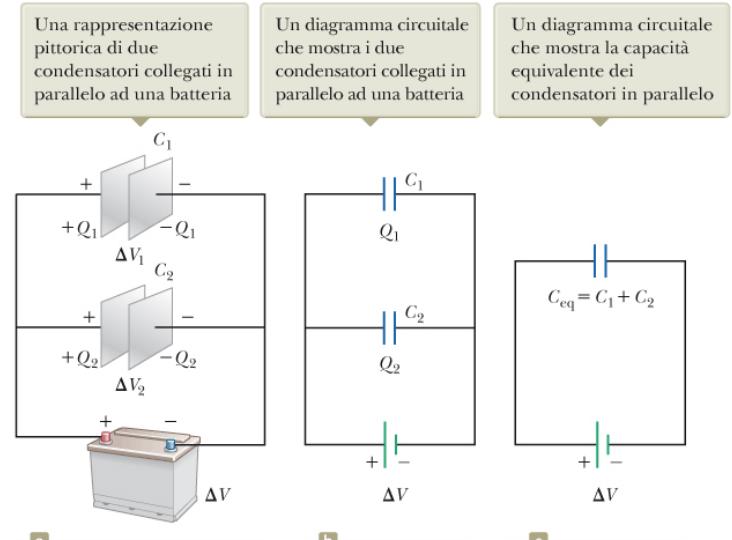


Figura 20.25 Due condensatori collegati in parallelo. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.



Collegamento in parallelo

- Supponiamo di voler sostituire i 2 condensatori con un condensatore equivalente avente capacità C_{eq} (figura 20.25c nella slide precedente).
- Questo condensatore deve accumulare la stessa carica totale Q_{tot} dei 2 condensatori di prima. Dalla figura 20.25c si vede che la differenza di potenziale ai capi del condensatore equivalente è ΔV quindi

$$C_{eq}\Delta V = Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1\Delta V_1 + C_2\Delta V_2$$

Quindi: $C_{eq} = C_1 + C_2$

- Estendendo il ragionamento a più condensatori collegati in parallelo si trova che la capacità equivalente è:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \text{ (collegamento in parallelo)}$$

- In fondo stiamo combinando le superfici delle armature di tutti i condensatori quando vengono collegate con un filo conduttore e la capacità di armature piane e parallele è proporzionale all'area

Collegamento in serie

- Come in figura l'armatura di sinistra del condensatore 1 e quella di destra del condensatore 2 sono collegate ai terminali della batteria. Le altre due armature sono collegate tra di loro e a nient'altro.
- Le cariche su condensatori collegati in serie sono le stesse

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

Dove Q è la carica spostata tra un filo e un'armatura esterna di un condensatore

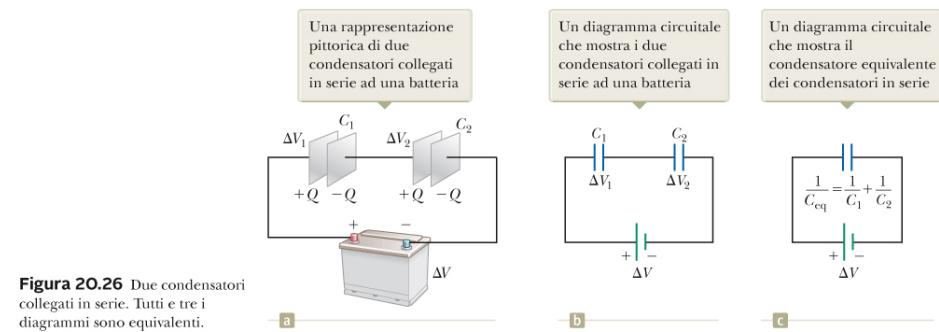


Figura 20.26 Due condensatori collegati in serie. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Collegamento in serie

- La differenza di potenziale totale ai capi del collegamento è

$$\Delta V_{tot} = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

(somma delle differenze di potenziale ai capi del condensatore C_1 e C_2)

- Supponiamo che il condensatore equivalente in figura 20.26c abbia lo stesso effetto sul circuito del collegamento in serie quando è collegato ad una batteria.

$$\Delta V_{tot} = \frac{Q}{C_{eq}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

- Cancellando le cariche perché sono tutte uguali abbiamo

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- In generale per più condensatori collegati in serie:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \text{ (collegamento in serie)}$$

- La capacità equivalente di un collegamento in serie è sempre minore delle capacità dei singoli condensatori (opposto di ciò che accadeva con il collegamento in parallelo)

Quiz rapido

- Due condensatori sono identici. Possono essere collegati in serie o parallelo. Per avere la minima capacità equivalente, come dovreste collegarli?
 - A. In serie
 - B. In parallelo
 - C. In entrambi i modi perché entrambi i collegamenti hanno la stessa capacità

Quiz rapido

- Due condensatori sono identici. Possono essere collegati in serie o parallelo. Per avere la minima capacità equivalente, come dovreste collegarli?
 - A. In serie
 - B. In parallelo
 - C. In entrambi i modi perché entrambi i collegamenti hanno la stessa capacità

Esempio – Capacità equivalente

- Trovare la capacità equivalente tra a e b per la combinazione di condensatori in figura. Tutte le capacità sono in microfarad.

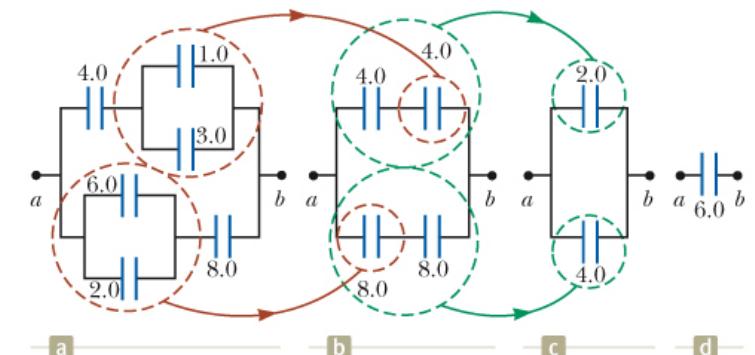


Figura 20.27 (Esempio 20.8) Per trovare la capacità equivalente della combinazione in (a), si procede per passi successivi come indicato in (b), (c) e (d), usando le regole per serie e parallelo descritte nel testo. Tutte le capacità sono espresse in microfarad.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Energia immagazzinata in un condensatore carico

- Supponiamo di trasferire la carica meccanicamente tra le armature di un condensatore. Prendiamo una piccola quantità di carica positiva dall'armatura (-) e applichiamo una forza per spostarla sull'altra armatura (+). Quindi facciamo un lavoro sulla carica trasferendola da un'armatura all'altra. All'inizio il lavoro sarà nullo ma una volta trasferita della carica esisterà una differenza di potenziale tra le armature ed il lavoro non sarà più nullo. Il lavoro richiesto per trasferire un incremento di carica dq da un'armatura all'altra è

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

Quindi il lavoro complessivo richiesto per caricare il condensatore da $q=0$ a $q = Q$ è

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Il lavoro svolto per caricare il condensatore appare come energia potenziale U . In realtà quest'energia non è il risultato di lavoro meccanico svolto da un agente esterno che muove le cariche da un'armatura all'altra ma è dovuta alla trasformazione di energia chimica della batteria usata per caricare il condensatore. Usando la relazione $Q = C\Delta V$ si può esprimere l'energia immagazzinata in un condensatore carico nelle seguenti forme:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

Questo risultato si applica a qualsiasi condensatore, indipendentemente dalla sua geometria.

Energia immagazzinata in un condensatore carico

- Per un condensatore piano

$$U = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}(\epsilon_0 Ad)E^2$$

- Ad è il volume della regione occupata dal campo elettrico, l'energia per unità di volume $u_e = U/Ad$ chiamata **densità di energia** è

$$u_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Questa espressione per la densità di energia è valida in generale (non solo per il caso del condensatore piano)

Quiz rapido

- Supponiamo di avere tre condensatori ed una batteria. Con quale dei seguenti collegamenti dei tre condensatori con la batteria si ha la massima energia immagazzinata?
 - A. In serie
 - B. In parallelo
 - C. Entrambe le combinazioni producono la stessa quantità di energia

Quiz rapido

- Supponiamo di avere tre condensatori ed una batteria. Con quale dei seguenti collegamenti dei tre condensatori con la batteria si ha la massima energia immagazzinata?
- A. In serie
- B. In parallelo
- C. Entrambe le combinazioni producono la stessa quantità di energia

Esempio – Ricollegamento di due condensatori carichi

- Due condensatori con capacità C_1 e C_2 (con $C_1 > C_2$) sono caricati alla stessa differenza di potenziale ΔV_i . I due condensatori vengono staccati dalla batteria, e le armature collegate con polarità opposta come mostrato in figura (a). Gli interruttori S_1 e S_2 vengono poi chiusi come in figura (b).
- Calcolare la differenza di potenziale finale ΔV_f tra a e b dopo la chiusura degli interruttori.
- Trovare l'energia totale immagazzinata nei condensatori prima e dopo la chiusura degli interruttori e determinare il rapporto tra l'energia finale e quella iniziale.

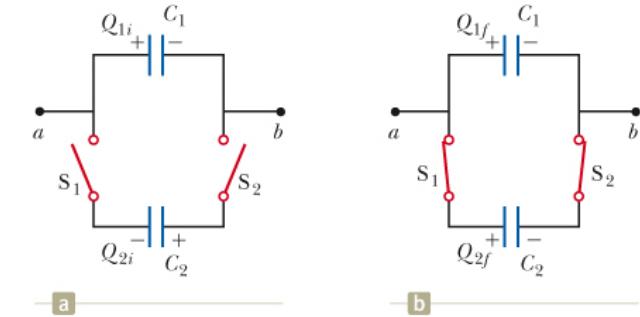


Figura 20.28 (Esempio 20.9) (a) Due condensatori sono portati alla stessa differenza di potenziale iniziale e collegati assieme con le armature di segno opposto in contatto quando gli interruttori sono chiusi. (b) Quando gli interruttori sono chiusi, le cariche si ridistribuiscono.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Condensatori con dielettrici

- Un dielettrico è un materiale non conduttore. Quando si introduce un materiale dielettrico tra le armature di un condensatore, la capacità aumenta. Se il dielettrico riempie completamente lo spazio tra le armature la capacità aumenta di un fattore adimensionale κ , che prende il nome di costante dielettrica del materiale.
- Si consideri l'esempio in figura. Se si introduce un dielettrico la tensione diminuisce come $\Delta V = \Delta V_0 / \kappa$, quindi $\kappa < 1$

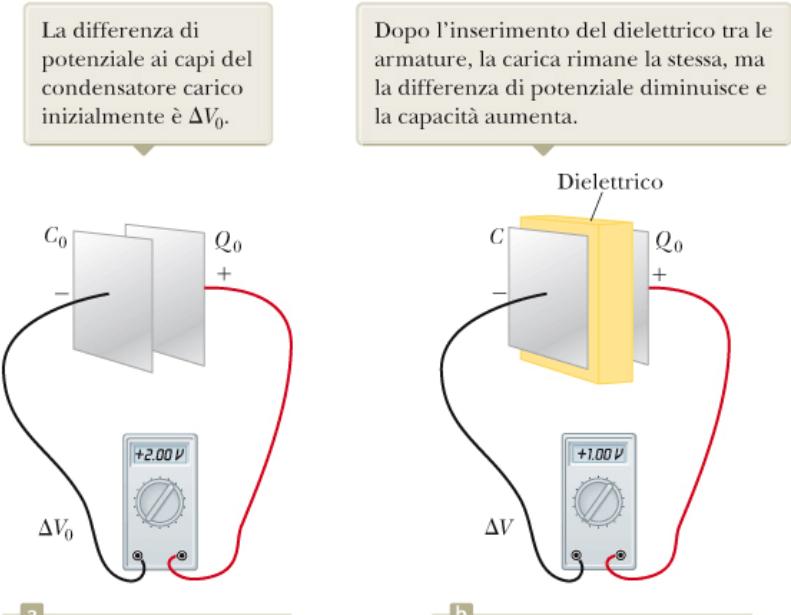


Figura 20.29 Un condensatore carico (a) prima e (b) dopo l'inserimento di un dielettrico tra le armature.

Condensatori con dielettrici

- Dal momento che la carica Q_0 non varia, deve variare la capacità nel seguente modo:

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/\kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0} = \kappa C_0$$

- Dove C_0 è la capacità in assenza di dielettrico.
- Per un condensatore piano

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

- Attenzione però la capacità non può essere incrementata a piacere diminuendo lo spazio tra le armature. Infatti per ogni d fissata la massima differenza di potenziale che si può avere senza avere scariche tra le armature dipende dalla rigidità dielettrica del dielettrico. Per l'aria secca questa vale $3 \times 10^6 V/m$. Se il campo elettrico nel materiale supera la rigidità dielettrica le proprietà isolanti vengono meno ed il materiale inizia a condurre.

Condensatori con dielettrici

- La maggior parte dei materiali isolanti ha rigidità dielettriche maggiori di quelle dell'aria. Un dielettrico presenta i seguenti vantaggi:
 - Fa aumentare la capacità del condensatore
 - Fa aumentare la differenza di potenziale massima di un condensatore
 - Fornisce un supporto meccanico tra le armature conduttrici, che permette alle armature di essere più vicine senza toccarsi.
- Possiamo capire gli effetti di un dielettrico considerando la polarizzazione delle molecole (figura a fianco)

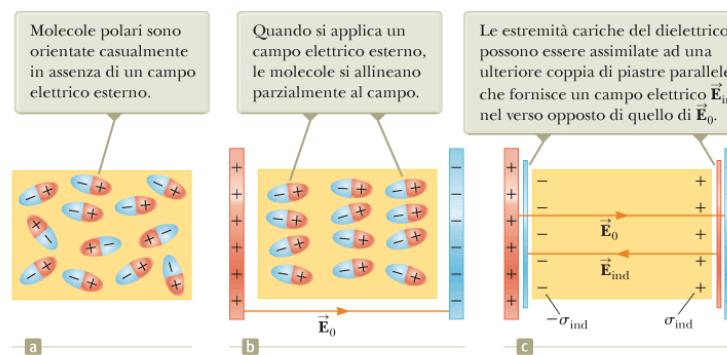
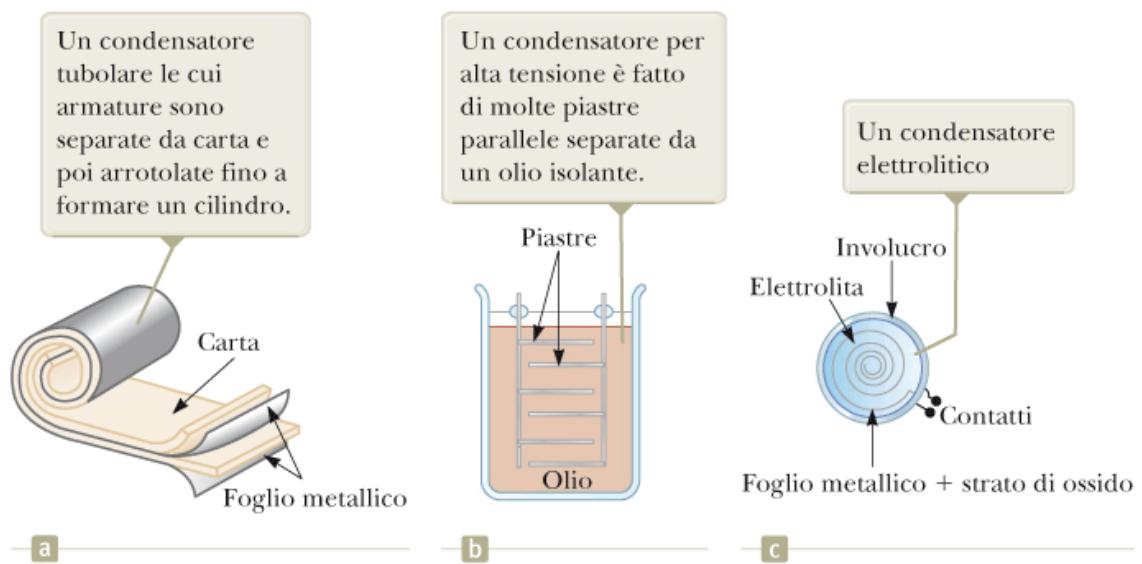


Figura 20.30 (a) Molecole polari in un dielettrico.
(b) Un campo elettrico viene applicato al dielettrico.
(c) Dettagli del campo elettrico all'interno del dielettrico.

Tipi di condensatori

Figura 20.31 Schemi di condensatori commerciali.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Energia immagazzinata prima e dopo

- Un condensatore piano viene caricato con una batteria fino ad una carica Q_0 . La batteria viene staccata e tra le armature viene inserita una lastra di materiale con costante dielettrica κ . Identificare il sistema costituito dal condensatore e dal dielettrico. Calcolare l'energia immagazzinata nel condensatore prima e dopo l'inserimento del dielettrico.

L'atmosfera come condensatore

- Abbiamo visto che a causa di vari processi è presente una distribuzione negativa di carica sulla superficie terrestre e una positiva attraverso l'aria. Questa distribuzione di carica può essere assimilata ad un condensatore.

- La differenza di potenziale tra le armature del nostro condensatore atmosferico è:

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{superficie}} - \frac{1}{r_{piastra superiore}} \right) = \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{h}{R_T(R_T+h)} \right]$$

Dove R_T è il raggio della terra e $h=5\text{km}$

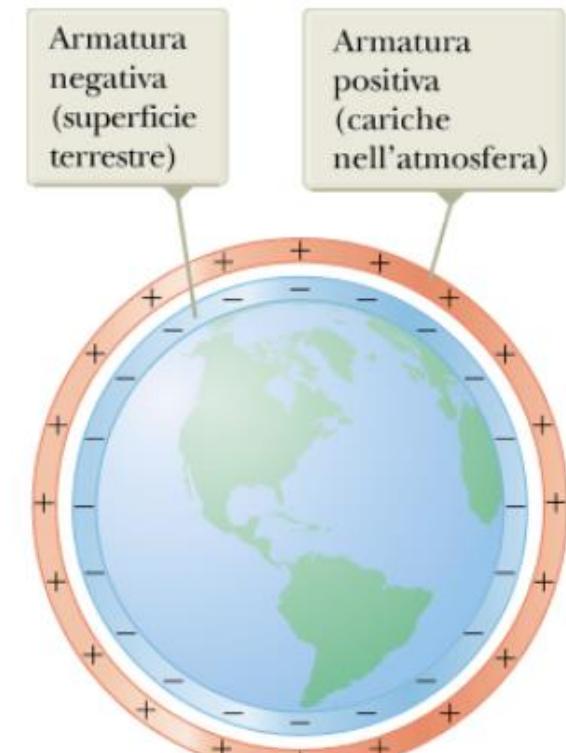


FIGURA 20.33 Il condensatore atmosferico.

L'atmosfera come condensatore

- Possiamo ora calcolare la capacità del condensatore atmosferico:

$$\begin{aligned} \bullet C &= \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{\frac{4\pi\epsilon_0}{N} R_T(R_T+h)} \left[\frac{h}{R_T(R_T+h)} \right]} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_T(R_T+h)}{h} = \\ &= \frac{4\pi(8.85 \times 10^{-12} F \cdot m^2) (6.4 \times 10^3 km) (6.4 \times 10^3 km + 5km)}{5km} \left(\frac{1000m}{1km} \right) \approx 0.9F \end{aligned}$$

- Questo valore è molto grande, confrontato con i *picofarad* o *microfarad* che sono valori tipici dei condensatori nei circuiti elettrici.

Sommario (1)

- Quando una carica positiva di prova q_0 viene spostata tra i punti A e B in un campo elettrico \vec{E} , la **variazione di energia potenziale** del sistema carica-campo è:

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- La **differenza di potenziale**, ΔV , fra i punti A e B in un campo elettrico \vec{E} è definita come la variazione di energia potenziale divisa per la carica di prova q_0 :

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

dove il **potenziale elettrico** V è uno scalare e ha unità di misura joule diviso coulomb, definita come 1 **volt** (V).

Sommario (2)

- La differenza di potenziale fra due punti A e B in un campo elettrico uniforme \vec{E} è:

$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

dove d è il modulo del vettore spostamento tra A e B

Sommario (3)

- Le **superfici equipotenziali** sono superfici sulle quali il potenziale elettrico è costante. Le superfici equipotenziali sono *perpendicolari* alle linee di campo elettrico.
- Il potenziale elettrico di una carica puntiforme q a una distanza r dalla carica è

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

- Il potenziale elettrico di un insieme di cariche puntiformi si ottiene sommando i potenziali delle singole cariche. Poiché V è uno scalare, la somma è una semplice operazione algebrica.

Sommario (4)

- **L'energia potenziale elettrica di una coppia di cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} è**

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

che rappresenta il lavoro necessario per portare le cariche da una distanza di separazione infinita a una distanza di separazione r_{12} . L'energia potenziale di una distribuzione di cariche puntiformi si ottiene sommando i termini come quelli dell'equazione sopra estesi a *tutte le coppie* di particelle.

Sommario (5)

- Se il potenziale è noto in funzione delle coordinate x, y e z , le componenti del campo elettrico si possono ottenere dalla derivata cambiata di segno del potenziale rispetto alle coordinate. Per esempio, la componente x del campo elettrico nelle direzione x è:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

Sommario (6)

- Il **potenziale elettrico di una distribuzione continua di carica** è:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

- Ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale. Inoltre, il potenziale è costante ovunque all'interno del conduttore ed è uguale al suo valore sulla superficie.

Sommario (7)

- Un condensatore è un dispositivo per immagazzinare cariche. Un condensatore carico consiste di due conduttori caricati con cariche uguali e di segno opposto con una differenza di potenziale ΔV fra di essi. La **capacità** C di un condensatore è definita come il rapporto fra il valore assoluto della carica Q su ciascun conduttore e il valore assoluto della differenza di potenziale ΔV :

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

- L'unità SI della capacità è il coulomb su volt, ossia il **farad (F)**, cioè

$$1F = 1C/V$$

Sommario (8)

- Se due o più condensatori sono collegati in parallelo, la differenza di potenziale ai capi di ciascuno di essi deve essere la stessa. La **capacità equivalente** di un insieme di condensatori in **parallelo** è

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

- Se due o più condensatori sono collegati in serie, la carica su ognuno di essi è la stessa e la **capacità equivalente del collegamento in serie** è

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Sommario (9)

- Per caricare un condensatore è necessaria dell'energia, poiché il processo di carica è equivalente a trasferire cariche da un conduttore a potenziale più basso a un altro a potenziale più alto. L'energia potenziale elettrostatica U immagazzinata nel condensatore è:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2$$

- Quando un materiale dielettrico viene inserito fra le armature di un condensatore, la capacità generalmente aumenta di un fattore adimensionale κ , chiamato **costante dielettrica**. Cioè,

$$C = \kappa C_0$$

dove C_0 è la capacità in assenza di dielettrico

Corrente e Circuiti a Corrente Continua

La Corrente elettrica

- Supponiamo che delle cariche si muovano perpendicolarmente a una superficie di area A come in figura. La corrente elettrica è definita come la rapidità con la quale la carica fluisce attraverso questa superficie. La corrente media è data da

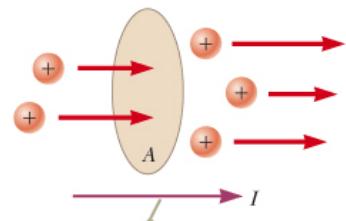
$$I_{med} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

La corrente istantanea

$$I \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

L'unità SI di corrente è l'ampere (A)

$$1A = 1C/s$$



Il verso della corrente è il verso nel quale le cariche positive si muovono se sono libere di farlo.

Figura 21.1 Cariche in moto attraverso una superficie di area A. La rapidità con la quale la carica elettrica fluisce attraverso questa superficie è definita corrente I.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

La Corrente elettrica

- Per convenzione si sceglie come verso positivo della corrente quello in cui fluisce la carica positiva. Solitamente ci si riferisce a particelle cariche che si muovono come a portatori di carica mobili. In un metallo i portatori di carica sono elettroni (il verso della corrente è quindi opposto al verso in cui si muovono gli elettroni).
- Consideriamo delle particelle cariche identiche che si muovono in un conduttore cilindrico di sezione trasversale con area A (figura a fianco)
- Il volume di un elemento di conduttore è dato da $A\Delta x$. Se n è il numero di portatori di carica mobili per unità di volume (cioè la densità di portatori di carica), la carica totale in questo elemento è data da

$$\Delta Q = \text{numero di portatori} \times \text{carica per particella} = (nA\Delta x)q$$

Dove q è la carica di ciascun portatore.

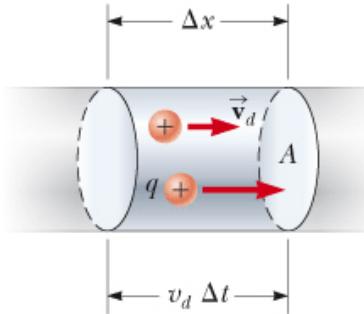


Figura 21.2 Un segmento di conduttore uniforme con sezione di area A .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

La Corrente elettrica

- Se i portatori si muovono lungo la direzione x del conduttore con velocità media v_d , la distanza che essi percorrono in questa direzione nell'intervallo di tempo Δt è $\Delta x = v_d \Delta t$. La velocità v_d è una velocità media detta **velocità di deriva**.
- Supponiamo che Δt sia scelto in modo tale che durante questo intervallo di tempo tutti i portatori di carica nel volume $A\Delta x$ si muovano di una distanza uguale a Δx . Possiamo scrivere la quantità di carica ΔQ :

$$\Delta Q = (nA v_d \Delta t)q$$

La corrente nel conduttore è:

$$I_{med} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nq v_d A \quad \text{equazione 21.4}$$

Questa equazione mette in relazione una corrente misurata macroscopicamente con l'origine microscopica della corrente: la densità dei portatori di carica n , la carica per portatore q e la velocità di deriva v_d .

Quiz rapido

- Consideriamo delle cariche positive e negative che si muovono orizzontalmente attraverso le 4 regioni mostrate in figura. Ordinare le correnti in queste 4 regioni dalla più alta alla più bassa

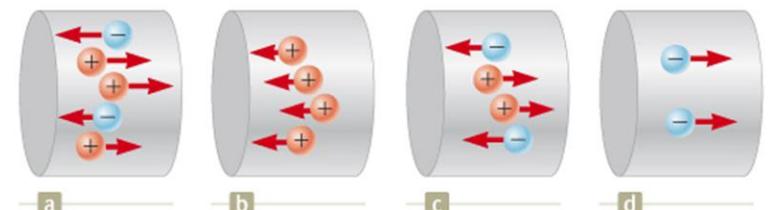


Figura 21.3 (Quiz Rapido 21.1) Quattro gruppi di cariche si muovono attraverso una regione.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Consideriamo delle cariche positive e negative che si muovono orizzontalmente attraverso le 4 regioni mostrate in figura. Ordinare le correnti in queste 4 regioni dalla più alta alla più bassa

Risposte

(a) > (b) = (c) > (d)

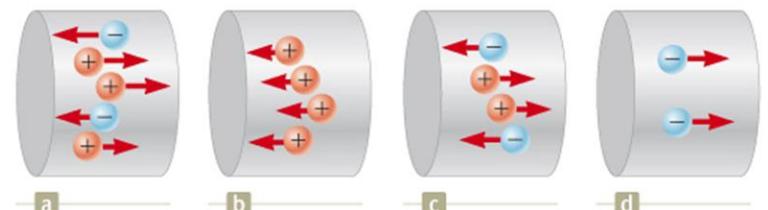


Figura 21.3 (Quiz Rapido 21.1) Quattro gruppi di cariche si muovono attraverso una regione.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

La Corrente elettrica

- Il moto degli elettroni dovuto alla forza elettrica si sovrappone al moto casuale (correlato alla temperatura) per fornire una velocità media il cui modulo è la velocità di deriva
- Quando gli elettroni urtano gli atomi del metallo, una parte dell'energia cinetica si trasferisce agli atomi, aumentando l'energia interna del sistema.
- La **densità di corrente** J nel conduttore è definita come la corrente per unità di area:

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d$$

Nel SI ha unità di ampere su metro quadrato

Il moto casuale dei portatori di carica viene modificato dal campo, ed essi hanno una velocità di deriva con verso opposto a quello del campo elettrico

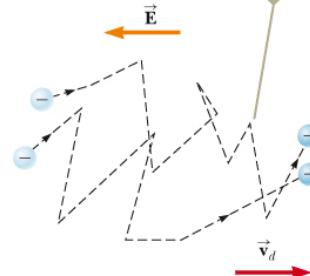


Figura 21.4 Una rappresentazione schematica del moto a zig-zag di portatori di carica negativi in un conduttore. A causa dell'accelerazione dei portatori di carica dovuta alla forza elettrica, i percorsi reali sono parabolici. La velocità di deriva, comunque, è molto più piccola della velocità media, così che la forma parabolica non è visibile su questa scala.

Esempio – Velocità di deriva in un filo di rame

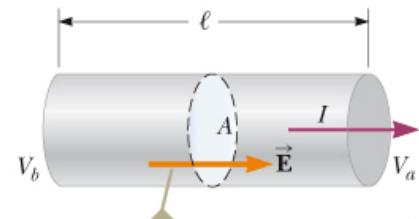
- Un tipico filo di rame per case ha una sezione di area $3.31 \times 10^{-6} m^2$. Esso trasporta una corrente di 10.0 A. Quale è la velocità di deriva degli elettroni nel filo? Assumere che ogni atomo di rame fornisca un elettrone libero di conduzione. La densità del rame è $8.92 g/cm^3$.

Resistenza e legge di Ohm

- Quando una differenza di potenziale ΔV viene applicata agli estremi di un conduttore metallico (figura a fianco) la corrente nel conduttore risulta proporzionale alla tensione applicata. Possiamo scrivere questa proporzionalità come $\Delta V = IR$, dove la costante di proporzionalità è detta **resistenza** del conduttore. Definiamo questa resistenza come:

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I}$$

L'unità SI della resistenza è il volt su ampere, chiamata Ohm (Ω). Per esempio se un dispositivo elettrico collegato ad una sorgente di 120 V trasporta una corrente di 6.0 A, la sua resistenza è di 20 Ω .



Una differenza di potenziale $\Delta V = V_b - V_a$ applicata ai capi del conduttore genera un campo elettrico \vec{E} , e questo campo produce una corrente I che è proporzionale alla differenza di potenziale.

Figura 21.5 Un conduttore uniforme di lunghezza ℓ e sezione di area A .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Resistenza e legge di Ohm

- Per molti materiali si può mostrare che la resistenza è costante su un grande numero di tensioni applicate (**legge di Ohm**). I materiali che (non) seguono questa legge si chiamano Ohmici (non Ohmici).
- Esempio Diodo. Resistenza piccola per correnti in un verso (ΔV positivo), grande per correnti in verso opposto (ΔV negativo). Si veda figura 21.6b.
- QUIZ RAPIDO: In figura 21.6b al crescere della differenza di potenziale applicata, la resistenza del diodo:
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Rimane costante

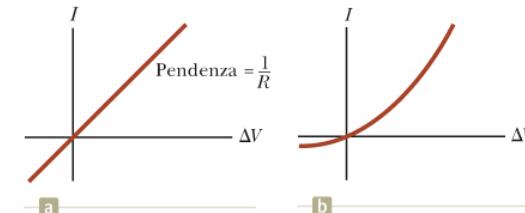


Figura 21.6 (a) La curva corrente-differenza di potenziale per un materiale ohmico. La curva è lineare, e la pendenza è uguale al reciproco della resistenza del conduttore.
(b) Una curva corrente-differenza di potenziale non lineare per un diodo semiconduttore. Questo dispositivo non obbedisce alla legge di Ohm.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
Edises

Resistenza e legge di Ohm

- Per molti materiali si può mostrare che la resistenza è costante su un grande numero di tensioni applicate (**legge di Ohm**). I materiali che (non) seguono questa legge si chiamano Ohmici (non Ohmici).
- Esempio Diodo. Resistenza piccola per correnti in un verso (ΔV positivo), grande per correnti in verso opposto (ΔV negativo). Si veda figura 21.6b.
- QUIZ RAPIDO: In figura 21.6b al crescere della differenza di potenziale applicata, la resistenza del diodo:
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Rimane costante

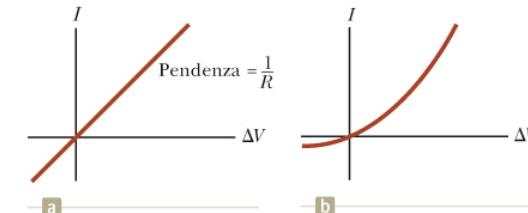


Figura 21.6 (a) La curva corrente-differenza di potenziale per un materiale ohmico. La curva è lineare, e la pendenza è uguale al reciproco della resistenza del conduttore.
(b) Una curva corrente-differenza di potenziale non lineare per un diodo semiconduttore. Questo dispositivo non obbedisce alla legge di Ohm.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
Edises

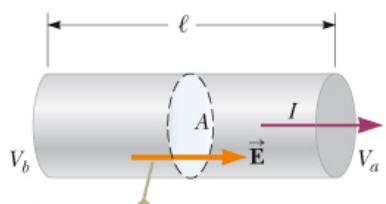
Resistenza e legge di Ohm



- Un resistore è un elemento circuitale che fornisce una specifica resistenza in un circuito elettrico. E' indicato graficamente con il simbolo mostrato in alto a destra. Ai capi di un resistore la tensione ΔV è data da
$$\Delta V = IR$$
- Si trova che la resistenza di un filo conduttore ohmico come quello mostrato in figura a fianco si può scrivere come:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad \text{equazione 21.8}$$

Dove la costante di proporzionalità ρ è chiamata resistività del materiale e ha unità ohm per metro ($\Omega \cdot m$). Ogni materiale ohmico ha una caratteristica resistività, mentre la resistenza dipende anche dalla dimensione e forma del conduttore.



Una differenza di potenziale $\Delta V = V_b - V_a$ applicata ai capi del conduttore genera un campo elettrico \vec{E} , e questo campo produce una corrente I che è proporzionale alla differenza di potenziale.

Figura 21.5 Un conduttore uniforme di lunghezza ℓ e sezione di area A .

Resistenza e legge di Ohm

- Il reciproco della resistività è definita come la conducibilità σ . Quindi la resistenza può essere espressa anche come

$$R = \frac{l}{\sigma A}$$

Dove $\sigma = 1/\rho$

- La resistenza di un conduttore è proporzionale alla sua lunghezza e inversamente proporzionale alla sua sezione, analogamente al flusso di un liquido in un condotto.

Resistenza e legge di Ohm

- Resistori a strato, contenenti carbone
- Resistori a filo, contenenti una bobina di filo conduttore
- I resistori hanno un codice di colore per esprimere i loro valori in ohm (figura a fianco)

Le bande colorate su questa resistenza sono di colore giallo, viola, nero e oro.

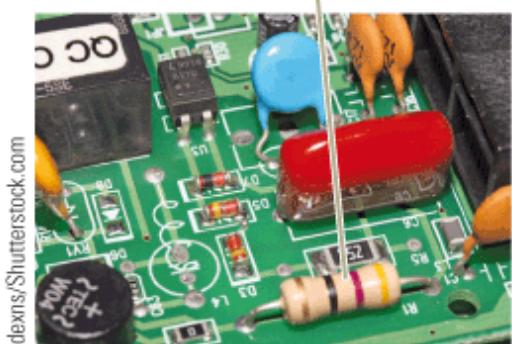


Figura 21.7 Visione ravvicinata di un circuito integrato che mostra il codice colore su un resistore.

Esempio - La resistenza di un filo di nichel-cromo

- Il raggio di un filo di nichel-cromo è 0.32 mm.
- Calcolare la resistenza per unità di lunghezza di questo filo.
- Se viene applicata una differenza di potenziale di 10 V ai capi di un filo di nichel-cromo lungo 1.0 m, quale è la corrente del filo?

Variazione della resistività con la temperatura

- Per la maggior parte dei metalli, in un intervallo limitato di temperature la resistività ρ varia secondo la legge:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

Dove ρ_0 è la resistività ad una certa temperatura di riferimento T_0 (ordinariamente 20°C) è α è chiamato coefficiente termico della resistività, può essere espresso come

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

Dove $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ è la variazione di resistività nell'intervallo di temperatura $\Delta T = T - T_0$

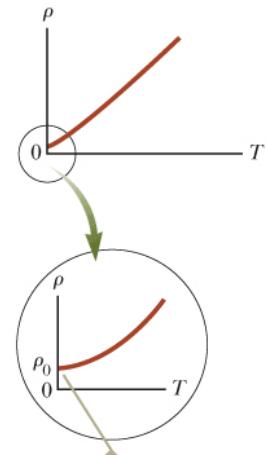
- La variazione della resistenza può essere scritta come

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

Questa proprietà viene spesso utilizzata per ottenere misure precise di temperatura

Superconduttori

- Per alcuni metalli e composti la resistenza diventa zero al di sotto di una particolare temperatura T_c (temperatura critica)
- In questi materiali (superconduttori) una volta stabilita una corrente questa persiste senza che sia applicata una tensione
- Applicazione: magneti superconduttori



Quando T si avvicina allo zero assoluto, la resistività tende ad un valore finito ρ_0 .

Figura 21.9 Resistività in funzione della temperatura per un metallo normale, come il rame. La curva è lineare su un ampio intervallo di temperature, e ρ aumenta all'aumentare della temperatura.

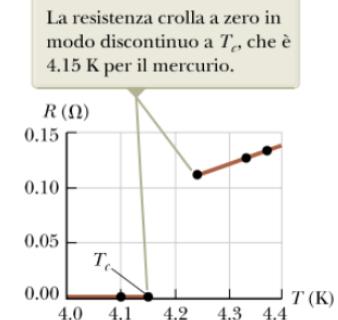


FIGURA 21.10 Resistenza in funzione della temperatura per un campione di mercurio (Hg). Il grafico segue l'andamento di un metallo normale al di sopra della temperatura critica T_c .



Un modello per la conduzione elettrica

- Modello introdotto inizialmente da Paul Drude nel 1900, porta alla legge di Ohm e mostra che la resistività può essere collegata al moto degli elettroni nei metalli.
1. Si consideri un conduttore come un reticolo di atomi ionizzati con un insieme di elettroni liberi, chiamati elettroni di conduzione.
 2. Gli elettroni di conduzione riempiono l'interno del conduttore. In assenza di campo elettrico, essi si muovono in direzioni casuali attraverso il conduttore. La situazione è simile al moto delle molecole di gas confinate in un contenitore.
 3. Quando un campo elettrico viene applicato al conduttore, gli elettroni di conduzione si muovono lentamente nel verso opposto a quello del campo elettrico, con una velocità di deriva v_d che è molto più piccola (tipicamente $10^{-4} m/s$) della loro velocità media tra le collisioni (tipicamente $10^6 m/s$).

Un modello per la conduzione elettrica

- Deriviamo ora un'espressione per la velocità di deriva. Quando un elettrone libero di massa m_e è carica $q (= -e)$ è sottoposto ad un campo elettrico \vec{E} subisce una forza $\vec{F} = q\vec{E}$. La sua accelerazione può essere ricavata dalla seconda legge di Newton

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m_e}$$

- Siccome il campo elettrico è uniforme possiamo descrivere l'elettrone come una particella con accelerazione costante. Se la velocità iniziale dell'elettrone subito dopo l'urto (che avviene ad un istante definito come $t=0$) è \vec{v}_i , la velocità ad un istante t successivo (cioè immediatamente prima che avvenga l'urto successivo) è:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t = \vec{v}_i + \frac{q\vec{E}}{m_e} t \quad \text{equazione 21.14}$$

Un modello per la conduzione elettrica

- Prendiamo ora il valore medio di \vec{v}_f per tutti gli elettroni nel filo, per tutti i possibili intervalli temporali di collisione τ e tutti i possibili valori di \vec{v}_i . Assumendo che le velocità iniziali siano distribuite casualmente in tutte le direzioni possibili, il valore medio di \vec{v}_i è zero. Il valore medio del secondo termine dell'equazione 21.14 nella slide precedente è $(\frac{qE}{m_e})\tau$, dove τ è **l'intervallo di tempo medio tra due urti successivi**. Poiché il valore medio di \vec{v}_f è uguale alla velocità di deriva:

$$\vec{v}_{f,med} = \vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m_e}\tau$$

Sostituendo il modulo di questa velocità di deriva nell'equazione 21.4 della slide 4 otteniamo

$$I = nev_d A = ne \left(\frac{eE}{m_e} \tau \right) A = \frac{ne^2 E}{m_e} \tau A \quad \text{equazione 21.16}$$

Un modello per la conduzione elettrica

- La corrente è legata alle variabili macroscopiche differenza di potenziale e resistenza:

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

- Incorporando l'equazione 21.8 (slide 12) otteniamo:

$$I = \frac{\Delta V}{\left(\rho \frac{l}{A}\right)} = \frac{\Delta V}{\rho l} A$$

- Nel conduttore il campo elettrico è uniforme perciò vale $\Delta V = El$ e quindi:

$$I = \frac{El}{\rho l} A = \frac{E}{\rho} A \quad \text{equazione 21.17}$$

- Eguagliando le due espressioni per la corrente, le equazioni 21.16 (slide 20) e 21.17 (questa slide) risolviamo per ricavare la resistività:

$$I = \frac{ne^2 E}{m_e} \tau A = \frac{E}{\rho} A \rightarrow \rho = \frac{m_e}{ne^2 \tau}$$

Un modello per la conduzione elettrica

- La previsione ottenuta secondo questo modello è che la resistività non dipende dal campo elettrico ma esclusivamente da parametri fissi associati al materiale e all'elettrone. Questa proprietà caratterizza i conduttori che obbediscono alla legge di Ohm. L'intervallo di tempo τ (tempo medio tra gli urti) è legato alla distanza media tra le collisioni l_{med} (il cammino libero medio) e la velocità media v_{med} dalla relazione:

$$\tau = \frac{l_{med}}{v_{med}}$$

Esempio – Collisioni tra elettroni nel rame

- Usando i dati dell'esempio nella slide 8 ed il modello appena introdotto per la conduzione elettronica, ottenere una stima del tempo medio tra le collisioni tra gli elettroni nel rame a 20° C.
- Supponendo che la velocità media degli elettroni liberi nel rame sia $1.6 \times 10^6 m/s$ e usando il risultato del punto precedente, calcolare il cammino libero medio degli elettroni nel rame.

Energia e potenza nei circuiti elettrici

- Analizziamo il bilancio energetico di un circuito in cui una batteria sia collegata a un resistore di resistenza R (figura a fianco).
- Quando una carica si muove dal punto «a» al punto «b» l'energia potenziale elettrica del sistema aumenta di $Q\Delta V$, mentre l'energia chimica della batteria diminuisce della stessa quantità. Quando la carica si muove dal punto «c» al punto «d», il sistema perde questa energia potenziale elettrica durante le collisioni con gli atomi del resistore. Quando la carica torna nel punto «a» il risultato netto è che una parte dell'energia chimica della batteria è stata fornita al resistore e si trova nel resistore come energia interna associata con la vibrazione molecolare (aumento di temperatura). Il calore viene poi dissipato.

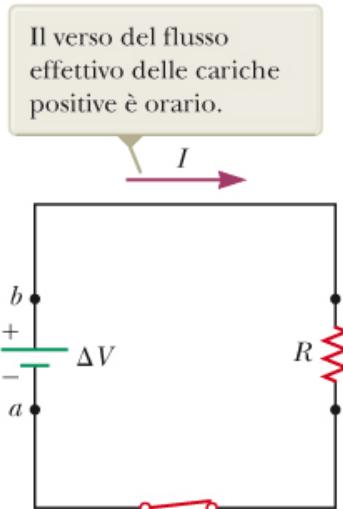


Figura 21.11 Un circuito fatto con un resistore di resistenza R e una batteria che fornisce una differenza di potenziale ΔV ai suoi capi.

Energia e potenza nei circuiti elettrici

- Consideriamo la rapidità con cui il sistema perde energia potenziale elettrica quando la carica Q passa attraverso il resistore:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q\Delta V) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

Dove I è la corrente nel circuito. La potenza P , che rappresenta la rapidità con cui l'energia è fornita al resistore, è

$$P = I\Delta V$$

Usando la relazione $\Delta V = IR$ possiamo esprimere la potenza anche come:

$$P = I^2R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

L'unità SI di potenza è il watt. L'unità di energia usata dalle società elettriche per calcolare il trasferimento di energia, il kilowattora, p la quantità di energia trasferita in 1 ora (h) alla potenza costante di 1 kW. $1kWh = 3.6 \times 10^6 J$.

Quiz rapido

- Per le due lampadine a incandescenza mostrate in figura, ordinare in modo decrescente le correnti nei punti da «a» a «f»

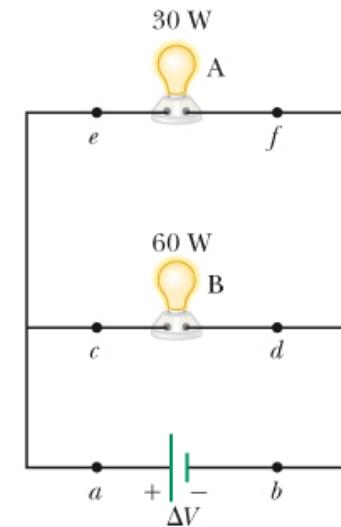


Figura 21.12 (Quiz Rapido
21.4 e Fisica Ragionata 21.2)
Due lampadine a incandescenza
collegate alla stessa differenza di
potenziale.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Per le due lampadine a incandescenza mostrate in figura, ordinare in modo decrescente le correnti nei punti da «a» a «f»

Risposte

$$I_a = I_b > I_c = I_d > I_e = I_f$$

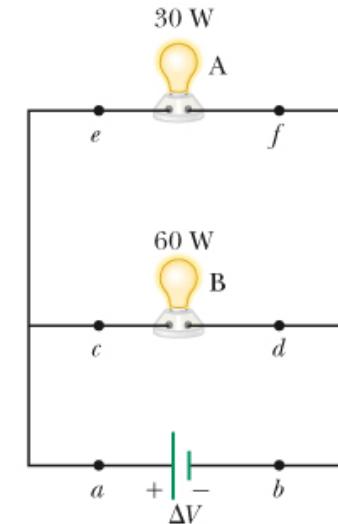


Figura 21.12 (Quiz Rapido
21.4 e Fisica Ragionata 21.2)
Due lampadine a incandescenza
collegate alla stessa differenza di
potenziale.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Collegando elettricità e termodinamica

- Un riscaldatore ad immersione deve portare la temperatura di 1.50 kg d'acqua da 10.0°C a 50.0°C in 10.0 min quando funziona a 110 V.
- Quale è la resistenza del riscaldatore?
- Stimare il costo del riscaldamento dell'acqua

Sorgenti di f.e.m. (forza elettromotrice)

- Ciò che mantiene la tensione nel circuito in figura a fianco si chiama sorgente di f.e.m.
- Le sorgenti di f.e.m. sono tutti i dispositivi (come batterie o generatori) che aumentano l'energia potenziale di un circuito mantenendo una differenza di potenziale tra i punti del circuito mentre le cariche si muovono lungo il circuito stesso. La f.e.m. ε di una sorgente esprime il lavoro svolto per unità di carica e quindi la sua unità di misura nel SI è il Volt.

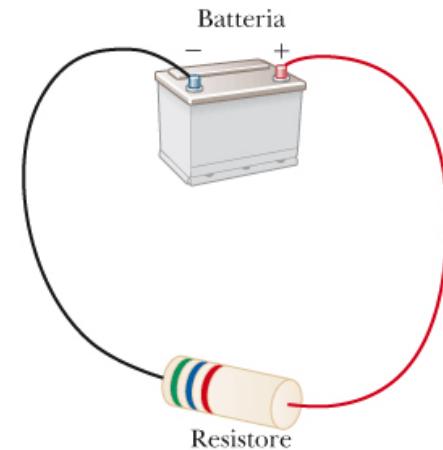


Figura 21.13 Un circuito composto da un resistore collegato alle terminazioni di una batteria.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Sorgenti di f.e.m. (forza elettromotrice)

- Una batteria reale possiede sempre una resistenza interna r . Di conseguenza la tensione ai capi non è uguale alla f.e.m..
- Nel circuito in figura 21.14(a) la batteria all'interno del rettangolo tratteggiato viene rappresentata da una sorgente ideale di f.e.m. ε di resistenza nulla, in serie con la resistenza interna r .
- Immaginiamo di muoverci dal punto «a» al punto «d». La tensione ai capi della batteria è data da

$$\Delta V = V_d - V_a = \varepsilon - Ir$$

Si noti che ε è equivalente alla tensione a circuito aperto, cioè, la tensione ai capi quando la corrente è zero. La figura 21.14(b) rappresenta graficamente le variazioni del potenziale quando il circuito è percorso in senso orario.

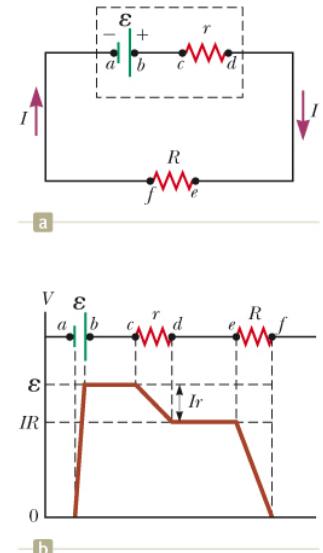


Figura 21.14 (a) Diagramma circuitale di una sorgente di f.e.m. ε (in questo caso, una batteria) con resistenza interna r , collegata con un resistore esterno di resistenza R . (b) Rappresentazione grafica della variazione di potenziale quando il circuito mostrato in (a) è percorso in senso orario.

Sorgenti di f.e.m. (forza elettromotrice)

- La tensione ai terminali ΔV deve essere uguale anche alla differenza di potenziale ai capi della resistenza esterna R , chiamata generalmente resistenza di carico; cioè $\Delta V = IR$. Quindi:

$$\varepsilon = IR + Ir \quad (21.23)$$

Da cui si ottiene

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Se R è molto più grande di r , possiamo adottare un modello semplificato in cui trascuriamo r . Moltiplicando l'equazione (21.23) per la corrente I otteniamo:

Sorgenti di f.e.m. (forza elettromotrice)

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r$$

Da questa equazione si ricava che la potenza erogata della sorgente di f.e.m. $I\varepsilon$ è uguale alla potenza I^2R fornita alla resistenza di carico più quella fornita alla resistenza interna I^2r .

- Il riscaldamento di una batteria rappresenta il trasferimento di energia dalla sorgente di f.e.m. alla resistenza interna.

Esempio – Differenza di potenziale ai terminali di una batteria

- Una batteria ha una f.e.m. di 12.0 V ed una resistenza interna di 0.050 Ω . I suoi terminali sono collegati ad una resistenza di carico di 3.00 Ω .
- Trovare la corrente nel circuito e la differenza di potenziale ai terminali della batteria.
- Calcolare la potenza fornita al resistore di carico, quella fornita alla resistenza interna della batteria e la potenza fornita dalla batteria.

Resistori in serie ed in parallelo

- Quando due resistori sono collegati come le lampadine in figura a fianco si dice che sono **collegati in serie**.
- In un collegamento in serie la stessa quantità di carica passa attraverso entrambi i resistori in un dato intervallo di tempo e quindi le correnti sono le stesse in entrambi i resistori

$$I = I_1 = I_2$$

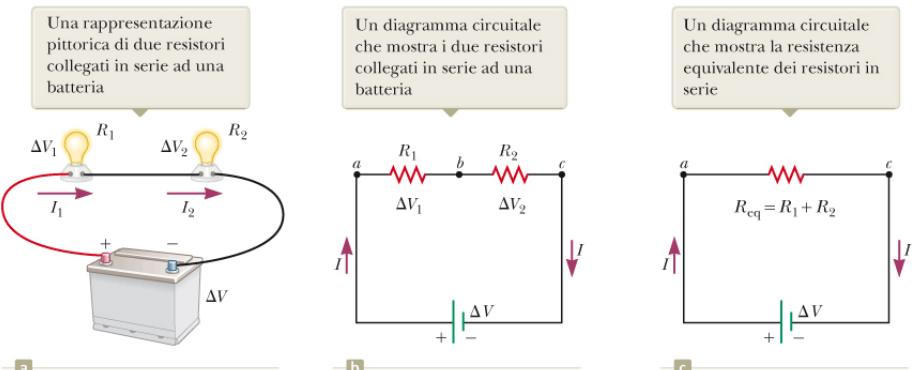


Figura 21.15 Due lampadine ad incandescenza con resistenze R_1 e R_2 collegate in serie. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

Resistori in serie ed in parallelo

- Per la caduta di potenziale vale
$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$$
- La differenza di potenziale ai capi della batteria è applicata alla resistenza equivalente
$$\Delta V = IR_{eq}$$
- Combinando queste equazioni otteniamo
- $\Delta V = IR_{eq} = I_1 R_1 + I_2 R_2$
- $\rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$

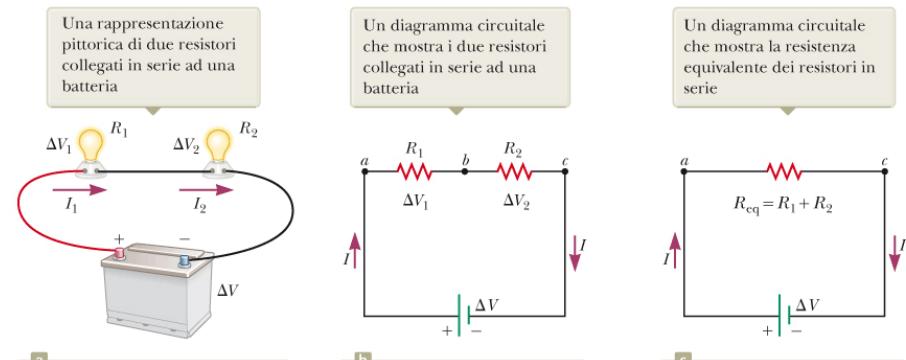


Figura 21.15 Due lampadine ad incandescenza con resistenze R_1 e R_2 collegate in serie. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

Resistori in serie ed in parallelo

- Possiamo quindi sostituire i due resistori in serie con una sola resistenza equivalente il cui valore è la somma delle singole resistenze.
- La resistenza equivalente di 3 o più resistori collegati in SERIE è
- $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$
- Se il filamento di una delle lampadine in figura 21.15(a) si interrompesse, anche la seconda lampadina non funzionerebbe

Quiz rapido

- Quando nel circuito di figura 21.16(a) l'interruttore è chiuso, non passa alcuna corrente in R_2 , poiché la corrente ha un percorso alternativo di resistenza nulla attraverso l'interruttore. La corrente scorre in R_1 , e questa corrente è misurata con un amperometro (un dispositivo per misurare la corrente) posto in basso nel circuito. Se l'interruttore viene aperto (figura 21.16(b)), la corrente passa per R_2 . Che cosa si legge sull'amperometro quando l'interruttore è aperto?

- A. Il valore letto aumenta
- B. Il valore letto diminuisce
- C. Il valore letto rimane costante

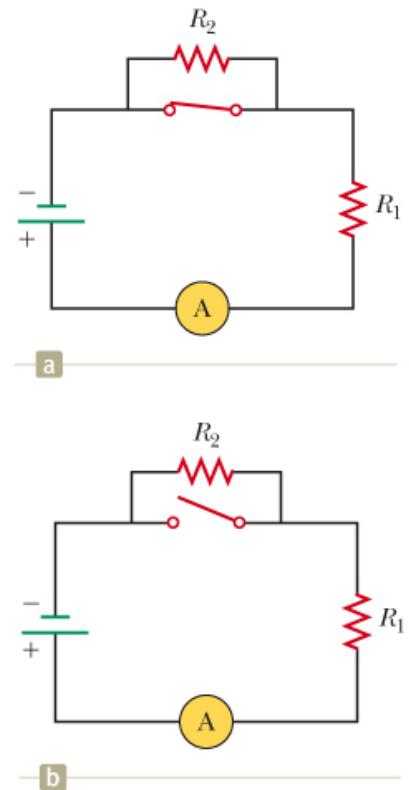


Figura 21.16 (Quiz Rapido 21.5) Cosa succede quando l'interruttore viene aperto?

Quiz rapido

- Quando nel circuito di figura 21.16(a) l'interruttore è chiuso, non passa alcuna corrente in R_2 , poiché la corrente ha un percorso alternativo di resistenza nulla attraverso l'interruttore. La corrente scorre in R_1 , e questa corrente è misurata con un amperometro (un dispositivo per misurare la corrente) posto in basso nel circuito. Se l'interruttore viene aperto (figura 21.16(b)), la corrente passa per R_2 . Che cosa si legge sull'amperometro quando l'interruttore è aperto?

- A. Il valore letto aumenta
- B. Il valore letto diminuisce
- C. Il valore letto rimane costante

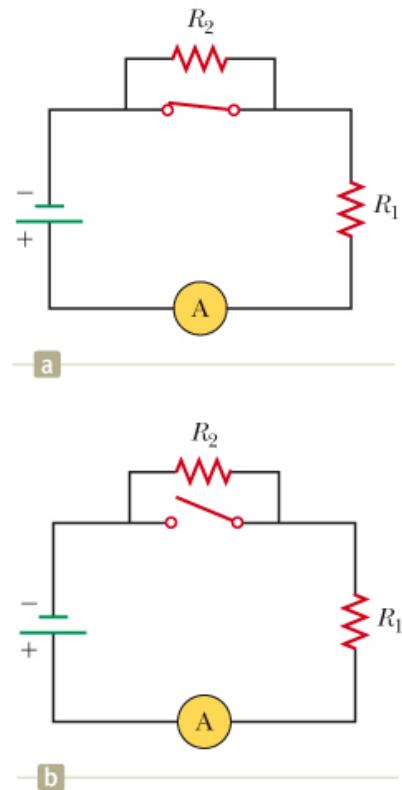


Figura 21.16 (Quiz Rapido 21.5) Cosa succede quando l'interruttore viene aperto?

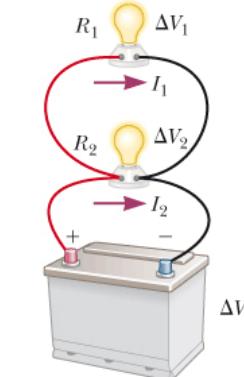
Resistori in serie ed in parallelo

- Consideriamo due resistori collegati in parallelo come in figura a fianco. In questo caso la differenza di potenziale ai capi dei resistori è la stessa

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

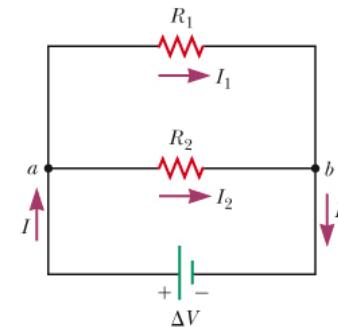
- Dove ΔV è la differenza di potenziale ai capi della batteria.
- Quando le cariche arrivano al punto «a» della figura 21.17(b) si dividono, alcune passano attraverso R_1 altre attraverso R_2 .
- Si chiama nodo ogni punto del circuito in cui la corrente si può dividere.

Una rappresentazione pittorica di due resistori collegati in parallelo ad una batteria.



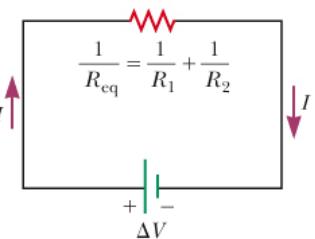
a

Un diagramma circuitale che mostra i due resistori collegati in parallelo alla batteria.



b

Un diagramma circuitale che mostra la resistenza equivalente dei resistori in parallelo.



c

Figura 21.17 Due lampadine ad incandescenza di resistenze R_1 e R_2 collegate in parallelo. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

Resistori in serie ed in parallelo

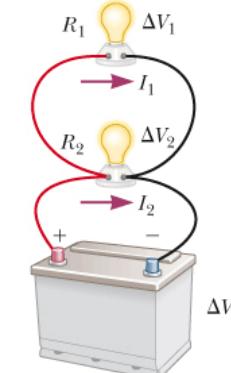
- Poiché la carica elettrica si conserva, la corrente che entra nel punto «a» deve essere uguale a quella che esce dal punto «a»

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2}$$

- La corrente che attraversa la resistenza equivalente R_{eq} in figura 21.17c è

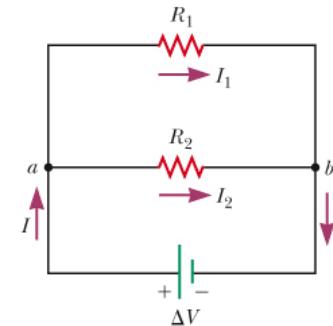
$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$

Una rappresentazione pittorica di due resistori collegati in parallelo ad una batteria.



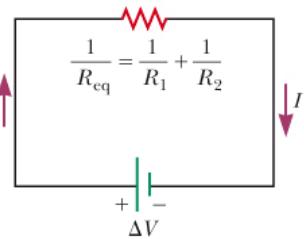
a

Un diagramma circuitale che mostra i due resistori collegati in parallelo alla batteria.



b

Un diagramma circuitale che mostra la resistenza equivalente dei resistori in parallelo.



c

Figura 21.17 Due lampadine ad incandescenza di resistenze R_1 e R_2 collegate in parallelo. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

Resistori in serie ed in parallelo

- Troviamo che

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Dove abbiamo cancellato ΔV , ΔV_1 , ΔV_2 perché tutte uguali

- Estendendo questa analisi a 3 o più resistori in parallelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

- Gli impianti elettrici nelle nostre case sono sempre realizzati in modo tale che gli elettrodomestici siano collegati in parallelo. In questo modo ogni dispositivo funziona indipendentemente dagli altri (se viene spento gli altri restano in funzione). Ciascun dispositivo funziona quindi con la stessa tensione.

Quiz rapido

- Con l'interruttore nel circuito di figura 21.18(a) aperto, non passa corrente in R_2 . La corrente comunque circola in R_1 e questa corrente è misurata con l'amperometro sulla destra del circuito. Se l'interruttore è chiuso (figura 21.18b) circola una corrente in R_2 . Che cosa si legge sull'amperometro quando l'interruttore è chiuso?

- Il valore letto aumenta
- Il valore letto diminuisce
- Il valore letto rimane costante

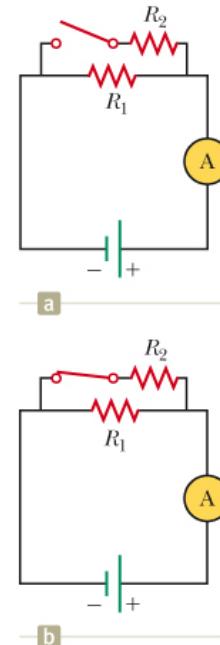


Figura 21.18 (Quiz Rapido 21.6) Cosa succede quando l'interruttore viene chiuso?



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Con l'interruttore nel circuito di figura 21.18(a) aperto, non passa corrente in R_2 . La corrente comunque circola in R_1 e questa corrente è misurata con l'amperometro sulla destra del circuito. Se l'interruttore è chiuso (figura 21.18b) circola una corrente in R_2 . Che cosa si legge sull'amperometro quando l'interruttore è chiuso?

- A. Il valore letto aumenta
- B. Il valore letto diminuisce
- C. Il valore letto rimane costante

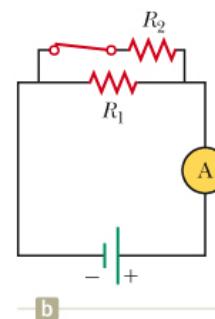
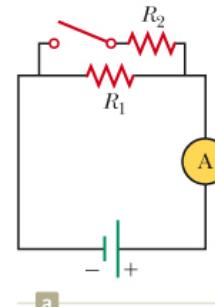


Figura 21.18 (Quiz Rapido 21.6) Cosa succede quando l'interruttore viene chiuso?



Quiz rapido

- Consideriamo le seguenti possibilità:
 - Aumenta
 - Diminuisce
 - Rimane la stessa
- In figura 21.15 si immagini di aggiungere un terzo resistore in serie ai primi due. Cosa succede alla corrente nella batteria?
- In figura 21.17 si immagini di aggiungere un terzo resistore in parallelo ai primi due. Cosa succede alla corrente nella batteria?

Quiz rapido

- Consideriamo le seguenti possibilità:
 - Aumenta
 - Diminuisce
 - Rimane la stessa
- In figura 21.15 si immagini di aggiungere un terzo resistore in serie ai primi due. Cosa succede alla corrente nella batteria? **B**
- In figura 21.17 si immagini di aggiungere un terzo resistore in parallelo ai primi due. Cosa succede alla corrente nella batteria? **A**

Esempio – Trovare la resistenza equivalente

- Quattro resistori sono collegati come in figura.
- Trovare la resistenza equivalente tra i punti «a» e «c»
- Quale è la corrente che attraversa ciascun resistore se viene mantenuta una differenza di potenziale di 42 V tra i punti «a» e «c»?

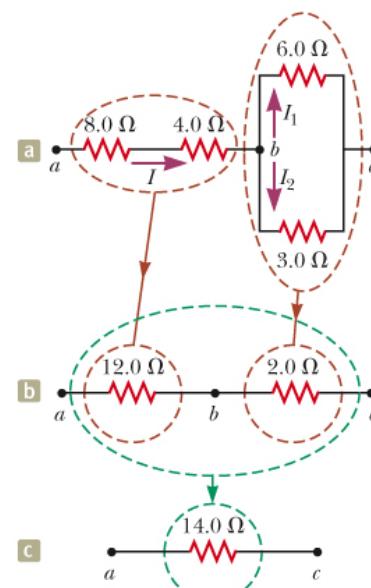


Figura 21.21 (Esempio 21.6)
La rete originale di resistori viene ridotta ad una resistenza equivalente singola.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Tre resistori in parallelo

- Tre resistori sono collegati in parallelo come in figura 21.22(a). Tra i punti «a» e «b» viene mantenuta una differenza di potenziale di 18.0 V.
- Calcolare la resistenza equivalente del circuito
 - Trovare la corrente che passa in ogni resistore
 - Calcolare la potenza fornita a ciascun resistore e la potenza totale fornita ai tre resistori.

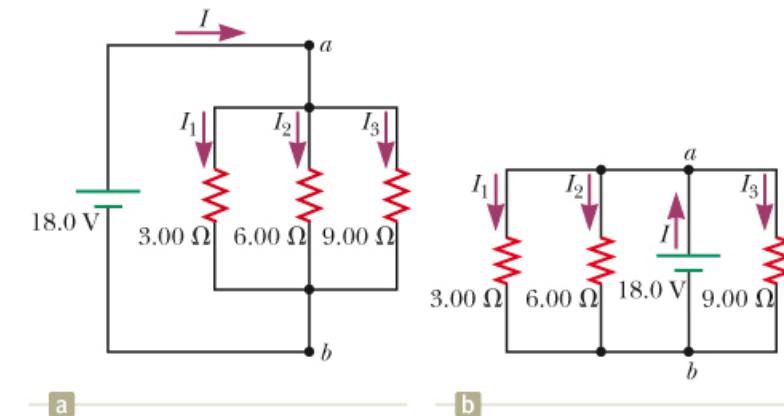


Figura 21.22 (Esempio 21.7) (a) Tre resistori collegati in parallelo. La differenza di potenziale ai capi di ciascun resistore è 18.0 V. (b) Un altro circuito con tre resistori e una batteria. È equivalente al circuito in (a)?

Leggi di Kirchhoff

- **Regola dei nodi (prima legge)**: In ogni nodo la somma delle correnti deve essere zero:

$$\sum_{nodo} I = 0$$

- **Regola delle maglie (seconda legge)**: La somma delle differenze di potenziale ai capi di ciascun elemento all'interno di un percorso chiuso (in un circuito, un percorso chiuso viene detto maglia) deve essere zero:

$$\sum_{maglia} \Delta V = 0$$

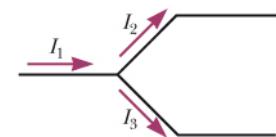
Leggi di Kirchhoff

- La prima legge è un enunciato della **conservazione della carica**
- Se applichiamo questa legge al nodo in figura 21.23(a) otteniamo

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

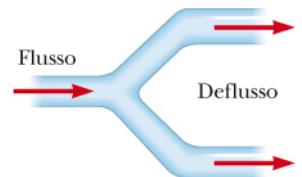
- La figura 21.23b rappresenta una analogia meccanica

La quantità di carica che passa nei rami di destra deve essere uguale alla quantità di carica che passa nel ramo singolo a sinistra.



a

La quantità d'acqua che passa nei rami di destra deve essere uguale alla quantità d'acqua che passa nel ramo singolo a sinistra.



b

Figura 21.23 (a) Regola dei nodi di Kirchhoff. (b) Un analogo meccanico della regola dei nodi.

Leggi di Kirchhoff

- La seconda legge consegue dalla legge di **conservazione dell'energia**.
- Immaginiamo di muoverci attraverso gli elementi di circuito in figura 21.24 verso destra. Quando si utilizza la seconda legge si applica la seguente **convenzione di segni**:
 - Le cariche si muovono dall'estremità di un resistore a potenziale maggiore verso quella a potenziale minore; perciò, se un resistore viene percorso nel verso della corrente la differenza di potenziale ai capi del resistore è $-IR$ (figura 21.24(a))
 - Se un resistore viene percorso in verso opposto a quello della corrente, la differenza di potenziale ai capi del resistore è $+IR$ (figura 21.24(b))
 - Se una sorgente di f.e.m. (che si assume abbia resistenza interna nulla) viene traversata nello stesso verso della f.e.m. (dal terminale negativo a quello positivo), la differenza di potenziale è $+\varepsilon$ (figura 21.24c).
 - Se una sorgente di f.e.m. (che si assume abbia resistenza interna nulla) viene traversata in verso opposto rispetto alla f.e.m. (dal terminale positivo a quello negativo), la differenza di potenziale è $-\varepsilon$ (figura 21.24d).

In ogni diagramma, $\Delta V = V_b - V_a$ e l'elemento del circuito viene attraversato da a a b , da sinistra a destra.

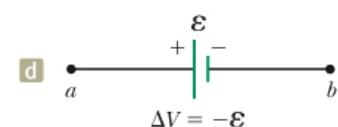
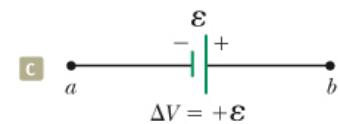
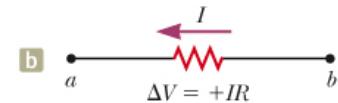
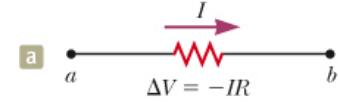


Figura 21.24 Regole per determinare la differenza di potenziale ai capi di un resistore o di una batteria (si assume che la batteria non abbia resistenza interna).

Esempio – Un circuito a più anelli

- Trovare le correnti I_1, I_2, I_3 nel circuito mostrato in figura

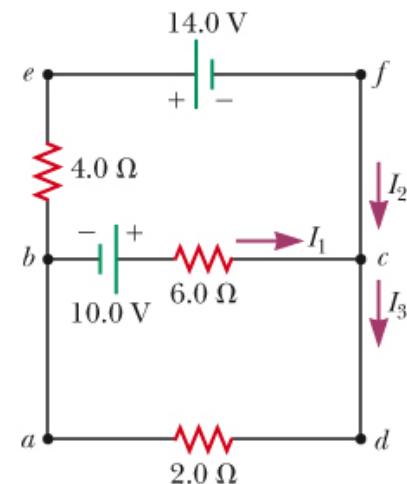
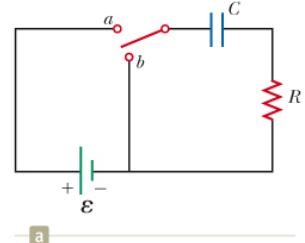


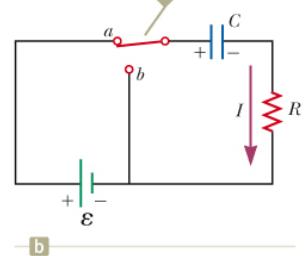
Figura 21.25 (Esempio 21.8)
Un circuito contenente più rami.

Circuiti RC – carica di un condensatore

- La figura 21.26 mostra un semplice circuito RC (cioè contenente un collegamento in serie di un resistore e di un condensatore)
- Se l'interruttore viene messo nella posizione «a» all'istante $t=0$ (figura 21.26b) le cariche inizieranno a muoversi, dando luogo ad una corrente nel circuito, e il condensatore comincerà a caricarsi. La differenza di potenziale ai capi del condensatore aumenta. Quando viene raggiunto il valore pari alla differenza di potenziale fornita dalla batteria la corrente diventa zero.



Quando l'interruttore è messo nella posizione *a*, il condensatore comincia a caricarsi.



Quando l'interruttore è messo nella posizione *b*, il condensatore si scarica.

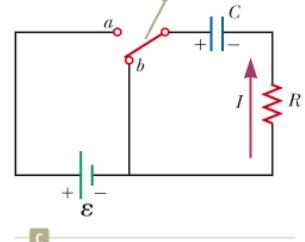


Figura 21.26 Un condensatore collegato in serie con un resistore, una batteria, e un interruttore.

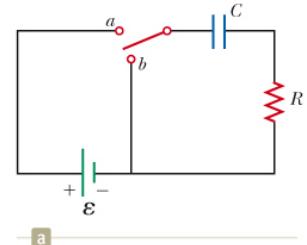
Circuiti RC – carica di un condensatore

- Applichiamo la seconda legge di Kirchhoff. Percorrendo la maglia di figura 21.26b in verso orario otteniamo:

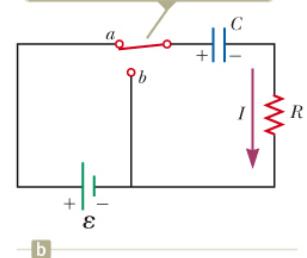
$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = 0 \text{ (equazione 21.31)}$$

- Notiamo che q e I sono valori istantanei rispettivamente della carica e della corrente (al contrario del caso stazionario)
- Quando l'interruttore viene messo nella posizione «a» a $t=0$, la carica del condensatore è zero. Quindi per l'equazione sopra la corrente nel circuito è massima e uguale a

$$I_i = \frac{\varepsilon}{R}$$



Quando l'interruttore è messo nella posizione a , il condensatore comincia a caricarsi.



Quando l'interruttore è messo nella posizione b , il condensatore si scarica.

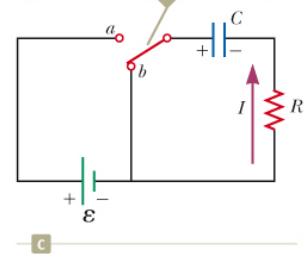


Figura 21.26 Un condensatore collegato in serie con un resistore, una batteria, e un interruttore.

Circuiti RC – carica di un condensatore

- Sostituendo $I=0$ nell'equazione 21.31 si ottiene la carica massima sul condensatore:

$$Q = C\varepsilon$$

- Determiniamo ora le espressioni analitiche che forniscono la dipendenza dal tempo della carica e della corrente. Sostituiamo $I = dq/dt$ nell'equazione 21.31 e riscriviamo:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC}$$

Per trovare un'espressione per q risolviamo questa equazione differenziale.
Per prima cosa scriviamo:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C\varepsilon}{RC} - \frac{q}{RC} = -\frac{q - C\varepsilon}{RC}$$

Circuiti RC – carica di un condensatore

- Moltiplichiamo questa equazione per dt e la dividiamo per $q - C\varepsilon$:

$$\frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC} dt$$

Integriamo questa espressione ponendo $q = 0$ a $t = 0$:

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$
$$\ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Usando la definizione di logaritmo naturale possiamo scrivere:

$$q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Circuiti RC – carica di un condensatore

- Utilizzando $I = dq/dt$ si può trovare l'espressione per la corrente:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

- I grafici in figura mostrano l'andamento della carica e della corrente
- La grandezza RC è detta costante di tempo τ del circuito: $\tau = RC$
- La costante di tempo rappresenta l'intervallo di tempo che impiega la corrente a diminuire fino a $1/e$ del suo valore iniziale, cioè dopo un tempo τ la corrente nel circuito è il 36.8% del suo valore iniziale.
- Analogamente la carica aumenta..

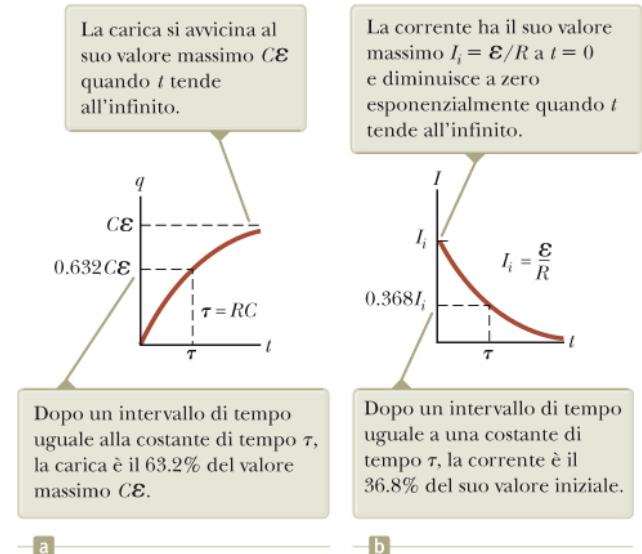


Figura 21.27 (a) Grafico della carica del condensatore in funzione del tempo per il circuito mostrato in Figura 21.26b. (b) Grafico della corrente in funzione del tempo per il circuito mostrato in Figura 21.26b.

Circuiti RC – carica di un condensatore

- L'energia fornita dalla batteria durante l'intervallo temporale necessario a caricare completamente il condensatore è $Q\varepsilon = C\varepsilon^2$. L'energia immagazzinata dal condensatore carico è $\frac{1}{2}Q\varepsilon = \frac{1}{2}C\varepsilon^2$, che è solo metà dell'energia fornita dalla batteria, la restante energia appare come energia interna nel resistore.

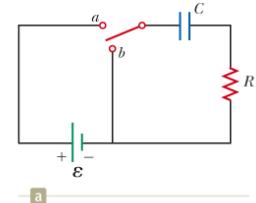
Circuiti RC – scarica di un condensatore

- Immaginiamo che il condensatore in figura 21.26b sia completamente carico. Se l'interruttore viene portato nella posizione «b» all'istante $t=0$ (figura 21.26c) il condensatore comincia a scaricarsi. L'appropriata equazione di maglia per il circuito in figura 21.26c è

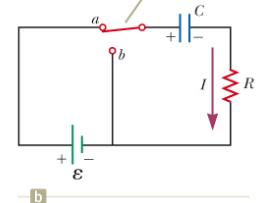
$$-\frac{q}{C} - IR = 0$$

Quando sostituiamo $I = dq/dt$:

$$\begin{aligned}-R \frac{dq}{dt} &= \frac{q}{C} \\ \frac{dq}{q} &= -\frac{1}{RC} dt\end{aligned}$$



Quando l'interruttore è messo nella posizione *a*, il condensatore comincia a caricarsi.



Quando l'interruttore è messo nella posizione *b*, il condensatore si scarica.

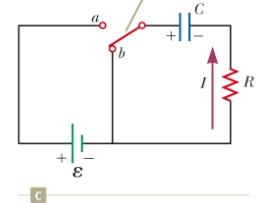


Figura 21.26 Un condensatore collegato in serie con un resistore, un interruttore, e una batteria.

Circuiti RC – scarica di un condensatore

- Integrando e ponendo $q=Q$ a $t=0$ abbiamo

$$\int_Q^q \frac{dq}{Q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$
$$\ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$
$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

Differenziando otteniamo l'espressione per la corrente:

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/RC}$$

- Notare il segno meno (verso della corrente opposto rispetto alla carica)
- Sia la carica sul condensatore che la corrente diminuiscono esponenzialmente con una rapidità caratterizzata dalla costante di tempo $\tau = RC$

Quiz rapido

- Si consideri il circuito nella figura a fianco e si assuma che la batteria non abbia resistenza interna.
- Quale è la corrente nella batteria appena viene chiuso il circuito?
 - A. 0
 - B. $\frac{\varepsilon}{2R}$
 - C. $\frac{2\varepsilon}{R}$
 - D. $\frac{\varepsilon}{R}$
 - E. E' impossibile da determinare
- Dopo molto tempo quale è la corrente nella batteria?
 - A. 0
 - B. $\frac{\varepsilon}{2R}$
 - C. $\frac{2\varepsilon}{R}$
 - D. $\frac{\varepsilon}{R}$
 - E. E' impossibile da determinare

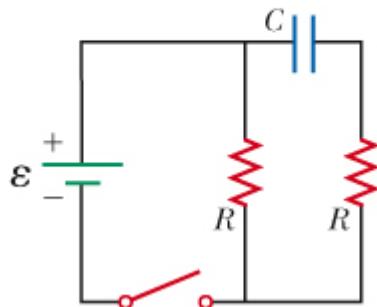


Figura 21.29 (Quiz Rapido 21.8) Come cambia la corrente quando si chiude l'interruttore?



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Si consideri il circuito nella figura a fianco e si assuma che la batteria non abbia resistenza interna.
- Quale è la corrente nella batteria appena viene chiuso il circuito?
A. 0
B. $\frac{\varepsilon}{2R}$
C. $\frac{2\varepsilon}{R}$
D. $\frac{\varepsilon}{R}$
E. E' impossibile da determinare
- Dopo molto tempo quale è la corrente nella batteria?
A. 0
B. $\frac{\varepsilon}{2R}$
C. $\frac{2\varepsilon}{R}$
D. $\frac{\varepsilon}{R}$
E. E' impossibile da determinare

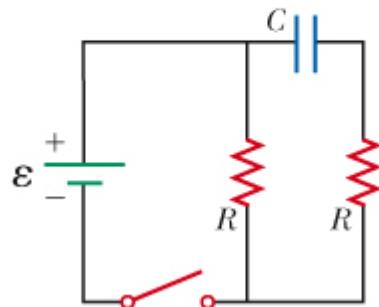


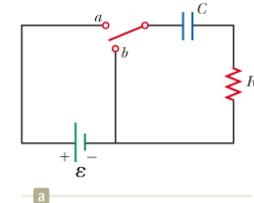
Figura 21.29 (Quiz Rapido 21.8) Come cambia la corrente quando si chiude l'interruttore?



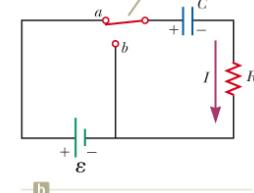
R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Carica di un condensatore in un circuito RC

- Un condensatore scarico e un resistore sono collegati in serie ad una batteria come mostrato in figura a fianco , dove $\varepsilon = 12.0 \text{ V}$, $C = 5.00 \mu\text{F}$, e $R = 8.00 \times 10^5 \Omega$. L'interruttore viene messo nella posizione «a». Trovare la costante di tempo del circuito, la carica massima sul condensatore, la corrente massima nel circuito e la carica e la corrente in funzione del tempo.



Quando l'interruttore è messo nella posizione *a*, il condensatore comincia a caricarsi.



Quando l'interruttore è messo nella posizione *b*, il condensatore si scarica.

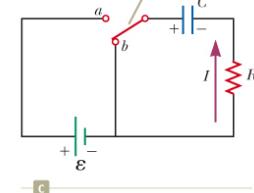
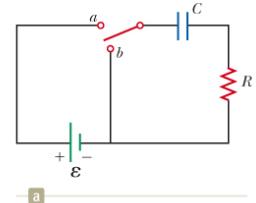


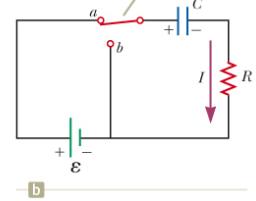
Figura 21.26 Un condensatore collegato in serie con un resistore, un interruttore, e una batteria.

Esempio – Scarica di un condensatore in un circuito RC

- Consideriamo un condensatore di capacità C che si stia scaricando attraverso un resistore R come in figura 21.26c.
- Dopo quante costanti di tempo la carica del condensatore scenderà a un quarto del suo valore iniziale?
- L'energia immagazzinata nel condensatore decresce durante la sua carica. Dopo quante costanti di tempo l'energia immagazzinata scenderà ad un quarto del suo valore iniziale?



Quando l'interruttore è messo nella posizione a , il condensatore comincia a caricarsi.



Quando l'interruttore è messo nella posizione b , il condensatore si scarica.

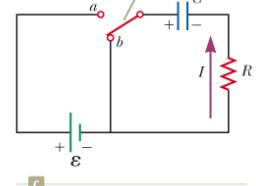


Figura 21.26 Un condensatore collegato in serie con un resistore, un interruttore, e una batteria.

L'atmosfera come conduttore

- In ogni dato istante l'aria contiene un certo numero di molecole ionizzate a causa di collisione dei raggi cosmici e altri eventi (figura 21.31(a))
- Ogni volta che esiste un forte campo elettrico in aria (ad esempio durante un temporale) è possibile che l'aria diventi sede di una scarica elettrica
- Seguendo il processo rappresentato in figura si può arrivare alla generazione di un lampo
- Le correnti durante la caduta di fulmini possono essere estremamente alte

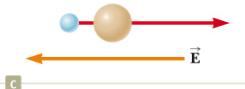
Una molecola viene ionizzata a seguito di un evento casuale.



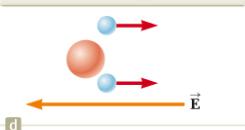
Lo ione accelera lentamente e l'elettrone accelera velocemente a causa della forza del campo elettrico.



L'elettrone accelerato si avvicina ad alta velocità ad un'altra molecola.



La nuova molecola viene ionizzata, e l'elettrone originario e quello nuovo accelerano rapidamente.



Questi elettroni si avvicinano ad altre molecole, liberando altri due elettroni, ed inizia un processo di ionizzazione a valanga.

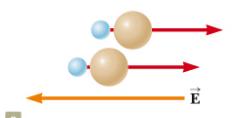


Figura 21.31 L'anatomia di una scintilla.

L'atmosfera come conduttore

- Anche in assenza di nubi temporalesche la carica fluisce attraverso l'aria. Tipica differenza di potenziale ai capi di un «condensatore atmosferico» è $3 \times 10^5 V$. La resistenza totale tra le sue armature è di circa 300Ω . Quindi la corrente media nell'aria durante il bel tempo è

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{3 \times 10^5 V}{300 \Omega} \approx 1 \times 10^3 A$$

- Non è grande se si considera distribuita su tutta la superficie terrestre, densità di corrente media risulta

$$J = \frac{I}{A} = \frac{I}{4\pi R_T^2} = \frac{1 \times 10^3 A}{4\pi(6.4 \times 10^6 m)^2} \approx 2 \times 10^{-12} A/m^2$$

La densità di corrente durante la caduta di un fulmine è molto più alta $10^5 A/m^2$

Determinazione del numero di fulmini che colpiscono la terra

- Calcoliamo la resistenza dell'aria fra le armature del nostro condensatore.
- La resistività dell'aria è circa $3 \times 10^{13} \Omega \cdot m$. La distanza di 5 km è molto piccola rispetto al raggio della terra (6400 km), quindi possiamo ignorare la forma sferica ed immaginare il resistore come una lastra di 5 km di spessore di materiale piatto e area pari alla superficie della terra. Quindi:
- $R = \rho \frac{l}{A} = (3 \times 10^{13} \Omega \cdot m) \frac{5 \times 10^3 m}{4\pi(6.4 \times 10^6 m)^2} \approx 3 \times 10^2 \Omega$

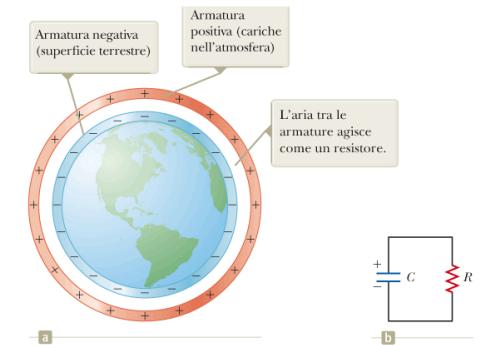


Figura 1 (a) L'atmosfera può essere schematizzata come un condensatore, con aria conduttrice tra le armature. (b) Possiamo immaginare un circuito RC equivalente per l'atmosfera, con il processo di scarica naturale del condensatore in equilibrio con il processo di carica del condensatore dovuta ai fulmini.

Determinazione del numero di fulmini che colpiscono la terra

- Possiamo quindi schematizzare l'atmosfera come un circuito RC, con costante di tempo:
- $\tau = RC = (0.9F)(3 \times 10^2 \Omega) \approx 3 \times 10^2 s = 5 \text{ minuti}$
- Perché non si scarica definitivamente (in circa 30 minuti= 6τ)? Il processo che avviene nelle nubi che si caricano, causa la caduta dei fulmini che forniscono cariche negative al suolo le quali sostituiscono quelle neutralizzate dal flusso di carica attraverso l'aria. In media la carica netta sulle armature del condensatore atmosferico risulta da un equilibrio di questi due processi.

Determinazione del numero di fulmini che colpiscono la terra

- Abbiamo menzionato una carica pari a $5 \times 10^5 C$ per il condensatore atmosferico
- Una tipica caduta di un fulmine fornisce al suolo circa 25 C di carica negativa. Possiamo calcolare il numero di fulmini necessari a caricare il condensatore:
 - *numero dei fulmini caduti* =
$$\frac{\text{carica totale}}{\text{carica per fulmine caduto}} = \frac{5 \times 10^5 C}{25 C} \approx 2 \times 10^4 \text{ fulmini caduti}$$
 - Quindi ogni circa 30 minuti devono cadere 2×10^4 (ossia $4 \times 10^4 / h$) fulmini per mantenere il processo di carica e scarica in equilibrio.

Determinazione del numero di fulmini che colpiscono la terra

- *Numero di fulmini caduti al giorno = $\left(4 \times \frac{10^4 \text{ fulmini}}{h}\right) \left(\frac{24h}{1d}\right) \approx 1 \times 10^6 \text{ fulmini/giorno}$*
- Nonostante la semplificazione che abbiamo adottato per i nostri calcoli questo numero è dello stesso ordine di grandezza del numero reale di caduta di fulmini sulla terra in un giorno tipico: 1 milione!

Sommario (1)

- La corrente elettrica I in un conduttore è definita come

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

dove dQ è la carica che attraversa una sezione del conduttore nell'intervallo di tempo dt . L'unità SI di corrente è l'ampere (A);

$1\text{ A} = 1\text{ C/s.}$

- La corrente in un conduttore viene espressa in termini del moto dei portatori di carica mediante la relazione

$$I_{med} = nq\nu_d A$$

dove n è la densità dei portatori di carica, q è la loro carica, ν_d è la velocità di deriva, e A è l'area della sezione del conduttore.

Sommario (2)

- La resistenza R di un conduttore è definita come il rapporto tra la differenza di potenziale ai capi del conduttore e la corrente

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I}$$

L'unità SI di resistenza è il volt su ampere, e si chiama ohm (Ω);

$$1 \Omega = 1 \text{ V / A}$$

- Se la resistenza è indipendente dalla tensione applicata, il conduttore obbedisce alla legge di Ohm, e i conduttori che hanno una resistenza costante per un ampio intervallo di tensioni vengono detti ohmici.

Sommario (3)

- Se il conduttore ha una sezione uniforme di area A e lunghezza l , la sua resistenza è data da

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

dove ρ viene chiamata resistività del materiale del quale è fatto il conduttore. Il reciproco della resistività è definito come conducibilità $\sigma = 1/\rho$.

La resistività di un conduttore varia con la temperatura in maniera approssimativamente lineare; cioè

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

dove ρ_0 è la resistività alla temperatura di riferimento T_0 e α è il coefficiente termico della resistività.

Sommario (4)

- In un modello classico della conduzione elettronica nei metalli, gli elettroni vengono trattati come molecole di un gas. In assenza di campo elettrico, la velocità media degli elettroni è zero. Quando si applica un campo elettrico, gli elettroni si muovono (in media) con una velocità di deriva \vec{v}_d data da:

$$\vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m_e} \tau$$

dove τ è il tempo medio tra le collisioni con gli atomi del metallo. La resistività del materiale secondo questo modello è data da:

$$\rho = \frac{m_e}{ne^2\tau}$$

dove n è il numero di elettroni liberi per unità di volume.

Sommario (5)

- Se ai capi di un conduttore viene mantenuta una differenza di potenziale ΔV , la potenza, o energia per unità di tempo fornita ad un elemento del circuito è

$$P = I\Delta V$$

Poiché la differenza di potenziale ai capi di un resistore è $\Delta V = IR$, possiamo esprimere la potenza fornita a un resistore nella forma

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

Sommario (6)

- La f.e.m. di una batteria equivale alla tensione ai suoi capi quando la corrente è zero. A causa della caduta di potenziale attraverso la resistenza interna r di una batteria, la tensione ai terminali della batteria è minore della f.e.m. quando circola una corrente nella batteria.
- La resistenza equivalente di un sistema di resistori collegati in serie è data da

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

- La resistenza equivalente di un insieme di resistori collegati in parallelo è data da

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Sommario (7)

- Circuiti elettrici complessi costituiti da più di una maglia possono essere analizzati più facilmente usando due semplici regole dette **leggi di Kirchhoff**:
 - In ogni nodo la somma delle correnti deve essere zero:
- La somma delle differenze di potenziale ai capi degli elementi appartenenti ad una maglia deve essere uguale a zero:

$$\sum_{nodo} I = 0$$

$$\sum_{maglia} \Delta V = 0$$

Sommario (8)

- Per la legge dei nodi, la corrente entrante nel nodo viene considerata positiva $+I$, mentre la corrente uscente dal nodo viene considerata negativa $-I$.
- Per la legge delle maglie, se un resistore viene percorso nel verso della corrente, la variazione di potenziale ΔV ai capi del resistore è $-IR$. Se un resistore viene percorso in verso opposto, $\Delta V = +IR$.
- Se una sorgente di f.e.m. viene attraversata nel verso della f.e.m. (da negativo a positivo), la variazione di potenziale è $+\mathcal{E}$. Se è attraversata in verso opposto (da positivo a negativo), la caduta di tensione è $-\mathcal{E}$.

Sommario (9)

- Se un condensatore viene caricato con una batteria di f.e.m. \mathcal{E} attraverso un resistore R , la carica sul condensatore e la corrente nel circuito variano nel tempo secondo le espressioni

$$q(t) = Q(1 - e^{-t/RC})$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

dove $Q = C\mathcal{E}$ è la carica massima sul condensatore. Il prodotto RC viene detto **costante di tempo** del circuito.

Sommario (10)

- Se un condensatore carico viene scaricato su un resistore R , la carica e la corrente decrescono esponenzialmente nel tempo secondo le espressioni

$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$
$$I(t) = -\frac{Q}{RC}e^{-t/RC}$$

dove Q è la carica iniziale sul condensatore.



Forze e Campi Magnetici

Il campo magnetico

- Lo spazio che circonda una carica elettrica in moto è sede anche di un **campo magnetico**. Circonda anche un qualsiasi materiale magnetico. È un campo vettoriale \vec{B} .
- La direzione ed il verso sono quelli in cui punta il polo nord dell'ago di una bussola in quel punto
- In figura sono mostrate le linee di campo magnetico

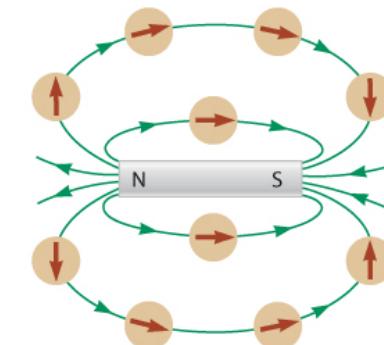
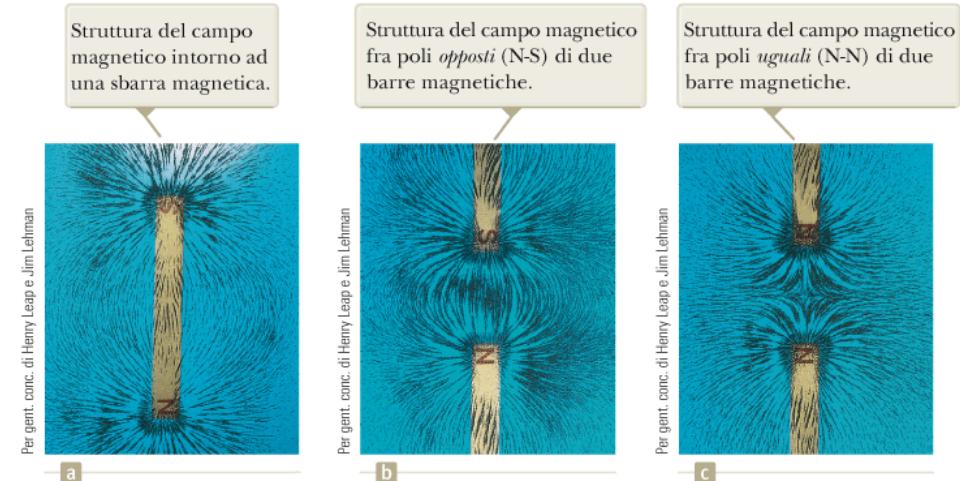


Figura 22.1 L'ago della bussola può essere usato per tracciare le linee di campo nella regione esterna al magnete.

Il campo magnetico

- Gli andamenti del campo magnetico possono essere visualizzati per mezzo di limatura di ferro posta in vicinanza di un magnete (figura a fianco).
- L'esistenza di un campo magnetico in un punto dello spazio può essere determinata misurando la forza magnetica \vec{F}_B che si esercita su una appropriata particella di prova posta in quel punto. (analogamente a quanto fatto per il campo elettrico)



R.A. Serway, J. W. Jewett
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Figura 22.2 La struttura del campo magnetico può essere rappresentata con limatura di ferro sparsa su un foglio vicino ai magneti.

Il campo magnetico

- Facendo l'esperimento con la particella di prova troviamo i seguenti risultati, in analogia con il caso del campo elettrico:
 - La forza magnetica è proporzionale alla carica q della particella
 - La forza magnetica su una carica negativa ha direzione opposta alla forza su una carica positiva che si muove nella stessa direzione e verso
 - La forza magnetica è proporzionale al modulo del vettore campo magnetico \vec{B}

Il campo magnetico

- Troviamo però anche i seguenti risultati che sono completamente diversi da quelli per gli esperimenti sulle forze elettriche:
 - La forza magnetica è proporzionale alla velocità v della particella
 - Se il vettore velocità forma un angolo θ con il campo magnetico, il modulo della forza magnetica è proporzionale a $\sin \theta$
 - Quando una particella carica si muove parallelamente al vettore campo magnetico la forza magnetica sulla carica è zero
 - Quando una particella carica si muove in una direzione non parallela al vettore campo magnetico, la forza magnetica agisce lungo una direzione perpendicolare ad entrambi i vettori \vec{v} e \vec{B} .

Il campo magnetico

- La figura 22.3 mostra i dettagli delle direzione della forza magnetica su una particella carica
- La forza magnetica si può scrivere:

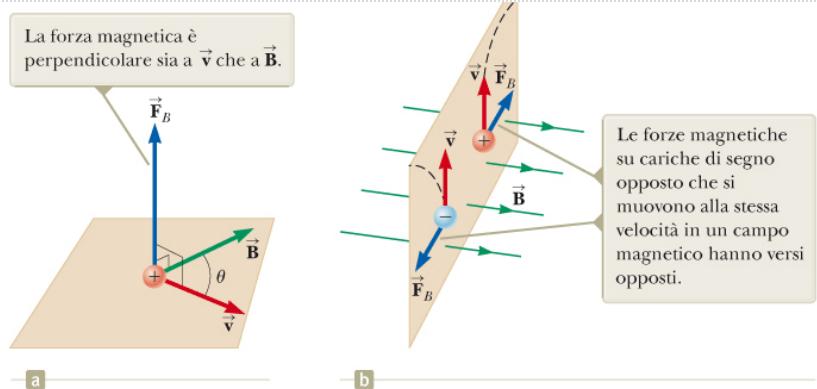
$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

L'unità SI di campo magnetico è il tesla (T) dove:

$$1\text{T} = 1\text{N} \cdot \text{s/C} \cdot \text{m}$$

- Regole della mano destra (per determinare direzione e verso del prodotto vettoriale) in figura a fianco

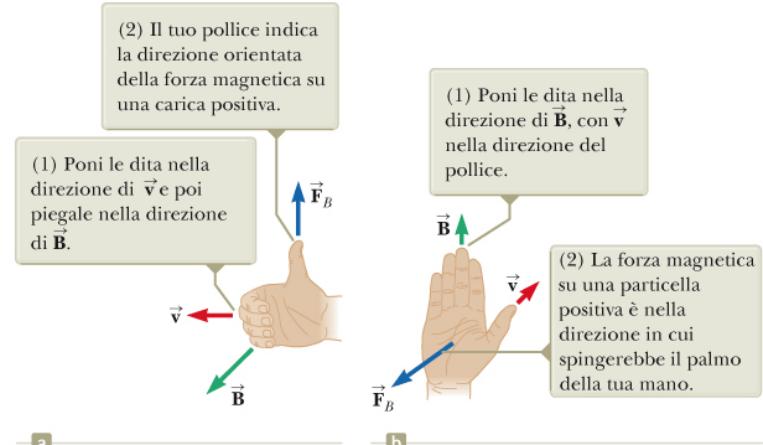
Figura 22.3 (a) La direzione della forza magnetica \vec{F}_B che agisce su una particella carica che si muove con velocità \vec{v} in presenza di un campo magnetico \vec{B} . (b) Forze magnetiche su cariche positive e negative. Le linee tratteggiate mostrano i cammini delle particelle che sono studiati nel Paragrafo 22.3.



Le forze magnetiche su cariche di segno opposto che si muovono alla stessa velocità in un campo magnetico hanno versi opposti.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Figura 22.4 Due regole della mano destra per determinare la direzione della forza magnetica $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ agente su una particella con carica positiva q che si muove con velocità \vec{v} in un campo magnetico \vec{B} . (a) Secondo questa regola, la forza magnetica è nella direzione indicata dal tuo dito pollice. (b) Secondo questa regola, la forza magnetica è nella direzione del palmo della tua mano, come se stessi spingendo la particella con la tua mano.



Il campo magnetico

- Il modulo della forza magnetica ha il valore

$$F_B = |q|vB \sin \theta$$

Dove θ è l'angolo tra \vec{v} e \vec{B} . La forza è nulla quando \vec{v} e \vec{B} sono paralleli o anti paralleli, è invece massima quando sono perpendicolari.

- Differenze importanti tra le forze elettriche e magnetiche:

- Il vettore forza elettrica è diretto lungo la direzione del campo elettrico, mentre la forza magnetica è perpendicolare al campo magnetico
- La forza elettrica agisce su una particella carica indipendentemente dalla sua velocità mentre la forza magnetica agisce su una particella carica solo quando la particella è in movimento
- La forza elettrica compie lavoro spostando una particella carica, mentre la forza magnetica associata ad un campo magnetico costante non compie lavoro quando la particella viene spostata

Il campo magnetico

- L'ultima affermazione nella slide precedente è conseguenza del fatto che la forza magnetica è sempre perpendicolare allo spostamento quindi per un piccolo spostamento $d\vec{s}$, il lavoro fatto dalla forza magnetica sulla particella è $dW = \vec{F}_B \cdot d\vec{s} = (\vec{F}_B \cdot \vec{v})dt = 0$
- Quindi l'energia cinetica di una particella non può essere alterata solo da un campo magnetico costante
- Il prodotto vettoriale richiede di pensare in tre dimensioni per i problemi di magnetismo, utilizziamo le convenzioni in figura 22.5

Le linee del campo magnetico uscenti dal foglio sono indicate da punti che rappresentano le punte delle frecce uscenti.



a

Le linee del campo magnetico entranti nel foglio sono indicate da croci che rappresentano le code delle frecce entranti.



b

Figura 22.5 Rappresentazioni delle linee del campo magnetico perpendicolari a questa pagina.

Quiz rapido

- Un elettrone si muove nel piano di questa slide verso la parte superiore. Nel piano della slide è presente anche un campo magnetico che è diretto verso destra. Quale è la direzione della forza magnetica sull'elettrone?
 - A. Verso la parte superiore della slide
 - B. Verso la parte inferiore della slide
 - C. Verso il margine sinistro della slide
 - D. Verso il margine destro della slide
 - E. Fuoriuscente dalla slide
 - F. Entrante nella slide

Quiz rapido

- Un elettrone si muove nel piano di questa slide verso la parte superiore. Nel piano della slide è presente anche un campo magnetico che è diretto verso destra. Quale è la direzione della forza magnetica sull'elettrone?
 - A. Verso la parte superiore della slide
 - B. Verso la parte inferiore della slide
 - C. Verso il margine sinistro della slide
 - D. Verso il margine destro della slide
 - E. Fuoriuscente dalla slide
 - F. Entrante nella slide

Esempio – Un elettrone in moto in un campo magnetico

- Un elettrone in un tubo catodico televisivo si muove verso la parte anteriore del tubo con una velocità $8.0 \times 10^6 \text{ m/s}$ lungo la direzione dell'asse x (figura a fianco). Il collo del tubo è circondato da un avvolgimento di filo che crea un campo magnetico di modulo 0.025 T., diretto a un angolo di 60° con l'asse x e giacente nel piano xy. Calcolare la forza magnetica e l'accelerazione dell'elettrone.

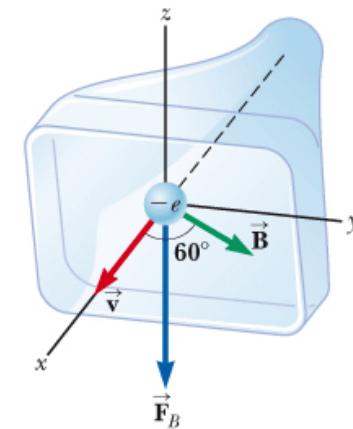


Figura 22.6 (Esempio 22.1) La forza magnetica \vec{F}_B agente sull'elettrone è diretta nel verso negativo dell'asse z quando \vec{v} e \vec{B} giacciono nel piano xy.

Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme

- Consideriamo la situazione in figura: la particella si muove di moto circolare uniforme!
- Dalla seconda legge di Newton $\sum F = F_B = ma$
- Considerando l'accelerazione centripeta (moto circolare uniforme)

$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

- Quindi otteniamo per il raggio della traiettoria circolare

$$r = \frac{mv}{qB}$$

- La velocità angolare è

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

- Il periodo del moto è

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

La forza magnetica \vec{F}_B che agisce sulla carica è sempre diretta verso il centro della circonferenza.

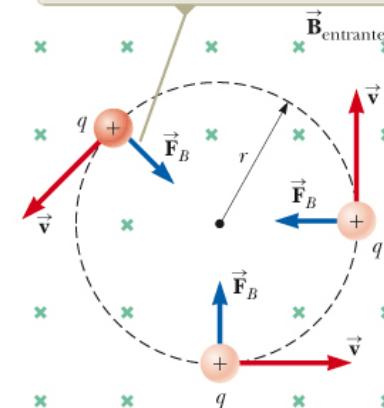


Figura 22.7 Quando la velocità di una particella carica è perpendicolare a un campo magnetico uniforme, la particella si muove lungo una circonferenza in un piano perpendicolare a \vec{B} .

Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme

- La velocità angolare ω è spesso indicata come frequenza di ciclotrone, poiché particelle cariche ruotano con questa velocità angolare in un tipo di acceleratore chiamato ciclotrone
- Se la velocità della particella forma un certo angolo con \vec{B} , la sua traiettoria è un elica, come mostrato in figura 22.8 (nel caso di prima la velocità era perpendicolare a \vec{B} cioè formava un angolo pari a 90°)

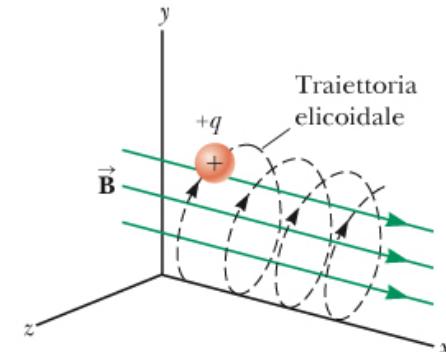


Figura 22.8 Una particella carica, che ha una componente del vettore velocità parallela ad un campo magnetico uniforme, si muove lungo una traiettoria elicoidale.

Quiz rapido

- Una particella carica si muove su una traiettoria circolare di raggio r in presenza di un campo magnetico costante perpendicolare alla velocità della particella.
- Una particella identica entra nel campo, con \vec{v} perpendicolare a \vec{B} , ma con una velocità maggiore di quella della prima particella. In confronto con il raggio della circonferenza della prima particella, il raggio della circonferenza della seconda particella risulta essere:
 - A. Minore
 - B. Maggiore
 - C. Uguale
- Il modulo del campo magnetico viene aumentato. Come risulta il raggio del nuovo cammino circolare della prima particella in questo nuovo campo magnetico in confronto al raggio del cammino iniziale della prima particella
 - A. Minore
 - B. Maggiore
 - C. Uguale

Quiz rapido

- Una particella carica si muove su una traiettoria circolare di raggio r in presenza di un campo magnetico costante perpendicolare alla velocità della particella.
- Una particella identica entra nel campo, con \vec{v} perpendicolare a \vec{B} , ma con una velocità maggiore di quella della prima particella. In confronto con il raggio della circonferenza della prima particella, il raggio della circonferenza della seconda particella risulta essere:
 - A. Minore
 - B. Maggiore
 - C. Uguale
- Il modulo del campo magnetico viene aumentato. Come risulta il raggio del nuovo cammino circolare della prima particella in questo nuovo campo magnetico in confronto al raggio del cammino iniziale della prima particella
 - A. Minore
 - B. Maggiore
 - C. Uguale

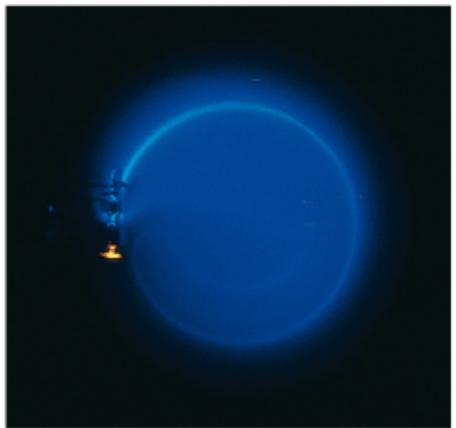
Esempio – Un protone che si muove perpendicolarmente a un campo magnetico uniforme

- Un protone si muove lungo un'orbita circolare di raggio 14 cm in un campo magnetico uniforme di 0.35 T perpendicolare alla velocità del protone. Trovare il modulo della velocità del protone.

Esempio – Curvare un fascio elettronico

- In un esperimento progettato per misurare l'intensità di un campo magnetico uniforme, gli elettroni vengono accelerati da fermi attraverso una differenza di potenziale di 350 V. Dopo aver lasciato la regione del campo elettrico, gli elettroni entrano in un campo magnetico uniforme e viaggiano lungo una traiettoria curva a causa della forza magnetica esercitata su di essi. Il raggio della traiettoria misura 7.5 cm. La figura mostra tale fascio elettronico curvato.
- Quale è il modulo del campo magnetico?
- Quale è la velocità angolare degli elettroni?

Figura 22.10
(Esempio 22.3)
La curvatura
di un elettrone
in un campo
magnetico.



Henry Leap e Jim Lehman

Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico

- Una carica che si muove con velocità \vec{v} in presenza sia di un campo elettrico \vec{E} che di un campo magnetico \vec{B} subisce una forza, detta **forza di Lorentz**, data da:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Consideriamo delle applicazioni che coinvolgono particelle che subiscono la forza di Lorentz

Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico – Selettore di velocità

- In numerosi esperimenti in cui si utilizzano particelle cariche è importante selezionare particelle che si muovano tutte praticamente con la stessa velocità. Ciò può essere ottenuto applicando una combinazione di campo elettrico e campo magnetico come mostrato in figura
- Quando i moduli dei due campi sono scelti in modo tale che forza elettrica e magnetica siano uguali in modulo, cioè $qE = qvB$, si trova che $v = E/B$.
- Solo le particelle che soddisfano questa condizione non vengono deflesse e passano il selettore di velocità

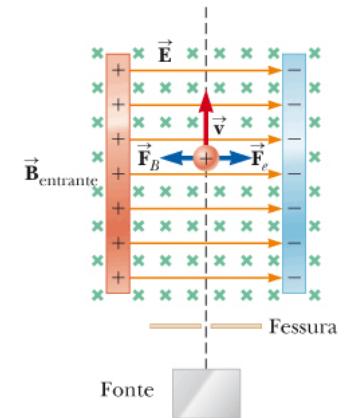


Figura 22.11 Un selettore di velocità. Quando una particella carica positivamente si muove con velocità \vec{v} in presenza di un campo magnetico entrante nella pagina e di un campo elettrico rivolto verso destra, subisce una forza elettrica $q\vec{E}$ verso destra e una forza magnetica $q\vec{v} \times \vec{B}$ verso sinistra.

Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico – Spettrometro di massa

- Uno spettrometro di massa separa gli ioni di un fascio secondo il loro rapporto massa/carica
- In una versione chiamata spettrometro di massa di Bainbridge un fascio di ioni passa attraverso un selettore di velocità e poi attraverso una regione con solo un campo magnetico uniforme \vec{B}_0 , come mostrato in figura
- Dall'equazione $r = mv/qB$ possiamo esprimere il rapporto massa/carica della particella come

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0}{v}$$

Usando poi l'equazione $v = E/B$ del selettore di velocità troviamo che

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0B}{E}$$

Quindi si può determinare il rapporto massa/carica misurando il raggio di curvatura (si veda la figura a fianco) e le intensità note dei campi elettrici e magnetici applicati

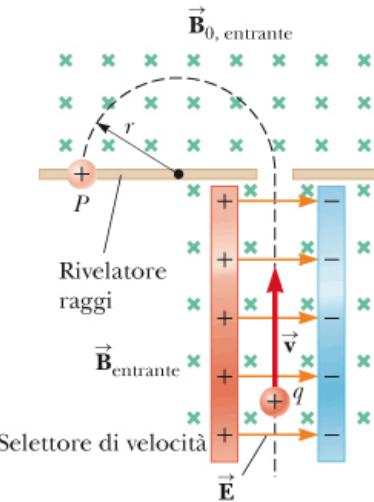
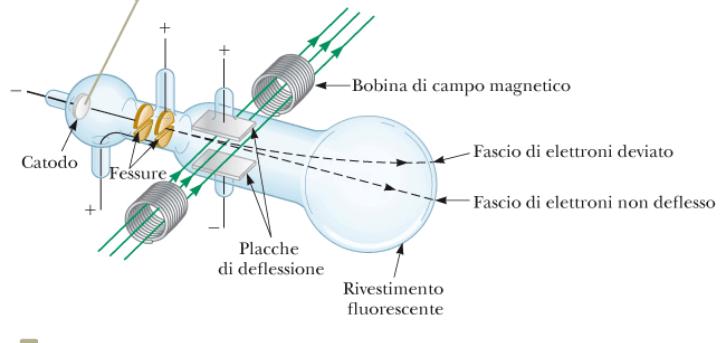


Figura 22.12 Uno spettrometro di massa. Particelle cariche positivamente vengono prima spedite attraverso un selettore di velocità e poi in una regione dove il campo magnetico \vec{B}_0 fa sì che le particelle si muovano lungo una traiettoria semicircolare e urtino un rivelatore in P .

Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico – Spettrometro di massa

- Una variante di questa tecnica fu utilizzata da J.J. Thomson nel 1897 per misurare il rapporto carica/massa degli elettroni
- I risultati di questo esperimento hanno portato alla scoperta dell'elettrone come particella fondamentale della natura

Gli elettroni sono accelerati dal catodo, passano attraverso due fessure e sono deflessi sia da un campo elettrico (generato dalle piastre di deflessione caricate) che da un campo magnetico (diretto perpendicolarmente al campo elettrico). Il fascio di elettroni infine colpisce uno schermo fluorescente.



Per gent. conc. di Alcatel-Lucent USA Inc.

Figura 22.13 (a) Apparato di Thompson per la misura di e/m_e . (b) J.J. Thompson (a sinistra) nel laboratorio di Cavendish all'Università di Cambridge. L'uomo a destra, Frank Baldwin Jewett, è un lontano parente di J.W. Jewett Jr., coautore di questo libro.

Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico – Il ciclotrone

- Un ciclotrone può accelerare particelle cariche a velocità altissime
- Possiamo ottenere l'energia cinetica dello ione quando esce dal ciclotrone, considerando $v = qBR/m$
- $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$

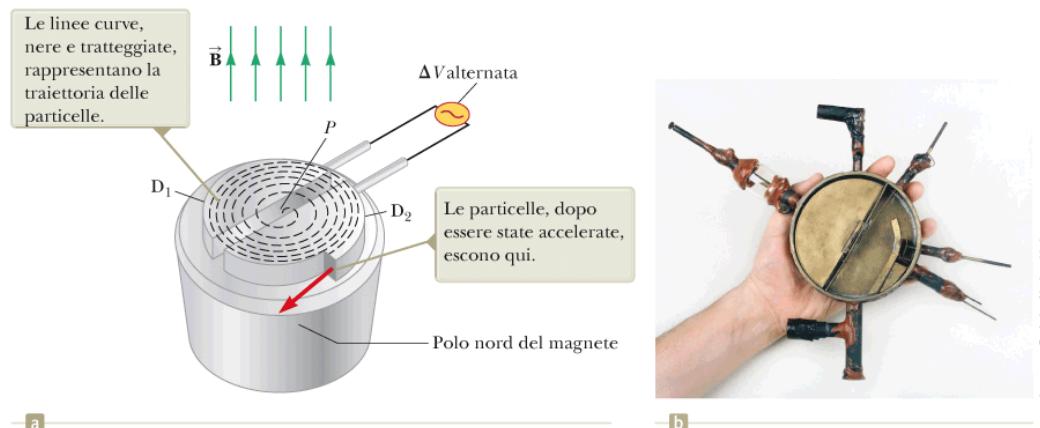


Figura 22.14 (a) Un ciclotrone consiste di una sorgente di ioni in P , due "D", D_1 e D_2 attraverso le quali viene applicata una differenza di potenziale, e di un campo magnetico. (b) Il primo ciclotrone, inventato da E.O. Lawrence e M.S. Livingston nel 1934.

Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente

- La forza magnetica risultante sul filo è dovuta alla somma delle singole forze sulle particelle cariche, si veda figura 22.15

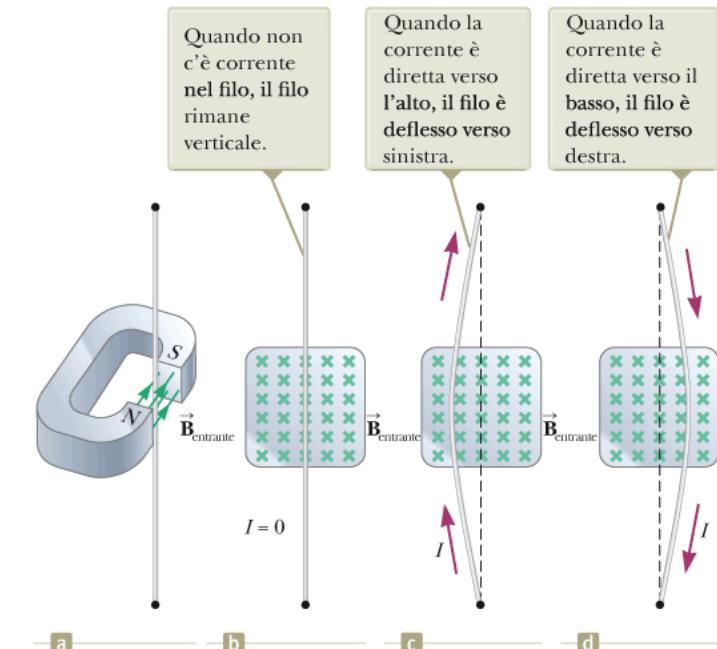


Figura 22.15 (a) Un filo sospeso verticalmente fra i poli di un magnete. Da (b) a (d) Il sistema mostrato in (a) come è visto guardando il polo sud del magnete cosicché il campo magnetico (croci verdi) è entrante nella pagina.

Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente

- Consideriamo un tratto rettilineo di filo di lunghezza L e di sezione A , in cui circoli una corrente I in un campo magnetico esterno uniforme \vec{B} . (figura a fianco)
- La forza magnetica che agisce su una carica q che si muove con una velocità di deriva \vec{v}_d è data da $q\vec{v}_d \times \vec{B}$. Il numero di cariche in un tratto di lunghezza L è nAL , dove A è la sezione del filo e n è il numero di cariche per unità di volume.
- La forza magnetica totale agente sul filo è

$$\vec{F}_B = (q\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$

Considerando che come abbiamo visto in precedenza la corrente nel filo può essere scritta come $I = nqv_d A$

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Dove \vec{L} è un vettore nella direzione e verso della corrente I , il modulo del vettore è uguale alla lunghezza L del filo.

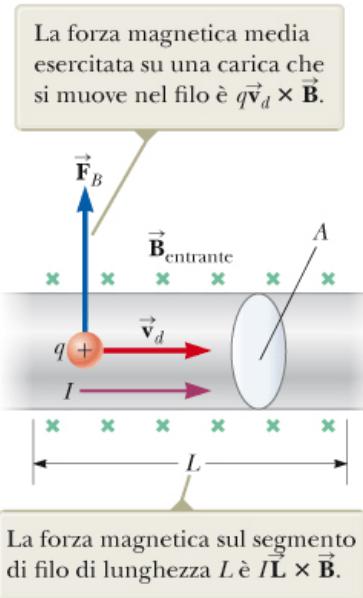


Figura 22.16 Un segmento di un filo percorso da corrente in un campo magnetico \vec{B} .

Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente

- Consideriamo ora un filo di forma arbitraria e di sezione uniforme immerso in un campo magnetico esterno come nella figura a fianco. La forza su un elemento infinitesimo di filo di lunghezza ds è

$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

Possiamo considerare questa equazione come una definizione alternativa di \vec{B} .

Per ottenere la forza magnetica totale agente sul filo, integro:

$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

La forza magnetica su un qualunque segmento $d\vec{s}$ è $I d\vec{s} \times \vec{B}$ ed è uscente dalla pagina

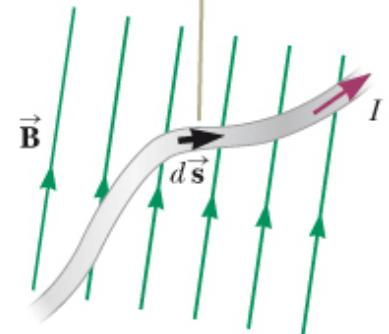


Figura 22.17 Un segmento di un filo di forma arbitraria percorso dalla corrente I in un campo magnetico \vec{B} è sottoposto ad una forza magnetica.

Quiz rapido

- Un filo percorso da corrente è posto nel piano del foglio (slide) verso la parte superiore della pagina (slide). Sul filo si esercita una forza magnetica diretta verso l'estremità destra della pagina (slide). Quale è la direzione del campo magnetico che causa la forza?
 - A. Nel piano della pagina (slide), verso l'estremità sinistra
 - B. Nel piano della pagina (slide), verso il bordo inferiore
 - C. Fuoriuscente dalla pagina (slide)
 - D. Entrante nella pagina (slide)

Quiz rapido

- Un filo percorso da corrente è posto nel piano del foglio (slide) verso la parte superiore della pagina (slide). Sul filo si esercita una forza magnetica diretta verso l'estremità destra della pagina (slide). Quale è la direzione del campo magnetico che causa la forza?
 - A. Nel piano della pagina (slide), verso l'estremità sinistra
 - B. Nel piano della pagina (slide), verso il bordo inferiore
 - C. Fuoriuscente dalla pagina (slide)
 - D. Entrante nella pagina (slide)

Esempio – Forza agente su un conduttore semicircolare

- Un filo della forma di una semicirconferenza di raggio R forma un circuito chiuso ed è attraversato da una corrente I . Il filo giace nel piano xy e un campo magnetico uniforme è diretto lungo l'asse y positivo come in figura. Trovare il modulo, la direzione e il verso della forza magnetica che agisce sulla parte rettilinea del filo e di quella che agisce sulla parte curva.

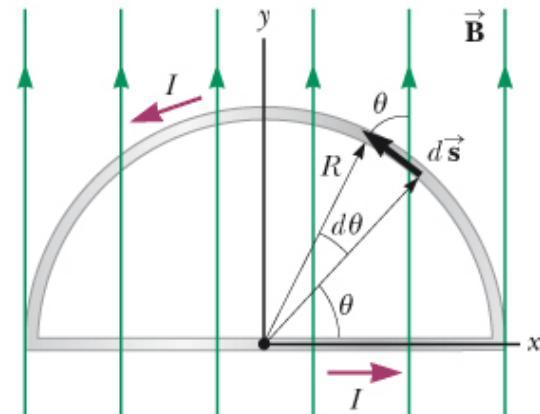


Figura 22.18 (Esempio 22.4) La forza magnetica sulla parte rettilinea della spira è uscente dalla pagina e il campo magnetico sulla parte curva è entrante nella pagina.

Momento delle forze agenti su una spira in un campo magnetico uniforme

- Consideriamo una spira rettangolare percorsa da una corrente I , immersa in un campo magnetico uniforme che giace sul piano della spira (figura 22.19(a))
- Le forze magnetiche agenti sui lati 1 e 3 sono nulle
- Il modulo delle forze agenti sui lati 2 e 4 è $F_2 = F_4 = IaB$. Possiamo vedere che la forza risultante sulla spira è nulla. Tuttavia le due forze \vec{F}_2 e \vec{F}_4 producono un momento che fa ruotare la spira stessa in senso orario (figura 22.19b).

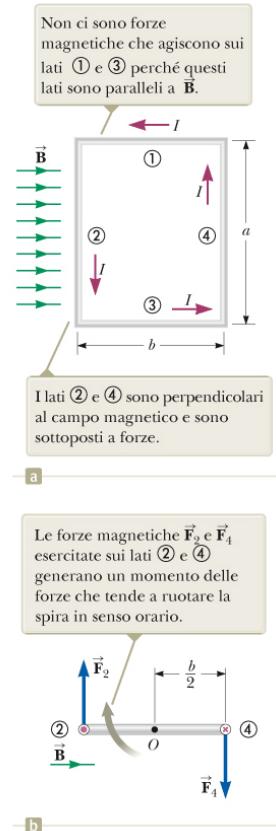


Figura 22.19 (a) Vista dall'alto di una spira rettangolare percorsa da corrente in un campo magnetico uniforme. (b) Vista di lato della spira guardando dal lato ③. Il punto rosso nel cerchio a sinistra rappresenta la corrente nel filo ② che esce dalla pagina; la freccia rossa nel cerchio a destra rappresenta la corrente nel filo ④ entrante nella pagina.

Momento delle forze agenti su una spira in un campo magnetico uniforme

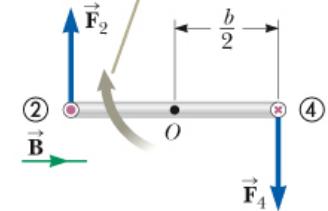
- Il modulo del momento delle forze lungo l'asse perpendicolare alla pagina (slide) e passante per il punto O (figura a fianco) è

$$\tau_{max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IabB) \frac{b}{2} + (IabB) \frac{b}{2} = IabB$$

- Dove $\frac{b}{2}$ è il braccio del momento di ciascuna forza lungo l'asse considerato. Poiché la superficie della spira è $A = ab$

$$\tau_{max} = IAB$$

Le forze magnetiche \vec{F}_2 e \vec{F}_4 esercitate sui lati ② e ④ generano un momento delle forze che tende a ruotare la spira in senso orario.

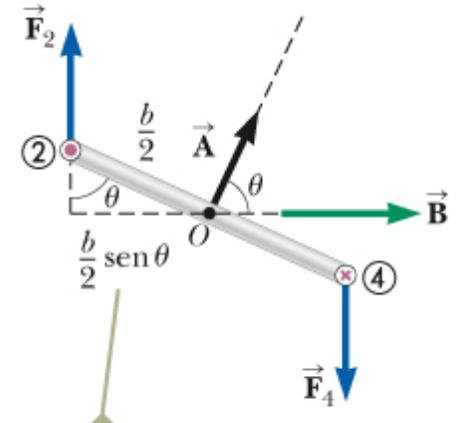


b

Figura 22.19 (a) Vista dall'alto di una spira rettangolare percorsa da corrente in un campo magnetico uniforme. (b) Vista di lato della spira guardando dal lato ③. Il punto rosso nel cerchio a sinistra rappresenta la corrente nel filo ② che esce dalla pagina; la freccia rossa nel cerchio a destra rappresenta la corrente nel filo ④ entrante nella pagina.

Momento delle forze agenti su una spira in un campo magnetico uniforme

- Supponiamo ora che la spira sia ruotata in modo tale che il campo magnetico formi un angolo θ rispetto ad una retta perpendicolare al piano della spira (figura a fianco).
- Le forze agenti sui lati 1 e 3 si annullano reciprocamente
- Le forze che agiscono sui lati 2 e 4 (\vec{F}_2 e \vec{F}_4) producono entrambe un momento lungo l'asse passante per il centro della spira.
- Dalla figura a fianco si vede che il braccio delle due forze F_2 e F_4 è lo stesso ed è uguale a $(\frac{b}{2}) \sin \theta$



Quando la normale alla spira forma un angolo θ con il campo magnetico, il braccio del momento delle forze è $(b/2) \sin \theta$.

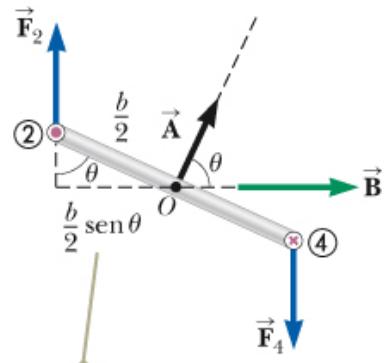
Figura 22.20 Vista finale della spira di Figura 22.19 con la normale alla spira che forma un angolo θ con il campo magnetico.

Momento delle forze agenti su una spira in un campo magnetico uniforme

- Il modulo del momento risultante della coppia è

$$\begin{aligned}\tau &= F_2 \frac{b}{2} \sin \theta + F_4 \frac{b}{2} \sin \theta \\ &= (IaB) \left(\frac{b}{2} \sin \theta \right) + (IaB) \left(\frac{b}{2} \sin \theta \right) = Iab \sin \theta \\ &= IAB \sin \theta\end{aligned}$$

- Quindi il momento è massimo quando il campo è parallelo ($\theta = 90^\circ$) alla spira ed è zero quando è perpendicolare ($\theta = 0^\circ$). Come mostrato in figura la spira tende a ruotare verso valori di θ sempre più piccoli



Quando la normale alla spira forma un angolo θ con il campo magnetico, il braccio del momento delle forze è $(b/2) \sin \theta$.

Figura 22.20 Vista finale della spira di Figura 22.19 con la normale alla spira che forma un angolo θ con il campo magnetico.

Momento delle forze agente su una spira in un campo magnetico uniforme

- Una conveniente espressione vettoriale del momento delle forze è

$$\vec{\tau} = I \vec{A} \times \vec{B}$$

Dove \vec{A} , un vettore perpendicolare al piano della spira, ha modulo pari all'area A della spira stessa. Il suo verso si determina come mostrato in figura.

- Il prodotto $I \vec{A}$ è definito **momento di dipolo magnetico** $\vec{\mu}$ della spira:

$$\vec{\mu} = I \vec{A}$$

Nel sistema SI l'unità di misura del momento di dipolo magnetico è *ampere · metro²* ($A \cdot m^2$)

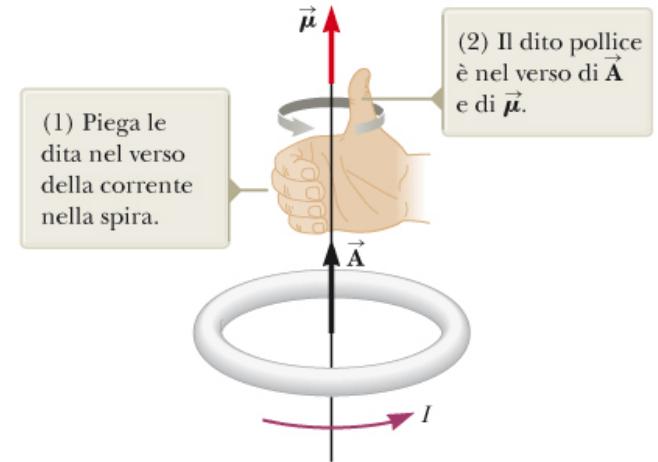


Figura 22.21 Regola della mano destra per determinare la direzione orientata del vettore \vec{A} . Il momento magnetico $\vec{\mu}$ ha la stessa direzione orientata di \vec{A} .

Momento delle forze agente su una spira in un campo magnetico uniforme

- Da questa definizione, il momento delle forze si può scrivere

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- Questa espressione è indipendente dalla forma della spira

- Se una bobina è costituita da N spire

$$\vec{\mu} = NIA$$

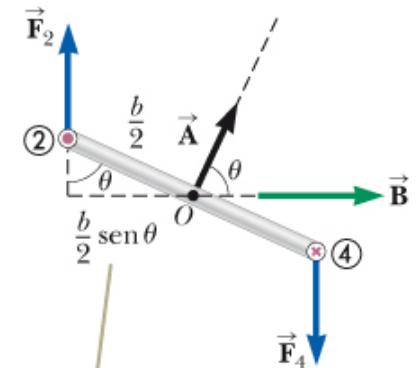
- Un comune motore elettrico è costituito da un avvolgimento di filo sistemato in modo tale che possa ruotare all'interno di un campo di un magnete permanente

Momento delle forze agente su una spira in un campo magnetico uniforme

- Se la spira in figura viene lasciata libera da ferma, il vettore momento magnetico comincerà a ruotare per allinearsi con il campo magnetico \vec{B} .
- L'energia potenziale di un sistema composto da un dipolo magnetico in un campo magnetico è data da

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Il sistema ha energia minima quando $\vec{\mu}$ ha lo stesso verso di \vec{B} , ha energia massima quando $\vec{\mu}$ ha la stessa direzione di \vec{B} ma verso opposto.



Quando la normale alla spira forma un angolo θ con il campo magnetico, il braccio del momento delle forze è $(b/2) \sin \theta$.

Figura 22.20 Vista finale della spira di Figura 22.19 con la normale alla spira che forma un angolo θ con il campo magnetico.

Esempio – Il momento di dipolo magnetico di una bobina

- Una bobina rettangolare di dimensioni $5.40\text{ cm} \times 8.50\text{ cm}$ consiste in 25 spire di filo conduttore. La bobina è percorsa da una corrente di 15.0 mA. Un campo magnetico di 0.350 T viene applicato parallelamente al piano della bobina.
- Calcolare il modulo del momento di dipolo magnetico della bobina
- Qual è il modulo del momento delle forze che agisce sulla bobina?

Legge di Biot-Savart

- Studiamo ora la sorgente di un campo magnetico. Una corrente elettrica in un filo genera un campo magnetico
- I risultati sperimentali mostrano che il campo magnetico $d\vec{B}$ nel punto P prodotto da un elemento di corrente di lunghezza infinitesima ds del filo (si veda la figura a fianco) ha le seguenti proprietà:
 - Il vettore $d\vec{B}$ è perpendicolare sia a $d\vec{s}$ che al versore \hat{r} diretto dall'elemento al punto P
 - il modulo di $d\vec{B}$ è inversamente proporzionale a r^2 , dove r è la distanza tra l'elemento e P
 - Il modulo di $d\vec{B}$ è proporzionale alla corrente I e alla lunghezza ds dell'elemento
 - Il modulo di $d\vec{B}$ è proporzionale a $\sin \theta$ dove θ è l'angolo tra i vettori $d\vec{s}$ e \hat{r}

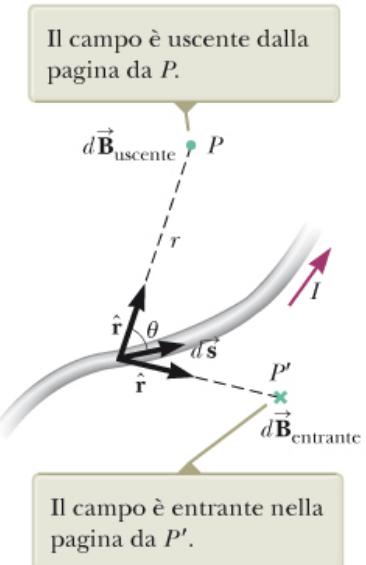


Figura 22.22 Il campo magnetico $d\vec{B}$ in un punto P prodotto dalla corrente I attraverso l'elemento di lunghezza ds è dato dalla legge di Biot-Savart.

Legge di Biot-Savart

- La legge di Biot-Savart descrive questi risultati è può essere espressa in forma compatta come

$$d\vec{B} = k_m \frac{Id\vec{s} \times \hat{\vec{r}}}{r^2}$$

Dove k_m è una costante che, nel sistema SI, vale esattamente $10^{-7} T \cdot m/A$. k_m viene comunemente scritta come $\mu_0/4\pi$ dove μ_0 è un'altra costante chiamata permeabilità magnetica del vuoto

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = k_m = 10^{-7} T \cdot m/A$$
$$\mu_0 = 4\pi k_m = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m/A$$

Legge di Biot-Savart

- La legge di Biot-Savart può essere quindi scritta nella forma

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Indichiamo il prodotto $Id\vec{s}$ come un elemento di corrente. Per calcolare in un punto il campo magnetico totale \vec{B} si deve calcolare l'integrale per l'intero conduttore.

- La figura a fianco fornisce una regola (mano destra) per determinare direzione e verso di un campo magnetico dovuto ad una corrente
- L'intensità del campo magnetico generato da un lungo filo rettilineo a distanza r dal filo è

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

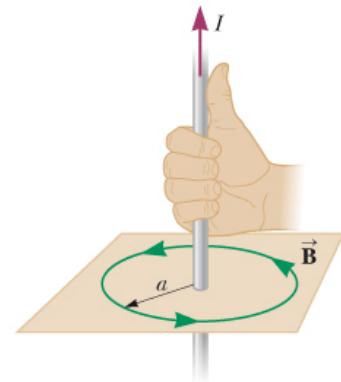


Figura 22.23 La regola della mano destra per determinare il verso del campo magnetico generato da un lungo filo rettilineo percorso da corrente. Si noti che le linee del campo magnetico formano circonferenze intorno al filo. Il modulo del campo magnetico ad una distanza r dal filo è dato dall'Equazione 22.21.

Quiz rapido

- Considera il campo magnetico dovuto alla corrente che attraversa il filo in figura. Ordina i punti A, B, C, in funzione del modulo del campo magnetico dovuto alla corrente che percorre il filo, attraverso l'elemento $d\vec{s}$ mostrato, dal valore più grande al più piccolo.

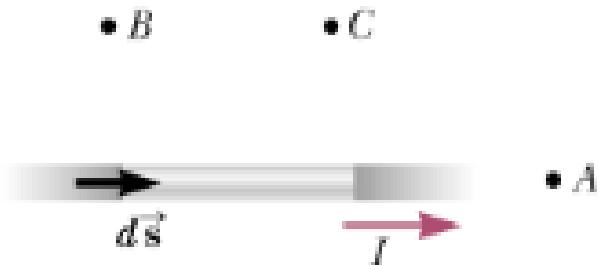


FIGURA 22.24 (Quiz Rapido 22.4) Dove si trova il campo magnetico più intenso?

Quiz rapido

- Considera il campo magnetico dovuto alla corrente che attraversa il filo in figura. Ordina i punti A, B, C, in funzione del modulo del campo magnetico dovuto alla corrente che percorre il filo, attraverso l'elemento $d\vec{s}$ mostrato, dal valore più grande al più piccolo.

Risposte

$B > C > A$

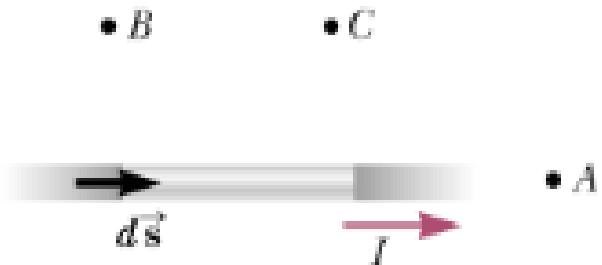


FIGURA 22.24 (Quiz Rapido 22.4) Dove si trova il campo magnetico più intenso?

Esempio – Campo magnetico sull'asse di una spira circolare

- Si consideri una spira di forma circolare di raggio a , posta nel piano yz e percorsa da una corrente stazionaria I , come in figura 22.25. Calcolare il campo magnetico in un punto P posto sull'asse della spira ad una distanza x dal centro della spira.

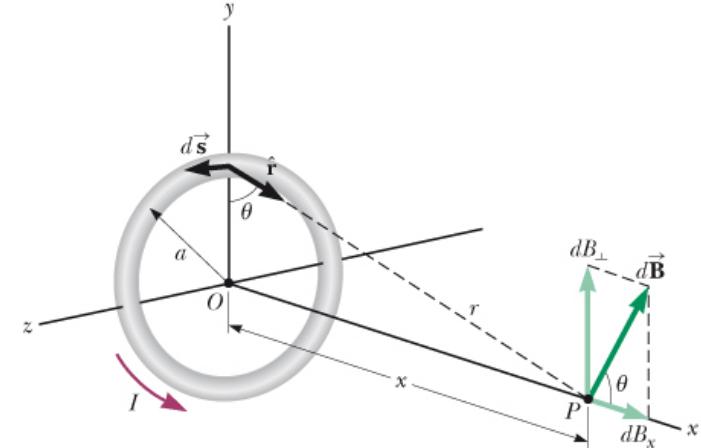


Figura 22.25 (Esempio 22.6) La geometria per il calcolo del campo magnetico nel punto P sull'asse di una spira percorsa da corrente. Per simmetria, il campo totale \vec{B} è diretto lungo quest'asse.

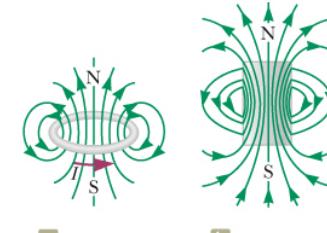


Figura 22.26 (Esempio 22.6) (a) Le linee del campo magnetico intorno ad una spira percorsa da corrente. (b) Le linee del campo magnetico intorno ad una barretta magnetica. Si noti la somiglianza fra questa struttura delle linee del campo e quella di una spira.

continua

Forza magnetica fra due conduttori paralleli

- Si considerino due fili rettilinei infinitamente lunghi ad una distanza « a » e percorsi da correnti I_1 e I_2 , come nella figura a fianco.
- Il filo 2 percorso dalla corrente I_2 produce un campo magnetico \vec{B}_2 nei punti in cui si trova il filo 1, \vec{B}_2 è perpendicolare al filo come mostrato in figura 22.27
- La forza magnetica che agisce su un tratto di lunghezza l del filo 1 è $\vec{F}_1 = I_1 \vec{l} \times \vec{B}_2$ (equazione ricavata in precedenza)
- Il modulo di \vec{F}_1 è $F_1 = I_1 l B_2$ (\vec{l} e \vec{B}_2 sono perpendicolari)

Il campo \vec{B}_2 generato dalla corrente nel filo 2 esercita una forza magnetica di modulo $F_1 = I_1 l B_2$ sul filo 1.

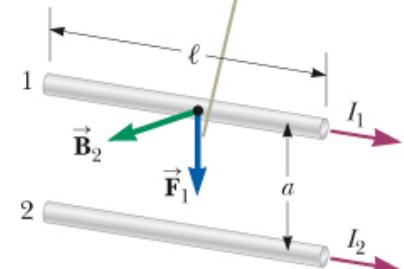


Figura 22.27 Due fili paralleli, ognuno dei quali è percorso da una corrente stazionaria, esercitano una forza uno sull'altro. La forza è attrattiva se le correnti hanno lo stesso verso (come è mostrato) e repulsiva se hanno versi contrari.

Forza magnetica fra due conduttori paralleli

- Poiché il campo dovuto al filo 2 è dato dall'equazione $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ scritta in precedenza

$$F_1 = I_1 l B_2 = I_1 l \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} l$$

In termini di forza per unità di lunghezza

$$\frac{F_1}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

Il verso di \vec{F}_1 è rivolto verso il basso poiché $\vec{l} \times \vec{B}_2$ è rivolto verso il basso

- La forza \vec{F}_2 è uguale in modulo e direzione ma opposta in verso rispetto a \vec{F}_1

Il campo \vec{B}_2 generato dalla corrente nel filo 2 esercita una forza magnetica di modulo $F_1 = I_1 l B_2$ sul filo 1.

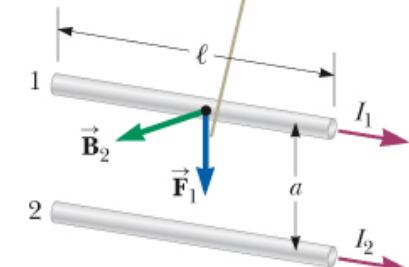


Figura 22.27 Due fili paralleli, ognuno dei quali è percorso da una corrente stazionaria, esercitano una forza uno sull'altro. La forza è attrattiva se le correnti hanno lo stesso verso (come è mostrato) e repulsiva se hanno versi contrari.

Forza magnetica fra due conduttori paralleli

- Quindi la forza magnetica per unità di lunghezza esercitata da ciascun filo percorso da corrente sull'altro è

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

- Si ha quindi che due conduttori paralleli in cui scorrono correnti nello stesso verso si attraggono mentre conduttori paralleli in cui scorrono correnti in verso opposto si respingono
- La forza magnetica tra due fili conduttori paralleli percorsi da corrente è usata per definire l'ampere:
- **Se due lunghi fili paralleli distanti 1 m sono percorsi dalla stessa corrente e la forza per unità di lunghezza su ciascun filo è di $2 \times \frac{10^{-7} N}{m}$, allora la corrente è, per definizione, 1 A**

Forza magnetica fra due conduttori paralleli

- L'unità di carica nel sistema SI, il coulomb, può essere definita usando l'ampere: se in un conduttore scorre una corrente di 1 A la quantità di carica che attraversa una qualsiasi sezione del conduttore in 1 s è 1 C.
- QUIZ RAPIDO
- Una molla a spirale di piccola costante elastica e senza corrente è appesa al soffitto. Quando viene azionato un interruttore in modo da mandare corrente nella molla, la spirale
 - A. Si comprime
 - B. Si espande
 - C. Non si muove

Forza magnetica fra due conduttori paralleli

- L'unità di carica nel sistema SI, il coulomb, può essere definita usando l'ampere: se in un conduttore scorre una corrente di 1 A la quantità di carica che attraversa una qualsiasi sezione del conduttore in 1 s è 1 C.
- QUIZ RAPIDO
- Una molla a spirale di piccola costante elastica e senza corrente è appesa al soffitto. Quando viene azionato un interruttore in modo da mandare corrente nella molla, la spirale
 - A. Si comprime
 - B. Si espande
 - C. Non si muove

Esempio – Sospensione di un filo

- Due fili infinitamente lunghi e paralleli, giacciono al suolo ad una mutua distanza $a=1.00\text{ cm}$, come mostrato nella figura a fianco. Un terzo filo di lunghezza $L=10.0\text{ m}$ e massa 400 g , è percorso da una corrente $I_1 = 100\text{ A}$ ed è sospeso sopra i primi due fili, in una posizione orizzontale a mezza strada tra di loro. I fili infinitamente lunghi sono percorsi da correnti uguali I_2 nella stessa direzione ma in verso opposto a quella che percorre il filo sospeso. Che corrente deve percorrere i fili infinitamente lunghi perché i tre fili formino un triangolo equilatero?

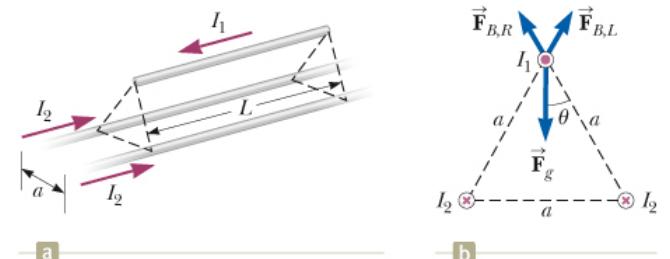
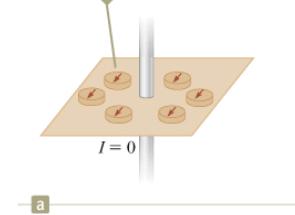


Figura 22.28 (Esempio 22.7) (a) Due fili percorsi da corrente giacciono al suolo e tengono sospeso in aria un terzo filo per mezzo di forze magnetiche. (b) Nella situazione descritta nell'esempio i tre fili formano un triangolo equilatero. Le due forze magnetiche sul filo sospeso sono $\vec{F}_{B,L}$, la forza prodotta dal filo a sinistra al suolo, e $\vec{F}_{B,R}$, la forza prodotta dal filo a destra al suolo. È riportata anche la forza gravitazionale che agisce sul filo sospeso.

Teorema di Ampère

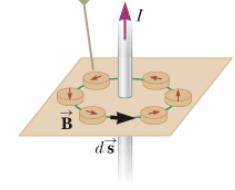
- Un semplice esperimento mostra che un conduttore percorso da corrente produce un campo magnetico (figura 22.29)
- Le linee di campo di \vec{B} sono circonferenze concentriche
- Introduciamo una relazione analoga al teorema di Gauss fra una corrente ed il campo magnetico prodotto da essa

Quando non c'è corrente, tutti gli aghi magnetici hanno la stessa direzione (diretti verso il polo nord della Terra).



a

Quando il filo è percorso da una corrente intensa, gli aghi magnetici deviano in una direzione tangente alla circonferenza, che è la direzione del campo magnetico prodotto dalla corrente.



b



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



© Richard Magna, Fundamental Photographs

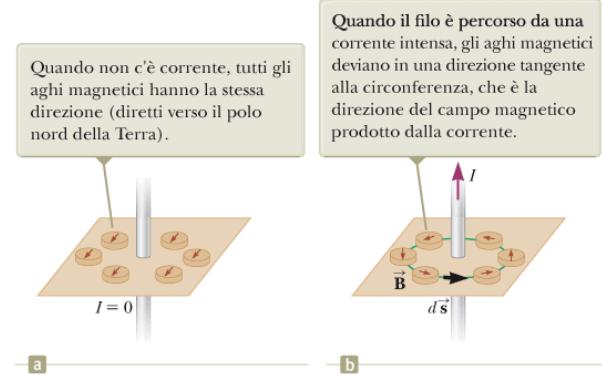
Figura 22.29 (a) e (b) Gli aghi magnetici mostrano gli effetti della corrente che percorre un filo vicino. (c) Linee di campo magnetico circolari che circondano un conduttore percorso da corrente. Le linee sono mostrate con limatura di ferro.

Teorema di Ampère

- Consideriamo il prodotto scalare $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ per un piccolo elemento di lunghezza $d\vec{s}$ del percorso circolare centrato sul filo e mostrato in figura 22.29b. I due vettori sono sempre paralleli lungo il percorso quindi $\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$. Inoltre \vec{B} è costante in modulo su questa circonferenza e il modulo è dato da $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, posso quindi calcolare l'integrale di linea

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) = \mu_0 I$$

Dove $\oint ds = 2\pi r$ è la lunghezza della circonferenza



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



Figura 22.29 (a) e (b) Gli aghi magnetici mostrano gli effetti della corrente che percorre un filo vicino. (c) Linee di campo magnetico circolari che circondano un conduttore percorso da corrente. Le linee sono mostrate con limatura di ferro.

Teorema di Ampère

- Questo risultato può essere esteso al caso generale in cui una corrente stazionaria passa attraverso l'area circondata da un qualsiasi percorso chiuso, questo risultato è detto teorema di Ampère:
- L'integrale di linea di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ lungo un qualsiasi percorso chiuso è uguale a $\mu_0 I$, dove I è la corrente stazionaria totale che attraversa una qualunque superficie delimitata dal percorso chiuso d'integrazione:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

Teorema di Ampère

- Per applicare l'equazione $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ al calcolo di un campo magnetico dobbiamo determinare un cammino di integrazione tale che ogni sua porzione soddisfi una o più delle seguenti condizioni:
 1. Si può prevedere, tramite considerazioni di simmetria, che il modulo del campo magnetico è costante sulla porzione del cammino
 2. Il prodotto scalare $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ si può esprimere come semplice prodotto algebrico $B ds$ poiché i due vettori sono paralleli
 3. Il prodotto scalare $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ è zero poiché i due vettori sono perpendicolari
 4. Si può dedurre che il campo magnetico è nullo in tutti i punti della porzione del cammino

Quiz rapido

- Ordinare i valori di $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ per i percorsi chiusi da «a» a «d» nelle figure 22.30 e 22.31 dal più grande al più piccolo.

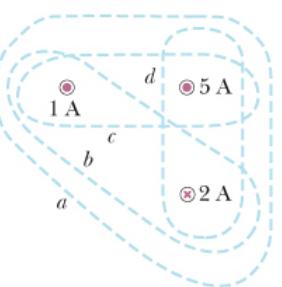


Figura 22.30 (Quiz Rapido 22.6) Quattro cammini chiusi intorno a tre fili percorsi da corrente.

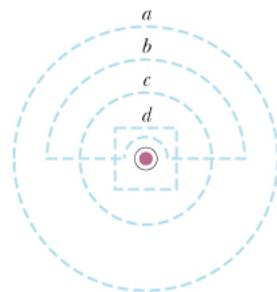


Figura 22.31 (Quiz Rapido 22.7) Quattro cammini chiusi vicini a un filo percorso da corrente.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Ordinare i valori di $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ per i percorsi chiusi da «a» a «d» nelle figure 22.30 e 22.31 dal più grande al più piccolo.

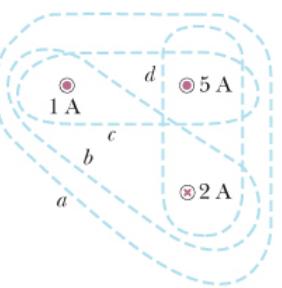


Figura 22.30 (Quiz Rapido 22.6) Quattro cammini chiusi intorno a tre fili percorsi da corrente.

Risposte
 $c > a > d > b$

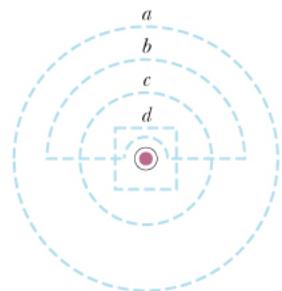


Figura 22.31 (Quiz Rapido 22.7) Quattro cammini chiusi vicini a un filo percorso da corrente.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

$a=c=d>b$

Esempio – Il campo magnetico prodotto da un lungo filo rettilineo percorso da corrente

- Un lungo filo rettilineo di raggio R è percorso da una corrente I , distribuita uniformemente su tutta la sezione del filo (figura 22.32). Calcolare il campo magnetico a una distanza r dall'asse del filo per $r \geq R$ e $r < R$.

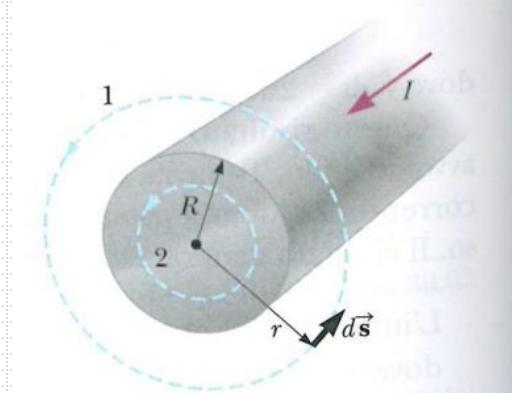


Figura 22.32 (Esempio 22.8) Un lungo filo rettilineo di raggio R è percorso da una corrente continua I uniformemente distribuita attraverso la sezione del filo. Il campo magnetico in qualunque punto può essere calcolato dal teorema di Ampère usando un percorso circolare di raggio r concentratico con il filo.

continua

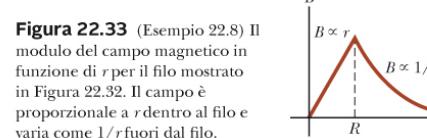


Figura 22.33 (Esempio 22.8) Il modulo del campo magnetico in funzione di r per il filo mostrato in Figura 22.32. Il campo è proporzionale a r dentro al filo e varia come $1/r$ fuori dal filo.

Esempio – Il campo magnetico prodotto da una bobina toroidale

- Un dispositivo chiamato toroide (figura a fianco) è spesso usato per produrre un campo magnetico quasi uniforme in una certa area chiusa. Il dispositivo è costituito da un filo conduttore avvolto attorno ad un anello (un toro) fatto di materiale isolante. Per una bobina avente N spire fittamente addossate l'una all'altra, calcolare il campo magnetico nella regione occupata dal toro ad una distanza r dal centro.

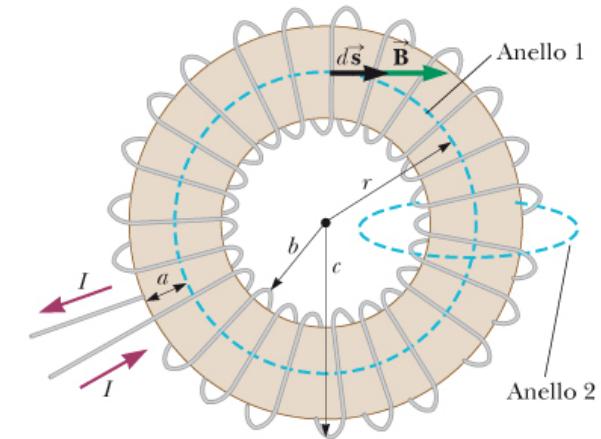
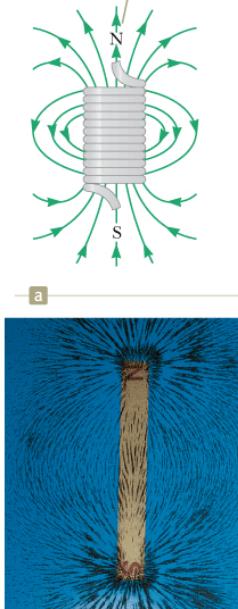


Figura 22.34 (Esempio 22.9) Una bobina toroidale è costituita da molte spire di filo. Se le spire sono molto fitte, il campo magnetico all'interno della bobina è tangente alla circonferenza tratteggiata (cammino 1) e varia come $1/r$. La dimensione a è il raggio della sezione del toro. Il campo fuori dal toro è molto piccolo e può essere descritto usando il circuito di Ampère (cammino 2) sul lato destro, perpendicolare alla pagina.

Il campo magnetico di un solenoide

- Un solenoide è costituito da un lungo filo avvolto a forma di elica
- Se gli avvolgimenti sono molto fitti è possibile generare un campo magnetico sufficientemente uniforme al suo interno
- Le linee di campo hanno l'andamento mostrato in figura 22.35(a)
- La distribuzione del campo all'esterno del solenoide è simile a quella prodotta da una sbarretta magnetica (figura 22.35b)
- Per un solenoide ideale il campo all'esterno è trascurabile e il campo interno è uniforme

Le linee del campo magnetico ricordano quelle di una sbarretta magnetica. Si può dunque affermare che anche un solenoide ha un polo nord e un polo sud.



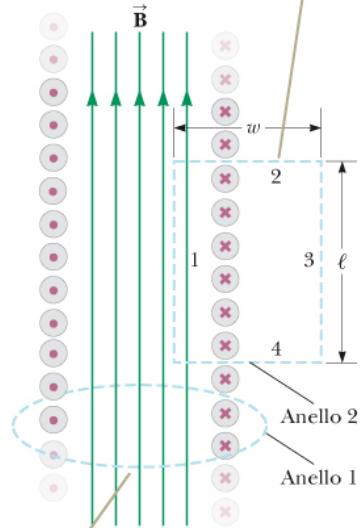
Henry Leopold e Jim Lehman

Figura 22.35 (a) Le linee del campo magnetico per un solenoide di lunghezza finita, con avvolgimenti fitti, percorso da una corrente stazionaria. Il campo nello spazio interno è intenso e quasi uniforme. (b) La struttura del campo magnetico di una sbarretta magnetica, mostrata con limatura di ferro su un foglio di carta.

Il campo magnetico di un solenoide

- Se consideriamo il circuito di Ampère (circuito 1) perpendicolare alla pagina (slide) in figura 22.36 esso racchiude una piccola corrente generata dalle cariche in movimento nelle spire lungo la lunghezza del solenoide. Esiste quindi un campo magnetico diverso da zero all'esterno del solenoide. Questo campo può essere eliminato aggiungendo un secondo strato di spire esterne al primo strato (avvolto al contrario).

Il teorema di Ampère applicato al cammino tratteggiato rettangolare può essere usato per calcolare il modulo del campo interno.



Il teorema di Ampère, applicato al cammino circolare il cui piano è perpendicolare alla pagina, può essere usato per dimostrare che c'è un debole campo fuori dal solenoide.

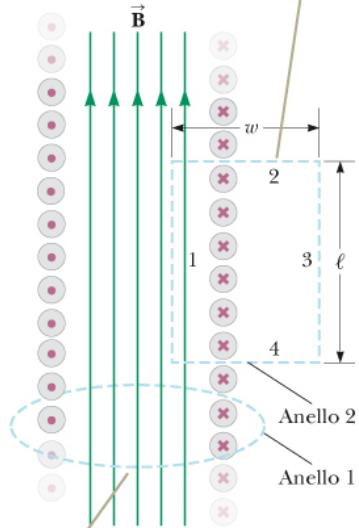
Figura 22.36 Vista in sezione di un solenoide ideale, dove il campo magnetico interno è uniforme e il campo esterno è quasi zero.

Il campo magnetico di un solenoide

- Il campo \vec{B} all'interno del solenoide ideale è uniforme e parallelo all'asse. Consideriamo un cammino rettangolare (anello 2 in figura) di lunghezza l e larghezza w . Calcolando l'integrale di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ lungo il cammino vediamo che l'unico contributo diverso da zero è dato dal lato 1. Quindi:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{lato 1}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \int_{\text{lato 1}} ds = Bl$$

Il teorema di Ampère applicato al cammino tratteggiato rettangolare può essere usato per calcolare il modulo del campo interno.



Il teorema di Ampère, applicato al cammino circolare il cui piano è perpendicolare alla pagina, può essere usato per dimostrare che c'è un debole campo fuori dal solenoide.

Figura 22.36 Vista in sezione di un solenoide ideale, dove il campo magnetico interno è uniforme e il campo esterno è quasi zero.

Il campo magnetico di un solenoide

- Se N è il numero di spire nel tratto di lunghezza l , allora la corrente totale attraverso il rettangolo è NI . Applicando il teorema di Ampère a questo percorso si ha quindi

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bl = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 nI$$

Dove $n = N/l$ è il numero di spire per unità di lunghezza.

Quiz rapido

- Considera un solenoide di lunghezza grande rispetto al raggio. Tra le seguenti opzioni, quale è il modo più efficace per incrementare il campo magnetico nel solenoide?
 - A. Raddoppiare la lunghezza, mantenendo costante il numero di spire per unità di lunghezza
 - B. Dimezzare il raggio mantenendo costante il numero di spire per unità di lunghezza
 - C. Ricoprire l'intero solenoide con uno strato addizionale di spire percorse da corrente

Quiz rapido

- Considera un solenoide di lunghezza grande rispetto al raggio. Tra le seguenti opzioni, quale è il modo più efficace per incrementare il campo magnetico nel solenoide?
- A. Raddoppiare la lunghezza, mantenendo costante il numero di spire per unità di lunghezza
 - B. Dimezzare il raggio mantenendo costante il numero di spire per unità di lunghezza
 - C. Ricoprire l'intero solenoide con uno strato addizionale di spire percorse da corrente

Sommario (1)

- La forza magnetica che agisce su una carica q che si muove con una velocità \vec{v} in un campo magnetico esterno \vec{B} è

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Questa forza ha direzione perpendicolare sia alla velocità della particella che al campo magnetico e si ottiene con la regola della mano destra. Il modulo della forza magnetica è dato da

$$F_B = |q|vB \sin \theta$$

dove θ è l'angolo tra \vec{v} e \vec{B} .

Sommario (2)

- Una particella di massa m e carica q che si muove con velocità \vec{v} perpendicolarmente a un campo magnetico uniforme \vec{B} segue una traiettoria circolare di raggio

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Sommario (3)

- Se un conduttore rettilineo di lunghezza L è percorso da una corrente I , la forza magnetica che agisce sul conduttore quando viene posto in un campo magnetico esterno \vec{B} è data da:

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

dove \vec{L} è nella direzione della corrente e $|\vec{L}| = L$ è la lunghezza del conduttore.

Se un filo di lunghezza arbitraria, percorso da una corrente I , viene posto in un campo magnetico esterno, la forza magnetica che agisce su un elemento infinitesimo $d\vec{s}$ è data da:

$$d\vec{F}_B = Id\vec{s} \times \vec{B}$$

Per determinare la forza magnetica totale agente sul filo, si deve integrare questa equazione sull'intero filo.

Sommario (4)

- Il **momento di dipolo magnetico** $\vec{\mu}$ di una spira percorsa dalla corrente I è:

$$\vec{\mu} = I \vec{A}$$

dove \vec{A} è perpendicolare al piano della spira e $|\vec{A}|$ è uguale all'area della spira. Nel sistema SI l'unità di misura di $\vec{\mu}$ è $A \cdot m^2$.

- Il momento delle forze $\vec{\tau}$ che si esercita su una spira percorsa da corrente quando viene posta in un campo magnetico esterno uniforme \vec{B} è dato da:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

L'energia potenziale del sistema composto da un dipolo magnetico in un campo magnetico è

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Sommario (5)

- La **legge di Biot-Savart** dice che il campo magnetico $d\vec{B}$ in un punto P, prodotto da un elemento di circuito $d\vec{s}$ percorso da una corrente stazionaria I è dato da:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

dove $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ è la permeabilità magnetica del vuoto ed r è la distanza tra l'elemento di corrente e il punto P. Per trovare il campo risultante nel punto P, è necessario integrare questa espressione vettoriale su tutta l'intera distribuzione.

Sommario (6)

- Il modulo del campo magnetico ad una distanza r da un lungo filo rettilineo, percorso da una corrente I , è dato da

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- Le linee di campo sono circonferenze concentriche con il filo.
- La forza magnetica per unità di lunghezza tra due fili paralleli (almeno uno dei quali è molto lungo), posti a una distanza a , e percorsi da correnti I_1 e I_2 è

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

- La forza è attrattiva quando le correnti scorrono nello stesso verso e repulsiva se le correnti scorrono in verso opposto.

Sommario (7)

- Il **teorema di Ampère** dice che l'integrale di linea di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ esteso ad un percorso chiuso è uguale a $\mu_0 I$, dove I è la corrente continua totale concatenata con il percorso chiuso:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

Usando il teorema di Ampère si trova che il campo magnetico all'interno di una bobina toroidale e quello di un solenoide sono dati da

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad (\text{toroide})$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 N I \quad (\text{solenoide})$$

dove N è il numero totale di spire dell'avvolgimento, ed n il numero di spire per unità di lunghezza.

Legge di Faraday e Induttanza

Legge di Faraday dell'induzione

- Immaginiamo che un conduttore metallico rettilineo si trovi in un campo magnetico uniforme diretto verso l'interno della pagina, come nella figura a fianco
- Supponiamo che il filo si muova con velocità \vec{v} verso destra
- Siccome una forza magnetica agisce sugli elettroni del filo, si produce una corrente

Una corrente viene indotta nel conduttore a causa della forza magnetica sulle particelle cariche nel conduttore.

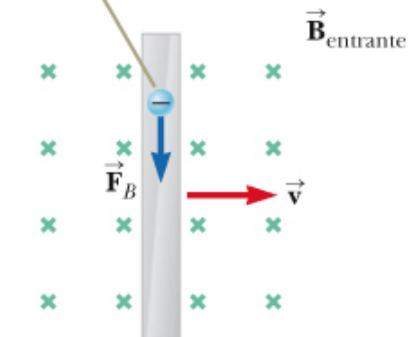


Figura 23.1 Un conduttore elettrico rettilineo si muove con velocità \vec{v} attraverso un campo magnetico uniforme \vec{B} diretto perpendicolarmente a \vec{v} .

Legge di Faraday dell'induzione

- Consideriamo una spira di filo conduttore collegata ad un amperometro (strumento che misura la corrente), come in figura
- Una corrente elettrica circola nella spira ogni volta che vi è un moto relativo del magnete rispetto alla spira
- Chiameremo quest'ultima **corrente indotta** ed essa è generata da una f.e.m. **indotta**

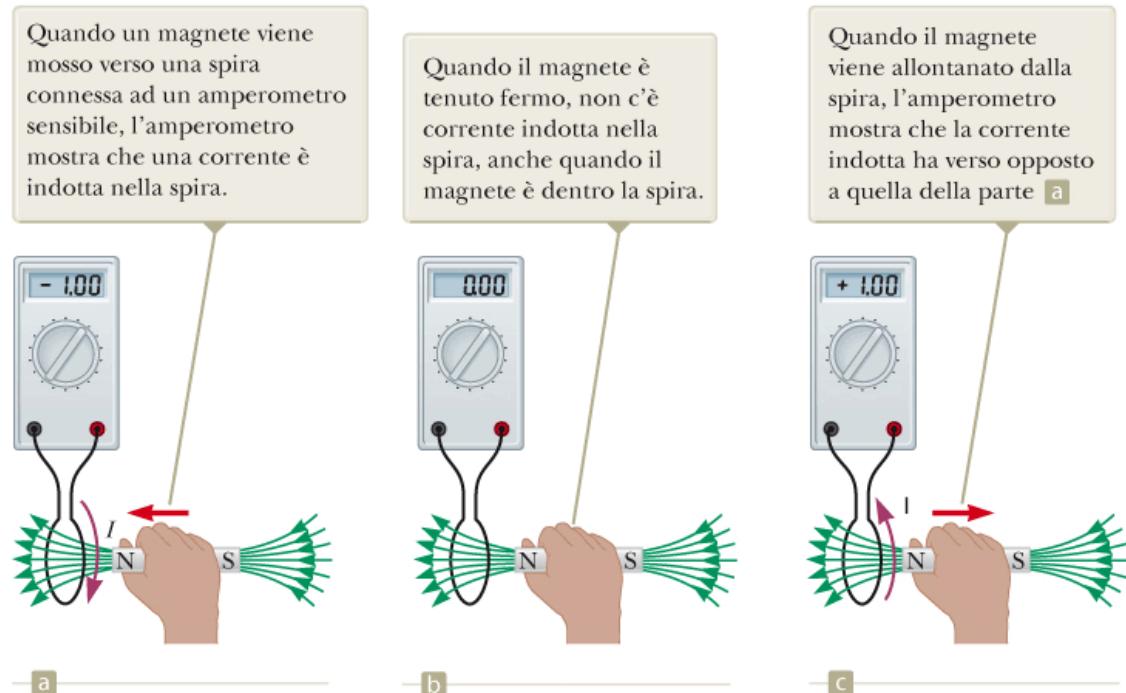


Figura 23.2 Un semplice esperimento che dimostra che una corrente viene indotta in una spira quando un magnete viene avvicinato o allontanato dalla spira.

Legge di Faraday dell'induzione

- Lo scopo di questo apparato (esperimento di Faraday) è di rivelare la corrente che potrebbe essere generata nel circuito secondario (seconda spira) da una variazione del campo magnetico prodotta dal circuito primario (prima spira)
- Quando l'interruttore nel primo circuito viene chiuso, l'amperometro nel secondo circuito registra una corrente diversa da zero per un breve periodo
- Poi, quando l'interruttore viene aperto viene rivelata una corrente nel verso opposto sempre per un breve periodo e poi torna a zero
- Se una corrente continua scorre nel circuito primario, l'amperometro segna una corrente nulla
- Faraday concluse che una corrente elettrica può essere generata da un campo magnetico variabile nel tempo

La f.e.m. indotta nel circuito secondario è prodotta dal campo magnetico variabile attraverso la bobina secondaria.

Quando l'interruttore nel circuito primario viene chiuso, la lettura dell'amperometro nel circuito secondario varia momentaneamente.

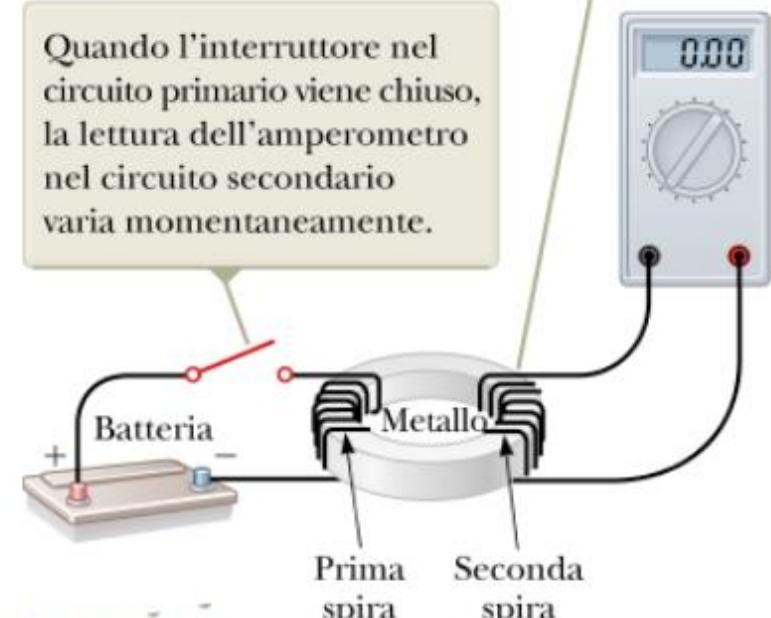


FIGURA 23.3 Esperimento di Faraday.

Legge di Faraday dell'induzione

- Per rendere quantitative queste informazioni è necessario definire una grandezza chiamata **flusso magnetico**
- Analogamente al flusso del campo elettrico è proporzionale al numero di linee di campo magnetico che attraversano la superficie
- In riferimento alla figura a fianco, il flusso magnetico attraverso un elemento infinitesimo di superficie è $\vec{B} \cdot d\vec{A}$
- Quindi il flusso magnetico totale attraverso la superficie è

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- L'unità di misura SI del flusso magnetico è il tesla per metro quadro, che viene chiamato weber (Wb):

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

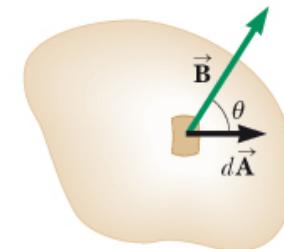


Figura 23.4 Il flusso magnetico attraverso un elemento di area $d\vec{A}$ è dato da $\vec{B} \cdot d\vec{A} = B dA \cos \theta$. Si noti che il vettore $d\vec{A}$ è perpendicolare alla superficie.

Legge di Faraday dell'induzione

- La legge di Faraday dell'induzione afferma:

La f.e.m. indotta in un circuito è uguale alla rapidità con cui varia il flusso magnetico attraverso il circuito

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

- Se il circuito è una bobina di N spire tutte concentriche e di ugual superficie, la f.e.m. indotta è

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Legge di Faraday dell'induzione

- Si supponga che una spira di area A si trovi in un campo magnetico uniforme \vec{B} come in figura. Il flusso magnetico attraverso la spira è

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$= \int B dA \cos \theta = B \cos \theta \int dA = BA \cos \theta$$

- Quindi la f.e.m. indotta è

$$\varepsilon = - \frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$

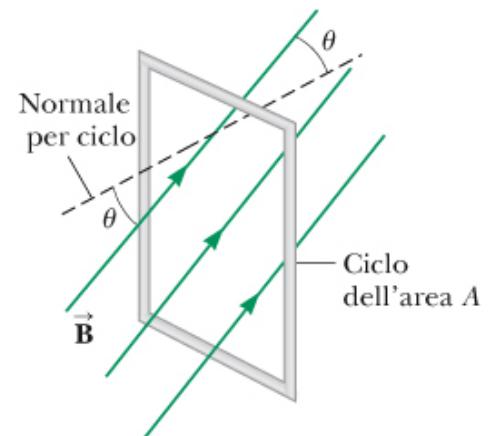


Figura 23.5 Una spira conduttrice di area A in presenza di un campo magnetico uniforme \vec{B} . L'angolo fra \vec{B} e la normale alla spira è θ .

Legge di Faraday dell'induzione

- $\varepsilon = -\frac{d}{dt}(BA \cos \theta)$
- Da questa espressione si vede che una f.e.m. può essere indotta in un circuito cambiando il flusso in diversi modi
 1. Quando varia nel tempo il modulo di \vec{B}
 2. Quando varia nel tempo la superficie A del circuito
 3. Quando varia nel tempo l'angolo θ fra \vec{B} e la normale alla superficie del circuito
 4. Quando si verifica una qualsiasi combinazione dei casi precedenti

Legge di Faraday dell'induzione

- Una applicazione delle leggi di Faraday è il funzionamento della chitarra elettrica



© Cengage Learning/Charles D. Winters

Figura 23.6 (a) In una chitarra elettrica, una corda magnetizzata che vibra induce una f.e.m. nella bobina di pickup. (b) I pickup (i cerchi sotto le corde metalliche) di questa chitarra elettrica rivelano le vibrazioni delle corde e mandano questa informazione, attraverso un amplificatore, alle casse acustiche (un interruttore sulla chitarra permette al musicista di selezionare i pickup da usare).

Quiz rapido

- Una spira circolare di filo conduttore è posta in un campo magnetico uniforme, con il piano della spira perpendicolare alle linee di campo. Quale delle seguenti azioni **NON** induce una corrente nella spira?
 - A. Comprimere la spira
 - B. Ruotare la spira lungo un asse perpendicolare alla linea di campo
 - C. Tenere fissa l'orientazione della spira e muoverla lungo le linee di campo
 - D. Spostare la spira fuori dal campo

Quiz rapido

- Una spira circolare di filo conduttore è posta in un campo magnetico uniforme, con il piano della spira perpendicolare alle linee di campo. Quale delle seguenti azioni **NON** induce una corrente nella spira?
 - A. Comprimere la spira
 - B. Ruotare la spira lungo un asse perpendicolare alla linea di campo
 - C. Tenere fissa l'orientazione della spira e muoverla lungo le linee di campo
 - D. Spostare la spira fuori dal campo

Quiz rapido

- La figura a fianco è un grafico che rappresenta l'andamento temporale del modulo di un campo magnetico che attraversa la superficie delimitata da una spira ed è perpendicolare al piano della spira. Il modulo del campo magnetico in ogni istante è uniforme su tutta l'area della spira. Ordina i valori della f.e.m. generata nella spira nei cinque istanti indicati, dal più grande al più piccolo

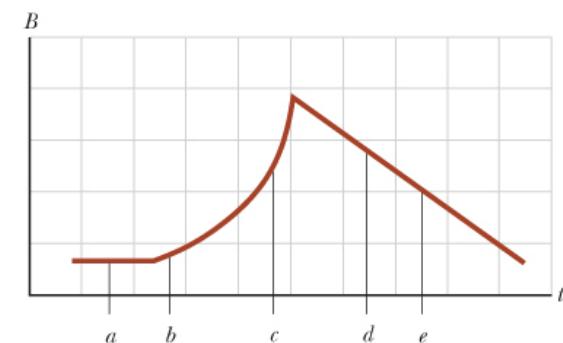


Figura 23.7 (Quiz Rapido 23.2)
Andamento nel tempo di un campo magnetico attraverso una spira.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- La figura a fianco è un grafico che rappresenta l'andamento temporale del modulo di un campo magnetico che attraversa la superficie delimitata da una spira ed è perpendicolare al piano della spira. Il modulo del campo magnetico in ogni istante è uniforme su tutta l'area della spira. Ordina i valori della f.e.m. generata nella spira nei cinque istanti indicati, dal più grande al più piccolo

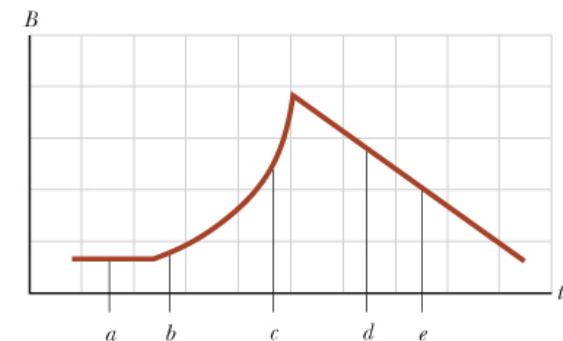


Figura 23.7 (Quiz Rapido 23.2)
Andamento nel tempo di un campo magnetico attraverso una spira.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Risposte
 $c, d = e, b, a$

Esempio – Induzione di una f.e.m. in una bobina

- Una bobina è formata da 200 spire di filo conduttore. Ogni spira ha la forma di un quadrato di alto $d = 18 \text{ cm}$ e un campo magnetico uniforme diretto perpendicolarmente al piano della bobina viene acceso. Se il modulo del campo varia linearmente da 0 a 0.50 T in 0.80 s , quanto vale la f.e.m. nella bobina mentre il campo sta cambiando?

Esempio – Un campo magnetico che decade esponenzialmente

- Una spira di area A è posta in una regione in cui il campo magnetico è perpendicolare al piano della spira. Il modulo di \vec{B} varia nel tempo secondo l'espressione

$B = B_{max} e^{-at}$, dove a è una costante. Cioè, all'istante $t = 0$, il campo è B_{max} e per $t > 0$, il campo decresce esponenzialmente nel tempo come mostrato nella figura a fianco. Calcolare la f.e.m. indotta nella spira in funzione del tempo.

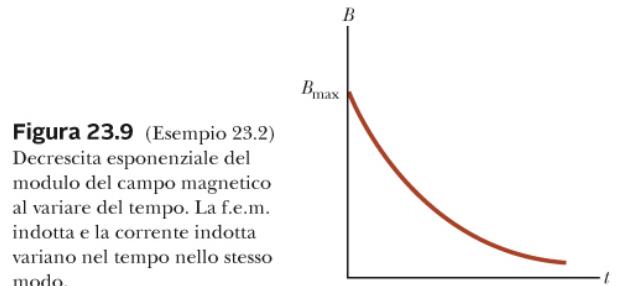


Figura 23.9 (Esempio 23.2)
Decrescita esponenziale del
modulo del campo magnetico
al variare del tempo. La f.e.m.
indotta e la corrente indotta
variano nel tempo nello stesso
modo.

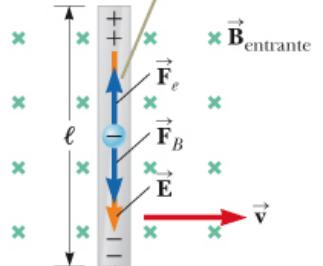


R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forza elettromotrice dinamica

- Una forza elettromotrice (f.e.m.) dinamica è una forza elettromotrice indotta in un conduttore che si muove in un campo magnetico
- Consideriamo un conduttore di lunghezza ℓ che si muove a velocità costante in un campo magnetico uniforme come indicato nella figura a fianco
- Se consideriamo che il conduttore si muove perpendicolare al campo, sugli elettroni al suo interno agirà un forza di modulo $|\vec{F}_B| = |q\vec{v} \times \vec{B}| = qvB$
- In conseguenza dello spostamento di queste cariche si stabilisce un campo elettrico E nel conduttore
- Le cariche alle due estremità del conduttore continueranno a crescere fino a che la forza magnetica qvB non verrà controbilanciata da quella elettrica qE

Nello stato stazionario, le forze elettriche e magnetiche su un elettrone nel conduttore si fanno equilibrio.



A causa della forza magnetica sugli elettroni, nelle estremità del conduttore si accumulano cariche di segno opposto. Questo fatto determina un campo elettrico nel conduttore.

Figura 23.10 Un conduttore elettrico rettilineo di lunghezza ℓ si muove con velocità \vec{v} attraverso un campo magnetico uniforme \vec{B} diretto perpendicolarmente a \vec{v} .

Forza elettromotrice dinamica

- In questa situazione la forza risultante su un elettrone sarà

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_E - \vec{F}_B = 0 \rightarrow qE = qvB \rightarrow E = vB$$

- Poiché il campo elettrico nel conduttore è uniforme esso è legato alla tensione presente ai capi del conduttore da

$$\Delta V = El = Blv$$

Se si inverte la direzione del moto del conduttore anche la polarità di ΔV si inverte.

Forza elettromotrice dinamica

- Consideriamo ora questo conduttore in movimento come parte di un circuito chiuso, si veda la figura a fianco
- Le cariche nella sbarretta sono soggette ad una forza magnetica e nel circuito si instaura una corrente
- Essendo l'area del circuito ad ogni istante pari a lx il flusso magnetico concatenato con il circuito sarà $\Phi_B = Blx$
- Usando la legge di Faraday, la forza elettromotrice indotta è:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dx}(Blx) = -Bl \frac{dx}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -Blv$$

Ed essendo R la resistenza del circuito, l'intensità della corrente indotta è:

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

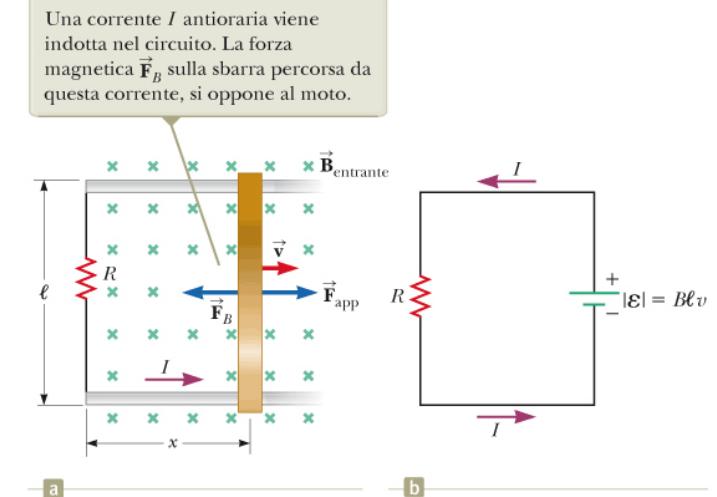


Figura 23.11 (a) Una sbarretta conduttrice si muove con velocità \vec{v} lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata \vec{F}_{app} . (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forza elettromotrice dinamica

- Quando un conduttore di lunghezza « l » si muove attraverso il campo magnetico uniforme \vec{B} , subisce una forza magnetica \vec{F}_B di intensità IlB . Il verso di questa forza è opposto a quello della sbarretta, cioè verso sinistra nella figura 23.11(a). Il contrario sarebbe in contrasto con il principio di conservazione dell'energia.
- La potenza fornita dalla forza applicata è:

$$P = F_{app}v = (IlB)v = \frac{B^2l^2v^2}{R} = \left(\frac{Blv}{R}\right)^2 R = I^2R$$

Questa potenza è uguale a quella fornita al resistore, come atteso.

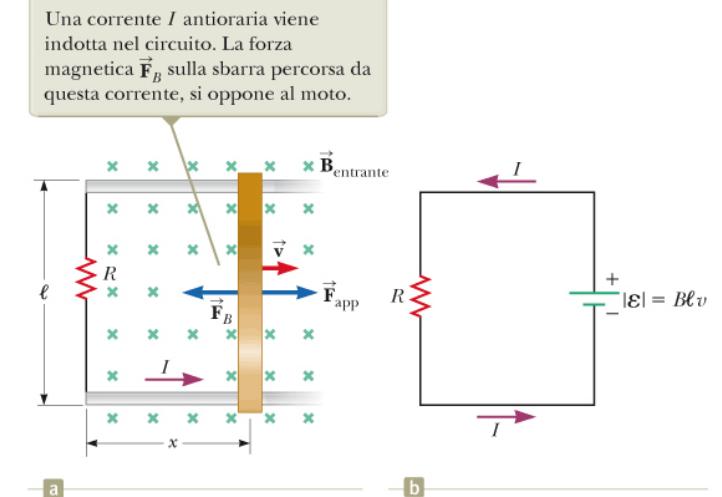


Figura 23.11 (a) Una sbarretta conduttrice si muove con velocità \vec{v} lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata \vec{F}_{app} . (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).

Quiz rapido

- Si vuole mettere in movimento a velocità costante una spira rettangolare portandola all'interno di una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme in modo da indurre una f.e.m. nella spira. Il piano della spira deve rimanere perpendicolare alle linee di campo magnetico. In quale orientazione si deve mantenere la spira mentre la si muove nella regione di campo magnetico così da generare la massima f.e.m.?
 - A. Con la dimensione più lunga della spira parallela al vettore velocità
 - B. Con la dimensione più corta della spira parallela al vettore velocità
 - C. In entrambi i modi perché la f.e.m. è la stessa indipendentemente dall'orientazione

Quiz rapido

- Si vuole mettere in movimento a velocità costante una spira rettangolare portandola all'interno di una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme in modo da indurre una f.e.m. nella spira. Il piano della spira deve rimanere perpendicolare alle linee di campo magnetico. In quale orientazione si deve mantenere la spira mentre la si muove nella regione di campo magnetico così da generare la massima f.e.m.?
 - A. Con la dimensione più lunga della spira parallela al vettore velocità
 - B. Con la dimensione più corta della spira parallela al vettore velocità
 - C. In entrambi i modi perché la f.e.m. è la stessa indipendentemente dall'orientazione

Quiz rapido

- Nella figura a fianco una data forza applicata di modulo F_{app} è responsabile di un moto di velocità costante v e potenza in ingresso P . Supponiamo che la forza sia aumentata cosicché la velocità costante della sbarretta venga aumentata al valore doppio $2*v$. In queste condizioni, quanto vale la nuova forza e la nuova potenza in ingresso?

- $2F$ e $2P$
- $4F$ e $2P$
- $2F$ e $4P$
- $4F$ e $4P$

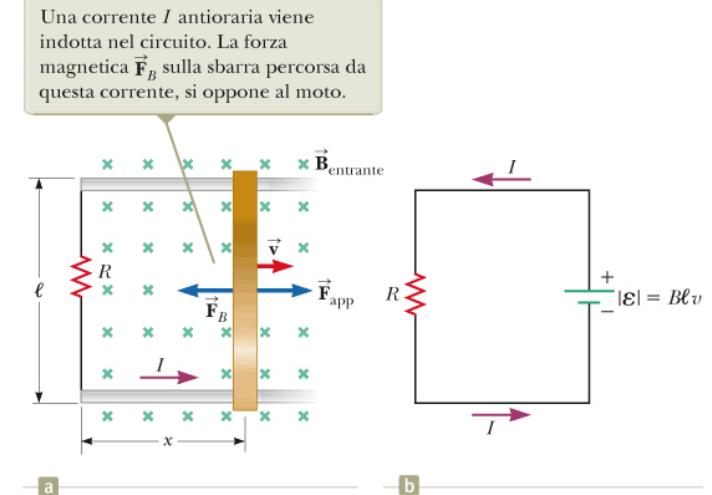


Figura 23.11 (a) Una sbarretta conduttrice si muove con velocità \vec{v} lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata \vec{F}_{app} . (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Nella figura a fianco una data forza applicata di modulo F_{app} è responsabile di un moto di velocità costante v e potenza in ingresso P . Supponiamo che la forza sia aumentata cosicché la velocità costante della sbarretta venga aumentata al valore doppio $2*v$. In queste condizioni, quanto vale la nuova forza e la nuova potenza in ingresso?

- $2F$ e $2P$
- $4F$ e $2P$
- $2F$ e $4P$
- $4F$ e $4P$

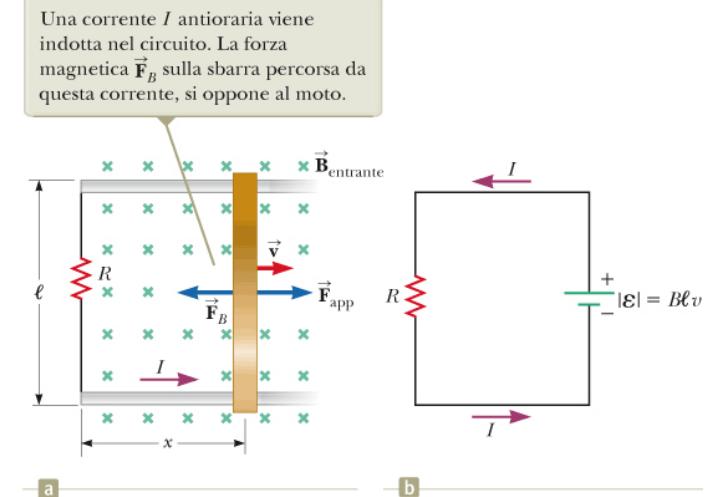


Figura 23.11 (a) Una sbarretta conduttrice si muove con velocità \vec{v} lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata \vec{F}_{app} . (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – F.e.m. dinamica indotta in una sbarretta ruotante

- Una sbarretta conduttrice di lunghezza ℓ ruota con velocità angolare costante ω intorno ad un perno posto ad uno degli estremi. Un campo magnetico uniforme \vec{B} è diretto perpendicolarmente al piano di rotazione, come in figura a fianco. Calcolare la f.e.m. indotta fra le estremità della sbarretta.

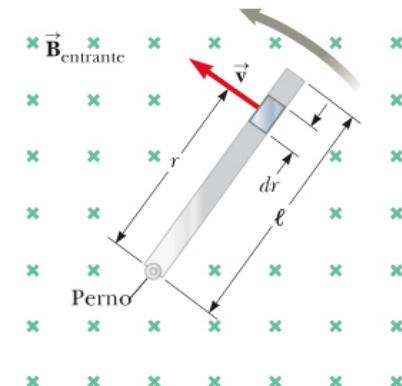


Figura 23.12 (Esempio 23.3)
Una sbarra conduttrice che ruota attorno ad un perno posto in una sua estremità. La sbarra si trova in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano di rotazione. Una f.e.m. dinamica è indotta fra le estremità della sbarra.

Esempio – La forza magnetica che agisce su una sbarretta in movimento

- La sbarretta conduttrice mostrata nella figura a fianco si muove senza attrito su due guide parallele in presenza di un campo magnetico uniforme diretto verso l'interno del foglio. La sbarretta ha massa m e lunghezza ℓ . Alla sbarretta è stata impressa una velocità iniziale \vec{v}_i verso destra all'istante $t = 0$.
- Utilizzando le leggi di Newton, calcolare la velocità della sbarretta in funzione del tempo
- Dimostrare che lo stesso risultato può essere ottenuto usando un approccio di tipo energetico

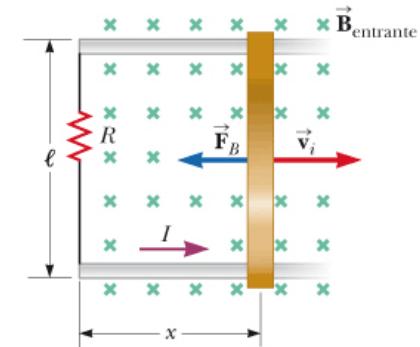


Figura 23.13 (Esempio 23.4)
Una velocità \vec{v}_i verso destra viene impartita ad una sbarra conduttrice di lunghezza ℓ che giace su due binari conduttori fissi.

Corrente Alternata

- Ogni volta che accendiamo un televisore, un computer o un qualsiasi altro di una lunga serie di elettrodomestici a casa stiamo chiedendo a delle correnti alternate di fornire la potenza necessaria per il loro funzionamento.
- Un circuito in corrente alternata consiste in una serie di elementi circuitali e in un generatore che fornisce una differenza di potenziale che varia nel tempo e può essere descritta dalla formula:

$$\Delta v = \Delta V_{max} \sin \omega t$$

- In Europa l'energia elettrica viene distribuita sotto forma di **corrente alternata** sinusoidale a **frequenza** costante di 50 Hz.
- Un generatore in corrente alternata (CA o AC) in un circuito è rappresentato dal seguente simbolo



Il generatore a corrente alternata

- Il generatore a corrente alternata (AC) è un dispositivo la cui energia è trasferita all'interno per mezzo di lavoro e all'esterno per mezzo della trasmissione elettrica.
- Nelle centrali elettriche l'energia necessaria per porre in rotazione la bobina può essere ricavata da una varietà di sorgenti (ad es. centrale idroelettrica, a carbone...)

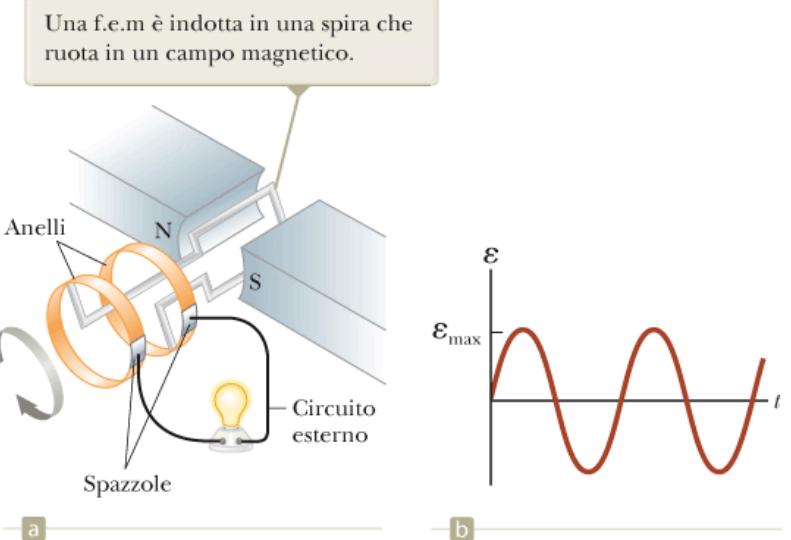


Figura 23.14 (a) Diagramma schematico di un generatore AC. (b) Una rappresentazione grafica della f.e.m. alternata indotta nella spira in funzione del tempo.

Il generatore a corrente alternata

- Il flusso magnetico attraverso l'avvolgimento in ogni istante t è dato da

$$\Phi_B = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

Quindi la f.e.m. indotta nella bobina è:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA \frac{d}{dt} (\cos \omega t) \\ &= NBA\omega \sin \omega t\end{aligned}$$

Varia sinusoidalmente nel tempo come mostrato in figura 23.14b

- Questa f.e.m. è la sorgente di una **corrente alternata** fornita ai clienti della società elettrica. Essa è chiamata **tensione AC** in contrapposizione alla tensione DC proveniente da una sorgente come una batteria.

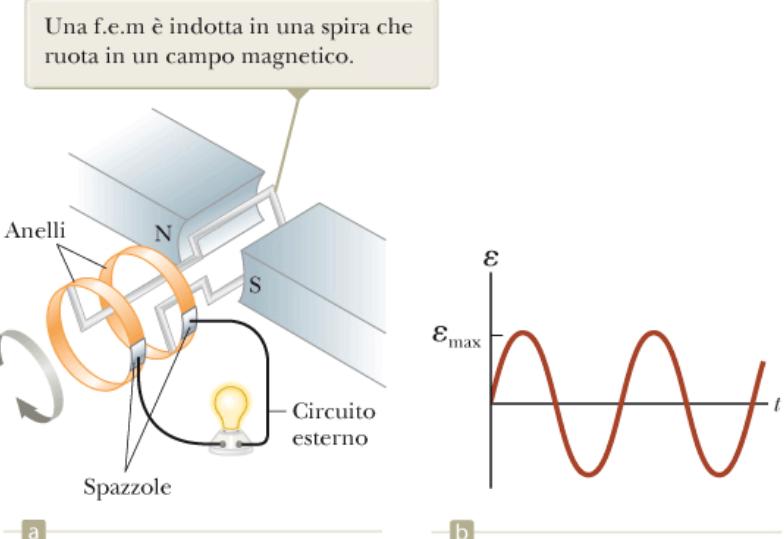


Figura 23.14 (a) Diagramma schematico di un generatore AC. (b) Una rappresentazione grafica della f.e.m. alternata indotta nella spira in funzione del tempo.

Legge di Lenz

- Legge di Lenz: «*La corrente indotta in un circuito ha il verso che produce un campo magnetico che si oppone alla variazione del flusso attraverso l'area delimitata dal circuito. Cioè, la corrente indotta tende a mantenere il flusso magnetico iniziale attraverso il circuito.*»
- Questa legge fornisce un mezzo per determinare il verso della corrente in un circuito quando avviene una variazione magnetica.

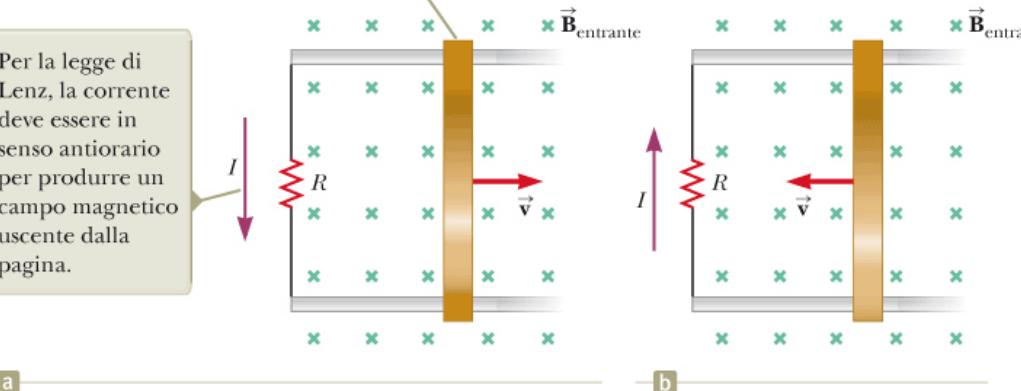
Legge di Lenz

- Esaminiamo la situazione anche da un punto di vista energetico...

Figura 23.16 (a) La legge di Lenz può essere usata per determinare il verso della corrente indotta. (b) Quando la sbarra si muove verso sinistra, la corrente indotta deve scorrere in senso orario. Perché?

Per la legge di Lenz, la corrente deve essere in senso antiorario per produrre un campo magnetico uscente dalla pagina.

Quando la sbarra conduttrice si muove verso destra, il flusso magnetico prodotto dal campo magnetico esterno entrante nella pagina attraverso l'area racchiusa dal circuito cresce con il tempo.



Il trasformatore

- Un trasformatore è costituito da un coppia di bobine avvolte su una struttura in ferro. Quando una tensione AC viene applicata ad una bobina (il primario) le linee di campo concatenate con l'altra bobina (il secondario) inducono una f.e.m. su un resistore di carico R_L . Variando il numero di spire del filo di ciascuna bobina la tensione nel secondario può diventare maggiore o minore di quella del primario.

Una differenza di potenziale alternata ΔV_1 è applicata alla bobina primaria e il voltaggio di uscita ΔV_2 è ai capi della resistenza R_L .

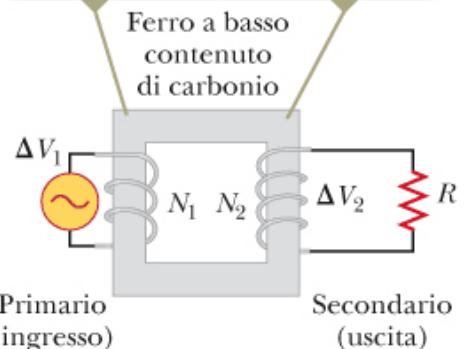
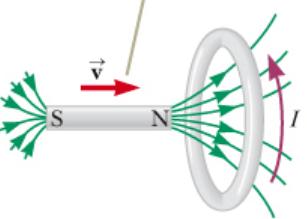


Figura 23.15 (Fisica Ragionata 23.2) Un trasformatore ideale è costituito da due bobine conduttrici avvolte sullo stesso nucleo di ferro.

Esempio

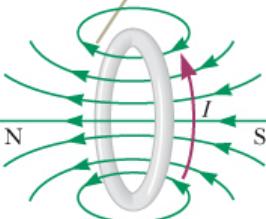
(A) Trovare il verso della corrente indotta nella spira quando il magnete viene spinto verso la spira.

Quando il magnete si muove verso la spira conduttrice ferma, una corrente viene indotta nel verso mostrato. Le linee del campo magnetico sono quelle prodotte dalla sbarra magnetica.



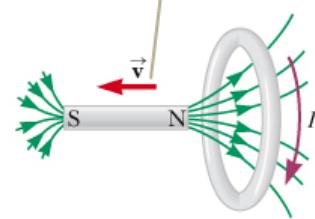
a

Questa corrente indotta produce il suo campo magnetico diretto verso sinistra che si oppone al flusso esterno crescente.



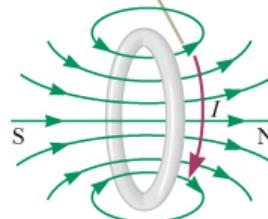
b

Quando il magnete si allontana dalla spira conduttrice ferma, una corrente viene indotta nel verso mostrato.



c

Questa corrente indotta produce un campo magnetico diretto verso destra e si oppone così al flusso esterno decrescente.



d

Figura 23.18 (Fisica Ragionata 23.3) Una sbarra magnetica in movimento induce una corrente in una spira conduttrice.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forze elettromotrici indotte e campi elettrici

- Un flusso magnetico variabile produce sempre un campo elettrico, persino nel vuoto dove non sono presenti cariche elettriche.
- Consideriamo una spira circolare conduttrice di raggio r posta in un campo magnetico uniforme, come nella figura a fianco
- Se il campo magnetico varia nel tempo, la legge di Faraday dice che nella spira viene indotta una f.e.m. $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$. La corrente indotta implica la presenza di un campo elettrico indotto \vec{E} come mostrato in figura.
- Il lavoro compiuto dal campo elettrico sulla spira per far compiere a una carica di prova q un intero giro lungo la spira è $W = q\mathcal{E}$

Se \vec{B} varia nel tempo, viene indotto un campo elettrico con una direzione tangente alla spira.

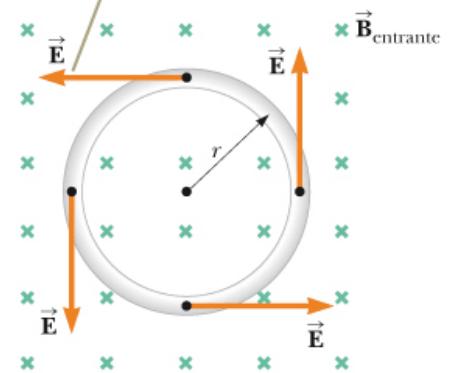


Figura 23.19 Una spira conduttrice di raggio r in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira.

Forze elettromotrici indotte e campi elettrici

- Questo lavoro può anche essere espresso come

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = qE(2\pi r)$$

- Le due espressioni per il lavoro devono essere uguali quindi

$$q\varepsilon = qE(2\pi r)$$
$$E = \frac{\varepsilon}{2\pi r}$$

- Considerando che per una spira circolare $\Phi_B = BA = B\pi r^2$, il campo elettrico può essere scritto:

$$E = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d}{dt} (B\pi r^2) = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

Se \vec{B} varia nel tempo, viene indotto un campo elettrico con una direzione tangente alla spira.

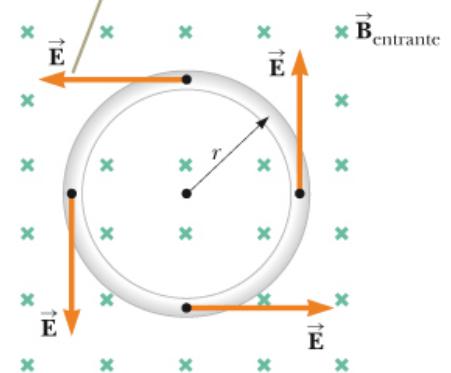


Figura 23.19 Una spira conduttrice di raggio r in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira.

Forze elettromotrici indotte e campi elettrici

- Il segno negativo indica che ancora una volta il campo elettrico indotto \vec{E} determina una corrente che si oppone alla variazione di campo magnetico
- E' importante comprendere che questo risultato è vero anche in assenza di conduttori o cariche. Cioè, lo stesso campo elettrico è indotto da una variazione di campo magnetico nel vuoto
- In generale la f.e.m. indotta per un qualsiasi cammino chiuso è espressa dall'integrale di linea di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ su quel cammino: $\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Quindi la forma generale della legge dell'induzione di Faraday è

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

- E' importante rendersi conto che il campo elettrico indotto \vec{E} che compare nell'equazione sopra è un campo elettrico non conservativo (poiché il lavoro svolto per muovere una carica lungo un percorso chiuso non è nullo) prodotto da un campo magnetico variabile
- Questo tipo di campo elettrico è molto diverso da un campo elettrostatico

Se \vec{B} varia nel tempo, viene indotto un campo elettrico con una direzione tangente alla spira.

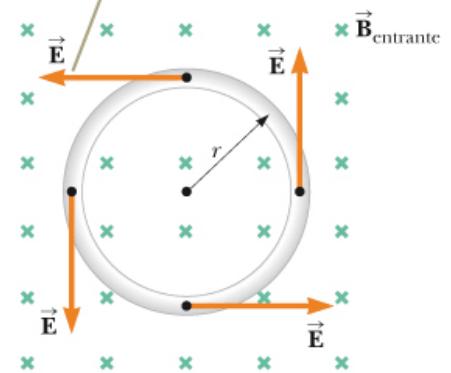


Figura 23.19 Una spira conduttrice di raggio r in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira.

Quiz rapido

- In una certa regione, un campo magnetico è uniforme relativamente allo spazio ma aumenta con rapidità costante. Questo campo magnetico variabile induce un campo elettrico che
 - A. Cresce al passare del tempo
 - B. È conservativo
 - C. È nella stessa direzione del campo magnetico
 - D. Ha un modulo costante

Quiz rapido

- In una certa regione, un campo magnetico è uniforme relativamente allo spazio ma aumenta con rapidità costante. Questo campo magnetico variabile induce un campo elettrico che
 - A. Cresce al passare del tempo
 - B. È conservativo
 - C. È nella stessa direzione del campo magnetico
 - D. Ha un modulo costante

Esempio – Campo elettrico indotto da un campo magnetico variabile in un solenoide

- Un lungo solenoide di raggio R ha n spire per unità di lunghezza ed è percorso da una corrente che varia nel tempo in maniera sinusoidale secondo l'espressione $I = I_{max} \cos \omega t$, dove I_{max} è il valore massimo della corrente e ω è la frequenza angolare del generatore di corrente alternata (si veda la figura a fianco).
- Determinare il modulo del campo elettrico indotto fuori dal solenoide a una distanza $r > R$ dal suo asse centrale
- Qual è il modulo del campo elettrico indotto dentro il solenoide, ad una distanza r dal suo asse?

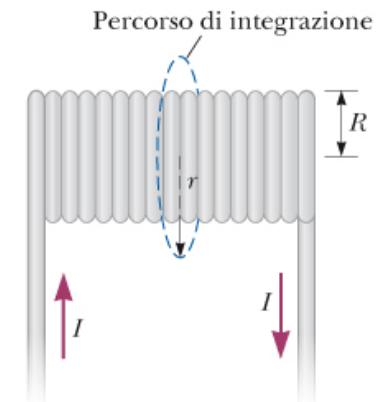


Figura 23.20 (Esempio 23.5) Un lungo solenoide percorso da una corrente variabile nel tempo data da $I = I_{max} \cos \omega t$. Viene indotto un campo elettrico sia dentro che fuori dal solenoide.

Autoinduzione

- Si consideri il circuito in figura. La presenza della f.e.m. indotta dalla variazione del flusso magnetico concatenato al circuito (dovuto alla corrente che circola in esso), porta ad un aumento graduale della corrente.
- Questo effetto è detto autoinduzione perché la variazione di flusso magnetico concatenato con il circuito ha origine dal circuito stesso. La f.e.m. che ha origine in questo caso è detta autoindotta.

Dopo che l'interruttore è stato chiuso, la corrente produce un flusso magnetico attraverso l'area delimitata dal circuito. Quando la corrente aumenta verso il valore di equilibrio, questo flusso magnetico varia nel tempo e induce una f.e.m. nel circuito.

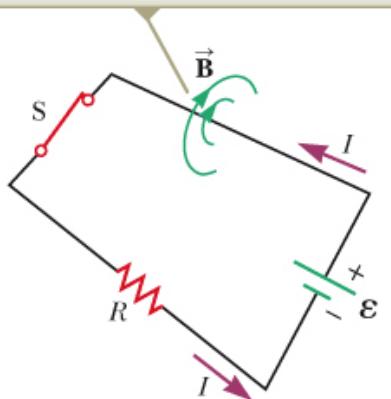


Figura 23.21 Autoinduzione in un circuito semplice.

Autoinduzione

- Per una bobina costituita da N spire (bobina toroidale o solenoide ideale) la **f.e.m. autoindotta** è

$$\varepsilon_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

Dove L è una costante di proporzionalità chiamata **induttanza** della bobina, che dipende dalle caratteristiche geometriche e fisiche della bobina.

L'induttanza di una bobina avente N spire è quindi:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

Possiamo scrivere l'induttanza anche come il rapporto

$$L = -\frac{\varepsilon_L}{dI/dt}$$

Autoinduzione

- Considerando l'equazione $R = \Delta V/I$ vediamo che la resistenza è una misura dell'opposizione alla corrente, l'induttanza dà una misura della opposizione alla variazione di corrente
- L'unità di misura SI dell'induttanza è l'**henry** (H) $1\text{ H} = 1V \cdot s/A$
- L'induttanza di una bobina dipende dalla sua geometria

Esempio – Induttanza di un solenoide

- Si consideri un solenoide costituito da N spire uniformemente avvolte e di lunghezza l . Si assuma che l sia molto maggiore del raggio delle spire e, all'interno del solenoide, ci sia aria.
- Trovare l'induttanza del solenoide
- Calcolare l'induttanza del solenoide se esso è costituito da 300 spire, la sua lunghezza è 25.0 cm e l'area di ogni spira è 4.00 cm^2 .
- Calcolare la f.e.m. autoindotta nel solenoide se la corrente che lo percorre decresce al ritmo di 50.0 A/s.

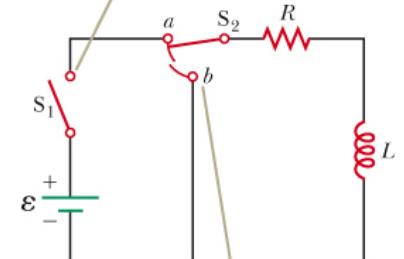
Circuiti RL

- Un elemento di un circuito che ha una induttanza è detto induttore (simbolo in alto a destra)
- un induttore nel circuito si oppone alle variazioni di corrente nel circuito stesso (la corrente non può aumentare o decrescere istantaneamente)
- Nella figura a fianco è rappresentato un circuito RL. Le linee curve in corrispondenza dell'interruttore S_2 indicano che non può mai essere aperto.

Simbolo di un induttore



Quando l'interruttore S_1 viene chiuso, la corrente aumenta e viene indotta una f.e.m. nell'induttore che si oppone all'aumento della corrente.



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

Circuiti RL

Simbolo di un induttore



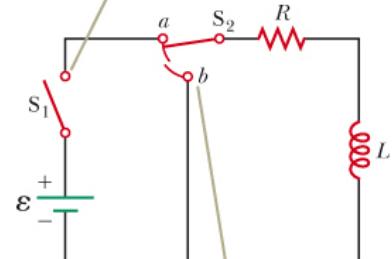
- Supponiamo di chiudere l'interruttore S_2 su a . L'interruttore S_1 sia aperto per $t < 0$ e venga chiuso all'istante $t = 0$. L'induttore produce una f.e.m. che si oppone al crescere della corrente. Dalla legge delle maglie di Kirchhoff:

$$\varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

Per trovare la soluzione a questa equazione differenziale, effettuiamo un cambio di variabili ponendo $x = \left(\frac{\varepsilon}{R}\right) - I$ e $dx = -dI$, con queste sostituzioni l'equazione sopra diventa:

$$x + \frac{L}{R} \frac{dx}{dt} = 0$$

Quando l'interruttore S_1 viene chiuso, la corrente aumenta e viene indotta una f.e.m. nell'induttore che si oppone all'aumento della corrente.



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

Circuiti RL

- Integrando quest'ultima espressione si ha

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L} t$$

Dove x_0 è il valore di x al tempo $t=0$. Se si effettua l'operazione inversa del logaritmo sull'equazione precedente si ottiene

$$x = x_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$

Poiché $I = 0$ a $t = 0$, si ha che $x_0 = \varepsilon/R$. Dunque:

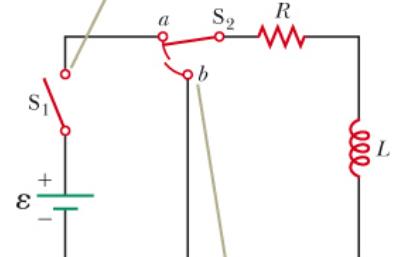
$$\frac{\varepsilon}{R} - I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

Simbolo di un induttore



Quando l'interruttore S_1 viene chiuso, la corrente aumenta e viene indotta una f.e.m. nell'induttore che si oppone all'aumento della corrente.



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

Circuiti RL

Simbolo di un induttore

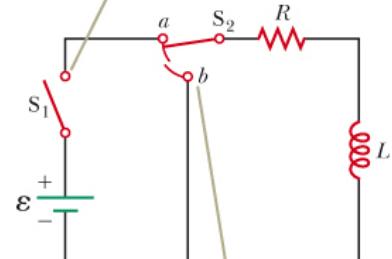


- Questa ultima espressione può essere anche scritta come

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

- τ è la costante di tempo del circuito RL $\tau = L/R$
- In assenza di induttanza (cioè $L=0$) la corrente cresce istantaneamente al suo valore di equilibrio
- τ è il tempo necessario alla corrente per raggiungere $(1 - e^{-1}) = 0.632 = 63.2\%$ del valore finale $\frac{\varepsilon}{R}$

Quando l'interruttore S_1 viene chiuso, la corrente aumenta e viene indotta una f.e.m. nell'induttore che si oppone all'aumento della corrente.



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

Circuiti RL

- La figura 23.23 rappresenta un grafico della corrente in funzione del tempo
- Osserviamo anche la rapidità della variazione di corrente (figura 23.24):

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Dopo che l'interruttore S_1 è stato chiuso a $t = 0$, la corrente aumenta verso il suo valore massimo \mathcal{E}/R .

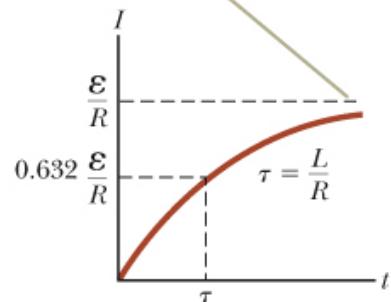


Figura 23.23 Grafico della corrente in funzione del tempo per il circuito RL mostrato nella Figura 23.22. La costante di tempo τ è l'intervallo di tempo necessario perché I raggiunga il 63.2% del suo valore massimo.

La derivata della corrente rispetto al tempo è massima a $t = 0$, che è l'istante in cui l'interruttore S_1 viene chiuso.

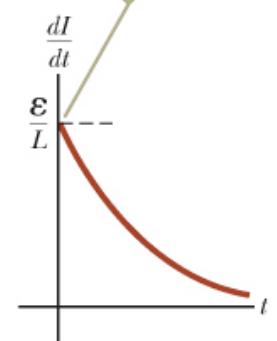


Figura 23.24 Grafico di dI/dt in funzione del tempo per il circuito RL mostrato nella Figura 23.22. La derivata decresce esponenzialmente con il tempo mentre I cresce verso il suo valore massimo.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Circuiti RL

- Consideriamo ancora il circuito RL in figura a fianco
- Supponiamo che l'interruttore S_2 sia rimasto chiuso sulla posizione «a» un tempo sufficiente da permettere alla corrente di raggiungere il suo valore di regime (ε/R).
- Se l'interruttore S_2 è commutato da «a» a «b», applicando la legge delle maglie di Kirchhoff:

$$IR + L \frac{dI}{dt} = 0$$

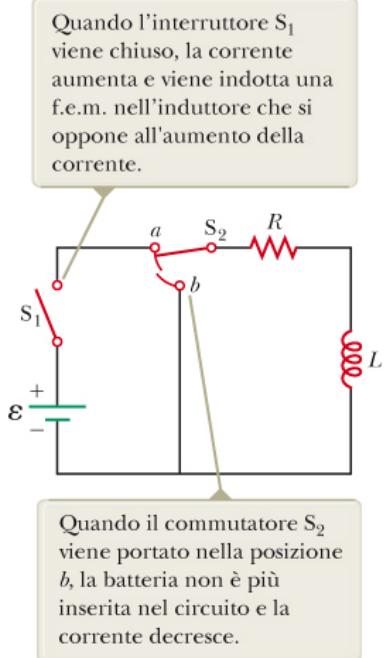


Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a, la batteria è inserita nel circuito.

Circuiti RL

- La soluzione della precedente equazione differenziale è

$$I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = I_i e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Dove ε è la f.e.m. della batteria e $I_i = \frac{\varepsilon}{R}$ è la corrente all'istante in cui l'interruttore viene chiuso su «b».

- Se il circuito non contenesse l'induttore, la corrente diventerebbe istantaneamente zero quando la batteria viene rimossa.

A $t = 0$, il commutatore viene posto nella posizione b e la corrente ha il suo valore massimo ε/R .

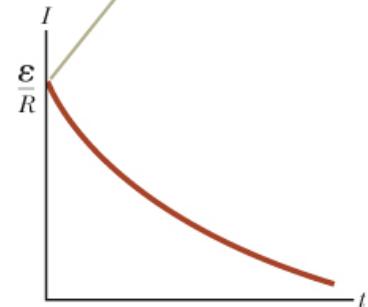


Figura 23.25 Corrente in funzione del tempo per la maglia a destra del circuito mostrato nella Figura 23.22. Per $t < 0$, il commutatore S_2 si trova nella posizione a.

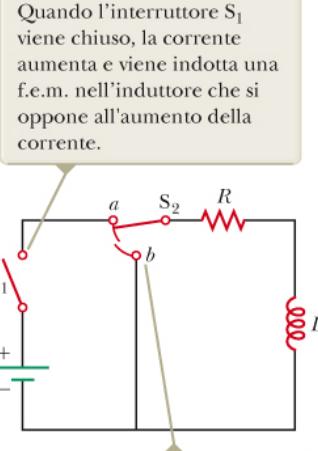


R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Due circuiti simili a quello mostrato in figura 23.22 sono identici eccetto che per il valore di L . Nel circuito A l'induttanza dell'induttore è L_A e nel circuito B è L_B . L'interruttore S_2 è nella posizione «b» da un tempo lungo per entrambi i circuiti. Al tempo $t=0$, l'interruttore è posto su «a» per in entrambi i circuiti. Per $t=10\text{s}$, l'interruttore è posto su «b» in entrambi i circuiti. Il grafico della corrente in funzione del tempo che ne risulta è mostrato in figura 23.27. Assumendo che la costante di tempo di ciascun circuito sia molto minore di 10s , quale delle seguenti relazioni è vera?

- $L_A > L_B$
- $L_A < L_B$
- Non si hanno informazioni sufficienti per determinare i valori relativi



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

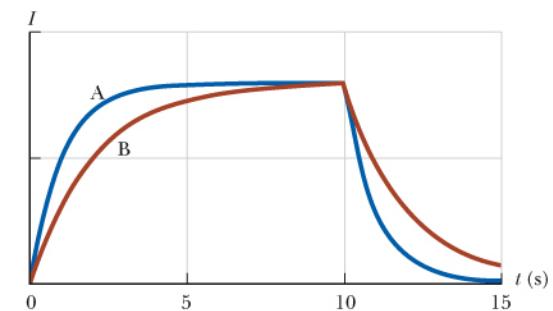
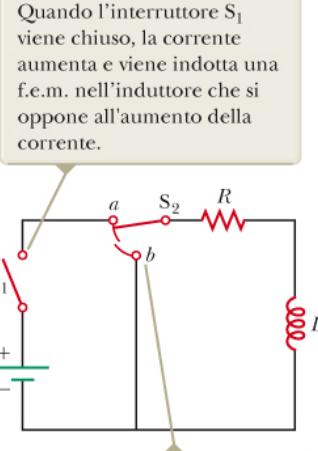


Figura 23.27 (Quiz Rapido 23.8) Grafici per la corrente in funzione del tempo per due circuiti con diverse induttanze.

Quiz rapido

- Due circuiti simili a quello mostrato in figura 23.22 sono identici eccetto che per il valore di L . Nel circuito A l'induttanza dell'induttore è L_A e nel circuito B è L_B . L'interruttore S_2 è nella posizione «b» da un tempo lungo per entrambi i circuiti. Al tempo $t=0$, l'interruttore è posto su «a» per in entrambi i circuiti. Per $t=10\text{s}$, l'interruttore è posto su «b» in entrambi i circuiti. Il grafico della corrente in funzione del tempo che ne risulta è mostrato in figura 23.27. Assumendo che la costante di tempo di ciascun circuito sia molto minore di 10s , quale delle seguenti relazioni è vera?

- A. $L_A > L_B$
- B.** $L_A < L_B$
- C. Non si hanno informazioni sufficienti per determinare i valori relativi



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

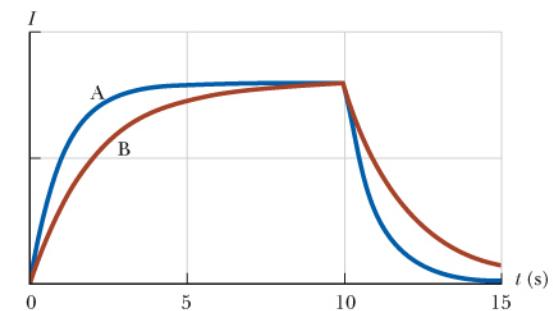
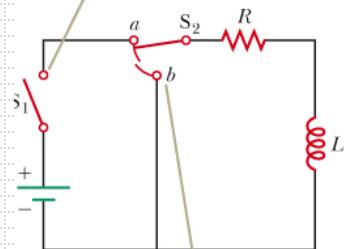


Figura 23.27 (Quiz Rapido 23.8) Grafici per la corrente in funzione del tempo per due circuiti con diverse induttanze.

Esempio – Costante di tempo di un circuito RL

- Si consideri il circuito in figura 23.22. Supponiamo che gli elementi del circuito abbiano i seguenti valori: $\varepsilon = 12.0 \text{ V}$, $R = 6.00 \Omega$ e $L = 30.0 \text{ mH}$
- Trovare la costante di tempo del circuito
- L'interruttore S_2 è nella posizione «a» e l'interruttore S_1 viene chiuso all'istante $t=0$. Calcolare la corrente nel circuito a $t=2.00 \text{ ms}$.
- Confrontare la differenza di potenziale ai capi del resistore con quella nell'induttore

Quando l'interruttore S_1 viene chiuso, la corrente aumenta e viene indotta una f.e.m. nell'induttore che si oppone all'aumento della corrente.



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

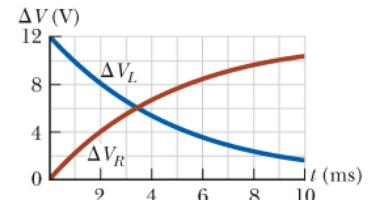


Figura 23.28 (Esempio 23.7)
Il comportamento nel tempo dei voltaggi sul resistore e sull'induttore nella Figura 23.22 con i valori forniti in questo esempio.

Energia immagazzinata in un campo magnetico

- Nel caso che abbiamo visto con il circuito di figura 23.22 una parte dell'energia erogata dalla batteria va in energia interna del resistore, la rimanente energia viene immagazzinata nell'induttore. Consideriamo l'equazione ricavata dalla legge delle maglie di Kirchhoff per il circuito di figura 23.22:

$$\varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

Moltiplicando ambo i membri per la corrente I

$$I\varepsilon = I^2R + LI \frac{dI}{dt}$$

Questa espressione ci dice che la potenza erogata dalla batteria ($I\varepsilon$) è uguale alla somma della potenza fornita al resistore (I^2R) e della rapidità con cui viene immagazzinata l'energia nell'induttore $LI \frac{dI}{dt}$. Cioè non è nient'altro che l'espressione della conservazione dell'energia per il sistema isolato costituito dal circuito.

Energia immagazzinata in un campo magnetico

- Se denotiamo con U l'energia immagazzinata in un certo istante nell'induttore, la rapidità con cui viene immagazzinata energia nell'induttore dU/dt può essere scritta come:

$$\frac{dU}{dt} = LI \frac{dI}{dt}$$

- Per trovare l'energia totale immagazzinata nell'induttore in ogni istante, riscriviamo questa espressione come $dU = LI dI$ e integriamo:

$$U = \int_0^U dU = \int_0^I LI dI$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

Energia immagazzinata in un campo magnetico

- L'equazione $U = \frac{1}{2}LI^2$ è simile nella forma all'espressione che dà l'energia immagazzinata nel campo elettrico di un condensatore

$U = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$. Consideriamo l'esempio in figura sotto

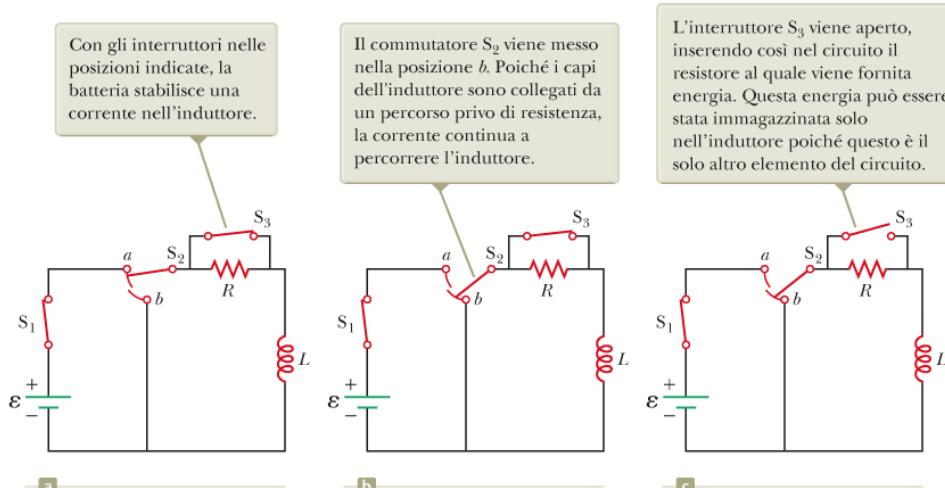


Figura 23.29 Un circuito RL usato per comprendere l'immagazzinamento di energia nell'induttore.

Energia immagazzinata in un campo magnetico

- Determiniamo l'energia per unità di volume immagazzinata in un campo magnetico, cioè la densità di energia.
- Per semplicità consideriamo un solenoide con induttanza $L = \mu_0 n^2 Al$. Il campo magnetico di un solenoide è $B = \mu_0 nI$ da cui otteniamo:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 Al \left(\frac{B}{\mu_0 n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} (Al)$$

- Poiché Al è il volume del solenoide, la densità di energia magnetica è data da

$$u_B = \frac{U}{Al} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

- Sebbene questa equazione sia stata ricavata per il caso di un solenoide, essa è valida in ogni regione dello spazio in cui esiste un campo magnetico. Notiamo che è simile all'espressione dell'energia per unità di volume immagazzinata dal campo elettrico $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$. In entrambi i casi la densità di energia è proporzionale al quadrato dell'intensità del campo.

Quiz rapido

- Si sta mettendo a punto un esperimento nel quale si ha bisogno della massima densità possibile di energia magnetica all'interno di un solenoide molto lungo. Quale dei seguenti accorgimenti è capace di aumentare la densità di energia? (Più di una scelta può essere corretta)
 - A. L'aumento del numero di spire per unità di lunghezza del solenoide
 - B. L'aumento della sezione del solenoide
 - C. L'aumento della sola lunghezza del solenoide mantenendo fisso il numero di spire per unità di lunghezza
 - D. L'aumento della corrente nel solenoide

Quiz rapido

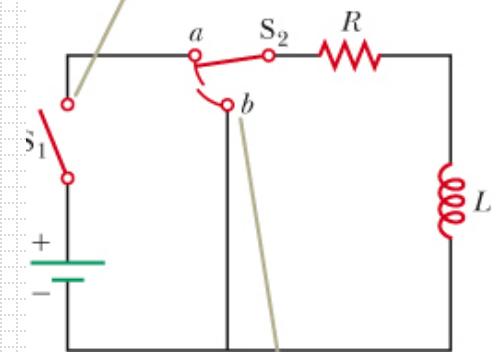
- Si sta mettendo a punto un esperimento nel quale si ha bisogno della massima densità possibile di energia magnetica all'interno di un solenoide molto lungo. Quale dei seguenti accorgimenti è capace di aumentare la densità di energia? (Più di una scelta può essere corretta)
 - A. L'aumento del numero di spire per unità di lunghezza del solenoide
 - B. L'aumento della sezione del solenoide
 - C. L'aumento della sola lunghezza del solenoide mantenendo fisso il numero di spire per unità di lunghezza
 - D. L'aumento della corrente nel solenoide

Esempio – Cosa succede all'energia immagazzinata in un induttore?

Consideriamo il circuito RL mostrato in figura, con S_2 nella posizione «a» e con la corrente che ha raggiunto il suo valore di regime. Quando S_2 viene posto in «b» la corrente nella maglia di destra decade

esponenzialmente con l'espressione $I = I_i e^{-\frac{t}{\tau}}$ dove $I_i = \frac{\varepsilon}{R}$ è la corrente iniziale nel circuito e $\tau = L/R$ è la costante di tempo. Dimostrare che tutta l'energia inizialmente immagazzinata nel campo magnetico dell'induttore si trasforma in energia interna del resistore quando la corrente decade a zero.

Quando l'interruttore S_1 viene chiuso, la corrente aumenta e viene indotta una f.e.m. nell'induttore che si oppone all'aumento della corrente.



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

Esempio – Il cavo coassiale

- I cavi coassiali sono spesso usati per collegare dispositivi elettrici, come ad esempio un sistema video, e per ricevere segnali in sistemi di televisione via cavo. Si schematizzi un lungo cavo coassiale con un sottile cilindro cavo conduttore di raggio b concentrico a un cilindro pieno di raggio a , come nella figura a fianco. I conduttori sono percorsi dalla stessa corrente I in versi opposti. Calcolare l'induttanza L di un segmento di cavo di lunghezza l .

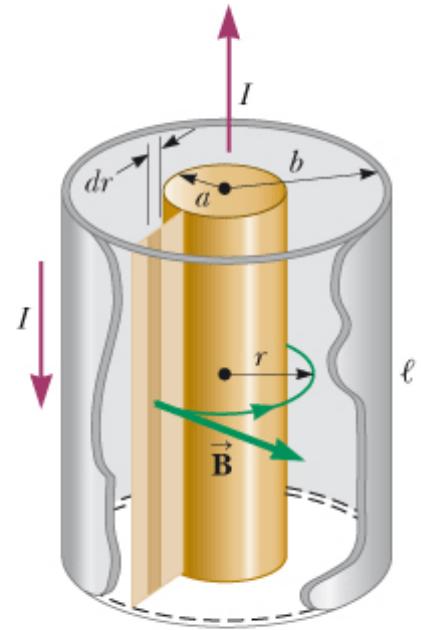


Figura 23.30 (Esempio 23.9) Sezione di un lungo cavo coassiale. I conduttori interno ed esterno portano correnti uguali in versi opposti.

Oscillazioni in un circuito LC

- Quando un condensatore è connesso ad un induttore come nella figura a fianco si ha un circuito LC. Se il condensatore è inizialmente carico e l'interruttore è ad un certo istante chiuso, sia la corrente nel condensatore che quella nell'induttore iniziano ad oscillare tra un valore massimo positivo e negativo rispettivamente. Se la resistenza del circuito è nulla non viene dissipata energia.
- Assumiamo che il condensatore abbia una carica iniziale Q_{max} (carica massima) e l'interruttore è aperto per $t < 0$ e poi chiuso per $t = 0$.

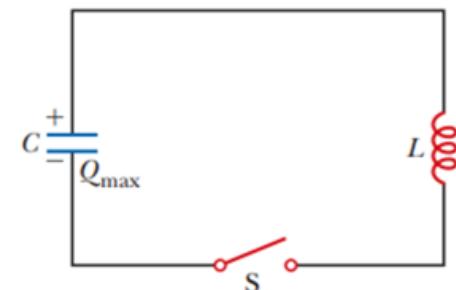


Figura 32.10 Un semplice circuito LC. Il condensatore ha una carica iniziale Q_{max} , e l'interruttore è aperto per $t < 0$ e poi chiuso a $t = 0$.

Oscillazioni in un circuito LC

- Quando il condensatore è completamente carico, l'energia U nel circuito è contenuta nel campo elettrico del condensatore ed è uguale a $Q_{max}^2/2C$ (si veda la slide 48 della serie «potenziale elettrico e capacità»). In questo istante la corrente nel circuito è nulla. Quindi è nulla anche l'energia immagazzinata nell'induttore. Dopo che l'interruttore viene chiuso, il tasso con cui le cariche lasciano o entrano le armature del condensatore è uguale alla corrente nel circuito. Dopo che l'interruttore viene chiuso ed il condensatore inizia a scaricarsi, l'energia in esso immagazzinata diminuisce. Diventando diversa da zero la corrente nel circuito, parte dell'energia inizia ad accumularsi anche nel campo magnetico dell'induttore. Quando il condensatore è completamente scarico, non vi è energia accumulata in esso. A questo punto la corrente nel circuito è massima e tutta l'energia è accumulata nell'induttore. La corrente a questo punto inizia a diminuire ed il condensatore diventerà completamente carico ancora ma con la polarità delle armature opposta rispetto a prima. Questo processo continua fino a che il condensatore non sarà ancora carico con carica Q_{max} come nella situazione iniziale. L'energia continua quindi ad oscillare tra il condensatore e l'induttore.

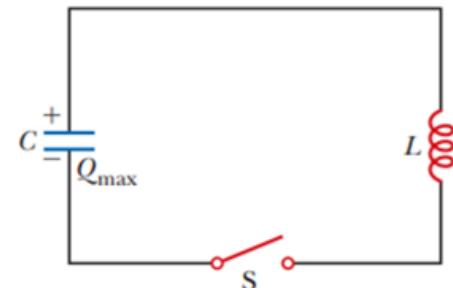


Figura 32.10 Un semplice circuito LC. Il condensatore ha una carica iniziale Q_{max} , e l'interruttore è aperto per $t < 0$ e poi chiuso a $t = 0$.

Oscillazioni in un circuito LC

- Le oscillazioni in un circuito LC sono un analogo elettromagnetico delle oscillazioni di una particella che si muove di moto armonico semplice (introdurre l'attrito nel moto armonico della particella equivale ad introdurre una resistenza nel circuito). Molto di quello che si è visto per questo sistema meccanico può essere applicato anche al caso del circuito LC (o RLC come vedremo nelle slides successive). Ad esempio si pensi all'oscillatore armonico forzato ed al fenomeno della risonanza, che è osservato anche nei circuiti LC (ed RLC).

Oscillazioni in un circuito LC

- Una rappresentazione del circuito LC è riportata nella figura a fianco. Si considerino le analogie con la massa m che si muove di moto armonico semplice.
- L'energia potenziale immagazzinata nella molla allungata $\frac{1}{2}kx^2$ è analoga all'energia potenziale immagazzinata nel condensatore $Q_{max}^2/2C$. L'energia cinetica $\frac{1}{2}mv^2$ della massa è analoga all'energia magnetica $\frac{1}{2}Li^2$ dell'induttore (che richiede la presenza di cariche in moto).

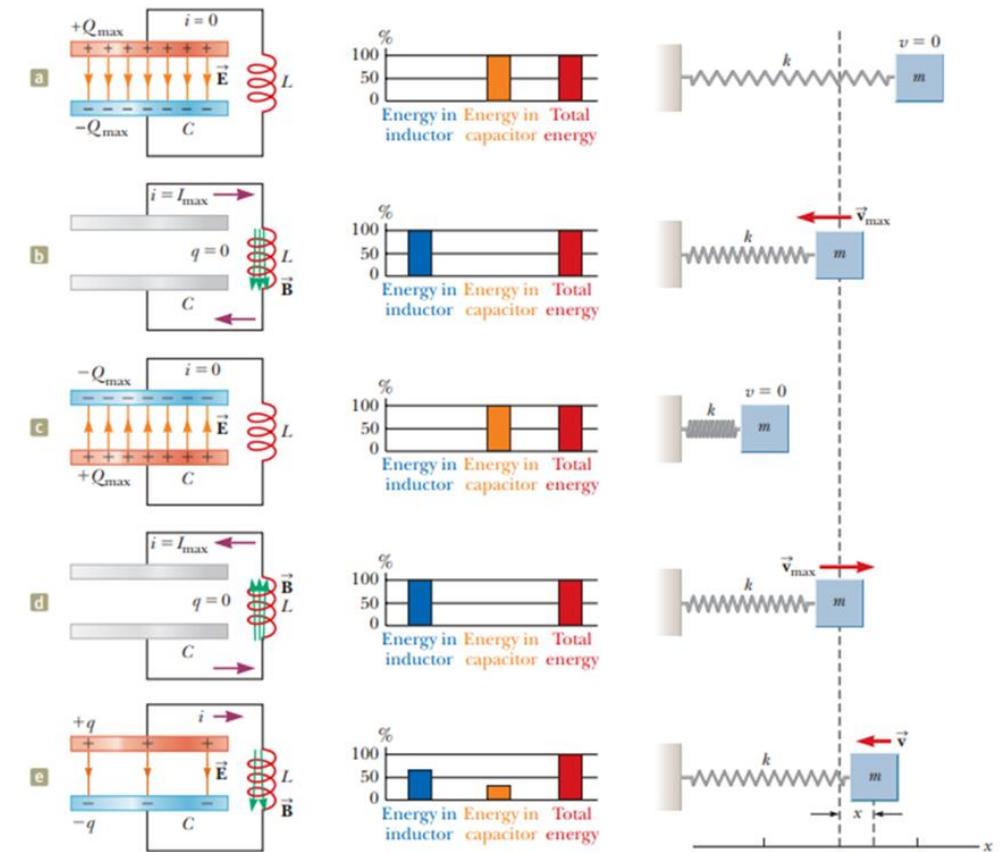


Figura 32.11: Trasferimento dell'energia in un circuito LC (senza resistenza e senza irraggiamento). Il condensatore ha carica Q_{max} a $t = 0$, cioè l'istante temporale nel quale l'interruttore in figura 32.11 viene chiuso. L'equivalente «meccanico» di questo circuito è rappresentato da una particella che si muove di moto armonico semplice, rappresentata nella parte destra della figura. (a)-(d) in questi istanti particolari, tutta l'energia è racchiusa in uno dei due elementi del circuito. (e) In un istante arbitrario, l'energia è suddivisa tra il condensatore e l'induttore.

Oscillazioni in un circuito LC

- Consideriamo un qualche istante temporale dopo che il circuito è chiuso in cui il condensatore ha una carica $q < Q_{max}$ e la corrente è $i < I_{max}$. La somma delle energie immagazzinate nel condensatore e nell'induttore deve essere uguale all'energia U inizialmente (cioè a t=0) immagazzinata nel condensatore:

$$U = U_E + U_B = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{Q_{max}^2}{2C} \quad \text{equazione 32.18}$$

- L'energia totale del sistema rimane costante nel tempo, matematicamente ciò viene espresso come $\frac{dU}{dt} = 0$
- Quindi derivando l'espressione sopra rispetto al tempo otteniamo:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 \right) = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = 0$$

Oscillazioni in un circuito LC

- Possiamo ridurre il risultato dell'ultima formula nella slide precedente ad una equazione differenziale ad una variabile ricordandoci che per la corrente vale $i = dq/dt$. Segue quindi anche $\frac{di}{dt} = d^2q/dt^2$. Sostituendo queste due espressioni nell'equazione di prima otteniamo:

$$\frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}q \quad \text{equazione 32.20}$$

Oscillazioni in un circuito LC

- Risolviamo quest'ultima equazione per q , notando che questa espressione è della stessa forma di quella associata al sistema di una particella che si muove di moto armonico semplice:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x$$

Dove k è la costante elastica della molla, m è la massa della particella. La soluzione di questa equazione ha la forma:

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

Dove A è l'ampiezza del moto armonico (cioè il massimo valore assunto da x), ω è la pulsazione e ϕ è la differenza di fase. Possiamo quindi scrivere analogamente una soluzione dell'equazione differenziale 32.20 nella slide precedente:

$$q = Q_{max} \cos(\omega t + \phi)$$

Dove Q_{max} è la massima carica accumulata dal condensatore e la pulsazione ω :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Questa equazione determina la frequenza di oscillazione propria del circuito LC.

Oscillazioni in un circuito LC

- Siccome q varia sinusoidalmente con il tempo, anche la corrente varia sinusoidalmente:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q_{max} \sin(\omega t + \phi) \quad \text{equazione 32.23}$$

- Per determinare il valore della differenza di fase ϕ , consideriamo le condizioni iniziali: $t = 0$, $i = 0$ e $q = Q_{max}$. Nell'equazione 32.23 sopra questo da

$$0 = -\omega Q_{max} \sin \phi$$

Da cui si deduce che deve valere $\phi = 0$.

- Quindi le espressioni per la carica q e la corrente i sono:

$$q = Q_{max} \cos \omega t \quad \text{equazione 32.24}$$

$$i = -\omega Q_{max} \sin \omega t = -I_{max} \sin \omega t \quad \text{equazione 32.25}$$

Oscillazioni in un circuito LC

- Grafici della variazione della carica q e della corrente sono riportati nella figura a fianco. La carica sul condensatore oscilla tra Q_{max} e $-Q_{max}$ e la corrente tra I_{max} e $-I_{max}$. Tra le due grandezze c'è una differenza di fase di 90° . Questo significa che quando la carica è massima la corrente è zero e viceversa.
- Tornando alla discussione sul bilancio energetico nel circuito, sostituendo le equazioni 32.24 e 32.35 nella 32.18 (slide 59) otteniamo per l'energia totale U :
- $$U = U_E + U_B = \frac{Q_{max}^2}{2C} \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} L I_{max}^2 \sin^2 \omega t \quad \text{equaz. 32.26}$$

La carica q e la corrente i hanno una differenza di fase rispettiva di 90°

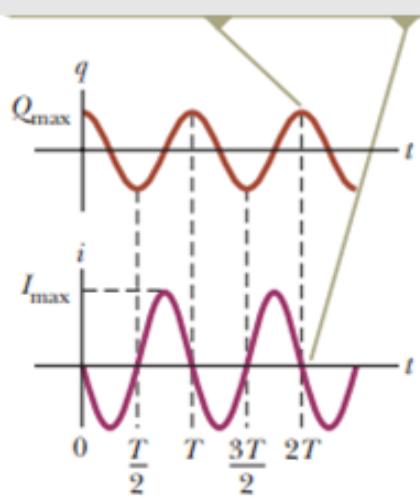


Fig. 32.12 Grafici della carica e della corrente in funzione del tempo per il circuito LC considerato

Oscillazioni in un circuito LC

- $U = U_E + U_B = \frac{Q_{max}^2}{2C} \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} L I_{max}^2 \sin^2 \omega t$ *equaz. 32.26*
- Grafici di queste quantità in funzione del tempo sono riportati nella figura a fianco. La massima energia contenuta nel condensatore deve essere uguale alla massima energia contenuta nell'induttore, quindi:

$$\frac{Q_{max}^2}{2C} = \frac{L I_{max}^2}{2}$$

Utilizzando l'espressione sopra nell'equazione 32.26 otteniamo

$$U = \frac{Q_{max}^2}{2C} (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{Q_{max}^2}{2C}$$

Poiché vale $\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1$.

Nella situazione idealizzata considerata le oscillazioni persistono all'infinito, di fatto nella realtà è sempre però presente qualche resistenza nel circuito e quindi l'energia si disperde (le oscillazioni tendono a smorzarsi in ampiezza).

La somma delle due curve è una costante ed è uguale all'energia immagazzinata nel circuito

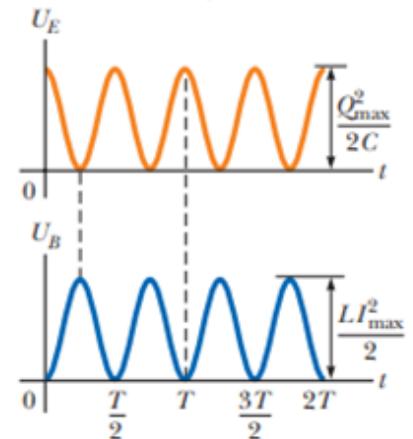


Figura 32.13 Grafici di U_E e U_B in funzione del tempo per il circuito LC considerato.

Il circuito RLC

- Consideriamo ora un circuito più realistico, composto da un resistore, un induttore e un condensatore collegati in serie come in figura a fianco.
- Supponiamo che l'interruttore sia inizialmente nella posizione «a», cosicché il condensatore ha carica iniziale Q_{max} . Adesso si sposta l'interruttore in «b». In questo istante l'energia accumulata nel condensatore è pari a $Q_{max}^2/2C$. Siccome il tasso di energia dissipata nel tempo dal resistore è i^2R , vale:

$$\frac{dU}{dt} = -i^2R$$

Dove il segno negativo sta ad indicare che l'energia immagazzinata negli elementi del circuito diminuisce col tempo.

L'interruttore è posto dapprima nella posizione «a» e il condensatore è caricato. Successivamente l'interruttore è posto in posizione «b».

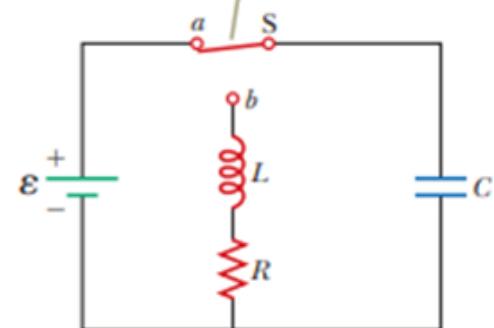


Figura 32.15 Un circuito RLC serie

Il circuito RLC

- Sostituendo $U = U_E + U_B$ otteniamo:

$$\frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = -i^2 R$$

Per trasformare questa equazione in una forma che permetta di fare un paragone diretto con l'equazione associata all'analogico sistema meccanico, utilizziamo $i = dq/dt$ e spostiamo tutti i termini a sinistra ottenendo:

$$Li \frac{d^2 q}{dt^2} + i^2 R + \frac{q}{C} i = 0$$

Dividendo per i ...

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + iR + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Quindi il circuito RLC è analogo ad un oscillatore armonico smorzato!

Il circuito RLC

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{equazione 32.29}$$

- L'equazione che descrive un oscillatore armonico smorzato è:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

- Paragonando le due equazioni notiamo che la carica q corrisponde alla massa m , R al coefficiente di attrito b e la capacità C all'inverso della costante elastica della molla k .

Il circuito RLC

- Ci limiteremo a dare una descrizione qualitativa del comportamento del circuito (considerando le soluzioni dell'equazione 32.29 nella slide precedente).
- Quando R è piccola si ha una situazione analoga ad un oscillatore armonico smorzato con attrito debole, la soluzione dell'equazione 32.29 è in questo caso:

$$q = Q_{max} e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos \omega_t t$$

Dove ω_t è la pulsazione con cui il circuito oscilla ed è data da

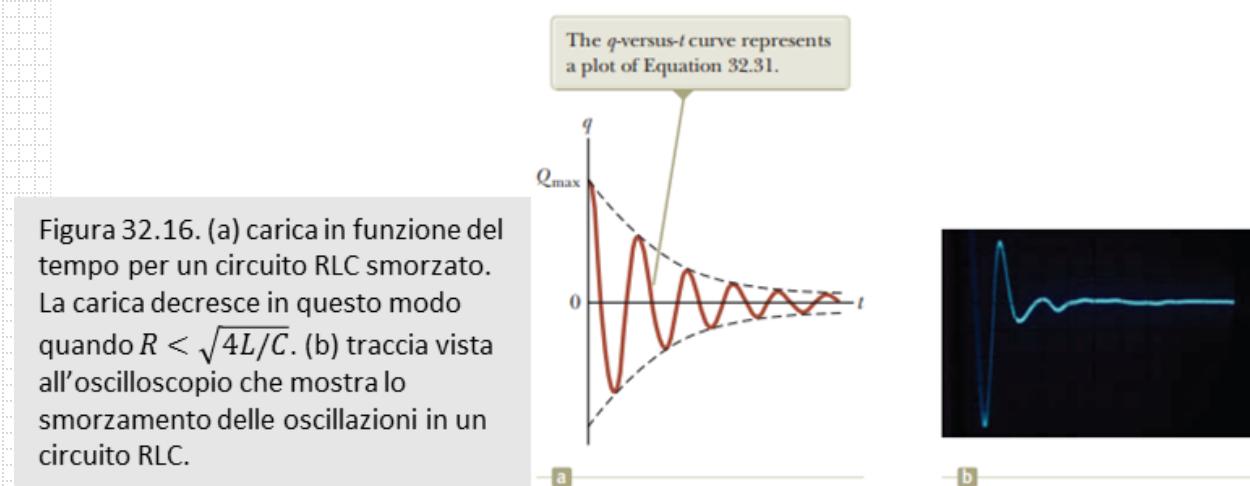
$$\omega_d = \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2}$$

equazione 32.32

Cioè il valore della carica sul condensatore è soggetto ad oscillazioni smorzate.

Il circuito RLC

- L'equazione 32.32 nella slide precedente mostra che quando $R \ll \sqrt{4L/C}$ (in modo tale che il secondo termine tra parentesi nell'equazione 32.32 è molto minore del primo) la pulsazione ω_d dell'oscillatore smorzato diventa approssimativamente uguale a quella dell'oscillatore non smorzato (caso del semplice circuito LC).
- Anche la corrente subisce oscillazioni smorzate, un esempio ne è dato nelle figure sotto.
- Per valori di R sufficientemente grandi, cioè più grandi del valore critico $R_C = \sqrt{4L/C}$. La carica e la corrente diminuiscono fino a zero senza subire oscillazioni. Un sistema con R esattamente uguale al valore critico R_C è detto «criticamente smorzato», invece un sistema con R maggiore di tale valore è detto «sovrasmorzato».



Il circuito RLC

Tabella 32.1 Analogie tra un circuito RLC e il sistema di una particella in moto armonico smorzato

Circuito RLC		Sistema monodimensionale con una particella in moto armonico semplice (smorzato)
Carica	$q \leftrightarrow x$	Posizione
Corrente	$i \leftrightarrow v_x$	Velocità
Differenza di potenziale	$\Delta V \leftrightarrow F_x$	Forza
Resistenza	$R \leftrightarrow b$	Coefficiente attrito viscoso
Capacità	$C \leftrightarrow 1/k$	$K = $ costante elastica della molla
Induttanza	$L \leftrightarrow m$	massa
Corrente = derivata rispetto al tempo della carica	$i = \frac{dq}{dt} \leftrightarrow v_x = \frac{dx}{dt}$	Velocità = derivata rispetto al tempo della posizione
Derivata seconda della carica	$\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \leftrightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	Accelerazione = derivata rispetto al tempo della velocità
Energia in un induttore	$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \leftrightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$	Energia cinetica dell'oggetto in moto
Energia in un condensatore	$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \leftrightarrow U = \frac{1}{2}kx^2$	Energia potenziale immagazzinata nella molla
Tasso di energia persa a causa della resistenza	$i^2R \leftrightarrow bv^2$	Tasso di energia persa a causa dell'attrito
Circuito RLC	$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \leftrightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$	Oggetto legato ad una molla e sottoposto ad attrito

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Il campo magnetico generato da una corrente in una spira ci può aiutare a comprendere come mai alcuni materiali manifestino notevoli proprietà magnetiche.
- Iniziamo considerando un modello classico dell'atomo in cui un elettrone si muove su orbite circolari attorno ad un nucleo molto più massivo di esso.
- Al moto dell'elettrone è associata una corrente e un momento magnetico, come mostrato nella figura a fianco.
- Benchè questo modello sia molto semplificato alcune sue predizioni sono in accordo con la teoria corretta che si basa sulla meccanica quantistica.
- Nel nostro modello consideriamo l'elettrone come una particella che si sta muovendo di moto circolare uniforme con velocità costante v e orbita di raggio r . La corrente associata a questo moto è data dalla carica dell'elettrone e divisa per il periodo T . Usando la relazione $T = 2\pi r/v$ otteniamo

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$$

L'elettrone ha un momento angolare \vec{L} in una direzione e un momento magnetico $\vec{\mu}$ in direzione opposta

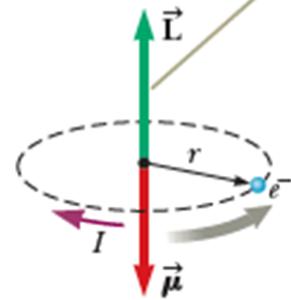


Figura 30.24 Un elettrone che si muove nella direzione della freccia girgia in una orbita circolare di raggio r . Siccome l'elettrone ha carica negativa, la direzione della corrente generata dal suo moto intorno al nucleo è opposta rispetto alla direzione di tale moto

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Il valore del momento magnetico associato a questa spira di corrente è dato da $\mu = IA$, dove $A = \pi r^2$ è l'area racchiusa dall'orbita. Quindi:

$$\mu = IA = \left(\frac{ev}{2\pi r} \right) A = \frac{1}{2} evr$$

Poichè il modulo del momento angolare orbitale dell'elettrone è dato da $L = m_e vr$, il modulo del momento magnetico può essere scritto come

$$\mu = \left(\frac{e}{2m_e} \right) L$$

- Questo risultato mostra che il momento magnetico dell'elettrone è proporzionale al suo momento angolare orbitale. Siccome l'elettrone ha carica elettrica negativa i due vettori $\vec{\mu}$ e \vec{L} hanno verso opposto, entrambi i vettori hanno direzione perpendicolare al piano identificato dall'orbita dell'elettrone, come mostrato nella figura a fianco.
- Un risultato fondamentale della meccanica quantistica è che il momento angolare orbitale è quantizzato (assume solo valori discreti) ed in particolare è uguale a multipli interi della quantità $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, dove h è una costante detta costante di Planck. Il più piccolo valore del momento magnetico associato al moto orbitale dell'elettrone è

$$\mu = \sqrt{2} \frac{e}{2m_e} \hbar$$

L'elettrone ha un momento angolare \vec{L} in una direzione e un momento magnetico $\vec{\mu}$ in direzione opposta

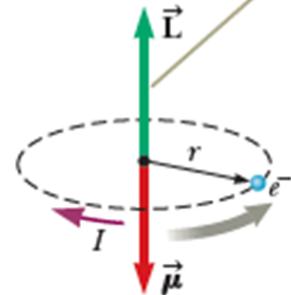


Figura 30.24 Un elettrone che si muove nella direzione della freccia gialla in una orbita circolare di raggio r . Siccome l'elettrone ha carica negativa, la direzione della corrente generata dal suo moto intorno al nucleo è opposta rispetto alla direzione di tale moto

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Siccome tutte le sostanze contengono elettroni ci si potrebbe chiedere perché non osserviamo macroscopicamente l'effetto dei loro momenti magnetici. La ragione fondamentale è che l'effetto del momento magnetico di un elettrone è cancellato da quello di un altro elettrone che orbita attorno allo stesso nucleo ma in direzione opposta. Il risultato finale è che per molti materiali l'effetto del momento magnetico degli elettroni è nullo o molto piccolo.
- In aggiunt al momento magnetico orbitale un elettrone, come anche altre particelle (protoni, neutroni, ...), ha una proprietà intrinseca chiamata spin che contribuisce al suo momento magnetico.
- Da un punto di vista della fisica classica l'elettrone potrebbe essere visto come una particella che ruota su se stessa (spin) come nella figura a fianco. Tuttavia bisogna stare attenti a questa interpretazione semplicistica.

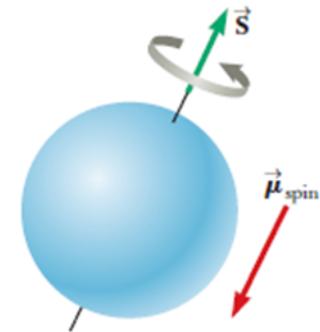


Figura 30.25. Modello classico per lo spin dell'elettrone. Possiamo considerare questo modello per ricordarci che l'elettrone è dotato di un momento angolare intrinseco. Tuttavia una descrizione corretta non può prescindere dalla teoria quantistica e relativistica.

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Il modulo del vettore momento angolare \vec{S} associato allo spin è dello stesso ordine di grandezza di quello del vettore \vec{L} associato al momento angolare orbitale. Il modulo del vettore momento angolare associato allo spin è predetto dalla teoria quantistica e risulta essere

$$S = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$$

Il momento magnetico associato allo spin dell'elettrone vale

$$\mu_{\text{spin}} = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Questa combinazione di costanti è chiamata **magnetone di Bohr** μ_B :

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

Quindi i momenti magnetici degli atomi possono essere espressi come multipli del magnetone di Bohr (si noti che $\frac{J}{T} = 1 \text{ A} \cdot \text{m}^2$)

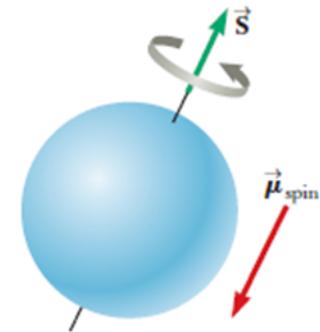


Figura 30.25. Modello classico per lo spin dell'elettrone. Possiamo considerare questo modello per ricordarci che l'elettrone è dotato di un momento angolare intrinseco. Tuttavia una descrizione corretta non può prescindere dalla teoria quantistica e relativistica.

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Negli atomi contenenti molti elettroni, essi si accoppiano a due a due con spin opposti. Quindi i momenti magnetici dovuti allo spin si cancellano. Tuttavia atomi che contengono un numero dispari di elettroni ne devono avere almeno uno spaiato e quindi ci deve essere la presenza di un momento magnetico.
- Il momento magnetico di un atomo è la somma vettoriale dei momenti magnetici (di spin e orbitale) degli elettroni. Esempi sono forniti nella tabella a fianco.
- Da notare che Elio e Neon hanno momento magnetico nullo perché hanno un numero pari di elettroni
- Anche il nucleo di un atomo ha un momento magnetico dovuto ai momenti magnetici dei suoi costituenti (protoni e neutroni). Tuttavia il momento magnetico di protoni e neutroni è molto minore di quello degli elettroni e può essere generalmente trascurato. Il momento magnetico è infatti inversamente proporzionale alla massa della particella e protoni e neutroni sono molto (circa 10000 volte) più pesanti degli elettroni.

Table 30.1 Magnetic Moments of Some Atoms and Ions

Atom or Ion	Magnetic Moment (10^{-24} J/T)
H	9.27
He	0
Ne	0
Ce ³⁺	19.8
Yb ³⁺	37.1

Magnetismo nella materia – Ferromagnetismo

- Un piccolo numero di sostanze cristalline esibiscono rilevanti effetti legati al magnetismo e sono chiamate **sostanze ferromagnetiche**. Esempi di sostanze ferromagnetiche sono: ferro, cobalto, nichel, gadolinio e disporio. Queste sostanze contengono momenti magnetici atomici permanenti che tendono ad allinearsi lungo la stessa direzione quando sottoposti a campi magnetici, anche deboli. Una volta che i momenti magnetici sono allineati la sostanza rimane magnetizzata anche una volta che il campo magnetico viene rimosso. Questo allineamento permanente è dovuto ad un forte accoppiamento tra momenti magnetici vicini, fenomeno che può essere compreso solo sulla base della meccanica quantistica.
- Tutti i materiali ferromagnetici sono composti da regioni microscopiche chiamate **domini**, all'interno di queste regioni i momenti magnetici sono allineati. Questi domini hanno volumi dell'ordine da 10^{-12} a $10^{-8} m^3$ e contengono da 10^{17} a 10^{21} atomi. I confini dei domini aventi differenti orientazione dei momenti magnetici sono chiamati «**muri**» **dei domini**.

Magnetismo nella materia – Ferromagnetismo

- In campioni di materia non magnetizzati le direzioni dei momenti magnetici dei vari domini sono disposte a caso, cosicchè il momento magnetico risultante è nullo (caso in figura 30.26 a, a fianco)
- Quando il campione di materia è sottoposto ad un campo magnetico \vec{B} la dimensione di quei domini con il momento magnetico allineato al campo cresce, il che risulta nella magnetizzazione del campione di materia (situazione in figura 30.26 b, a fianco)

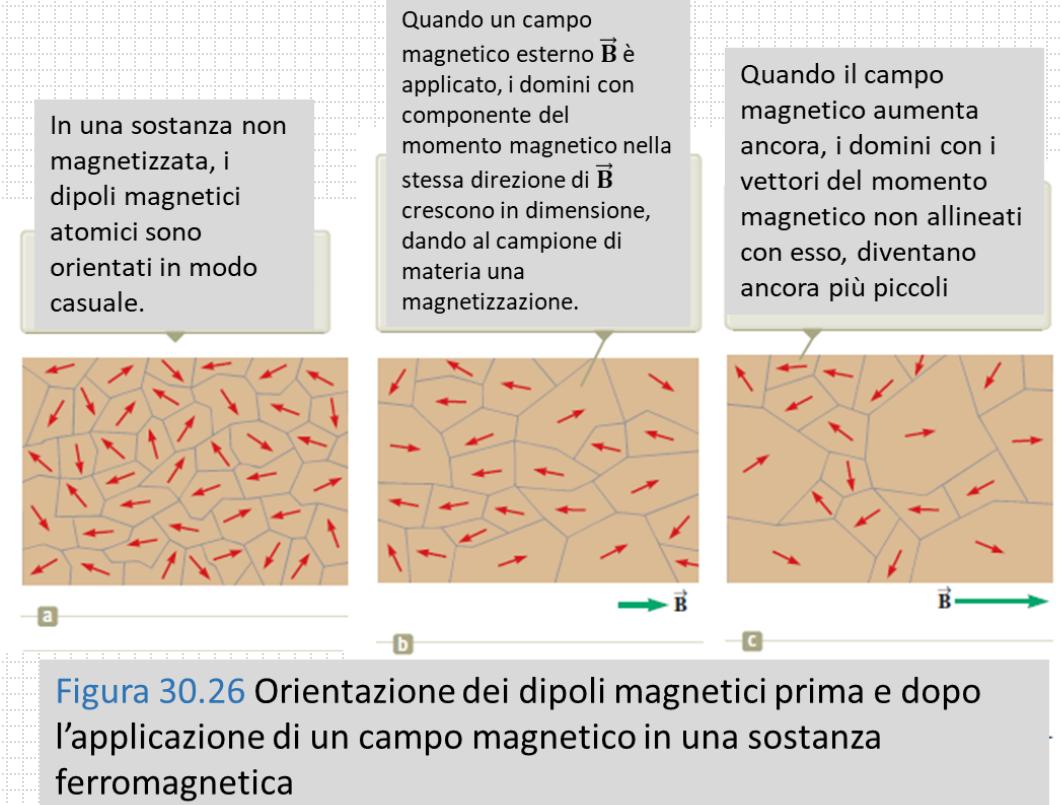


Figura 30.26 Orientazione dei dipoli magnetici prima e dopo l'applicazione di un campo magnetico in una sostanza ferromagnetica

Magnetismo nella materia – Ferromagnetismo

- Infine quando il campo esterno diventa sempre più forte (situazione in figura 30.26 c, a fianco). I domini con direzione del momento magnetico non allineata con il campo diventano di dimensione molto ridotta.
- Quando il campo magnetico viene tolto, il campione può rimanere magnetizzato

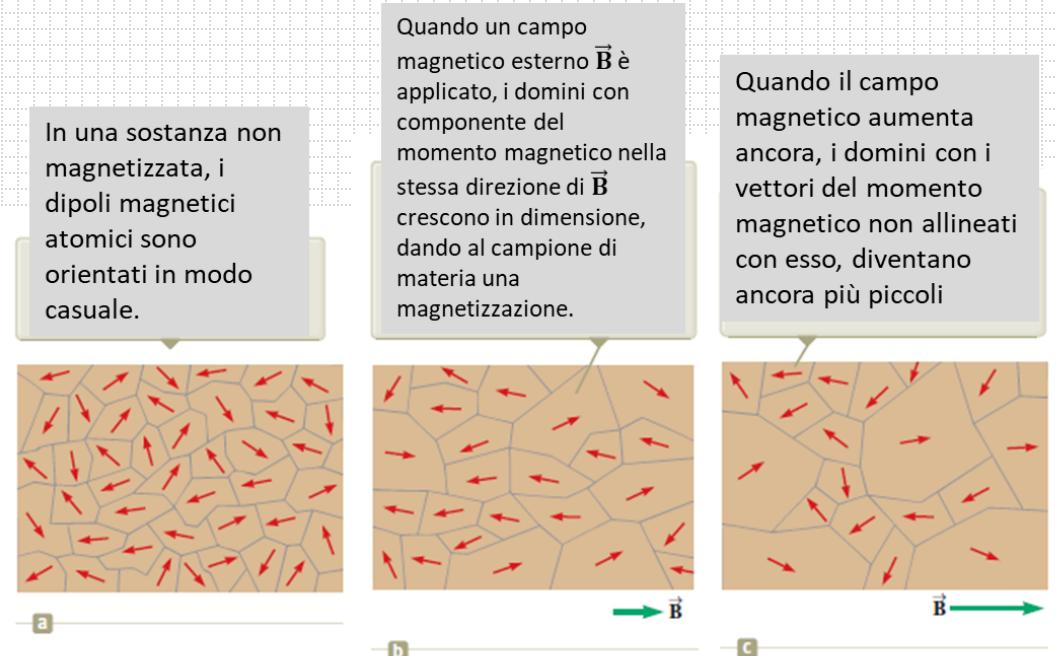


Figura 30.26 Orientazione dei dipoli magnetici prima e dopo l'applicazione di un campo magnetico in una sostanza ferromagnetica

Magnetismo nella materia – Ferromagnetismo

- Per valori di temperatura ordinari l'agitazione termica l'agitazione termica non è sufficiente a rompere l'orientazione preferenziale dei momenti magnetici.
- Tuttavia quando la temperatura di una sostanza ferromagnetica raggiunge certi valori (temperatura di Curie, si veda tabella a fianco) la magnetizzazione viene persa.

Tabella 30.2 Temperature di Curie per diverse sostanze ferromagnetiche

Substance	T_{Curie} (K)
Iron	1 043
Cobalt	1 394
Nickel	631
Gadolinium	317
Fe_2O_3	893

Magnetismo nella materia – Paramagnetismo

- Le sostanze paramagnetiche presentano un lieve magnetismo a causa della presenza di atomi (o ioni) che hanno un momento magnetico permanente. Questi momenti magnetici interagiscono solo debolmente tra loro ed in assenza di un campo magnetico esterno sono orientati casualmente.
- Quando un campo magnetico esterno viene applicato i momenti magnetici tendono ad allinearsi, questo allineamento è tuttavia contrastato dall'agitazione termica.

Magnetismo nella materia – Diamagnetismo

- Quando si applica un campo magnetico esterno ad una sostanza diamagnetica viene indotto un debole momento magnetico in direzione opposta rispetto a quella del campo esterno. Questo ha l'effetto che le sostanze diamagnetiche vengano debolmente respinte dai magneti.
- Il diamagnetismo è in realtà un effetto presente in tutti i materiali, è tuttavia un effetto meno intenso del paramagnetismo e del ferromagnetismo. Quindi di fatto si manifesta solo nelle sostanze che non sono paramagnetiche o ferromagnetiche.
- Possiamo comprendere (in parte) il diamagnetismo considerando un modello classico di atomo in cui 2 elettroni orbitano attorno ad un nucleo con velocità diverse. Gli elettroni rimangono nelle loro orbite circolari a causa della forza attrattiva dovuta al nucleo carico positivamente.

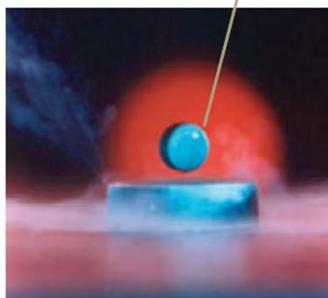
Magnetismo nella materia – Diamagnetismo

- Siccome i momenti magnetici dei due elettroni sono uguali in modulo e direzione ma opposti in verso, si cancellano a vicenda. Quando un campo magnetico esterno viene applicato gli elettroni risentono di una forza aggiuntiva $q\vec{v} \times \vec{B}$. Questa forza si combina con la forza elettrostatica attrattiva del nucleo in modo tale da aumentare la velocità orbitale dell'elettrone il cui momento magnetico è antiparallelo al campo esterno e diminuire la velocità orbitale dell'altro elettrone. Come risultato i moduli dei due momenti magnetici degli elettroni non sono più uguali, non si cancellano più e quindi la sostanza acquisisce una magnetizzazione, che si oppone al campo magnetico esterno applicato.

Magnetismo nella materia

- Un superconduttore è una sostanza in cui la resistenza elettrica diventa zero sotto una temperatura critica. Alcuni superconduttori manifestano effetti legati al diamagnetismo.
- Ad esempio un campo magnetico esterno è espulso dal superconduttore in modo tale che il campo al suo interno sia nullo. Questo fenomeno è noto come effetto Meissner (si veda la figura in basso a sinistra).

Nell'effetto Meissner, il piccolo magnete in alto induce correnti nel disco superconduttore posto sotto di esso, che è raffreddato alla temperatura di 77 K. Le correnti creano una forza magnetica repulsiva sul magnete causandone la levitazione sopra il disco superconduttore.



Courtesy Argonne National Laboratory

Figura 30.27 Un'illustrazione dell'effetto Meissner, mostrato dal magnete sospeso sopra un disco superconduttore cercamico raffreddato. La supercondutività consiste nella perdita di ogni resistenza per la corrente elettrica.

Ossigeno liquido,
Un materiale paramagnetico che è attratto dai poli di un magnete



© Cengage Learning / Leon Lewandowski

Paramagnetismo

Levitazione di una rana causata dalla forza esercitata sulle molecole diamagnetiche di acqua presenti nel suo corpo



Courtesy of Dr. Andre Geim, Manchester University

Diamagnetismo – una rana Levita in un campo magnetico molto intenso (16 T)

Sommario (1)

- Il flusso magnetico attraverso una superficie associato al campo magnetico \vec{B} è:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

dove l'integrale è definito sulla superficie.

- La **legge di faraday dell'induzione** stabilisce che la f.e.m. indotta in un circuito è direttamente proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso magnetico attraverso il circuito:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

dove N è il numero di spire e Φ_B è il flusso magnetico concatenato ad ognuna di esse.

Sommario (2)

- Quando una sbarretta conduttrice di lunghezza l , si muove in un campo magnetico \vec{B} con velocità \vec{v} tale che \vec{v} sia perpendicolare a \vec{B} , la f.e.m. indotta nella sbarretta (la cosiddetta f.e.m. dinamica) è data da:

$$\mathcal{E} = -Blv$$

- La legge di Lenz afferma che la corrente e la forza elettromotrice indotte in un circuito hanno versi tali da opporsi alla variazione che li ha prodotti.

Sommario (3)

- Una forma generale della legge di Faraday dell'induzione è:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

dove \vec{E} è un campo elettrico non conservativo, prodotto dalla variazione del flusso magnetico.

Sommario (4)

- Quando in una bobina la corrente varia nel tempo, secondo la legge di Faraday nella bobina viene indotta una f.e.m. La f.e.m. autoindotta è definita dall'espressione

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$

dove L è l'induttanza della bobina. L'induttanza dà una misura di quanto un dispositivo si oppone ad una variazione di corrente.

- L'induttanza di una bobina è:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

dove Φ_B è il flusso magnetico attraverso ciascuna spira della bobina ed N è il numero totale di spire. L'unità del SI dell'induttanza è l'henry (H), dove

$$1\text{H} = 1\text{V} \cdot \text{s}$$

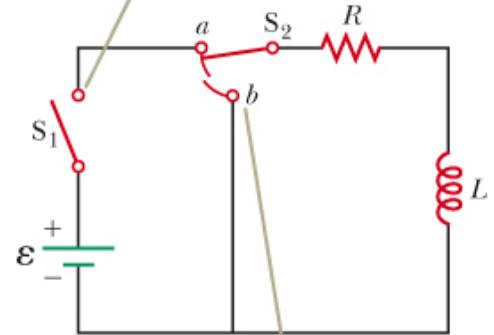
Sommario (5)

- Se, come mostrato nella figura a fianco, un resistore ed un induttore sono collegati in serie a una batteria di f.e.m. \mathcal{E} , l'interruttore S_2 viene posto nella posizione a e l'interruttore S_1 viene chiuso all'istante $t = 0$, la corrente nel circuito varia nel tempo con la legge:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

dove $\tau = L/R$ è la costante di tempo del circuito RL.

Quando l'interruttore S_1 viene chiuso, la corrente aumenta e viene indotta una f.e.m. nell'induttore che si oppone all'aumento della corrente.



Quando il commutatore S_2 viene portato nella posizione b , la batteria non è più inserita nel circuito e la corrente decresce.

Figura 23.22 Un circuito RL . Quando il commutatore S_2 è nella posizione a , la batteria è inserita nel circuito.

Sommario (6)

- L'energia immagazzinata nel campo magnetico di un induttore in cui circola una corrente I è:

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

- L'energia per unità di volume (o densità di energia) in un punto in cui il campo magnetico è B è data da

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$



Onde Elettromagnetiche

Corrente di spostamento e teorema di Ampère generalizzato

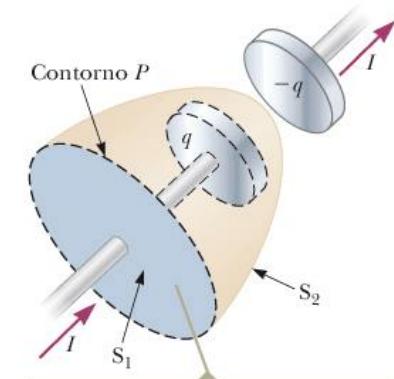
- Abbiamo visto che quando un conduttore trasporta una corrente ed ha un alto grado di simmetria possiamo calcolare il campo magnetico generato attraverso la formula (teorema di Ampère)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

- Dove l'integrale di linea è esteso a qualsiasi percorso chiuso concatenato con la **corrente di conduzione** definita come $I = dq/dt$
- Chiamiamo **corrente di conduzione** la corrente trasportata da particelle cariche in un filo. Introdurremo tra poco un altro tipo di corrente e metteremo in luce una limitazione del teorema di Ampère.

Corrente di spostamento e teorema di Ampère generalizzato

- Consideriamo un condensatore che si carica come nella figura a fianco. Quando la corrente di conduzione fluisce, la quantità di carica sulle armature varia, ma non c'è corrente di conduzione tra le armature. Consideriamo le due superfici S_1 e S_2 nella figura a fianco, delimitate dallo stesso contorno «P». Il teorema di Ampère afferma che l'integrale di linea (la circuitazione) di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ lungo questo percorso deve essere uguale a $\mu_0 I$ dove I è la corrente di conduzione che passa attraverso una qualsiasi superficie delimitata dal percorso «P».



La corrente di conduzione I nel filo passa attraverso S_1 . Ciò conduce ad una contraddizione nel teorema di Ampère che viene risolta solo se si introduce una corrente di spostamento attraverso S_2 .

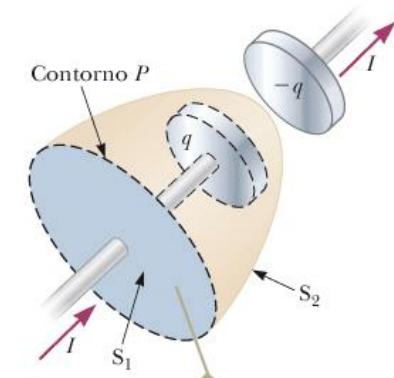
Figura 24.1 Due superfici S_1 e S_2 , vicine all'armatura di un condensatore, sono delimitate dallo stesso contorno P .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Corrente di spostamento e teorema di Ampère generalizzato

- Quando si considera come superficie S_1 la corrente di conduzione che la attraversa è I , quando si considera S_2 nessuna corrente di conduzione passa attraverso questa superficie. Quindi **abbiamo una situazione contraddittoria** nell'applicazione del teorema di Ampère (formula $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$) che sorge dalla discontinuità della corrente di conduzione!
- Maxwell risolse questo problema postulando un termine addizionale al secondo membro dell'equazione $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$, chiamato **corrente di spostamento** e definita come $I_S = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$
- Dove Φ_E è il flusso del campo elettrico definito come $\Phi_E \equiv \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$



La corrente di conduzione I nel filo passa attraverso S_1 . Ciò conduce ad una contraddizione nel teorema di Ampère che viene risolta solo se si introduce una corrente di spostamento attraverso S_2 .

Figura 24.1 Due superfici S_1 e S_2 , vicine all'armatura di un condensatore, sono delimitate dallo stesso contorno P .

Corrente di spostamento e teorema di Ampère generalizzato

- L'equazione $I_S = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ viene interpretata nel modo seguente: quando il condensatore si carica il campo elettrico variabile tra le armature può essere considerato come una corrente tra le armature che agisce come continuazione della corrente di conduzione nel filo.
- Possiamo quindi esprimere il teorema di Ampère in forma generalizzata (o teorema di Ampère-Maxwell):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(I + I_S) = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Corrente di spostamento e teorema di Ampère generalizzato

- Per comprendere il significato dell'equazione precedente possiamo considerare la figura a fianco. Il flusso del campo elettrico attraverso la superficie S è $\Phi_E \equiv \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA$, dove A è l'area della superficie delle armature del condensatore ed E è l'intensità del campo elettrico uniforme tra le armature. Se q è la carica sulle armature a un certo istante, allora $E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$ (si veda esempio 19.12). Quindi il flusso del campo elettrico attraverso S è $EA = q/\epsilon_0$. Per cui la corrente di spostamento attraverso S è

$$I_S = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

Cioè la corrente di spostamento I_S attraverso S è uguale alla corrente di conduzione I nei fili collegati al condensatore!

Il punto centrale è che i campi magnetici sono generati sia dalle correnti di conduzione che dai campi elettrici variabili nel tempo.

Le linee del campo elettrico fra le armature creano un flusso di campo elettrico attraverso la superficie S .

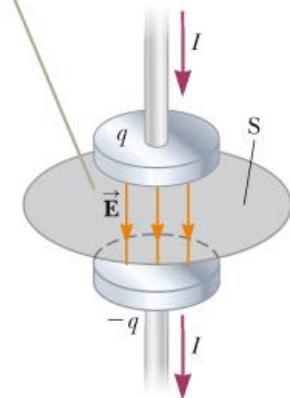


Figura 24.2 Quando c'è una corrente di conduzione nei fili, c'è anche un campo elettrico variabile \vec{E} fra le armature del condensatore.

Quiz rapido

- In un circuito RC il condensatore inizia a scaricarsi.
- Durante la scarica, nella regione di spazio fra le armature del condensatore, è presente
 - a) Una corrente di conduzione ma nessuna corrente di spostamento
 - b) Una corrente di spostamento ma non di conduzione
 - c) Sia corrente di spostamento che di conduzione
 - d) Nessuna corrente
- Durante la scarica, nella regione di spazio fra le armature del condensatore, è presente
 - a) Un campo elettrico ma non un campo magnetico
 - b) Un campo magnetico ma non un campo elettrico
 - c) Sia un campo elettrico che un campo magnetico
 - d) Nessun campo

Quiz rapido

- In un circuito RC il condensatore inizia a scaricarsi.
- Durante la scarica, nella regione di spazio fra le armature del condensatore, è presente
 - a) Una corrente di conduzione ma nessuna corrente di spostamento
 - b) Una corrente di spostamento ma non di conduzione
 - c) Sia corrente di spostamento che di conduzione
 - d) Nessuna corrente
- Durante la scarica, nella regione di spazio fra le armature del condensatore, è presente
 - a) Un campo elettrico ma non un campo magnetico
 - b) Un campo magnetico ma non un campo elettrico
 - c) Sia un campo elettrico che un campo magnetico
 - d) Nessun campo

Le equazioni di Maxwell e le scoperte di Hertz

- Le equazioni di Maxwell sono le equazioni fondamentali per lo studio dei fenomeni elettromagnetici, così come le leggi di Newton lo sono per lo studio dei fenomeni meccanici.
- Presenteremo le equazioni di Maxwell valide nel vuoto, cioè in assenza di materiali dielettrici e magnetici. Le quattro equazioni di Maxwell sono:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad [\text{equazione 1}]$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad [\text{equazione 2}]$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad [\text{equazione 3}]$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I - \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad [\text{equazione 4}]$$

Le equazioni di Maxwell e le scoperte di Hertz

- L'**equazione «1»** è il teorema di Gauss e lega il campo elettrico alla distribuzione di carica che lo genera.
- L'**equazione «2»** è teorema di Gauss per il magnetismo e stabilisce che il flusso magnetico attraverso una superficie chiusa è zero. Cioè il numero di linee di campo magnetico entranti in un volume limitato è sempre uguale al numero di linee di campo uscenti dallo stesso volume. Ciò implica che le linee di campo magnetico non hanno origine né fine in alcun punto. Infatti non si è mai osservato in natura un monopolio magnetico isolato.
- L'**equazione «3»** è la legge dell'induzione di Faraday, che descrive la creazione di un campo elettrico da un flusso magnetico variabile
- L'**equazione «4»** è la legge di Ampère-Maxwell e descrive la creazione di un campo magnetico da parte di un campo elettrico variabile e di una corrente elettrica.

Le equazioni di Maxwell e le scoperte di Hertz

- Una volta che il campo elettrico e il campo magnetico siano noti in un certo punto dello spazio, la forza agente su una carica elettrica q può essere calcolata tramite l'equazione:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Questa relazione è chiamata **legge della forza di Lorentz** e fornisce, insieme con le quattro equazioni di Maxwell, una descrizione completa di tutte le interazioni elettromagnetiche classiche nel vuoto.
- Successivamente mostreremo che le equazioni «3» e «4» possono essere combinate insieme per ottenere un'equazione d'onda sia per il campo elettrico che per il campo magnetico. Nello spazio vuoto (dove $q = 0$ e $I = 0$) la soluzione a queste equazioni mostra che la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche è uguale alla velocità misurata della luce. Questo risultato condusse Maxwell a predire che le onde di luce sono una forma di radiazione elettromagnetica.

Le equazioni di Maxwell e le scoperte di Hertz

- Hertz eseguì degli esperimenti che verificarono la predizione di Maxwell. L'apparato sperimentale che Hertz usò per generare e rivelare le onde elettromagnetiche è mostrato nella figura a fianco.
- Una bobina di induzione è collegata ad un trasmettitore formato da due elettrodi sferici separati da una breve distanza. La bobina fornisce brevi impulsi di tensione agli elettrodi, caricando uno di essi positivamente e l'altro negativamente. Una scintilla si forma tra le sfere quando il campo elettrico vicino ad ogni elettrodo supera la rigidità dielettrica in aria ($3 \times 10^6 V/m$). Gli elettroni ionizzano le molecole d'aria con cui collidono. Quando l'aria nella zona fra i due elettrodi è ionizzata diventa un migliore conduttore e la scarica fra gli elettrodi esibisce un comportamento oscillatorio ad alta frequenza.

Il trasmettitore è formato da due elettrodi sferici connessi ad una bobina di induzione che fornisce brevi impulsi di tensione alle sfere innescando oscillazioni nella scarica fra i due elettrodi.

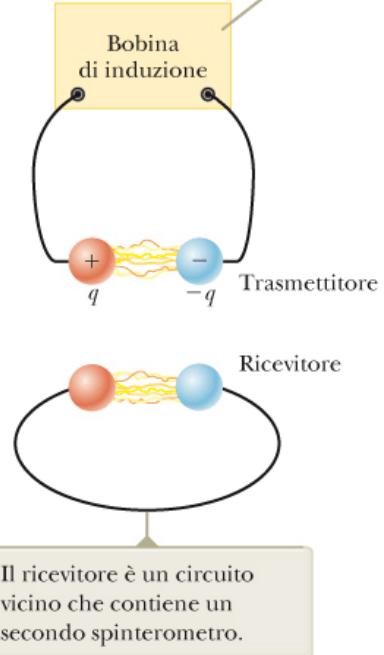


Figura 24.3 Diagramma schematico dell'apparato di Hertz per generare e rivelare onde elettromagnetiche.

Le equazioni di Maxwell e le scoperte di Hertz

- Questo apparato sperimentale è equivalente ad un circuito LC dove l'induttanza è quella della bobina e la capacità è dovuta agli elettrodi sferici. Applicando la legge delle maglie di Kirchhoff si dimostra che la corrente in un circuito LC oscilla di un moto armonico semplice con frequenza $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. La frequenza di oscillazione è dell'ordine di 100 MHz.
- Le onde elettromagnetiche sono irradiate con questa frequenza come risultato dell'oscillazione (e dunque dell'accelerazione) delle cariche libere nel circuito trasmettitore.
- Hertz rivelò queste onde usando una singola spira di filo conduttore interrotto da due sfere (il ricevitore, mostrato nella figura a fianco). Nell'esperimento di Hertz si formavano scintille nello spazio fra gli elettrodi del ricevitore quando la frequenza del ricevitore risultava uguale a quella del trasmettitore. Herz dimostrò che la corrente oscillante nel ricevitore era prodotta dalle onde elettromagnetiche irradiate dal trasmettitore.
- Herz misurò anche la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche, la quale aveva un valore vicino a $3 \times 10^8 m/s$, la nota velocità c della luce visibile.

Il trasmettitore è formato da due elettrodi sferici connessi ad una bobina di induzione che fornisce brevi impulsi di tensione alle sfere innescando oscillazioni nella scarica fra i due elettrodi.

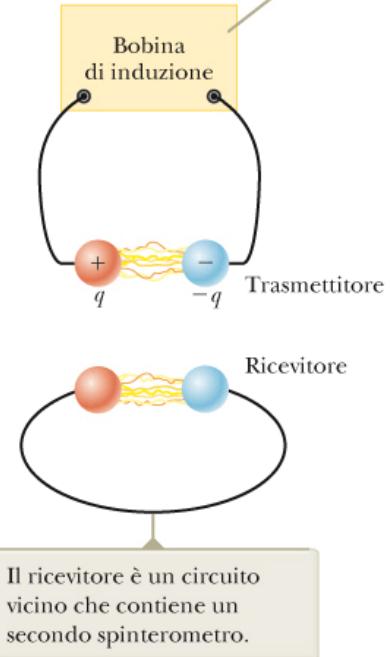


Figura 24.3 Diagramma schematico dell'apparato di Hertz per generare e rivelare onde elettromagnetiche.

Le onde elettromagnetiche

- Maxwell dimostrò che i campi elettrici e magnetici dipendenti dal tempo soddisfano un'equazione d'onda lineare
$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$
- Ciò ha come conseguenza la previsione dell'esistenza delle onde elettromagnetiche.
- Nell'onda i vettori \vec{E} e \vec{B} sono perpendicolari tra di loro e perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda, come mostrato nella figura a fianco.
- Le onde in cui il campo elettrico ed il campo magnetico sono istante per istante paralleli ad una certa direzione si dicono **onde polarizzate linearmente**. Inoltre, in riferimento alla figura a fianco assumiamo che i moduli di E e B in ogni punto dello spazio dipendano solamente da x e t e non dalle coordinate y e z .

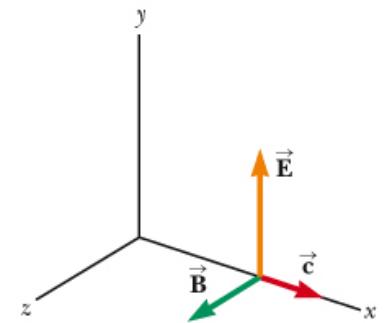


Figura 24.4 I campi in un punto sull'asse x , in un'onda elettromagnetica che viaggia ad una velocità \vec{c} nella direzione positiva dell'asse x . Questi campi dipendono solo da x e t .

Le onde elettromagnetiche

- Immaginiamo che la sorgente delle onde elettromagnetiche sia tale da irradiare un'onda da qualsiasi posizione del piano yz (non solo dall'origine come potrebbe suggerire la figura a fianco). Queste onde si propagano tutte nella direzione x e sono tutte emesse in fase. Se definiamo il **raggio** come una linea lungo la quale l'onda viaggia, allora tutti i raggi di queste onde sono paralleli. Questo insieme di onde è spesso chiamato **onda piana**. Una superficie che collega i punti di uguale fase di tutte le onde, superficie che chiamiamo **fronte d'onda**, è un piano geometrico.
- In alternativa se consideriamo una sorgente puntiforme di radiazione, essa spedisce onde in tutte le direzioni. Una superficie che collega i punti di uguale fase è in questo caso una sfera e per tanto chiameremo la radiazione emessa da una sorgente puntiforme **onda sferica**.

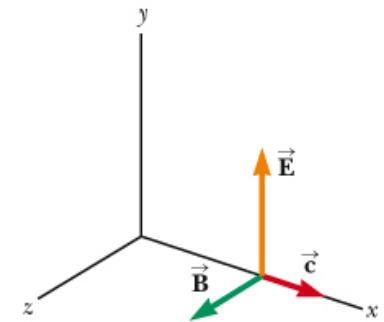


Figura 24.4 I campi in un punto sull'asse x , in un'onda elettromagnetica che viaggia ad una velocità \vec{c} nella direzione positiva dell'asse x . Questi campi dipendono solo da x e t .

Le onde elettromagnetiche

- Per capire come si possano formare le onde elettromagnetiche, partiamo dalla legge di Faraday:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Assumiamo che l'onda stia viaggiando nella direzione x , con il campo elettrico \vec{E} nella direzione positiva di y e il campo magnetico \vec{B} nella direzione positiva di z . Consideriamo il rettangolo di larghezza dx e altezza l che giace nel piano xy come mostrato nella figura a fianco. Calcoliamo l'integrale di linea di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ lungo il perimetro di questo rettangolo nel verso antiorario ad un istante in cui l'onda attraversa il rettangolo. I contributi della parte superiore e inferiore del rettangolo sono zero perché \vec{E} è perpendicolare a $d\vec{s}$. Possiamo esprimere il campo elettrico sul lato destro del rettangolo come

$$E(x + dx) \approx E(x) + \left. \frac{dE}{dx} \right] t_{costante} dx = E(x) + \frac{\partial E}{\partial x} dx$$

In base all'Equazione 24.12, la variazione spaziale di \vec{E} produce un campo magnetico variabile diretto come l'asse z .

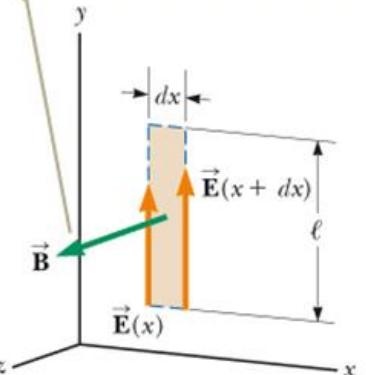


Figura 24.5 Quando un'onda piana, che si muove nella direzione positiva dell'asse x , passa attraverso un percorso rettangolare di larghezza dx che giace nel piano xy , il campo elettrico nella direzione y varia da $\vec{E}(x)$ a $\vec{E}(x + dx)$.

Le onde elettromagnetiche

- Si ha quindi

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = [E(x + dx)]l - [E(x)]l \approx l \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) dx$$

- Poiché il campo magnetico è nella direzione z, il flusso magnetico concatenato con il rettangolo di area ldx è approssimativamente $\Phi_B = Bldx$. Prendendo la derivata temporale del flusso magnetico si ottiene:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = l dx \left[\frac{dB}{dt} \right]_{x \text{ costante}} = l dx \frac{\partial B}{\partial t}$$

In base all'Equazione 24.12, la variazione spaziale di \vec{E} produce un campo magnetico variabile diretto come l'asse z.

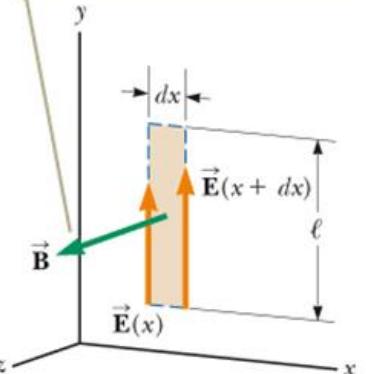


Figura 24.5 Quando un'onda piana, che si muove nella direzione positiva dell'asse x, passa attraverso un percorso rettangolare di larghezza dx che giace nel piano xy, il campo elettrico nella direzione y varia da $\vec{E}(x)$ a $\vec{E}(x + dx)$.

Le onde elettromagnetiche

- Sostituendo le due equazioni nella slide precedente (17) **nell'equazione «3» della slide 9** si ottiene:

$$l \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right) dx = -l dx \frac{\partial B}{\partial t}$$
$$\frac{\partial E}{\partial x} = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{equazione 24.12})$$

- In modo simile possiamo derivare una seconda equazione partendo dalla quarta equazione di Maxwell (**equazione «4» della slide 9**)

In base all'Equazione 24.12, la variazione spaziale di \vec{E} produce un campo magnetico variabile diretto come l'asse z.

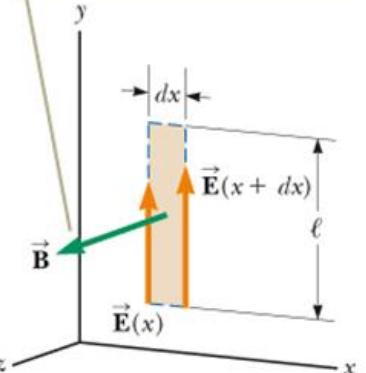


Figura 24.5 Quando un'onda piana, che si muove nella direzione positiva dell'asse x, passa attraverso un percorso rettangolare di larghezza dx che giace nel piano xy, il campo elettrico nella direzione y varia da $\vec{E}(x)$ a $\vec{E}(x + dx)$.

Le onde elettromagnetiche

- Calcoliamo l'integrale di linea di $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ lungo il perimetro del rettangolo che giace nel piano xy e che ha larghezza dx e lunghezza l , come mostrato nella figura a fianco. Si può scrivere:
- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = [B(x)]l - [B(x + dx)]l \approx -l \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx$
- Il flusso elettrico attraverso il rettangolo è $\Phi_E = E l dx$

E quindi:

$$\frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = l dx \frac{\partial E}{\partial t}$$

In base all'Equazione 24.15, questa variazione spaziale di \vec{B} produce un campo elettrico variabile diretto lungo l'asse y .

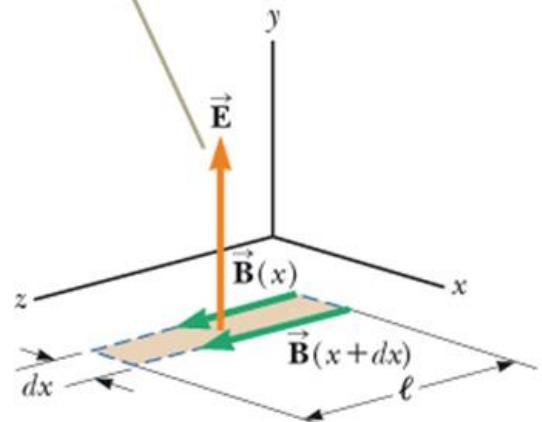


Figura 24.6 Quando un'onda piana passa attraverso un percorso rettangolare di larghezza dx che giace nel piano xy , il campo magnetico nella direzione z varia da $\vec{B}(x)$ a $\vec{B}(x + dx)$.

Le onde elettromagnetiche

- Sostituendo le due equazioni della slide precedente nella quarta equazione di Maxwell (**equazione «4»** della slide 9) si ottiene:

$$-\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

equazione 24.15

Prendendo la derivata rispetto a x dell'equazione 24.12 (slide 18) e combinandola con l'equazione sopra abbiamo

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right)$$
$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

equazione 24.16

In base all'Equazione 24.15,
questa variazione spaziale di \vec{B}
produce un campo elettrico
variabile diretto lungo l'asse y.

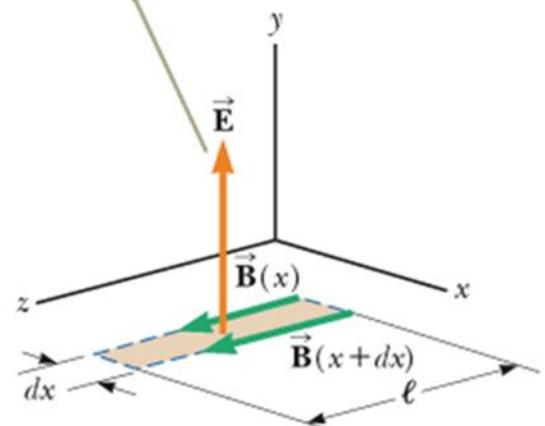


Figura 24.6 Quando un'onda piana passa attraverso un percorso rettangolare di larghezza dx che giace nel piano xy , il campo magnetico nella direzione z varia da $\vec{B}(x)$ a $\vec{B}(x + dx)$.

Le onde elettromagnetiche

- In modo simile a quanto fatto nella slide precedente, possiamo prendere la derivata rispetto a x dell'equazione 24.15 (slide 19) e combinandola con l'equazione 24.12 (slide 18) otteniamo:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad \text{equazione 24.17}$$

Le equazioni 24.16 (slide 20) e 24.17 (sopra) hanno la forma di un'equazione d'onda lineare con la velocità dell'onda ν sostituita da c , dove

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Calcoliamo questa velocità numericamente:

$$c = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \times 10^{-7} T \cdot m/A)(8.85419 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2)}} = 2.99792 \times 10^8 m/s$$

Questa velocità è precisamente la velocità della luce nel vuoto e quindi si è portati a credere (correttamente) che la luce sia un'onda elettromagnetica.

Le onde elettromagnetiche

- La soluzione più semplice delle equazioni 24.16 (slide 20) e 24.17 (slide 21) è un'onda sinusoidale nella quale i moduli dei campi E e B variano con x e t in accordo a

$$E = E_{max} \cos(kx - \omega t) \quad \text{equazione 24.19}$$

$$B = B_{max} \cos(kx - \omega t) \quad \text{equazione 24.20}$$

Il numero d'onda angolare è $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, dove λ è la lunghezza d'onda. La frequenza angolare (o pulsazione) è $\omega = 2\pi f$ dove f è la frequenza dell'onda. Il rapporto ω/k è uguale alla velocità dell'onda elettromagnetica c :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f = c \quad \text{e quindi} \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{f}$$

Le onde elettromagnetiche

- La figura a fianco è una rappresentazione, ad ogni istante, di un'onda elettromagnetica sinusoidale, linearmente polarizzata, che si muove nella direzione x positiva.
- Eseguendo le derivate parziali delle equazioni 24.19 e 24.20 (slide 22) si ottiene:
- $\frac{\partial E}{\partial x} = -kE_{max} \operatorname{sen}(kx - \omega t)$
- $\frac{\partial B}{\partial t} = \omega B_{max} \operatorname{sen}(kx - \omega t)$

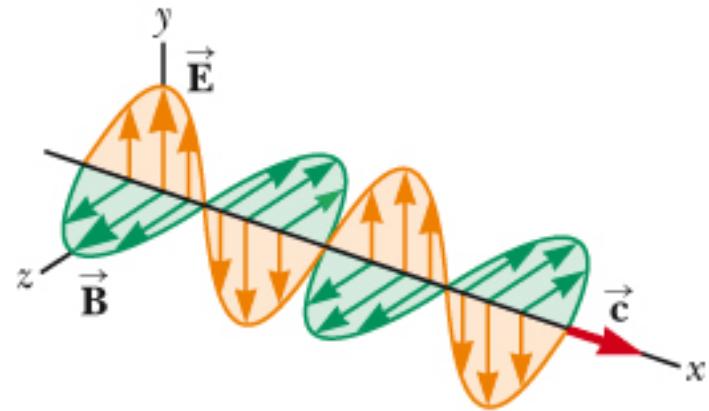


Figura 24.7 Un'onda elettromagnetica sinusoidale si muove nel verso positivo dell'asse x con velocità c.

Le onde elettromagnetiche

- Se si sostituiscono questi risultati nell'equazione 24.12 (slide 18), si trova che in ogni istante valgono le relazioni

$$kE_{max} = \omega B_{max}$$

$$\frac{E_{max}}{B_{max}} = \frac{\omega}{k} = c$$

- Si ottiene quindi

$$\frac{E_{max}}{B_{max}} = \frac{E}{B} = c$$

- Vale a dire che, ad ogni istante, il rapporto del modulo del campo elettrico e di quello del campo magnetico in un'onda elettromagnetica è uguale alla velocità della luce.

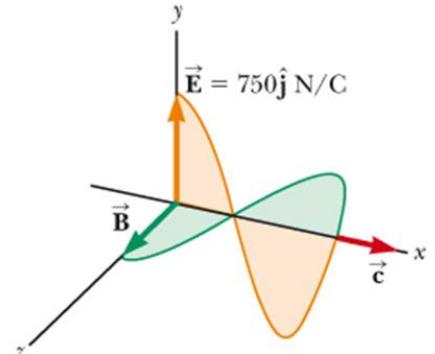
Le onde elettromagnetiche – Effetto Doppler per la luce

- Un'altra caratteristica delle onde elettromagnetiche è legata al fatto che c'è uno spostamento nella frequenza osservata delle onde quando c'è un moto relativo fra la sorgente delle onde e l'osservatore.
- Se una sorgente luminosa e un osservatore si avvicinano uno all'altra con velocità relativa v , la frequenza f' misurata dall'osservatore è
- $$f' = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} f$$
 dove f è la frequenza misurata nel sistema di riferimento in cui essa è a riposo. L'equazione predice che $f' > f$ quando la sorgente e l'osservatore si avvicinano l'una all'altra, vale l'opposto ($f' < f$) se sorgente e osservatore si allontanano.
- L'effetto Doppler per le onde elettromagnetiche si osserva nella luce emessa da un oggetto astronomico (come una galassia) in movimento. La luce emessa dagli atomi è normalmente trovata nella regione viola dello spettro è spostata verso l'estremità rossa dello spettro per atomi in altre galassie, indicando che queste galassie si stanno allontanando da noi. **L'astronomo americano Edwin Hubble compì dettagliate misure di questo spostamento verso il rosso per confermare che la maggior parte delle galassie si stanno allontanando da noi, indicando che l'Universo è in espansione.**

Esempio – Un’onda elettromagnetica

- Un’onda elettromagnetica piana sinusoidale di frequenza 40.0 MHz si propaga nel vuoto nella direzione x , come mostrato nella figura a fianco.
 - A. Calcolare la lunghezza d’onda e il periodo dell’onda
 - B. In un certo punto e a un certo istante, il campo elettrico ha il suo valore massimo di 750 N/C ed è diretto lungo l’asse y . Calcolare modulo e direzione del campo magnetico in questo punto nello spazio e nel tempo.
 - C. Un osservatore sull’asse x , lontano a destra in riferimento alla figura a fianco, si muove verso sinistra lungo l’asse x alla velocità di 0.500 c . Che frequenza misura questo osservatore per l’onda elettromagnetica?

Figura 24.8 (Esempio 24.1) Ad un certo istante, un’onda elettromagnetica piana che si muove nella direzione x ha un massimo per il campo elettrico di 750 N/C nel verso positivo dell’asse y .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Energia trasportata dalle onde elettromagnetiche

- La rapidità del flusso di energia in un'onda elettromagnetica è descritta da un vettore \vec{S} detto vettore di Poynting, definito come:

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

Il modulo del vettore di Poynting rappresenta la rapidità con cui l'energia passa attraverso l'unità di area di una superficie perpendicolare al flusso, e la sua direzione coincide con la direzione di propagazione dell'onda (si veda la figura a fianco). Quindi il vettore di Poynting rappresenta la potenza per area unitaria. Le unità SI del vettore di Poynting sono $\frac{J}{s} \cdot m^{-2} = W/m^2$.

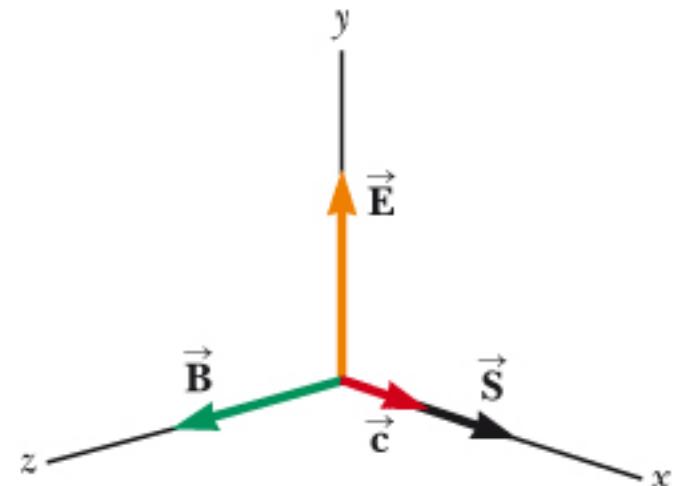


Figura 24.9 Il vettore di Poynting \vec{S} per un'onda elettromagnetica è diretto lungo la direzione di propagazione dell'onda.

Energia trasportata dalle onde elettromagnetiche

- Calcoliamo ad esempio il modulo di \vec{S} per un'onda elettromagnetica piana. Abbiamo $|\vec{E} \times \vec{B}| = EB$ poiché i 2 vettori sono perpendicolari tra loro. Quindi:

$$S = \frac{EB}{\mu_0}$$

Poiché $B = E/c$ possiamo anche scrivere:

$$S = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \frac{cB^2}{\mu_0}$$

Energia trasportata dalle onde elettromagnetiche

- Per un'onda elettromagnetica sinusoidale (equazioni 24.19 e 24.20 nella slide 22), la grandezza più interessante è il valor medio nel tempo di S su uno o più cicli, che è l'**intensità I** , cioè la potenza media per unità di area. Se si prende questa media, si ottiene un'espressione che coinvolge la media temporale di $\cos^2(kx - \omega t)$, che è uguale a $\frac{1}{2}$. Quindi il valor medio di S (o l'intensità dell'onda), è

$$I = S_{med} = \frac{E_{max}B_{max}}{2\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{cB_{max}^2}{2\mu_0} \quad \text{equazione 24.26}$$

Ricordiamo che l'energia per unità di volume u_E , ovvero la densità di energia istantanea associata ad un campo elettrico, è data dall'equazione:

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

(formula ricavata nella slide 45 della serie «Potenziale Elettrico e Capacità»)

Energia trasportata dalle onde elettromagnetiche

- Ricordiamo anche che la densità di energia istantanea u_B associata ad un campo magnetico è data da:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

(formula ricavata nella slide 51 della serie «Legge di Faraday e Induttanza»).

- Usando la relazione $B = E/c$ e $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ l'equazione sopra diventa:

$$u_B = \frac{(E/c)^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0\mu_0}{2\mu_0} E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Quindi

$$u_B = u_E$$

Cioè, per un'onda elettromagnetica, la densità di energia istantanea associata al campo magnetico è uguale alla densità di energia associata al campo elettrico.

Energia trasportata dalle onde elettromagnetiche

- La densità di energia istantanea totale u è uguale alle somma delle densità di energia associate ai campi elettrico e magnetico:

$$u = u_E + u_B = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Se facciamo la media di questa grandezza su uno o più cicli dell'onda elettromagnetica, ritroviamo ancora un fattore $1/2$. Quindi, l'energia totale media per unità di volume di un'onda elettromagnetica è data da:

$$u_{med} = \epsilon_0 (E^2)_{med} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_{max}^2 = \frac{B_{max}^2}{2\mu_0}$$

Confrontando questo risultato con l'equazione 24.26 (slide 29), che dà il valor medio di S (intensità dell'onda), vediamo che $I = S_{med} = c u_{med}$

In altre parole l'intensità di un'onda elettromagnetica è uguale al prodotto della densità di energia media per la velocità della luce.

Quiz rapido

- Un'onda elettromagnetica si propaga lungo l'asse y negativo. In un certo punto, il vettore campo elettrico è momentaneamente orientato nella direzione positiva di x. In quale direzione è orientato il campo magnetico in quel punto e allo stesso istante?
 - a) Asse x negativo
 - b) Asse y positivo
 - c) Asse z positivo
 - d) Asse z negativo

Quiz rapido

- Un'onda elettromagnetica si propaga lungo l'asse y negativo. In un certo punto, il vettore campo elettrico è momentaneamente orientato nella direzione positiva di x. In quale direzione è orientato il campo magnetico in quel punto e allo stesso istante?
 - a) Asse x negativo
 - b) Asse y positivo
 - c) Asse z positivo
 - d) Asse z negativo

Quiz rapido

- Quale di queste quantità non varia con il tempo in un'onda elettromagnetica piana?
 - a) Il modulo del vettore di Poynting
 - b) La densità di energia u_E
 - c) La densità di energia u_B
 - d) L'intensità I

Quiz rapido

- Quale di queste quantità non varia con il tempo in un'onda elettromagnetica piana?
 - a) Il modulo del vettore di Poynting
 - b) La densità di energia u_E
 - c) La densità di energia u_B
 - d) L'intensità I

Esempio – I campi sulla pagina

- Stimare i valori massimi dei campi elettrico e magnetico della luce che incide su questa pagina ed è originata dalla luce visibile che viene dalla lampada da tavolo. Trattare la lampadina come una sorgente puntiforme di radiazione elettromagnetica che ha un'efficienza del 5% per trasformare l'energia elettrica entrante in luce visibile uscente.

Quantità di moto e pressione di radiazione

- Le onde elettromagnetiche trasportano, oltre ad energia, anche quantità di moto, quindi quando l'onda colpisce una superficie esercita su di essa una pressione.
- Assumiamo che un'onda elettromagnetica incida normalmente su una superficie e vi trasporti l'energia totale T_{RE} in un intervallo di tempo Δt . Maxwell ha dimostrato che, se la superficie assorbe tutta questa energia in tale tempo, la quantità di moto totale \vec{p} fornita alla superficie ha modulo dato da

$$p = \frac{T_{RE}}{c} \quad (\text{assorbimento completo})$$

Quantità di moto e pressione di radiazione

- La pressione di radiazione P esercitata sulla superficie è definita come forza per unità di area F/A . Combinando questa definizione con la seconda legge di Newton si ottiene:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt}$$

Se sostituiamo p con il suo valore espresso nella formula nella slide precedente otteniamo:

$$P = \frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{A} \frac{d}{dt} \left(\frac{T_{RE}}{c} \right) = \frac{1}{c} \frac{\left(\frac{dT_{RE}}{dt} \right)}{A}$$

Il termine $\frac{\left(\frac{dT_{RE}}{dt} \right)}{A}$ rappresenta la velocità con cui l'energia arriva alla superficie per unità di area, ovvero il modulo del vettore di Poynting. Quindi, la pressione di radiazione esercitata su una superficie perfettamente assorbente è

$$P = \frac{S}{c} \text{ (assorbimento completo)}$$

Una superficie assorbente per la quale tutta l'energia incidente è assorbita (riflessione nulla) è detta **corpo nero**.

Quantità di moto e pressione di radiazione

- Abbiamo visto che l'intensità I di un'onda elettromagnetica è uguale al valor medio di S (equazione 24.26, slide 29), dunque la pressione di radiazione media può essere espressa come
- $P_{med} = \frac{S_{med}}{c} = \frac{I}{c}$ (assorbimento completo)
- Inoltre poiché S_{med} rappresenta la potenza per unità di area, si trova che la potenza media trasferita alla superficie di area A è
- $(Potenza)_{med} = IA$ (assorbimento completo)
- **Se invece la superficie è perfettamente riflettente**, allora la quantità di moto trasferita nel tempo Δt , per incidenza normale è doppia rispetto a quella data dal caso di assorbimento completo, cioè vale
- $p = \frac{2T_{RE}}{c}$ (riflessione completa).

Quantità di moto e pressione di radiazione

- Cioè nel caso di riflessione totale una quantità di moto uguale a $\frac{2T_{RE}}{c}$ viene prima trasferita dall'onda incidente e poi viene ancora trasferita dall'onda riflessa, analogamente ad una palla che urti elasticamente contro una parete. Infine quindi la pressione di radiazione esercitata su una superficie perfettamente riflettente, per un'incidenza normale dell'onda, è il doppio di quella associata al caso di assorbimento completo, cioè è:

$$P = \frac{2S}{c} \quad (\text{riflessione completa})$$

Quantità di moto e pressione di radiazione

- La pressione di radiazione per la luce diretta solare è molto piccola (circa $5 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$), tuttavia può essere misurata utilizzando una bilancia di torsione come mostrato nella figura a fianco:
 - La luce colpisce un disco nero ed uno specchio, collegati tra loro da un'asta e sospesi a un filo sottile. La luce che colpisce il disco nero è completamente assorbita, cosicché tutta la quantità di moto è trasferita al disco. La luce che colpisce lo specchio è invece totalmente riflessa, per cui la quantità di moto trasferita è due volte maggiore di quella trasferita al disco nero. La pressione di radiazione viene determinata misurando l'angolo di cui ruota l'asta nel piano orizzontale. Il dispositivo è tenuto sotto vuoto.

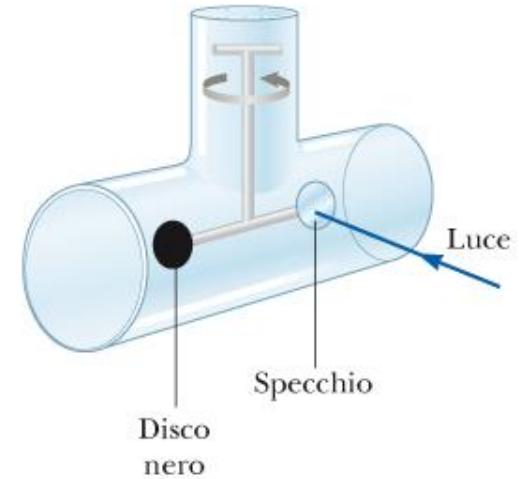


Figura 24.10 Un apparato per misurare la pressione esercitata dalla luce. In pratica il sistema è all'interno di un contenitore in cui è fatto un alto vuoto.

Quiz rapido

- In un apparato come quello in figura a fianco, supponiamo che il disco nero sia sostituito con uno avente il raggio dimezzato. Quale delle seguenti quantità sono diverse dopo che il disco è stato sostituito?
 - a) La pressione di radiazione sul disco
 - b) La forza di radiazione sul disco
 - c) La quantità di moto fornita al disco in un dato intervallo di tempo

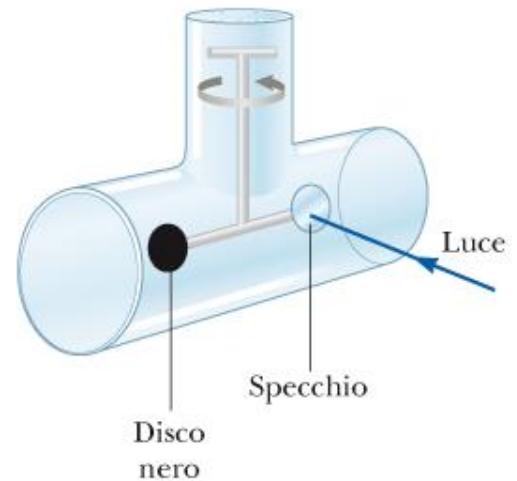


Figura 24.10 Un apparato per misurare la pressione esercitata dalla luce. In pratica il sistema è all'interno di un contenitore in cui è fatto un alto vuoto.

Quiz rapido

- In un apparato come quello in figura a fianco, supponiamo che il disco nero sia sostituito con uno avente il raggio dimezzato. Quale delle seguenti quantità sono diverse dopo che il disco è stato sostituito?
 - a) La pressione di radiazione sul disco
 - b) La forza di radiazione sul disco
 - c) La quantità di moto fornita al disco in un dato intervallo di tempo

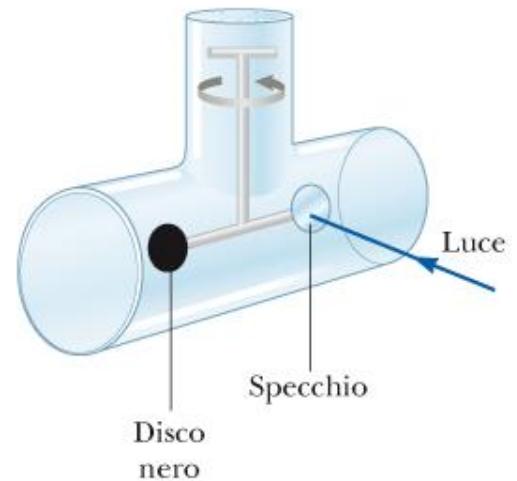


Figura 24.10 Un apparato per misurare la pressione esercitata dalla luce. In pratica il sistema è all'interno di un contenitore in cui è fatto un alto vuoto.

Esempio – Energia Solare

- Il sole fornisce circa 1000 W/m^2 di energia alla superficie terrestre.
 - a) Calcolare la potenza totale su un tetto di dimensioni $8.00\text{m} \times 20.0\text{m}$
 - b) Determinare la pressione e la forza di radiazione sul tetto,
assumendo che la copertura del tetto sia un assorbitore perfetto

Esempio – Pressione di un puntatore laser

- Spesso si usano puntatori laser durante le presentazioni. Se un puntatore di 3.0 mW crea una zona illuminata di 2.0 mm di diametro, determinare la pressione di radiazione su uno schermo che riflette il 70% della luce incidente. La potenza di 3.0 mW è la potenza media nel tempo.

Lo spettro delle onde elettromagnetiche

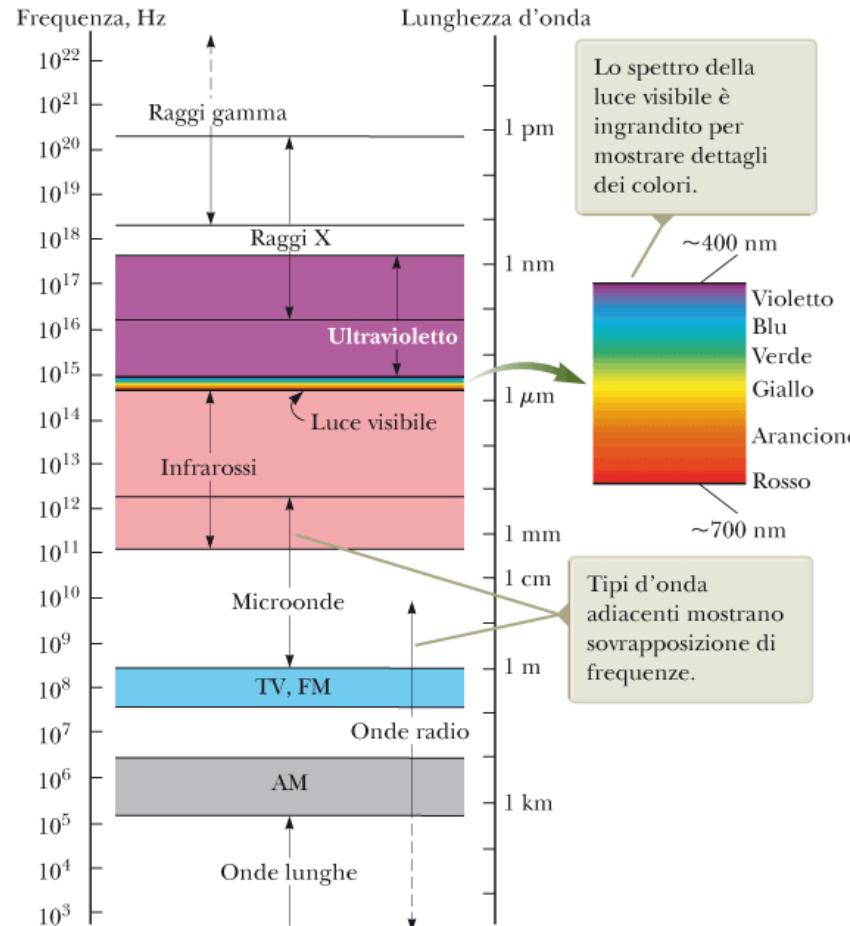


Figura 24.11 Lo spettro elettromagnetico.

Quiz rapido

- Il forno a microonde è largamente usato per cucinare. La frequenza di questi forni è di circa 10^{10} Hz. La lunghezza d'onda di queste microonde è dell'ordine dei
 - a) Chilometri
 - b) Metri
 - c) Centimetri
 - d) Micron

Quiz rapido

- Il forno a microonde è largamente usato per cucinare. La frequenza di questi forni è di circa 10^{10} Hz. La lunghezza d'onda di queste microonde è dell'ordine dei
 - a) Chilometri
 - b) Metri
 - c) Centimetri
 - d) Micron

Quiz rapido

- Un'onda radio di frequenza pari a circa 10^5 Hz è usata per trasportare un'onda sonora, la cui frequenza è invece di circa 10^3 Hz . La lunghezza dell'onda d'onda di questa onda radio è dell'ordine dei
 - a) Chilometri
 - b) Metri
 - c) Centimetri
 - d) Micron

Quiz rapido

- Un'onda radio di frequenza pari a circa 10^5 Hz è usata per trasportare un'onda sonora, la cui frequenza è invece di circa 10^3 Hz . La lunghezza dell'onda d'onda di questa onda radio è dell'ordine dei
 - a) Chilometri
 - b) Metri
 - c) Centimetri
 - d) Micron

Polarizzazione della luce

- Il fenomeno della polarizzazione è una proprietà che specifica le direzioni del campo elettrico e magnetico associati ad un'onda elettromagnetica.
- Un comune fascio di luce consiste di un grande numero di onde emesse dagli atomi della sorgente di luce. Ogni atomo genera un'onda con la sua propria orientazione del campo elettrico \vec{E} , che corrisponde alla direzione della vibrazione atomica.
- **La direzione di polarizzazione dell'onda elettromagnetica è definita come la direzione lungo la quale vibra il campo \vec{E} .**

Polarizzazione della luce

- In generale l'onda elettromagnetica risultante (sovraposizione di onde generate dalle singole sorgenti atomiche) è associata ad un fascio luminoso **non polarizzato**, situazione rappresentata nella figura a fianco (24.12 (a)). La direzione di propagazione dell'onda in questa figura è perpendicolare alla pagina. La figura indica che tutte le direzioni del vettore campo elettrico (che giacciono nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione) sono ugualmente probabili.
- Un fascio di luce si dice **polarizzato linearmente** se l'orientazione di \mathbf{E} è la stessa in ogni istante in un particolare punto (come in figura 24.12 (b)). Tale onda è detta talvolta anche «polarizzata in un piano».

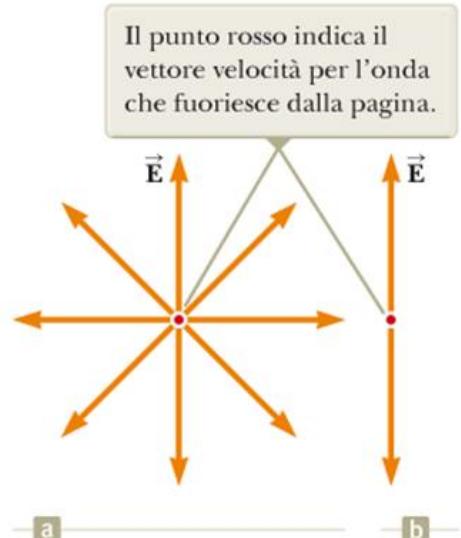


Figura 24.12 (a) Un raggio di luce non polarizzato visto lungo la direzione di propagazione (perpendicolare alla pagina). Il vettore variabile campo elettrico può essere in una qualunque direzione nel piano della pagina con uguale probabilità. (b) Un raggio di luce linearmente polarizzato con il vettore variabile campo elettrico nella direzione verticale.

Polarizzazione della luce

- L'onda descritta nella figura a fianco è un esempio di onda polarizzata linearmente lungo l'asse y. Mentre il campo si propaga nella direzione x, \vec{E} si trova sempre lungo l'asse y. Il piano formato da \vec{E} e dalla direzione di propagazione si chiama **piano di polarizzazione** dell'onda. Nella figura a fianco il piano di polarizzazione è il piano xy.

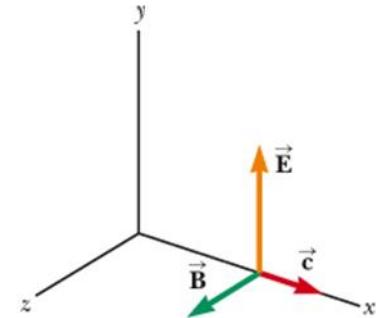


Figura 24.4 I campi in un punto sull'asse x, in un'onda elettromagnetica che viaggia ad una velocità \vec{c} nella direzione positiva dell'asse x. Questi campi dipendono solo da x e t.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Polarizzazione della luce

- La tecnica più comune per polarizzare la luce è di farla attraversare un materiale che trasmetta soltanto i componenti del vettore campo elettrico paralleli a una direzione caratteristica del materiale, chiamata **direzione di polarizzazione**.
- Nel 1938 E.H. Land scoprì un materiale, che chiamò **Polaroid**, che polarizzava la luce attraverso un assorbimento selettivo da parte di molecole polarizzate. Questo materiale è fabbricato in fogli sottili di idrocarburi a catene lunghe, i quali vengono sottoposti a tensione durante la fabbricazione in modo da allineare le molecole. Dopo che i fogli sono immersi in una soluzione contenente iodio, le molecole diventano elettricamente conduttrici. Tuttavia la conduzione avviene principalmente lungo le catene di idrocarburi, poiché gli elettroni di valenza delle molecole possono muoversi con facilità soltanto lungo le catene. Ne risulta che le molecole assorbono prontamente la luce il cui vettore campo elettrico sia parallelo alla loro lunghezza e trasmettono la luce il cui vettore campo elettrico sia perpendicolare ad essa. Ci si riferisce alla direzione perpendicolare alla lunghezza delle catene molecolari come all'**asse di trasmissione**.

Polarizzazione della luce

- Vediamo ora di ottenere un'espressione per l'intensità della luce che attraversa un materiale polarizzatore
- Nella figura a fianco un fascio di luce non polarizzato incide su una prima lastra polarizzatrice (chiamata **polarizzatore**), dove l'asse di trasmissione è la direzione indicata.
- La luce che attraversa questa lastra è polarizzata verticalmente e il vettore campo elettrico trasmesso è \vec{E}_0 .
- Una seconda lastra polarizzatrice, chiamata **analizzatore**, intercetta questo fascio con il suo asse di trasmissione che forma un angolo θ con l'asse di trasmissione del polarizzatore. La componente di \vec{E}_0 che è perpendicolare all'asse dell'analizzatore viene completamente assorbita, e la componente parallela a quell'asse è $E_0 \cos \theta$. Sappiamo dall'equazione 24.26 (slide 28) che l'intensità trasmessa varia con il quadrato dell'ampiezza trasmessa, quindi concludiamo che l'intensità della luce (polarizzata) trasmessa varia come

$$I = I_{max} \cos^2 \theta$$

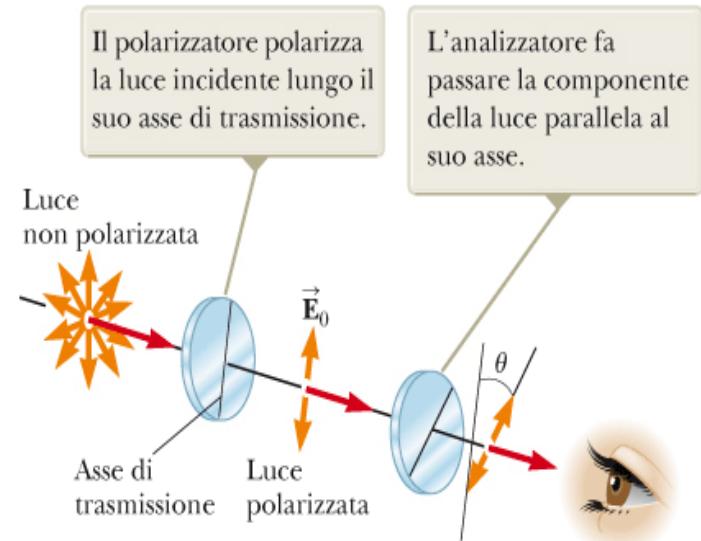


Figura 24.13 Due lame polarizzatrici i cui assi di trasmissione formano un angolo θ fra di loro. Solo una frazione della luce polarizzata incidente sull'analizzatore viene trasmessa.

Polarizzazione della luce

$$I = I_{max} \cos^2 \theta$$

- Dove I_{max} è l'intensità dell'onda polarizzata incidente sull'analizzatore. Questa espressione, nota come **legge di Malus**, si applica a due qualsiasi materiali polarizzatori i cui assi di trasmissione formino tra loro un angolo θ .
- Da questa espressione si nota che l'intensità trasmessa ha un massimo quando gli assi di trasmissione sono paralleli ($\theta = 0^\circ$ o 180°), ed è zero (assorbimento completo da parte dell'analizzatore) quando gli assi di trasmissione sono perpendicolari fra loro.

Polarizzazione della luce

- Questa variazione dell'intensità trasmessa da una coppia di lastre polarizzatrici è illustrata nella figura sotto. Poiché il valore medio della funzione $\cos^2\theta$ è pari a $\frac{1}{2}$, l'intensità della luce inizialmente non polarizzata viene ridotta di un fattore $\frac{1}{2}$ quando la luce passa attraverso un solo polarizzatore ideale.



Figura 24.14 L'intensità della luce trasmessa da due polarizzatori dipende dall'orientazione relativa dei loro assi di trasmissione. Le frecce rosse indicano gli assi di trasmissione dei polarizzatori.

Sommario (1)

- La corrente di spostamento I_s è definita come:

$$I_s \equiv \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

E rappresenta una corrente efficace attraverso una regione di spazio in cui un campo elettrico varia nel tempo.

Sommario (2)

- Quando sono usate insieme alla forza di Lorentz ($\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$), le **equazioni di Maxwell** descrivono tutti i fenomeni elettromagnetici:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I - \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Sommario (3)

- Le onde elettromagnetiche, che sono previste dalle equazioni di Maxwell, hanno le seguenti proprietà:
 1. Il campo elettrico e il campo magnetico soddisfano le seguenti equazioni delle onde, che si possono ricavare dalla terza e quarta equazione di Maxwell:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

Sommario (4)

2. Le onde elettromagnetiche viaggiano nel vuoto con la velocità della luce $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$, dove

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

3. I campi elettrico e magnetico di un'onda elettromagnetica sono perpendicolari tra loro e perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda; quindi, le onde elettromagnetiche sono trasversali. I campi elettrico e magnetico di un'onda elettromagnetica piano sinusoidale che si propaga lungo il verso positivo dell'asse x possono essere scritti

$$E = E_{max} \cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_{max} \cos(kx - \omega t)$$

Dove ω è la frequenza angolare dell'onda e k il numero d'onda. Queste equazioni rappresentano soluzioni particolari delle equazioni delle onde per **E** e **B**

Sommario (5)

4. I valori istantanei per i moduli di \vec{E} e \vec{B} in un'onda elettromagnetica sono collegati dalla relazione

$$\frac{E}{B} = c$$

5. Le onde elettromagnetiche trasportano energia. L'energia che passa nell'unità di tempo attraverso l'unità di area è descritta dal **vettore di Poynting \vec{S}** , dove

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

Il valor medio del vettore di Poynting di un'onda elettromagnetica piana ha modulo dato da

$$I = S_{med} = \frac{E_{max} B_{max}}{2\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{c B_{max}^2}{2\mu_0}$$

La potenza media per unità di area (intensità) di un'onda elettromagnetica piana sinusoidale è uguale al valor medio del vettore di Poynting calcolato su uno o più cicli.

Sommario (6)

6. Le onde elettromagnetiche trasportano quantità di moto e quindi esercitano una pressione sulle superfici. Se un'onda elettromagnetica, la cui intensità è I , viene completamente assorbita dalla superficie su cui incide normalmente, la pressione di radiazione esercitata sulla superficie è

$$P = \frac{S}{c} \quad (\text{assorbimento completo})$$

Se la superficie è perfettamente riflettente e l'onda incide normalmente, la pressione è doppia.

Sommario (7)

- Lo **spettro elettromagnetico** include onde che coprono una larga banda di frequenze e lunghezze d'onda. Quando una luce polarizzata di intensità I_{max} incide su una lamina polarizzatrice, la luce trasmessa attraverso la lamina ha una intensità uguale a $I_{max} \cos^2 \theta$, dove θ è l'angolo fra l'asse di trasmissione del polarizzatore e il vettore di campo elettrico della luce incidente.

A large, irregularly shaped circle filled with a dark blue gradient. The circle is set against a background of white and light blue splatters and dots of varying sizes, creating a textured, artistic look.

Riflessione e Rifrazione della Luce

Il modello di raggio luminoso in ottica geometrica

- Inizialmente utilizzeremo un modello semplificato chiamato **modello a raggi luminosi** oppure **approssimazione dei raggi luminosi** (o **approssimazione geometrica**).
- Un raggio è una linea retta, tracciata lungo la direzione di propagazione della singola onda, che mostra il percorso dell'onda quando viaggia nello spazio.
- Un insieme di onde luminose si può rappresentare per mezzo dei fronti d'onda come mostrato nella figura a fianco (si veda anche la slide 15 della serie «onde elettromagnetiche»)

I raggi, corrispondenti alla direzione di propagazione dell'onda, sono linee rette perpendicolari ai fronti d'onda.

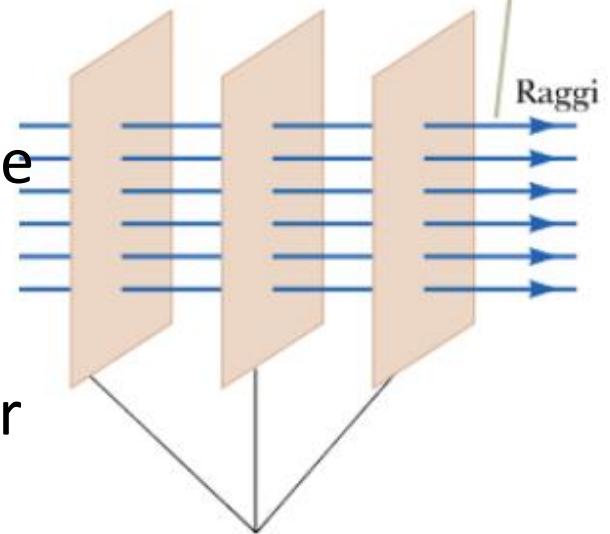


FIGURA 25.1 Un'onda piana che si propaga verso destra.

Il modello di raggio luminoso in ottica geometrica

- Se un'onda piana incontra un ostacolo con un'apertura di dimensione d grande rispetto alla lunghezza d'onda λ (come in figura 25.2 (a) sotto), l'onda che emerge dall'apertura continua a muoversi lungo una linea retta. In tal caso l'approssimazione geometrica continua ad essere valida.

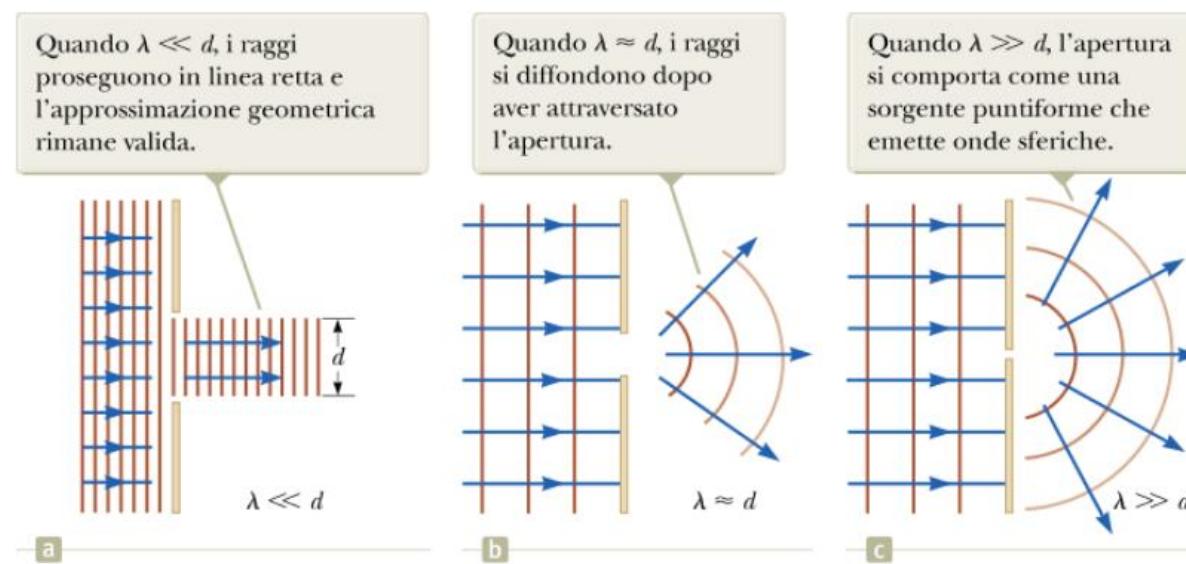


FIGURA 25.2 Un'onda piana λ incide su un ostacolo in cui è praticata una apertura di diametro d .

Il modello di raggio luminoso in ottica geometrica

- Se invece la dimensione dell'apertura è dell'ordine di quella della lunghezza d'onda (figura 25.2 (b) sotto). Le onde si diffondono in tutte le direzioni, si dice che l'onda entrante subisce diffrazione.
- Infine se l'apertura è piccola rispetto alla lunghezza d'onda, la diffrazione è così grande che l'aperura può essere approssimata ad una sorgente puntiforme (figura 25.2 c sotto).

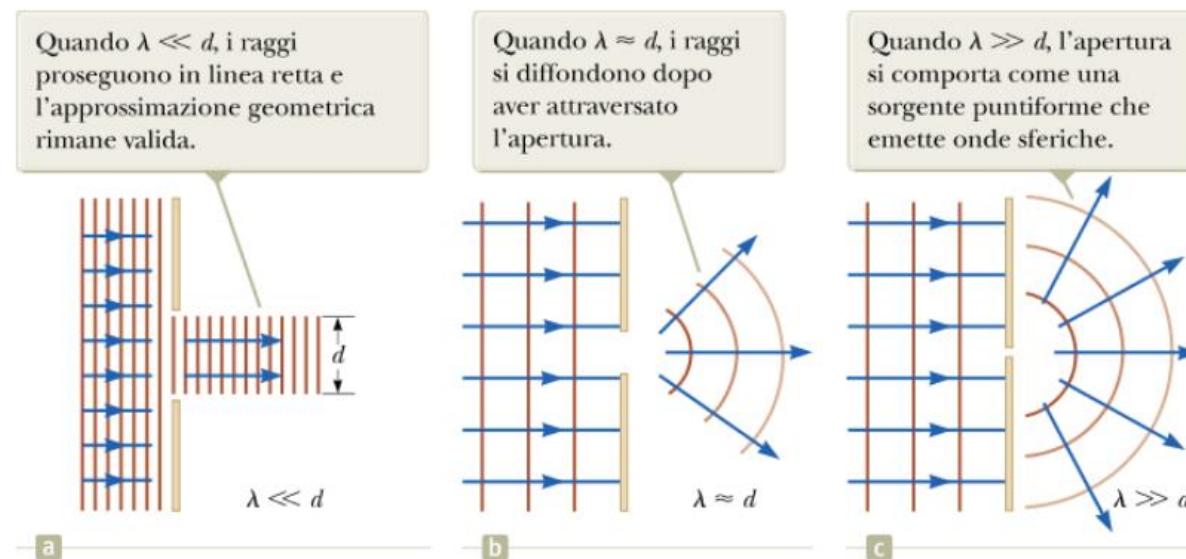


FIGURA 25.2 Un'onda piana λ incide su un ostacolo in cui è praticata una apertura di diametro d .

Il modello di raggio luminoso in ottica geometrica

- L'effetto della diffrazione è tanto più pronunciato tanto il rapporto d/λ si avvicina a zero.
- Supponendo che l'apertura sia un cerchio di diametro d , l'approssimazione dei raggi luminosi assume che $\lambda \ll d$, in tal modo non avremo a che fare con gli effetti della diffrazione che dipendono totalmente dalla natura ondulatoria della luce.
- Rimanderemo lo studio della diffrazione nella serie di slides «Ottica Ondulatoria».
- In questa («Riflessione e Rifrazione della Luce») e nella prossima serie di slides («Immagine da specchi e lenti») è trattata la cosiddetta **Ottica geometrica** (basata appunto sull'approssimazione geometrica).

Riflessione di un'onda

- La figura a fianco mostra dei raggi luminosi incidenti su una superficie. Una certa parte della luce è riflessa dalla superficie.
- Se la superficie è molto liscia i raggi riflessi saranno paralleli come in figura 23.5 a. Questo è il caso di **riflessione speculare**.
- Se la superficie è ruvida, come mostrato in figura 23.5 b, la superficie rifletterà in varie direzioni. Questo è il caso di **riflessione diffusa**.

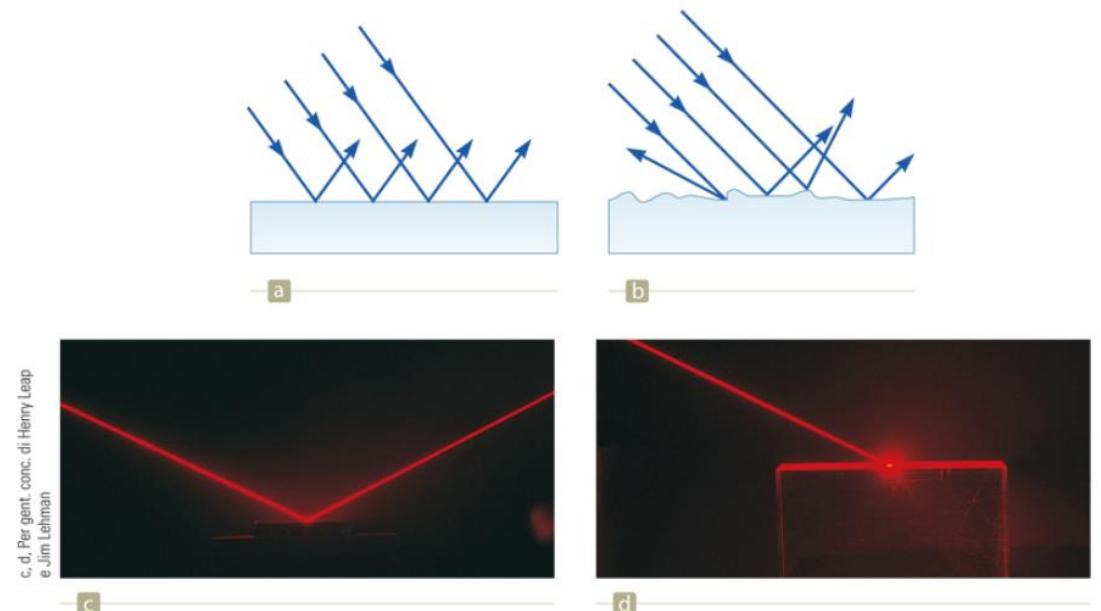


FIGURA 25.3 Rappresentazione schematica di (a) riflessione speculare, dove i raggi riflessi sono paralleli tra loro, e (b) riflessione diffusa, dove i raggi riflessi viaggiano in direzioni casuali. (c) e (d) Fotografie di riflessioni speculare e diffusa usando luce laser.

Riflessione di un'onda

- Una superficie si comporterà come liscia fintantoché le rugosità superficiali sono piccole se confrontate con la lunghezza d'onda della luce incidente.
- Le figure 25.3 c e d sono fotografie di riflessioni speculari (c) e riflessioni diffuse (d) usando un fascio laser.
- La riflessione speculare è necessaria per la formazione di immagini chiare provenienti da superfici riflettenti



FIGURA 25.4 Le case sul lungomare in Normandia (Francia), si riflettono nelle acque del porto di Honfleur. Poiché l'acqua è molto calma, la riflessione è speculare.

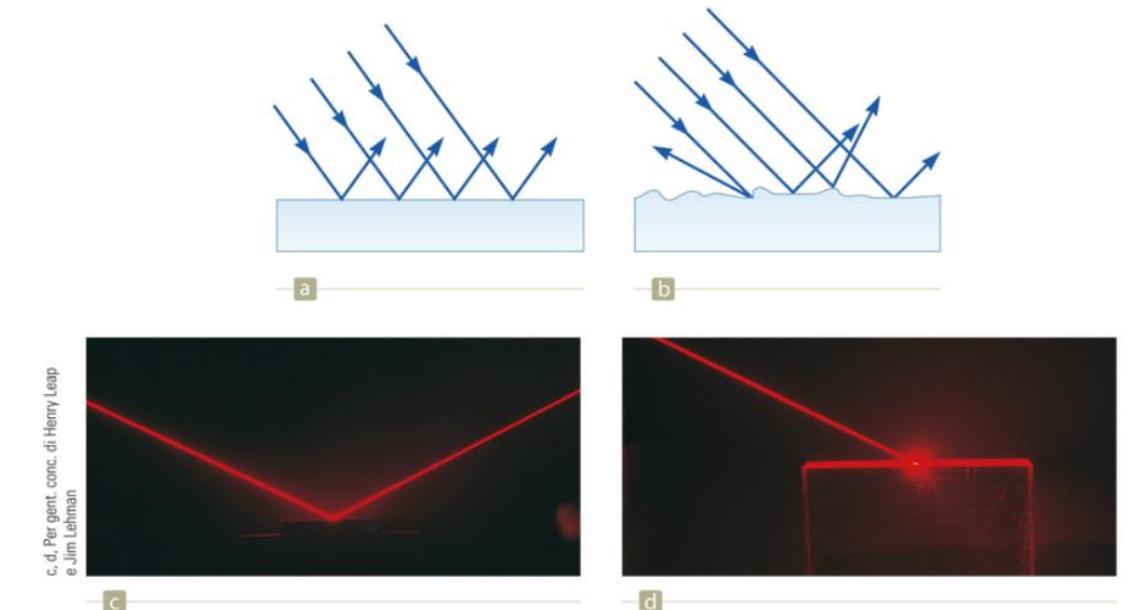


FIGURA 25.3 Rappresentazione schematica di (a) riflessione speculare, dove i raggi riflessi sono paralleli tra loro, e (b) riflessione diffusa, dove i raggi riflessi viaggiano in direzioni casuali. (c) e (d) Fotografie di riflessione speculare e diffusa usando luce laser.

Riflessione di un'onda

- Consideriamo un raggio luminoso che viaggia in aria ed incide con un certo angolo su una superficie liscia e piana (come nella figura a fianco).
- I raggi incidente e riflesso formano angoli θ_1 e θ'_1 rispetto ad una linea tracciata perpendicolarmente alla superficie nel punto in cui il raggio incidente colpisce la superficie.
- Gli esperimenti mostrano che **il raggio incidente e riflesso e la normale alla superficie nel punto di incidenza giacciono tutti sullo stesso piano e l'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza, quindi:**

$$\theta_1 = \theta'_1$$

Questa equazione è nota come **legge della riflessione**.

Il raggio incidente, il raggio riflesso e la normale giacciono sullo stesso piano $\theta'_1 = \theta_1$.

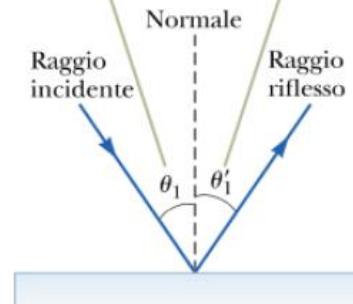


FIGURA 25.5 Il modello di riflessione dell'onda.

Riflessione di un'onda

- In questo contesto ci interesseremo soltanto di riflessione speculare (non considereremo quindi la riflessione diffusa) e d'ora in avanti useremo il termine «riflessione» per intendere la riflessione speculare.
- Il cammino di un raggio di luce è reversibile (si consideri ad esempio la figura 25.5 nella slide precedente)

Quiz rapido

- Nei film, si vede talvolta un attore che si guarda allo specchio, e si può osservare il suo volto nello specchio. Possiamo affermare con certezza che durante la ripresa della scena l'attore vede nello specchio:
 - a) Il suo volto
 - b) Il tuo volto
 - c) Il volto del regista
 - d) La cinecamera
 - e) Non si può determinare

Quiz rapido

- Nei film, si vede talvolta un attore che si guarda allo specchio, e si può osservare il suo volto nello specchio. Possiamo affermare con certezza che durante la ripresa della scena l'attore vede nello specchio:
 - Il suo volto
 - Il tuo volto
 - Il volto del regista
 - La cinecamera
 - Non si può determinare

Esempio – Raggio di luce doppiamente riflesso

- Due specchi formano un angolo di 120° come nella figura a fianco. Un raggio incide sullo specchio M_1 ad un angolo di 65° rispetto alla normale. Determinare la direzione del raggio dopo la riflessione dello specchio M_2 .

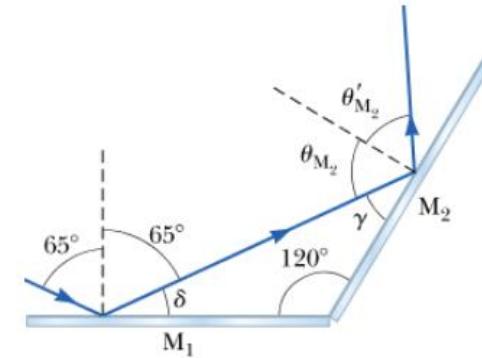


FIGURA 25.7 (Esempio 25.1) Gli specchi M_1 ed M_2 formano un angolo di 120° tra loro.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Rifrazione di un'onda

- Quando un raggio di luce che viaggia in un mezzo trasparente incide obliquamente su una superficie di separazione con un altro mezzo trasparente (come in figura 25.8 a) parte del raggio è riflessa ma parte è trasmessa nel secondo mezzo.
- Il raggio luminoso che entra nel secondo mezzo subisce una variazione di direzione sulla superficie di separazione dei due mezzi e si dice che è **rifratto**.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

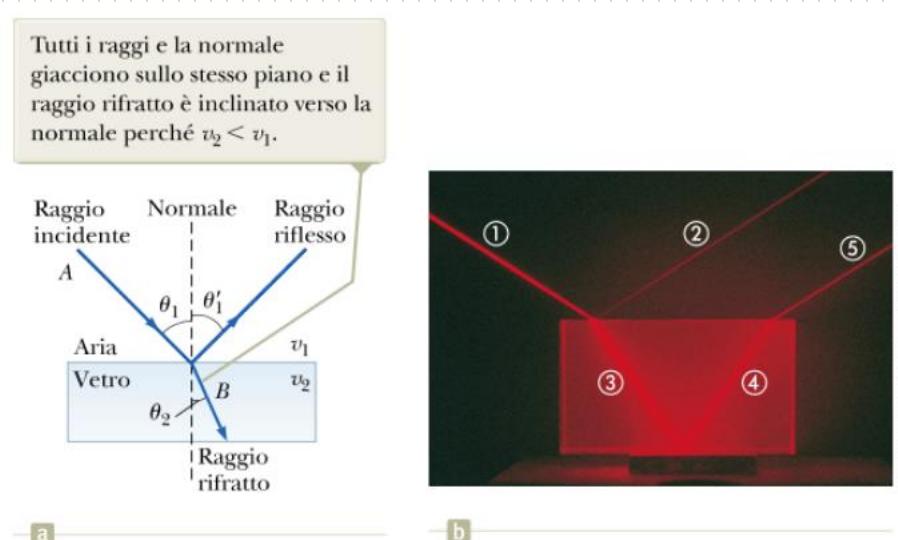


FIGURA 25.8 (a) Il modello di rifrazione dell'onda. (b) La luce incidente sul blocco di Plexiglas va incontro a rifrazione sia quando entra nel blocco sia quando ne esce.



Rifrazione di un'onda

- Il raggio incidente, il raggio riflesso ed il raggio rifratto giacciono sullo stesso piano. L'**angolo di rifrazione** θ_2 in figura 25.8 a dipende dalle proprietà dei due mezzi e dall'angolo di incidenza secondo la relazione:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{equazione 25.2}$$

Dove v_1 e v_2 sono rispettivamente le velocità della luce nel mezzo 1 e 2.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

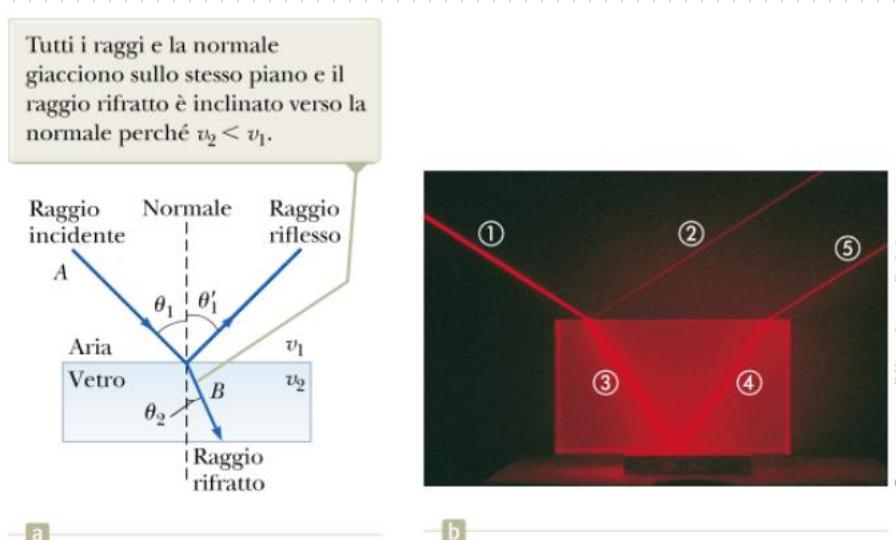


FIGURA 25.8 (a) Il modello di rifrazione dell'onda. (b) La luce incidente sul blocco di Plexiglas va incontro a rifrazione sia quando entra nel blocco sia quando ne esce.

Per gent. conc. di Henry Leip e Jim Lehman

Rifrazione di un'onda

- La traiettoria di un raggio luminoso attraverso una superficie rifrangente è reversibile
- QUIZ rapido:
 - Se il fascio «1» nella figura 25.8 b è quello entrante, quali dei rimanenti 4 fasci di luce rossa sono fasci riflessi e quali fasci rifratti?

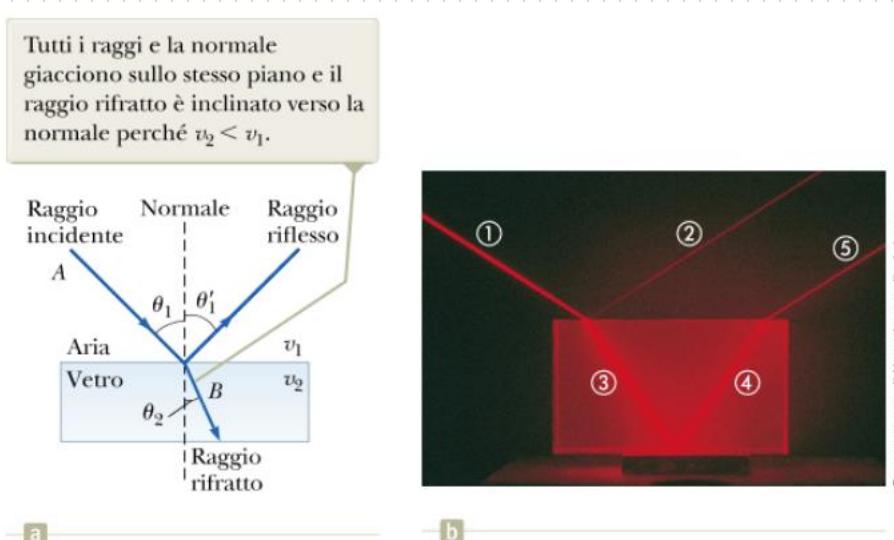


FIGURA 25.8 (a) Il modello di rifrazione dell'onda. (b) La luce incidente sul blocco di Plexiglas va incontro a rifrazione sia quando entra nel blocco sia quando ne esce.

Rifrazione di un'onda

- La traiettoria di un raggio luminoso attraverso una superficie rifrangente è reversibile
- QUIZ rapido:
 - Se il fascio «1» nella figura 25.8 b è quello entrante, quali dei rimanenti 4 fasci di luce rossa sono fasci riflessi e quali fasci rifratti?

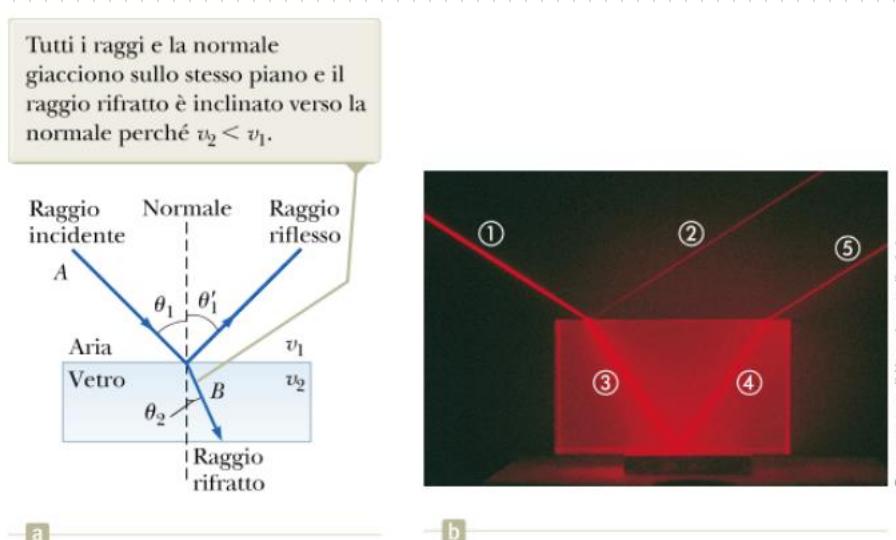


FIGURA 25.8 (a) Il modello di rifrazione dell'onda. (b) La luce incidente sul blocco di Plexiglas va incontro a rifrazione sia quando entra nel blocco sia quando ne esce.

2 riflesso
3 rifratto
4 riflesso
5 rifratto

Rifrazione di un'onda

- L'equazione 25.2 (slide 14) mostra che quando la luce passa da un materiale in cui la sua velocità è maggiore a un materiale in cui la sua velocità è minore, l'angolo di rifrazione θ_2 è minore dell'angolo di incidenza (e viceversa). Si veda l'esempio nella figura sotto.

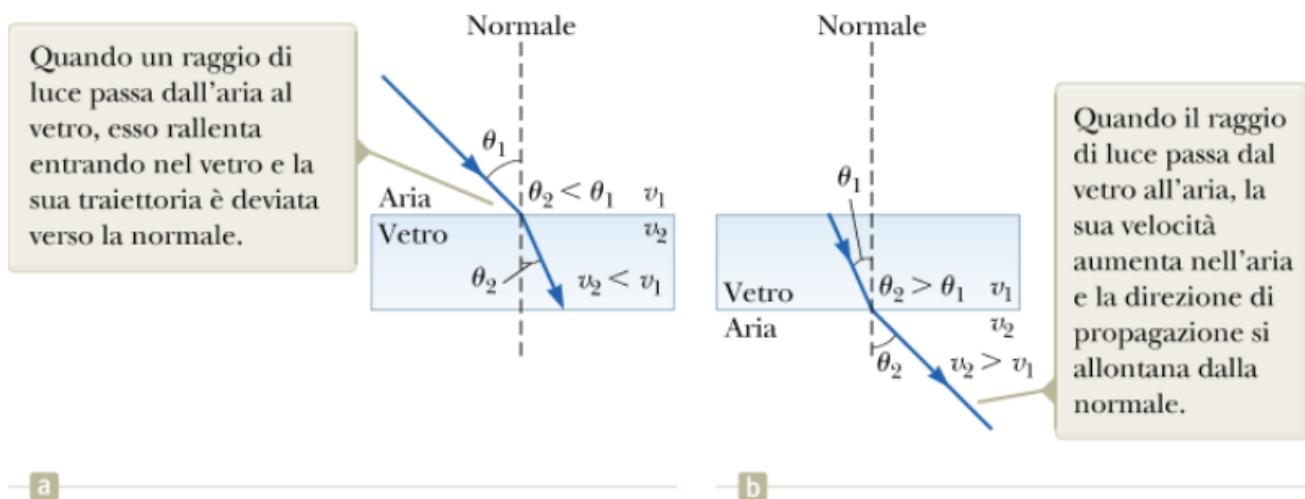


FIGURA 25.9 La rifrazione della luce quando (a) dall'aria entra nel vetro e (b) dal vetro passa nell'aria.

Rifrazione di un'onda

- La luce passando da un mezzo ad un altro viene rifratta poiché la sua velocità media è diversa nei due mezzi. La luce viaggia con la sua massima velocità nel vuoto. E' conveniente definire l'**indice di rifrazione** n di un mezzo come il rapporto

$$n \equiv \frac{\text{velocità della luce nel vuoto}}{\text{velocità della luce nel mezzo}} = \frac{c}{v} \quad \text{equazione 25.3}$$

Da questa definizione vediamo che l'indice di rifrazione è una grandezza adimensionale maggiore o uguale all'unità poiché la velocità della luce in un mezzo è minore di quella nel vuoto. n è uguale all'unità per il vuoto. Indici di rifrazione per varie sostanze sono elencati nella tabella nella prossima slide.

Rifrazione di un'onda

TABELLA 25.1 | Indice di rifrazione di varie sostanze

Sostanza	Indice di rifrazione	Sostanza	Indice di rifrazione
Solidi a 20°C			
Cloruro di sodio (NaCl)	1.544	Acqua	1.333
Diamante (C)	2.419	Alcool etilico	1.361
Fluorite (CaF_2)	1.434	Benzene	1.501
Fosfuro di Gallio	3.50	Disolfuro di carbonio	1.628
Ghiaccio (H_2O)	1.309	Glicerina	1.473
Polistirene	1.49	Sciropallo di mais	2.21
Silice fusa (SiO_2)	1.458	Tetracloruro di carbonio	1.461
Vetro, crown	1.52	Gas a 0°C, 1 atm	
Vetro, flint	1.66	Anidride carbonica	1.000 45
Zirconia cubica	2.20	Aria	1.000 293

Nota: valori misurati con luce di lunghezza d'onda nel vuoto di 589 nm.



© Cengage Learning/Charles D. Winters

La matita parzialmente immersa in acqua appare spezzata poiché la luce viene rifratta quando attraversa il confine fra acqua e aria.

Rifrazione di un'onda

- Per un raggio di luce che passa da un mezzo ad un altro, la frequenza rimane costante (si veda la figura a fianco)
- Poiché la relazione $\nu = \lambda f$ deve essere valida in entrambi i mezzi e poiché $f_1 = f_2 = f$ si vede che

$$\nu_1 = \lambda_1 f \quad \text{e} \quad \nu_2 = \lambda_2 f$$

Poiché $\nu_1 \neq \nu_2$, segue che $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Una relazione tra indice di rifrazione e lunghezza d'onda può essere trovata dividendo membro a membro queste due equazioni e facendo uso della definizione di indice di rifrazione data dall'equazione 25.3 (slide 18). Quindi:

Quando un'onda si muove tra due mezzi, la sua lunghezza d'onda varia ma la sua frequenza rimane costante.

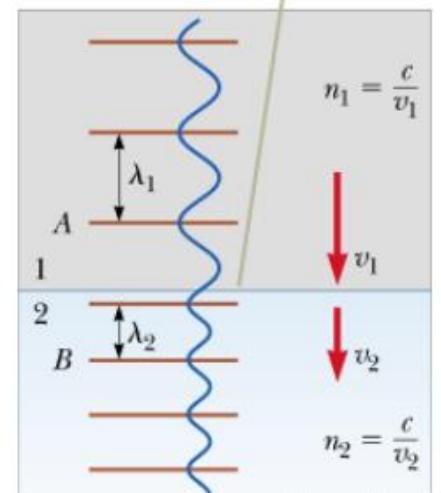


FIGURA 25.11 Un fronte d'onda si muove da un mezzo 1 a un mezzo 2, in cui si muove a velocità inferiore.

Rifrazione di un'onda

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

- Il che dà

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$$

Segue che l'indice di rifrazione in qualsiasi mezzo può essere espresso come il rapporto

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n}$$

Dove λ è la lunghezza d'onda della luce nel vuoto e λ_n è la lunghezza d'onda nel mezzo di indice di rifrazione n .

Rifrazione di un'onda

- Siamo ora in grado di esprimere l'equazione 25.2 (slide 14) in forma alternativa. Se combiniamo l'equazione 25.3 (slide 18) con l'equazione 25.2 (slide 14) otteniamo:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

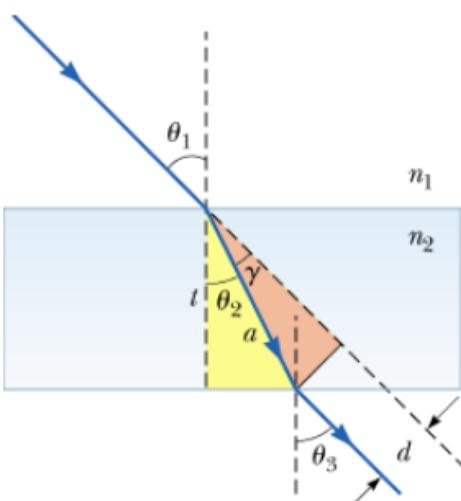
Questa equazione è nota come **legge di Snell**.

Esempio – Angolo di rifrazione nel vetro

- Un raggio di luce di lunghezza d'onda pari a 589 nm che viaggia in aria incide su una lastra liscia di vetro crown con un angolo di 30.0° rispetto alla normale.
 - a) Determinare l'angolo di rifrazione
 - b) Determinare la velocità della luce nel vetro
 - c) Qual è la lunghezza d'onda di questa luce nel vetro?

Esempio – Luce attraverso una lastra

- Un fascio luminoso passa dal mezzo 1 al mezzo 2; il secondo è una lastra spessa di un materiale con indice di rifrazione n_2 (figura sotto). Mostra che il fascio che torna nel mezzo 1 dal lato opposto della lastra è parallelo al fascio incidente.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

FIGURA 25.12 (Esempio 25.3) La linea tratteggiata parallela al raggio che emerge dal fondo della lastra rappresenta il cammino che la luce seguirebbe se non ci fosse la lastra.

Dispersione e prismi

- Il valore dell'indice di rifrazione in un qualunque mezzo che non sia il vuoto, dipende dalla lunghezza d'onda della luce. Questo fenomeno, che risulta dalla dipendenza della velocità dell'onda dalla lunghezza d'onda, si chiama dispersione.
- Una rappresentazione grafica di tale fenomeno è riportata nella figura a fianco. Il fatto che tipicamente l'indice di rifrazione di un materiale diminuisce all'aumentare della lunghezza d'onda nel campo del visibile ha come conseguenza che la luce viola ($\lambda \approx 400 \text{ nm}$) viene rifratta di più della luce rossa ($\lambda \approx 650 \text{ nm}$) quando passa dall'aria ad un materiale.

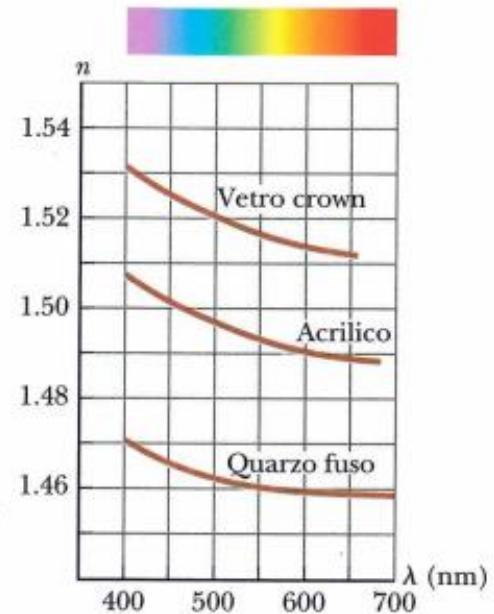


Figura 25.13 Variazione dell'indice di rifrazione con la lunghezza d'onda nel vuoto per tre materiali.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Dispersione e prismi

- Consideriamo la situazione in figura a fianco (la luce incontra un prisma)
- L'angolo Φ è definito come mostrato in figura.
- Un raggio di luce di una sola lunghezza d'onda che incide sul prisma da sinistra emerge deviato di un angolo δ .
- Supponiamo ora che un fascio di luce bianca (una combinazione di tutte le lunghezze d'onda visibili) incida su di un prisma. A causa della dispersione, i diversi colori si rifrangono con angoli di deviazione diversi, e i raggi che emergono dalla seconda faccia del prisma si separano in una serie di colori nota come spettro visibile (come mostrato nella figura nella slide successiva). Questi colori in ordine di lunghezza d'onda crescente sono: rosso, arancione, giallo, verde, blu, indaco e violetto. La luce viola ha la massima deviazione, la rossa la minima.

L'angolo al vertice Φ è l'angolo fra i lati del prisma attraverso cui la luce entra ed esce.

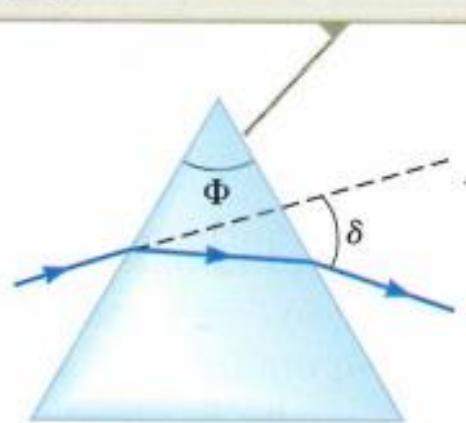


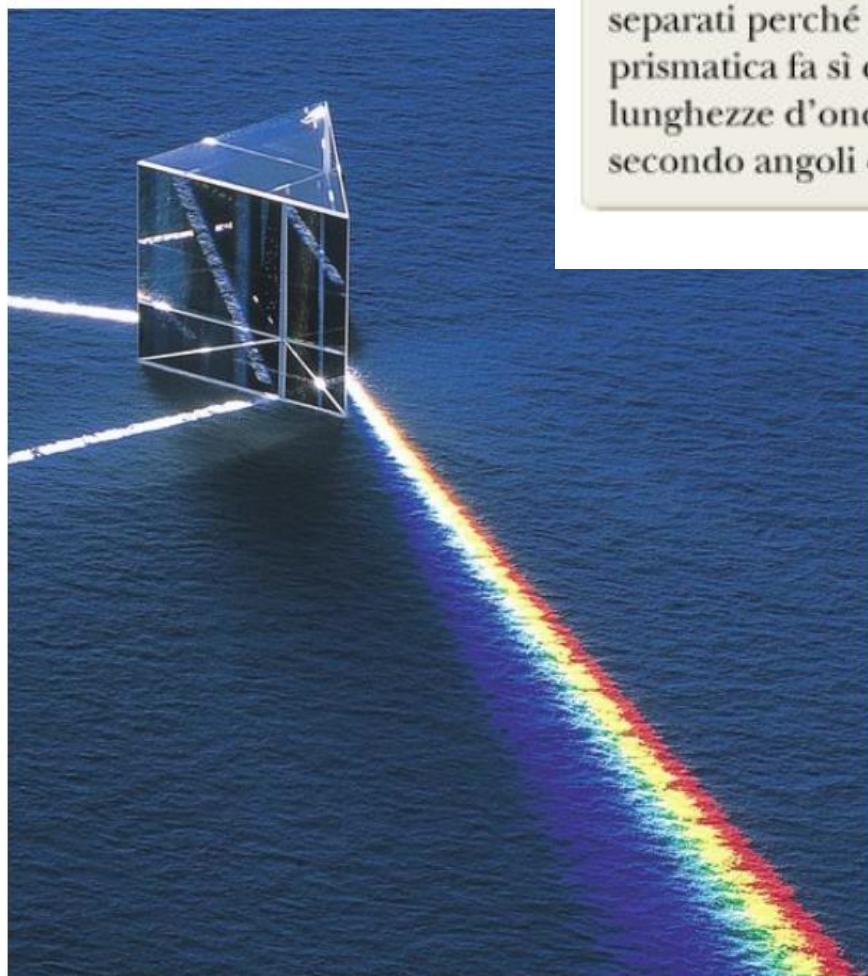
Figura 25.14 Un prisma rifrange la luce di una singola lunghezza d'onda e devia la luce di un angolo δ .

Dispersione e prismi



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Dav
Res



I colori nel raggio rifratto sono separati perché la dispersione prismatica fa sì che le diverse lunghezze d'onda siano rifratte secondo angoli differenti.

FIGURA 25.15 Un fascio di luce bianca entra nel prisma a sinistra. Il fascio riflesso esce dal prisma appena al di sotto del fascio incidente. Il fascio rifratto diretto verso destra mostra diversi colori. La luce viola devia di più, la luce rossa devia di meno.

Dispersione e prismi

- La dispersione della luce in uno spettro viene dimostrata in natura dalla formazione di un arcobaleno, spesso visto da un osservatore posto tra il sole e le gocce di pioggia
- Un raggio di luce colpisce una goccia d'acqua nell'atmosfera e subisce riflessione e rifrazione come mostrato in figura 25.16.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

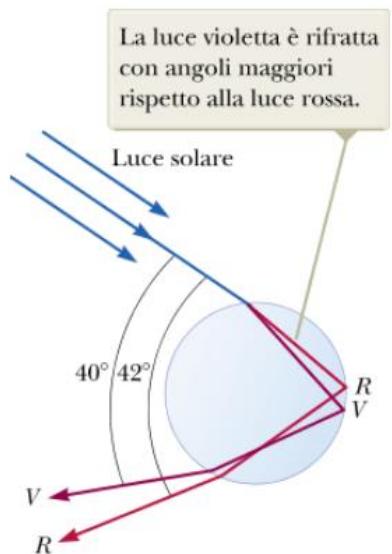


FIGURA 25.16 Rifrazione della luce solare da parte di una goccia di pioggia sferica. La luce che segue questo cammino contribuisce alla formazione dell'arcobaleno.

La massima intensità luminosa che viaggia dalle gocce più in alto verso l'osservatore è rossa, mentre la luce più intensa proveniente dalle gocce più in basso è violetta.

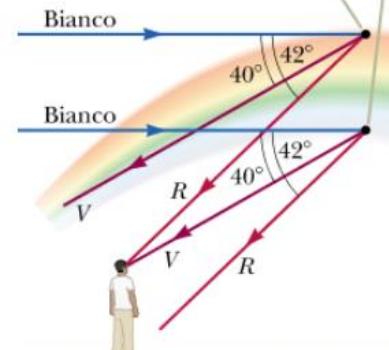


FIGURA 25.17 La formazione di un arcobaleno vista da un osservatore che abbia il Sole alle spalle.

Quiz rapido

- Nei materiali dispersivi l'angolo di rifrazione di un raggio di luce dipende dalla lunghezza d'onda della luce. Vero o falso: l'angolo di riflessione sulla superficie del materiale dipende dalla lunghezza d'onda.

Quiz rapido

- Nei materiali dispersivi l'angolo di rifrazione di un raggio di luce dipende dalla lunghezza d'onda della luce. Vero o falso: l'angolo di riflessione sulla superficie del materiale dipende dalla lunghezza d'onda.

Falso

Il principio di Huygens

- Il principio di Huygens è una costruzione geometrica che consente di determinare la posizione di un nuovo fronte d'onda a partire dalla conoscenza di un fronte d'onda precedente.
- Nella costruzione di Huygens tutti i punti su un dato fronte d'onda si possono considerare come sorgenti puntiformi di onde sferiche elementari, che si propagano verso l'esterno con la velocità caratteristica delle onde in quel mezzo. Dopo che è trascorso un certo tempo, la posizione del nuovo fronte d'onda è la superficie tangente alle onde elementari.

Il principio di Huygens

- Consideriamo un'onda piana che si muove attraverso lo spazio vuoto come in figura 25.18 a (a fianco). A $t = 0$, il fronte d'onda è indicato dal piano AA' . Ciascun punto su questo fronte d'onda è considerato una sorgente puntiforme di onde elementari. Mostrando tre di questi punti, tracciamo dei cerchi ciascuno di raggio $c\Delta t$, dove c è la velocità della luce nel vuoto e Δt è il tempo di propagazione. La superficie disegnata tangente a queste onde elementari è il piano BB' (che è parallelo a AA'). Questo piano è il fronte d'onda alla fine dell'intervallo di tempo Δt .
- Analogamente, la figura 25.18 b (a fianco) mostra la costruzione di Huygens per la propagazione di un'onda sferica.

Il nuovo fronte d'onda è disegnato tangente alle onde elementari sferiche emesse dalle sorgenti puntiformi sull'originario fronte d'onda.

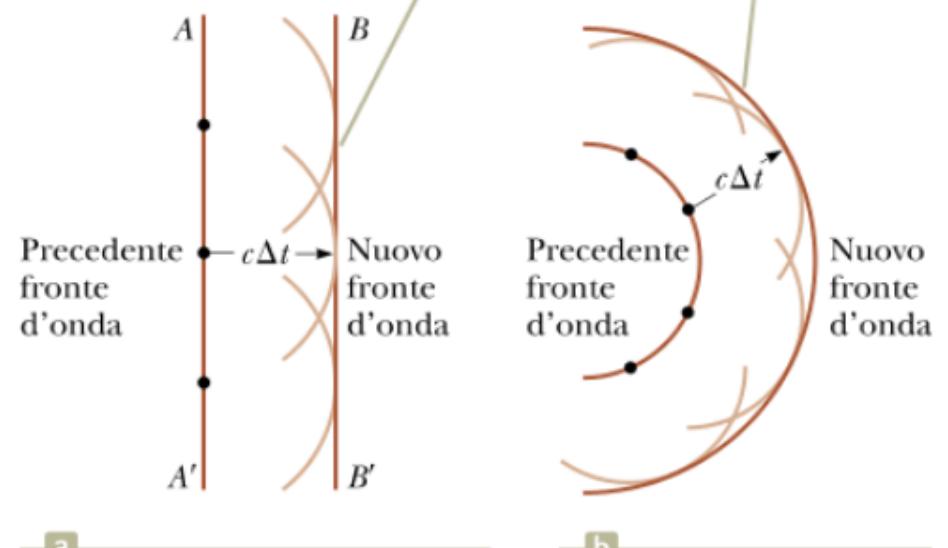


FIGURA 25.18 Costruzione di Huygens per (a) un'onda piana che si propaga verso destra e (b) un'onda sferica che si propaga verso destra.

Il principio di Huygens applicato alla riflessione e alla rifrazione

- Mostriamo ora come è possibile ricavare le leggi della riflessione e della rifrazione a partire dal principio di Huygens. Facciamo riferimento alla figura a fianco (25.20).
- La linea AB rappresenta un fronte d'onda piano, del fascio incidente, che passa per il punto in cui il raggio 1 colpisce la superficie. Nello stesso istante l'onda nel punto A emette un'onda elementare (mostrata ad un tempo successivo come l'arco color marrone che passa per il punto D); la luce riflessa forma un angolo γ con la superficie.
- La figura 25.20 mostra queste onde elementari dopo un intervallo Δt , necessario affinché il raggio 2 raggiunga la superficie. Poiché i raggi 1 e 2 si muovono con la stessa velocità avremo $AD = BC = c\Delta t$.

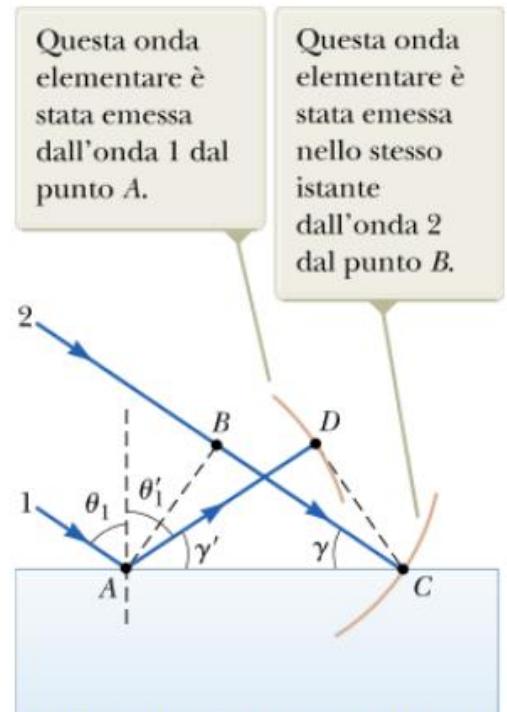


FIGURA 25.20 Costruzione di Huygens per dimostrare la legge della riflessione.

Il principio di Huygens applicato alla riflessione e alla rifrazione

- Il resto della dimostrazione è pura geometria. Notiamo come i triangoli ABC e ADC siano congruenti perché hanno la stessa ipotenusa AC e perché $AD = BC$. La figura 25.20 mostra che

$$\cos \gamma = \frac{BC}{AC} \quad \text{e} \quad \cos \gamma' = \frac{AD}{AC}$$

Dove $\gamma = 90^\circ - \theta_1$ e $\gamma' = 90^\circ - \theta'_1$. Essendo $AD=BC$, si ha: $\cos \gamma = \cos \gamma'$ e pertanto

$$\gamma = \gamma'$$

$$90^\circ - \theta_1 = 90^\circ - \theta'_1$$

E quindi $\theta_1 = \theta'_1$ che altro non è che la legge della riflessione.

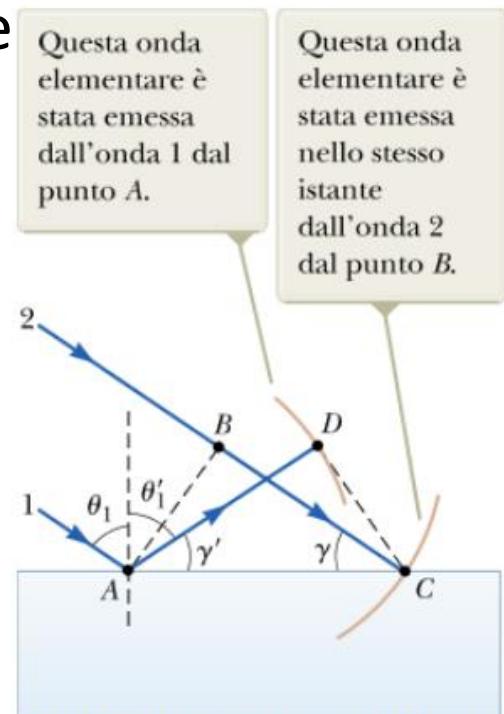


FIGURA 25.20 Costruzione di Huygens per dimostrare la legge della riflessione.

Il principio di Huygens applicato alla riflessione e alla rifrazione



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

- Utilizziamo ora il principio di Huygens per derivare la legge della rifrazione di Snell. In riferimento alla figura a fianco (25.21): poniamo attenzione all'istante in cui il raggio 1 colpisce la superficie e al successivo intervallo di tempo fino al momento in cui anche il raggio 2 colpisce la superficie. Durante tale intervallo di tempo, l'onda in A genera un'onda elementare di Huygens (l'arco color marrone passante per il punto D) e la luce viene rifratta dal materiale formando un angolo θ_2 con la normale alla superficie. Nello stesso intervallo di tempo l'onda in B genera un'onda elementare di Huygens (l'arco color marrone passante per il punto C) e si continua a propagare in linea retta. Poiché le due onde elementari si propagano in mezzi diversi il raggio delle onde elementari è distinto. Il raggio di quella generata nel punto A è $AD = v_2 \Delta t$, dove v_2 è la velocità dell'onda nel secondo mezzo. Il raggio di quella generata in B è $BC = v_1 \Delta t$, dove v_1 è la velocità dell'onda nel primo mezzo. v_2

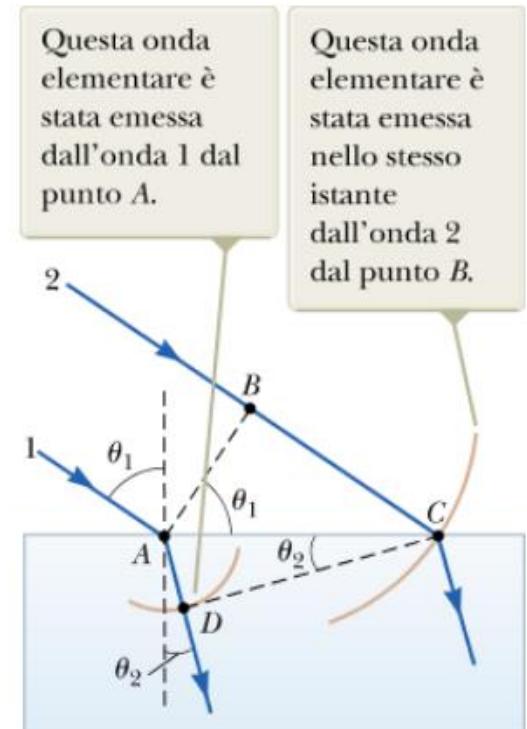


FIGURA 25.21 Costruzione di Huygens per dimostrare la legge di Snell della rifrazione.

Il principio di Huygens applicato alla riflessione e alla rifrazione

- Dai triangoli ABC e ADC troviamo che

$$\sin \theta_1 = \frac{BC}{AC} = \frac{v_1 \Delta t}{AC} \quad \text{e} \quad \sin \theta_2 = \frac{AD}{AC} = \frac{v_2 \Delta t}{AC}$$

Dividendo membro a membro le due equazioni otteniamo

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Tuttavia sappiamo dall'equazione 25.3 (slide 18) che $v_1 = c/n_1$ e $v_2 = c/n_2$. Pertanto,

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

E

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Che è la legge di rifrazione di Snell.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

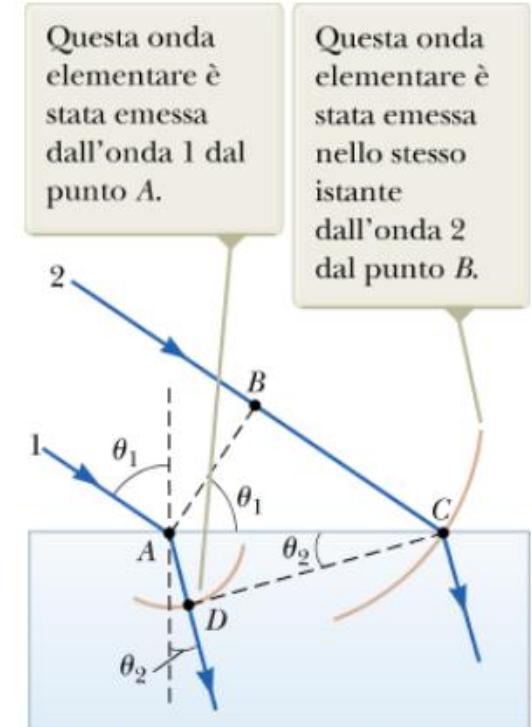


FIGURA 25.21 Costruzione di Huygens per dimostrare la legge di Snell della rifrazione.

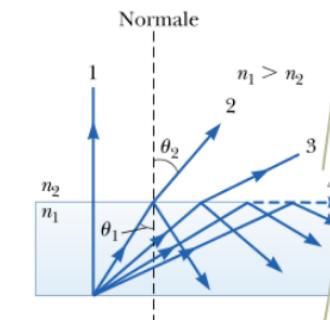
Riflessione interna totale

- L'effetto chiamato riflessione interna totale può verificarsi quando la luce si propaga da un mezzo di un dato indice di rifrazione ad uno con un indice di rifrazione minore.
- In riferimento alla figura a fianco (25.22): si consideri un raggio di luce che viaggia nel mezzo 1 e che incontra la superficie che separa il mezzo 1 dal mezzo 2, dove $n_1 > n_2$. I raggi refratti si allontanano dalla normale perché $n_1 > n_2$ (si ricordi che quando la luce si rifrange alla superficie di separazione tra due mezzi, è anche parzialmente riflessa)



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

All'aumentare dell'angolo di incidenza θ_1 , l'angolo di rifrazione θ_2 aumenta fino a raggiungere 90° (raggio 4). La linea tratteggiata indica che in realtà nessuna energia si propaga in quella direzione.



Per angoli di incidenza maggiori, si verifica riflessione interna totale (raggio 5).

a b

L'angolo di incidenza che produce un angolo di rifrazione uguale a 90° è l'angolo critico θ_c . A questo angolo di incidenza, tutta l'energia della luce incidente viene riflessa.

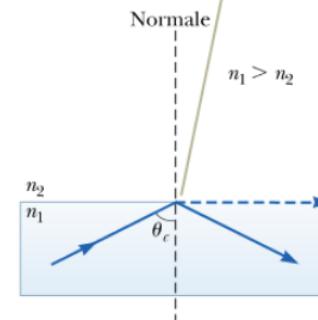


FIGURA 25.22 (a) I raggi si spostano da un mezzo di indice di rifrazione n_1 ad un mezzo di indice di rifrazione n_2 , dove $n_1 > n_2$.
(b) Il raggio 4 è analizzato singolarmente.

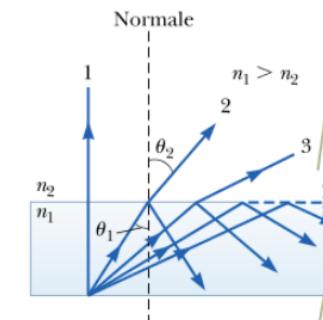
Riflessione interna totale

- Ad un certo angolo di incidenza θ_c chiamato angolo limite, il raggio di luce rifratto si muoverà parallelo alla superficie di separazione cosicché $\theta_2 = 90^\circ$ (raggio 4 in figura 25.22 a e mostrato anche in figura 25.22 b).
- Per angoli di incidenza maggiori di θ_c nessun raggio è rifratto e il raggio incidente è **interamente riflesso** dalla superficie di separazione, come il raggio 5 in figura 25.22 a.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

All'aumentare dell'angolo di incidenza θ_1 , l'angolo di rifrazione θ_2 aumenta fino a raggiungere 90° (raggio 4). La linea tratteggiata indica che in realtà nessuna energia si propaga in quella direzione.



Per angoli di incidenza maggiori, si verifica riflessione interna totale (raggio 5).

L'angolo di incidenza che produce un angolo di rifrazione uguale a 90° è l'angolo critico θ_c . A questo angolo di incidenza, tutta l'energia della luce incidente viene riflessa.

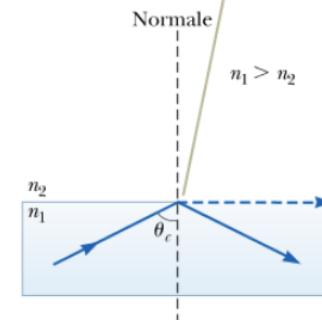


FIGURA 25.22 (a) I raggi si spostano da un mezzo di indice di rifrazione n_1 ad un mezzo di indice di rifrazione n_2 , dove $n_1 > n_2$.
(b) Il raggio 4 è analizzato singolarmente.

Riflessione interna totale



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

- Possiamo utilizzare la legge di Snell per trovare l'angolo limite. Quando $\theta_1 = \theta_c$, $\theta_2 = 90^\circ$, e la legge di Snell dà

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$
$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{per } n_1 > n_2)$$

- Si noti che questa equazione può essere utilizzata solo quando $n_1 > n_2$! La riflessione interna totale si verifica solo quando la luce si propaga da un mezzo di un dato indice di rifrazione a un mezzo di indice di rifrazione minore.

All'aumentare dell'angolo di incidenza θ_1 , l'angolo di rifrazione θ_2 aumenta fino a raggiungere 90° (raggio 4). La linea tratteggiata indica che in realtà nessuna energia si propaga in quella direzione.

L'angolo di incidenza che produce un angolo di rifrazione uguale a 90° è l'angolo critico θ_c . A questo angolo di incidenza, tutta l'energia della luce incidente viene riflessa.

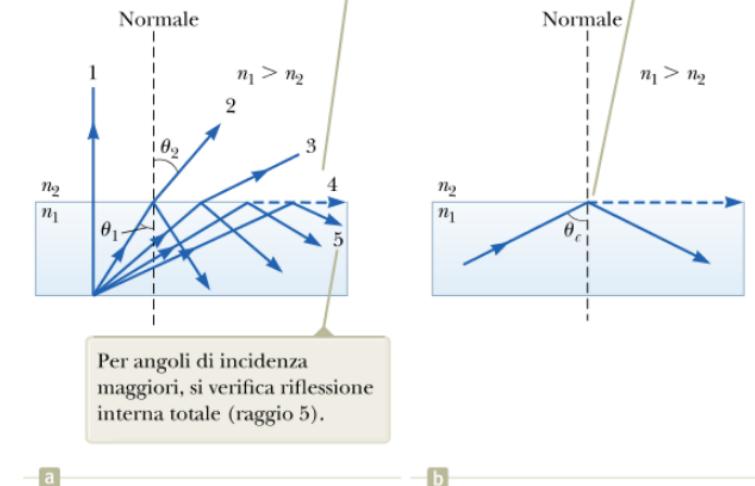


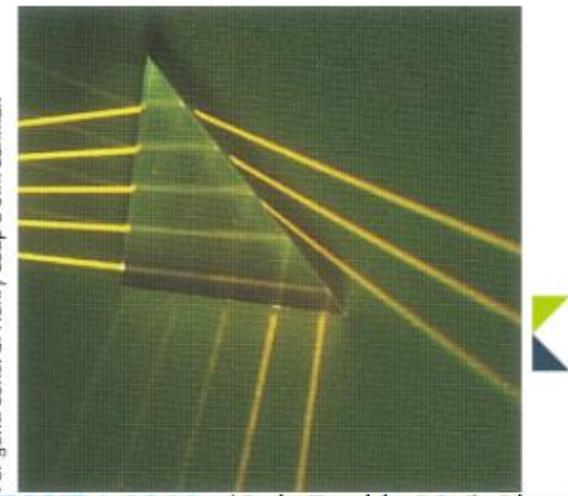
FIGURA 25.22 (a) I raggi si spostano da un mezzo di indice di rifrazione n_1 ad un mezzo di indice di rifrazione n_2 , dove $n_1 > n_2$.
(b) Il raggio 4 è analizzato singolarmente.

Quiz rapido

- Nella figura a fianco, cinque fasci luminosi entrano in un prisma di vetro dalla sinistra.
- Quanti di questi fasci subiscono riflessione interna totale?
 - Uno
 - Due
 - Tre
 - Quattro
 - Cinque
- Supponiamo di poter ruotare il prisma in figura nel piano del foglio. Affinché tutti e cinque i raggi subiscano riflessione interna totale sulla superficie inclinata, dovremmo ruotare il prisma
 - In verso orario
 - In verso antiorario



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



Per gent. conc. di Henry Leap e Jim Lehman

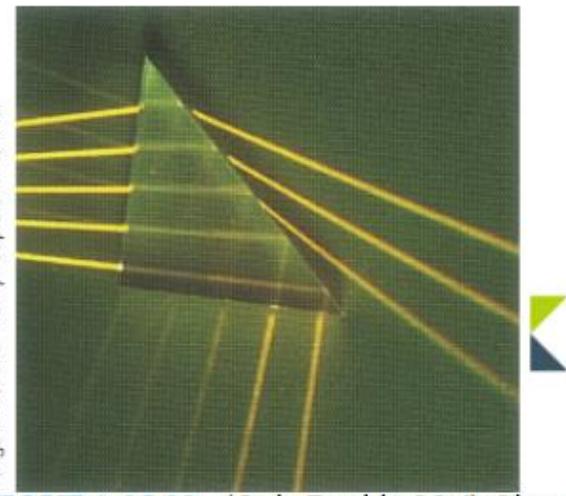
FIGURA 25.23 (Quiz Rapido 25.6) Cinque raggi luminosi non paralleli entrano in un prisma di vetro dal lato sinistro.

Quiz rapido

- Nella figura a fianco, cinque fasci luminosi entrano in un prisma di vetro dalla sinistra.
- Quanti di questi fasci subiscono riflessione interna totale?
 - a) Uno
 - b) Due
 - c) Tre
 - d) Quattro
 - e) Cinque
- Supponiamo di poter ruotare il prisma in figura nel piano del foglio. Affinché tutti e cinque i raggi subiscano riflessione interna totale sulla superficie inclinata, dovremmo ruotare il prisma
 - a) In verso orario
 - b) In verso antiorario



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



Per gent. conc. di Henry Leap e Jim Lehman

FIGURA 25.23 (Quiz Rapido 25.6) Cinque raggi luminosi non paralleli entrano in un prisma di vetro dal lato sinistro.

Quiz rapido

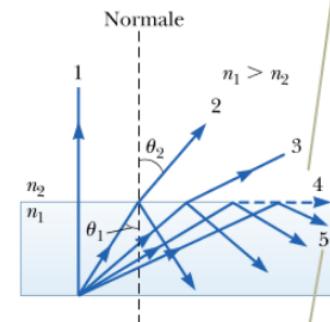
- Un fascio di luce bianca incide su di una interfaccia tra vetro crown e aria come mostrato nella figura a fianco. Il fascio incidente è ruotato in senso orario così da aumentare l'angolo di incidenza θ . A causa della dispersione nel vetro, alcuni colori della luce incidente subiscono riflessione interna totale (raggio 4 in figura 25.22 a) prima degli altri così che il fascio rifratto uscente dal vetro non è più bianco. Quale è l'ultimo colore ad essere rifratto ed uscire dalla superficie superiore?

- a) Viola
- b) Verde
- c) Rosso
- d) Impossibile rispondere



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

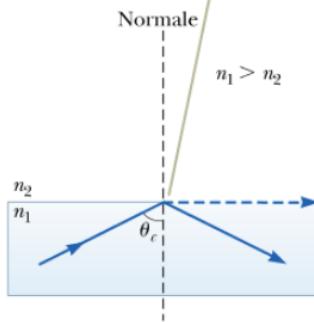
All'aumentare dell'angolo di incidenza θ_1 , l'angolo di rifrazione θ_2 aumenta fino a raggiungere 90° (raggio 4). La linea tratteggiata indica che in realtà nessuna energia si propaga in quella direzione.



Per angoli di incidenza maggiori, si verifica riflessione interna totale (raggio 5).

a

L'angolo di incidenza che produce un angolo di rifrazione uguale a 90° è l'angolo critico θ_c . A questo angolo di incidenza, tutta l'energia della luce incidente viene riflessa.



b

FIGURA 25.22 (a) I raggi si spostano da un mezzo di indice di rifrazione n_1 ad un mezzo di indice di rifrazione n_2 , dove $n_1 > n_2$.
(b) Il raggio 4 è analizzato singolarmente.

Quiz rapido

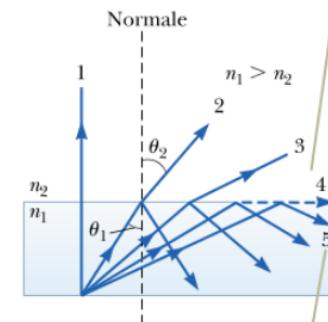
- Un fascio di luce bianca incide su di una interfaccia tra vetro crown e aria come mostrato nella figura a fianco. Il fascio incidente è ruotato in senso orario così da aumentare l'angolo di incidenza θ . A causa della dispersione nel vetro, alcuni colori della luce incidente subiscono riflessione interna totale (raggio 4 in figura 25.22 a) prima degli altri così che il fascio rifratto uscente dal vetro non è più bianco. Quale è l'ultimo colore ad essere rifratto ed uscire dalla superficie superiore?

- a) Viola
- b) Verde
- c) Rosso
- d) Impossibile rispondere



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

All'aumentare dell'angolo di incidenza θ_1 , l'angolo di rifrazione θ_2 aumenta fino a raggiungere 90° (raggio 4). La linea tratteggiata indica che in realtà nessuna energia si propaga in quella direzione.



Per angoli di incidenza maggiori, si verifica riflessione interna totale (raggio 5).

a b

L'angolo di incidenza che produce un angolo di rifrazione uguale a 90° è l'angolo critico θ_c . A questo angolo di incidenza, tutta l'energia della luce incidente viene riflessa.

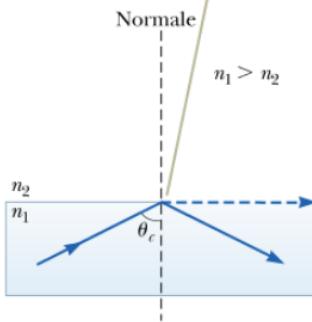


FIGURA 25.22 (a) I raggi si spostano da un mezzo di indice di rifrazione n_1 ad un mezzo di indice di rifrazione n_2 , dove $n_1 > n_2$.
(b) Il raggio 4 è analizzato singolarmente.

Esempio – Il punto di vista del pesce

- Determinare l'angolo critico per una interfaccia aria-acqua (assumere 1.33 per l'indice di rifrazione dell'acqua).
- Cosa accade se un pesce in un laghetto guarda in alto, verso la superficie dell'acqua, con angoli diversi rispetto alla superficie stessa come nella figura? Cosa vedrà?

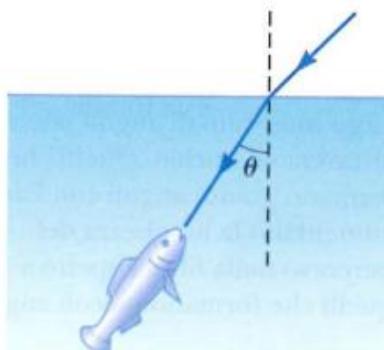


Figura 25.24 (Esempio 25.4)
E se? Un pesce guarda in alto
verso la superficie dell'acqua.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Fibre ottiche

- Un'interessante applicazione della riflessione interna totale è l'uso di bacchette di vetro o di plastica trasparente per «guidare» la luce da un posto ad un altro. Nell'industria delle comunicazioni, impulsi di luce laser si muovono lungo questo tipo di guide, portando informazioni ad alta velocità.
- La figura a fianco mostra la luce che viaggia all'interno di una bacchetta stretta e trasparente. La luce è confinata a propagarsi entro la bacchetta, anche lungo curve dolci, come risultato di successive riflessioni interne. Una tale guida di luce sarà flessibile se, piuttosto che bacchette spesse, si usano fibre sottili dette **fibre ottiche**.

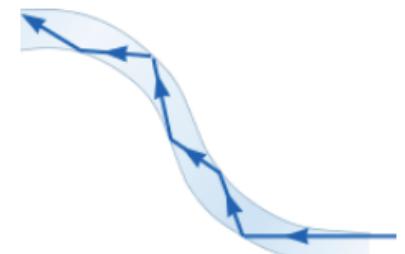


FIGURA 25.25 La luce viaggia in una bacchetta curva trasparente mediante riflessioni interne multiple.

Fibre ottiche

- Uno dei vincitori del Premio Nobel per la Fisica nel 2009 è stato Charles K. Kao (nato nel 1933) per aver scoperto come trasmettere segnali luminosi a grande distanza mediante sottili fibre di vetro. Tale scoperta ha permesso lo sviluppo di un settore industriale che prende il nome di ottica delle fibre.
- Una fibra ottica consiste in un nucleo trasparente circondato da un rivestimento, un materiale che ha un basso indice di rifrazione rispetto al nucleo. L'insieme deve essere circondato da una guaina protettiva in plastica per prevenire danni meccanici. La figura a fianco mostra una sezione di tale costruzione.
- Poiché l'indice di rifrazione del rivestimento è minore di quello del nucleo, la luce che viaggia nel nucleo subisce la riflessione interna totale se arriva all'interfaccia tra il nucleo ed il rivestimento con un angolo di incidenza che supera l'angolo limite. In questo caso la luce «rimbalza» lungo il nucleo della fibra ottica perdendo pochissimo la sua intensità mentre si propaga. Le perdite di intensità in una fibra ottica sono essenzialmente dovute alle riflessioni alle due estremità e all'assorbimento del materiale del nucleo.

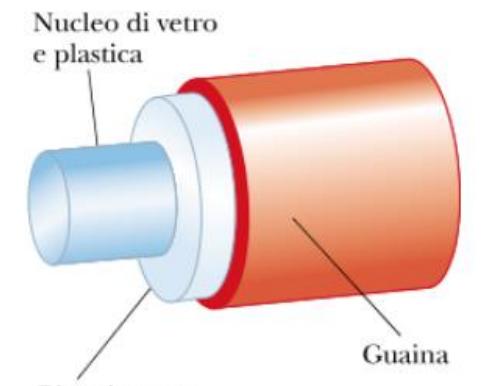


FIGURA 25.26 La struttura di una fibra ottica. La luce viaggia nel nucleo, che è circondato da un rivestimento e da una guaina protettiva.

Sommario (1)

- In ottica geometrica usiamo **l'approssimazione dei raggi** nella quale assumiamo che un'onda viaggi, attraverso un mezzo, in linea retta nella direzione dei raggi. Trascuriamo gli effetti della diffrazione, la qual cosa è un'ottima approssimazione fintantoché la lunghezza d'onda è piccola rispetto alle dimensioni di una qualsiasi apertura.

Sommario (2)

- L'indice di rifrazione n di un materiale è definito come

$$n = \frac{c}{v}$$

Dove c è la velocità della luce nel vuoto e v è la velocità della luce nel materiale. In generale n varia con la lunghezza d'onda dando luogo al fenomeno della **dispersione**. Il **principio di Huygens** afferma che tutti i punti di un fronte d'onda possono essere considerati come sorgenti puntiformi di onde sferiche elementari. In istanti successivi, la nuova posizione del fronte d'onda è la superficie tangente a queste onde elementari.

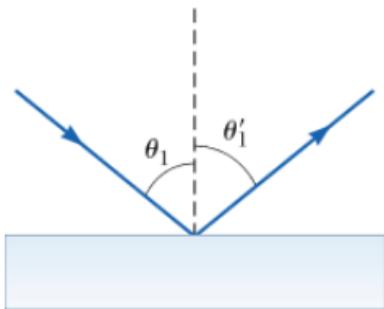
Sommario (3)

- La **riflessione interna totale** avviene quando la luce passa da un mezzo di alto indice di rifrazione ad un altro di indice di rifrazione minore. L'**angolo limite** di incidenza θ_c per cui avviene la riflessione interna totale alla superficie è

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{per } n_1 > n_2)$$

Sommario (4)

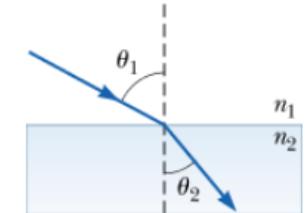
Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi |



Riflessione dell'onda. La legge della riflessione stabilisce che, per un raggio luminoso (o qualunque altro tipo di onda) che incida su di una superficie liscia, l'angolo di riflessione θ'_1 è pari all'angolo di incidenza θ_1 .

$$\theta'_1 = \theta_1$$

25.1◀



Rifrazione dell'onda. Un'onda che attraversa la superficie di separazione tra il mezzo 1 e il mezzo 2 viene **rifratta**. L'angolo di rifrazione θ_2 è legato all'angolo di incidenza θ_1 dalla relazione

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

25.2◀

dove v_1 e v_2 sono le velocità dell'onda rispettivamente nel mezzo 1 e 2. I raggi incidente, riflesso, rifratto e la normale alla superficie giacciono tutti sullo stesso piano.

Per le onde luminose la legge della rifrazione di Snell stabilisce che

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

25.7◀

dove n_1 e n_2 sono gli indici di rifrazione dei due mezzi.



Formazione dell'Immagine da Specchi e Lenti

Immagini formate da specchi piani

- Consideriamo una sorgente di luce posta nel punto O (figura a fianco), ad una distanza p davanti ad uno specchio piano. La distanza p è indicata come **distanza dell'oggetto**. Dopo la riflessione, i raggi continuano a divergere. Le linee tratteggiate sono prolungamenti dei raggi divergenti fino al punto di intersezione I . I raggi divergenti appaiono all'osservatore come provenienti dal punto I dietro lo specchio. Il punto I si chiama **immagine** dell'oggetto posto in O . Le immagini sono localizzate o in un punto da cui i raggi luminosi *realmente* divergono, o in un punto da cui *appaiono* divergere. La distanza q è chiamata **distanza dell'immagine**.

Il punto immagine I è situato dietro lo specchio, ad una distanza q da esso.
L'immagine è virtuale.

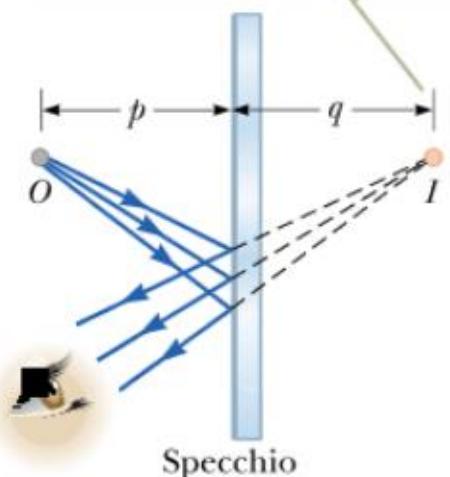


FIGURA 26.1 Un'immagine formata per riflessione da uno specchio piano.



Immagini formate da specchi piani

- Le immagini sono divise in **reali** e **virtuali**. **Un'immagine reale** è quella in cui la luce passa attraverso il punto immagine e diverge; **un'immagine virtuale** è quella in cui la luce non passa attraverso il punto immagine ma appare soltanto divergere da quel punto.
- L'immagine formata dallo specchio nella figura a fianco è virtuale. L'immagine di un oggetto reale visto in uno specchio è sempre virtuale.

Il punto immagine I è situato dietro lo specchio, ad una distanza q da esso.
L'immagine è virtuale.

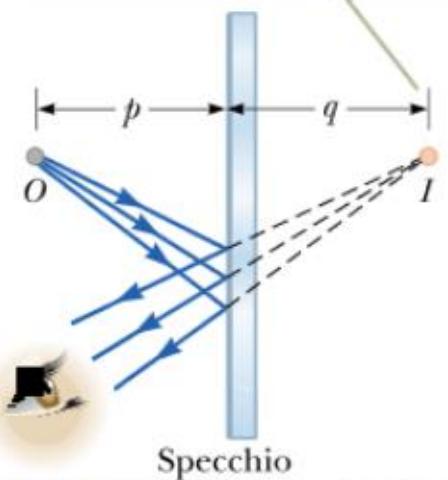


FIGURA 26.1 Un'immagine formata per riflessione da uno specchio piano.

Immagini formate da specchi piani

- La figura a fianco è un esempio di una particolare costruzione grafica, detta **diagramma dei raggi**, che è utilissima per lo studio di specchi e lenti. In un diagramma dei raggi, si traccia un piccolo numero della miriade di raggi che escono da una sorgente puntiforme, e la posizione dell'immagine si trova applicando le leggi della riflessione (e della rifrazione) a questi raggi.
- Vediamo ora come trovare l'immagine della freccia grigia rappresentata nella figura a fianco.
- Per trovare dove si forma un'immagine, è sempre necessario seguire almeno due raggi di luce quando si riflettono sullo specchio. Uno di questi raggi parte da P, segue una traiettoria orizzontale PQ verso lo specchio, e si riflette all'indietro su se stesso. Il secondo raggio segue la traiettoria obliqua PR e si riflette con lo stesso angolo secondo la legge della riflessione.

Poiché i triangoli PQR e $P'Q'R'$ sono congruenti,
 $|p| = |q|$ e $h = h'$.

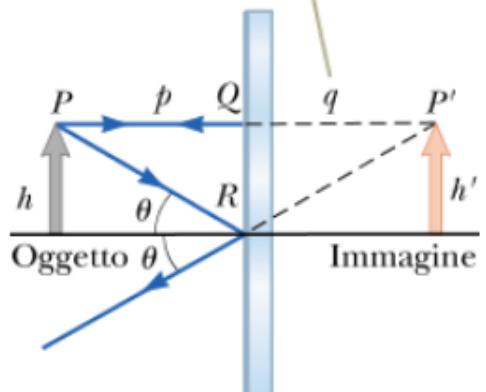


FIGURA 26.2 Costruzione geometrica usata per localizzare l'immagine di un oggetto posto davanti ad uno specchio piano.

Immagini formate da specchi piani

- Possiamo prolungare i due raggi riflessi all'indietro sino al punto da cui essi sembrano divergere, cioè il punto P' .
- Una ripetizione di questo processo per i punti dell'oggetto diversi da P darebbe come risultato un'immagine (tracciata come una freccia rossa) alla destra dello specchio. Questi raggi e i loro prolungamenti ci permettono di costruire un modello geometrico per la formazione dell'immagine basato sui triangoli PQR e $P'QR$. Poiché questi due triangoli sono uguali, $PQ=P'Q$ e $|p|=|q|$ (usiamo il simbolo di valore assoluto perché, come vedremo, ai valori di p e q è associata una convenzione sui segni). Quindi, concludiamo che l'immagine che si forma al di là dello specchio e l'oggetto che sta di fronte sono equidistanti dallo specchio.

Poiché i triangoli PQR e $P'QR$ sono congruenti,
 $|p|=|q|$ e $h=h'$.

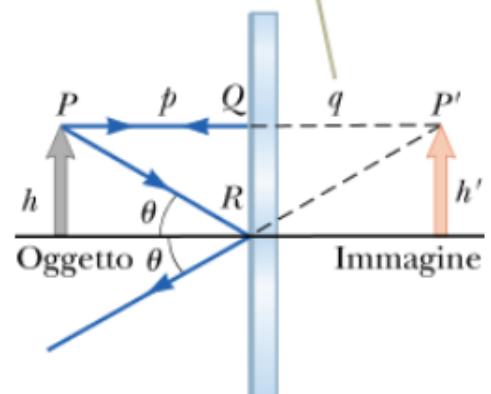


FIGURA 26.2 Costruzione geometrica usata per localizzare l'immagine di un oggetto posto davanti ad uno specchio piano.

Immagini formate da specchi piani

- Il modello geometrico mostra anche (figura a fianco) che l'altezza dell'oggetto h è uguale all'altezza dell'immagine h' . Definiamo l'ingrandimento lineare trasversale (o semplicemente ingrandimento) M di un'immagine:

$$M \equiv \frac{\text{altezza immagine}}{\text{altezza oggetto}} = \frac{h'}{h}$$

Che è una definizione generale dell'ingrandimento per qualsiasi tipo di immagine formata da uno specchio o da una lente. $M=1$ per uno specchio piano, poiché in questo caso $h'=h$. Possiamo notare anche che l'immagine è dritta, più avanti discuteremo situazioni in cui l'immagine risulta capovolta – in questo caso l'ingrandimento ha valori negativi.

Poiché i triangoli PQR e $P'QR$ sono congruenti, $|p| = |q|$ e $h = h'$.

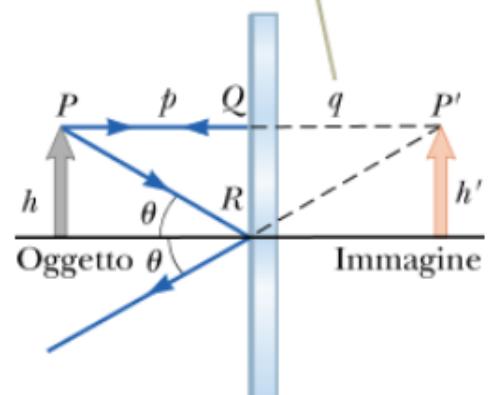


FIGURA 26.2 Costruzione geometrica usata per localizzare l'immagine di un oggetto posto davanti ad uno specchio piano.

Immagini formate da specchi piani

- Infine è interessante notare che uno specchio piano forma un'immagine che ha un'apparente inversione destra-sinistra. Si può osservare questo effetto semplicemente mettendosi di fronte ad uno specchio ed alzando la mano destra. L'immagine che si vede alza la mano sinistra.
- Questa inversione non è realmente un'inversione destra-sinistra. Si immagini, per esempio, di giacere sul pavimento sul proprio lato sinistro, col corpo parallelo alla superficie dello specchio. Adesso, guardando lo specchio, la testa è a sinistra e i piedi a destra. Se si muove un piede, l'immagine ovviamente non muove la testa! Se si alza la mano destra, tuttavia, l'immagine alza la mano sinistra. Quindi, essa appare ancora simile a un'inversione sinistra-destra, ma nella direzione alto-basso!

Immagini formate da specchi piani

- L'apparente inversione sinistra-destra è in realtà un'inversione fronte-retro causata dai raggi di luce che arrivano allo specchio e poi sono riflessi indietro da esso. La figura a fianco mostra la mano destra di una persona e la sua immagine in uno specchio piano. Si noti che non si verifica nessuna inversione sinistra-destra – il pollice della mano reale e dell'immagine si trovano dalla parte sinistra. È l'inversione fronte-retro che fa apparire l'immagine della mano destra simile alla reale mano sinistra mostrata nella parte sinistra della fotografia.

Il pollice si trova a sinistra sia nella mano reale sia nell'immagine. Il fatto che il pollice non sia a destra dell'immagine indica che l'inversione non è sinistra-destra.



© Cengage Learning/Gergo Sancilio

FIGURA 26.3 L'immagine in uno specchio della mano destra di una persona risulta invertita fronteretro. Ciò fa apparire l'immagine nello specchio come una mano sinistra.

Immagini formate da specchi sferici – Specchi concavi

- Uno specchio sferico ha la forma di una calotta sferica. La figura a fianco mostra la sezione trasversale di uno specchio sferico con la superficie riflettente rappresentata dalla linea curva più interna. Un tale specchio, in cui la luce è riflessa dalla superficie interna concava, è chiamato **specchio concavo**. Lo specchio ha raggio di curvatura R , e il suo centro di curvatura è nel punto C . Il punto V è il centro della calotta sferica, e la linea tracciata da C a V si chiama **asse principale** dello specchio.

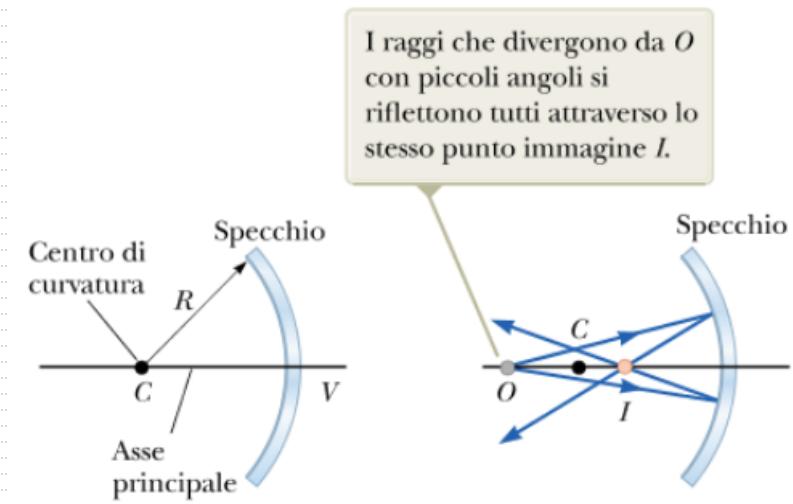


FIGURA 26.7 (a) Uno specchio concavo di raggio R . Il centro di curvatura C è posto sull'asse principale. (b) Una sorgente di luce puntiforme posta in O di fronte a uno specchio concavo di raggio R , dove O è qualsiasi punto sull'asse principale più distante di R dalla superficie dello specchio, forma un'immagine reale in I .

Immagini formate da specchi sferici – Specchi concavi

- Consideriamo una sorgente puntiforme di luce posta in O (figura 26.7 b). Sono mostrati sue raggi divergenti originati in O . Dopo essere stati riflessi dallo specchio, questi raggi convergono e si incontrano in I (punto immagine). I raggi poi continuano a divergere da I come se lì vi fosse una sorgente di luce. A differenza di quanto visto nella figura 26.2 (nelle slides 6,7 e 8) i raggi di luce stava volta passano attraverso il punto immagine e quindi l'immagine di figura 26.7 b è un'immagine reale.

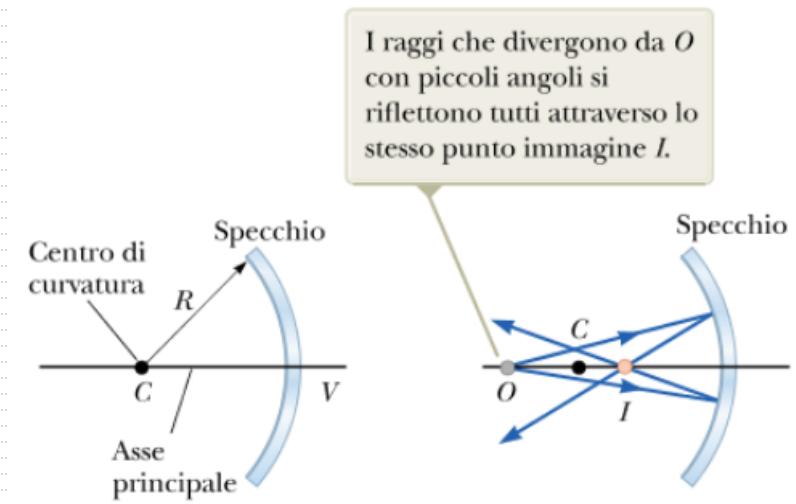


FIGURA 26.7 (a) Uno specchio concavo di raggio R . Il centro di curvatura C è posto sull'asse principale. (b) Una sorgente di luce puntiforme posta in O di fronte a uno specchio concavo di raggio R , dove O è qualsiasi punto sull'asse principale più distante di R dalla superficie dello specchio, forma un'immagine reale in I .

Immagini formate da specchi sferici – Specchi concavi

- Da qui in poi adotteremo un modello semplificato assumendo che tutti i raggi divergenti da un oggetto formino un piccolo angolo con l'asse principale. Tali raggi, detti **raggi parassiali**, si riflettono sempre attraverso il punto immagine come nella figura 26.7 b nella slide precedente. I raggi che formano grandi angoli con l'asse principale, come nella figura a fianco, convergono in altri punti sull'asse principale, producendo un'immagine sfocata.

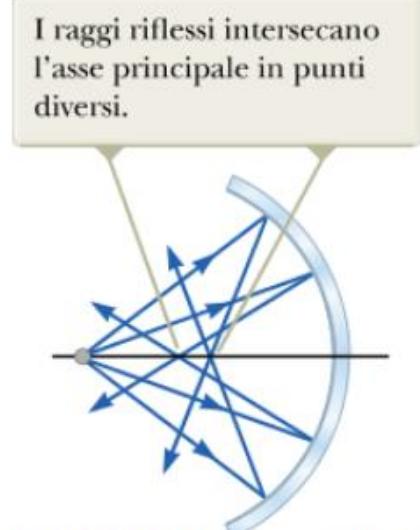


FIGURA 26.8 Uno specchio sferico concavo produce un'immagine sfocata quando i raggi formano angoli grandi con l'asse principale.

Immagini formate da specchi sferici – Specchi concavi

- Possiamo usare un modello geometrico, basato sul percorso dei raggi in figura a fianco, per calcolare la distanza dell'immagine q a partire dalla conoscenza della distanza dell'oggetto p e del raggio di curvatura R . Per convenzione queste distanze sono misurate dal vertice V .
- La figura a fianco mostra due raggi di luce che provengono dalla punta dell'oggetto. Uno di questi raggi passa attraverso il centro di curvatura C dello specchio, colpisce lo specchio perpendicolarmente alla superficie speculare e si riflette all'indietro su se stesso. Il secondo raggio colpisce lo specchio nel vertice V e si riflette.
- L'immagine della punta della freccia è collocata nel punto in cui questi due raggi si intersecano. Usando questi due raggi identifichiamo i triangoli rettangoli color rosso e giallo in figura.

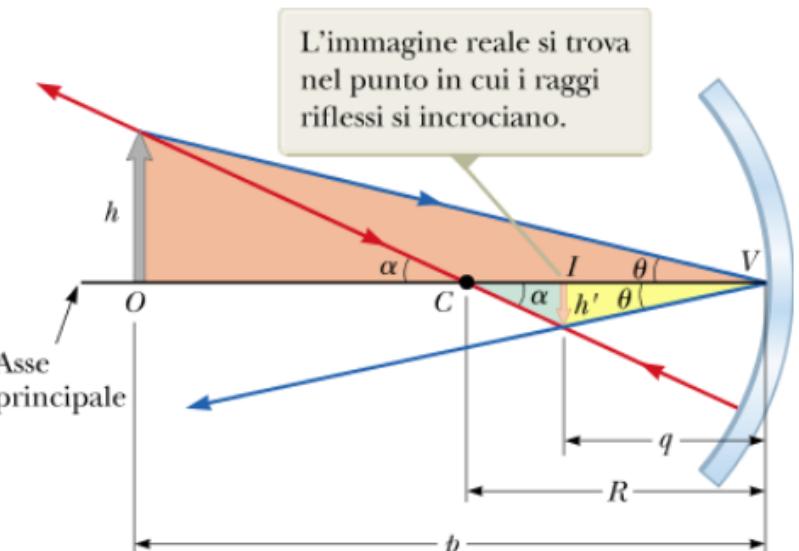


FIGURA 26.9 Immagine formata da uno specchio sferico quando l'oggetto O sta all'esterno del centro di curvatura C . Questa costruzione geometrica dell'immagine è usata per derivare l'Equazione 26.4.

Immagini formate da specchi sferici – Specchi concavi

- Dal triangolo rosso vediamo che $\tan \theta = h'/p$, mentre per il triangolo giallo $\tan \theta = -h'/q$. Il segno negativo indica che l'immagine è capovolta così che h' è negativo. Per cui dall'equazione nella slide 6 e da questi risultati, troviamo che l'ingrandimento dell'immagine è

$$M = \frac{h'}{h} = \frac{-q \tan \theta}{p \tan \theta} = -\frac{q}{p} \quad \text{equazione 26.2}$$

Possiamo riconoscere altri due triangoli rettangoli in figura (quello verde e quello rosso più piccolo), con un punto comune in C, e l'angolo α . Questi triangoli ci dicono che

$$\tan \alpha = \frac{h}{p-R} \quad \text{e} \quad \tan \alpha = -\frac{h'}{R-q}$$

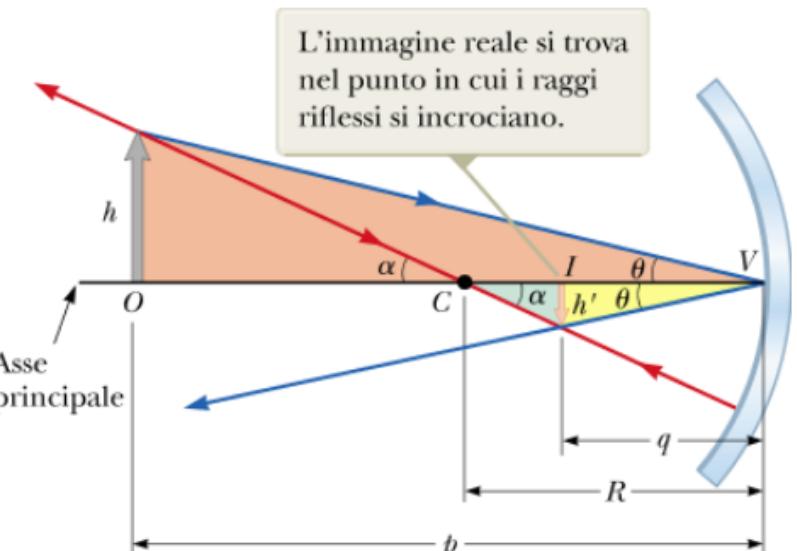


FIGURA 26.9 Immagine formata da uno specchio sferico quando l'oggetto O sta all'esterno del centro di curvatura C. Questa costruzione geometrica dell'immagine è usata per derivare l'Equazione 26.4.

Immagini formate da specchi sferici – Specchi concavi

- Da cui troviamo che

$$\frac{h'}{h} = -\frac{R-q}{p-R} \quad \text{equazione 26.3}$$

Se confrontiamo le equazioni 26.2 (slide 15) e 26.3 (sopra) vediamo che

$$\frac{R-q}{p-R} = \frac{q}{p}$$

Che con semplici passaggi algebrici si riduce a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} \quad \text{equazione 26.4}$$

Questa espressione si chiama **equazione dello specchio**. Da notare che è applicabile solo al modello semplificato dei raggi parassiali.

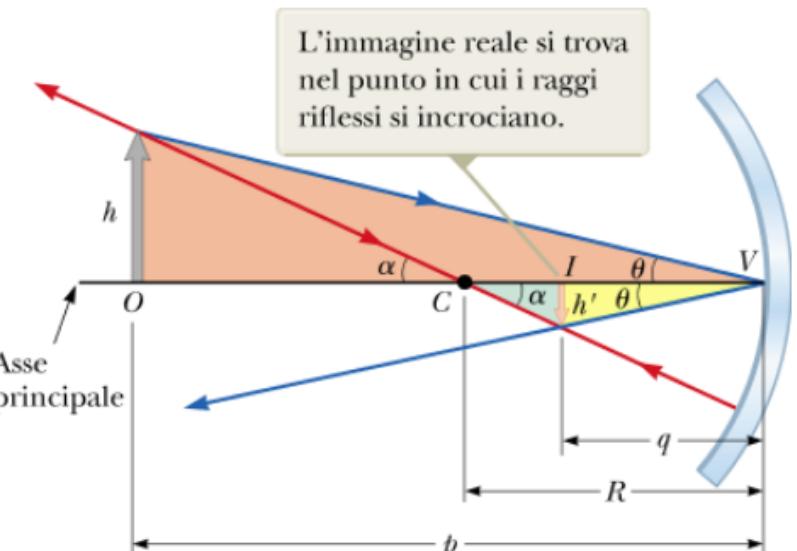


FIGURA 26.9 Immagine formata da uno specchio sferico quando l'oggetto O sta all'esterno del centro di curvatura C. Questa costruzione geometrica dell'immagine è usata per derivare l'Equazione 26.4.

Immagini formate da specchi sferici – Specchi concavi

- Se l'oggetto è molto lontano dallo specchio, cioè, se la distanza dell'oggetto p è grande rispetto ad R al punto che si possa considerare che p tende all'infinito, allora $1/p \rightarrow 0$ e vediamo dall'equazione 26.4 nella precedente slide che $q \approx R/2$.
- Cioè quando l'oggetto è molto lontano dallo specchio, il punto di immagine è il punto medio tra il vertice dello specchio e il centro di curvatura come mostrato nella figura 26.10a a fianco. Il punto nel quale i raggi paralleli si intersecano dopo la riflessione si chiama **punto focale** dello specchio.
- Il punto focale si trova ad una distanza f dallo specchio, detta **distanza focale**. La distanza focale è un parametro associato allo specchio ed è data da

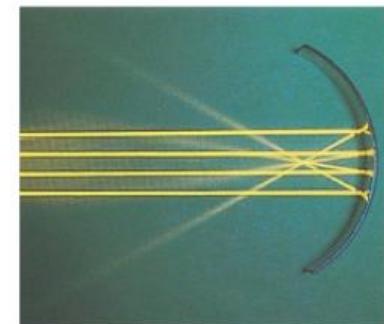
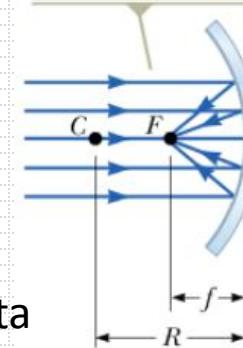
$$f = \frac{R}{2}$$

L'**equazione dello specchio** può perciò essere espressa in funzione della distanza focale:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

equazione 26.6

Quando l'oggetto è molto lontano, la distanza dell'immagine $q \approx R/2 = f$, dove f è la distanza focale dello specchio.



Henry Leopold Jim Lehman

FIGURA 26.10 (a) I raggi di luce provenienti da un oggetto distante ($p \approx \infty$) sono riflessi da uno specchio concavo nel punto focale F . (b) Fotografia della riflessione di raggi paralleli in uno specchio concavo.

Immagini formate da specchi sferici – Specchi convessi

- La figura a fianco mostra la formazione di un'immagine in uno **specchio convesso**, talvolta chiamato anche specchio divergente poiché i raggi che provengono da qualsiasi punto di un oggetto reale divergono dopo la riflessione, come se provenissero da un punto dietro lo specchio.
- In generale l'immagine formata dallo specchio convesso sarà sempre dritta, virtuale e più piccola dell'oggetto (come mostrato in figura a fianco).

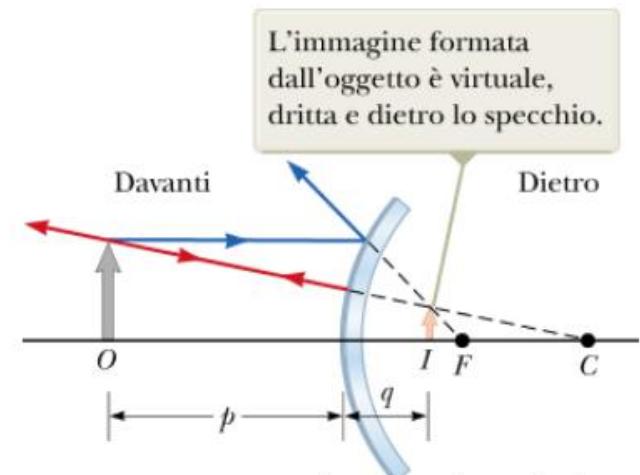


FIGURA 26.11 Formazione di un'immagine in uno specchio convesso.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Immagini formate da specchi sferici – Specchi convessi

- La figura a fianco (26.12) riporta le convenzioni di segni per le distanze dell'oggetto e dell'immagine mentre la tabella sotto riassume le convenzioni per tutte le grandezze in gioco.

TABELLA 26.1 | Convenzione sui segni per gli specchi

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto (p)	l'oggetto è davanti allo specchio (oggetto reale)	l'oggetto è dietro lo specchio (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine (q)	l'immagine è davanti allo specchio (immagine reale)	l'immagine è dietro lo specchio (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine (h')	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Distanza focale (f) e raggio (R)	lo specchio è concavo	lo specchio è convesso
Ingrandimento (M)	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta



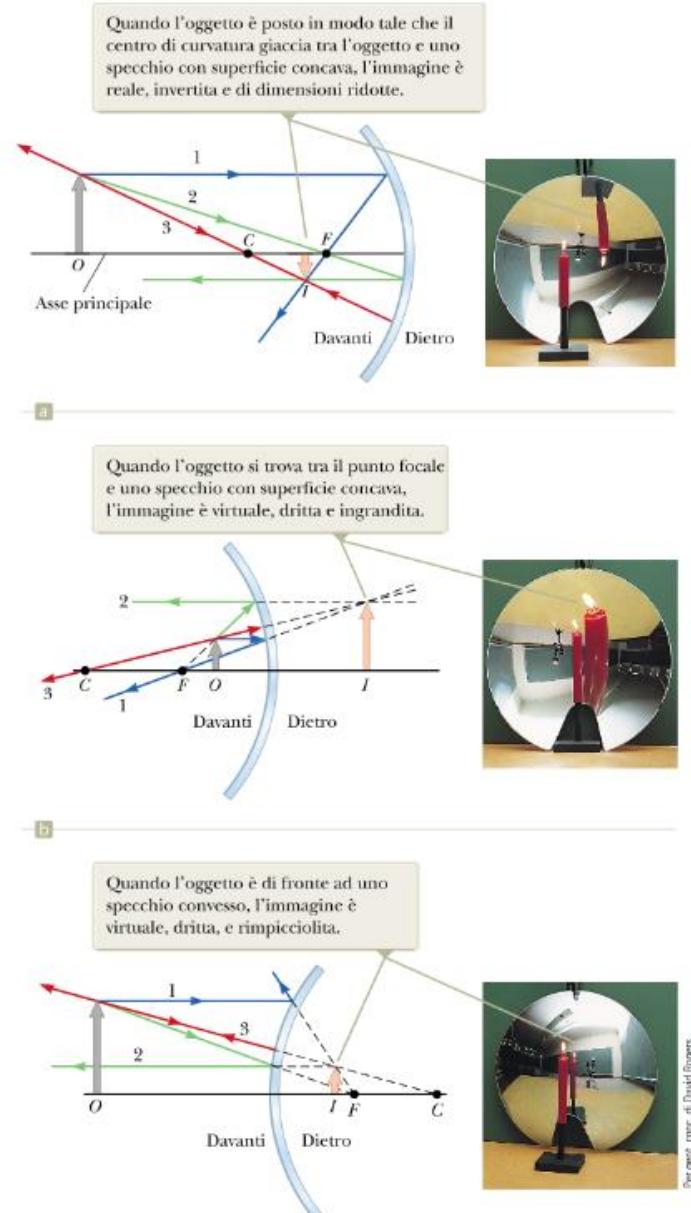
FIGURA 26.12 Segni di p e q per specchi concavi e convessi.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

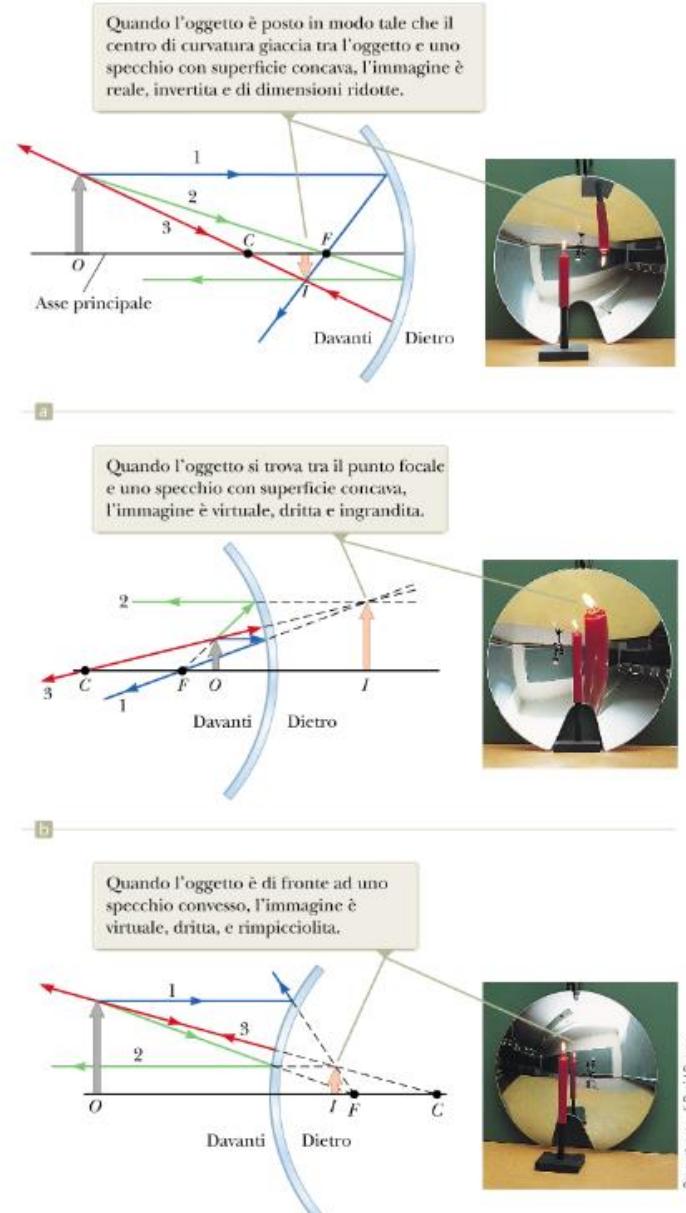
Immagini formate da specchi sferici – Costruzione delle immagini per gli specchi

- Per costruire un diagramma dei raggi, dobbiamo conoscere la posizione dell'oggetto, la posizione del punto focale e del centro di curvatura dello specchio. Si costruiscono tre raggi come mostrato nelle figure a fianco. Per gli specchi concavi nelle figure 26.13 a-b i raggi sono tracciati come segue:
 - Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale ed è riflesso indietro passando per il punto focale F.
 - Il raggio 2 è tracciato attraverso il punto focale (come se provenisse dal punto focale se $p < f$) quindi, viene riflesso parallelamente all'asse principale.
 - Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro di curvatura C (come se provenisse dal centro C se $p < f$) ed è riflesso all'indietro su se stesso.



Immagini formate da specchi sferici – Costruzione delle immagini per gli specchi

- Il punto immagine ottenuto in questo modo deve sempre concordare con il valore q calcolato con l'equazione dello specchio. L'immagine reale capovolta in figura 26.13a si muove verso sinistra quando l'oggetto si avvicina allo specchio. Quando l'oggetto è nel centro di curvatura, l'oggetto e l'immagine sono alla stessa distanza dallo specchio e della stessa dimensione. Quando l'oggetto è nel punto focale l'immagine è infinitamente lontana a sinistra (controllare queste affermazioni con l'equazione dello specchio)



Immagini formate da specchi sferici – Costruzione delle immagini per gli specchi

- Quando l'oggetto giace tra il punto focale e la superficie dello specchio (come in figura 26.13b) l'immagine è virtuale, dritta, e posta dietro lo specchio. L'immagine in questo caso è anche più grande dell'oggetto (principio alla base di uno specchio usato per radersi o truccarsi).
- Si può notare che l'immagine della macchina fotografica in figura 26.13 a e 26.13 b è rovesciata. Indipendentemente dalla posizione della candela, la macchina fotografica si trova ad una distanza dallo specchio maggiore della distanza focale e quindi l'immagine è invertita.

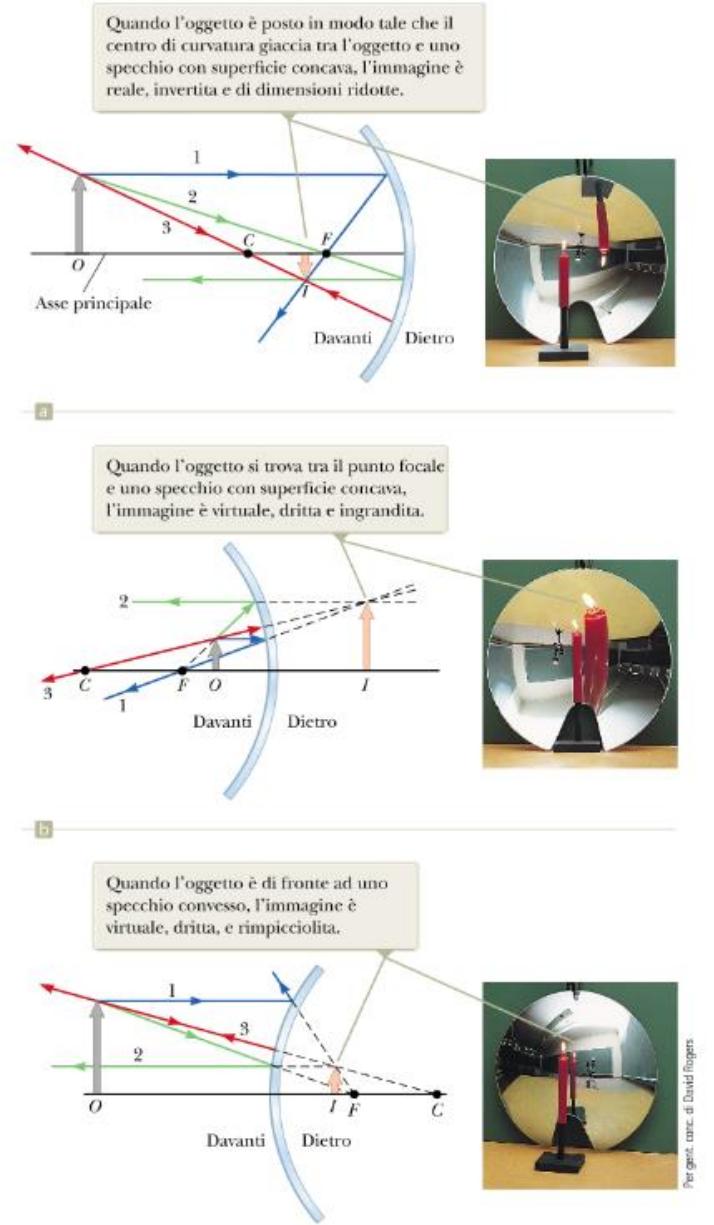


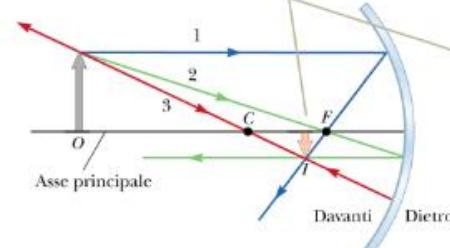
FIGURA 26.13 Costruzione grafica dei raggi per specchi sferici e corrispondenti fotografie di una candela usata come oggetto. 20

Immagini formate da specchi sferici – Costruzione delle immagini per gli specchi

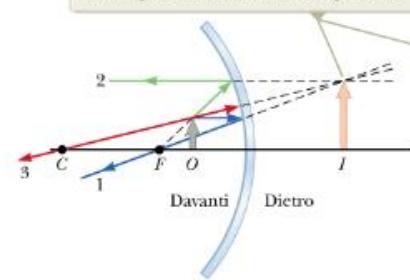
Per lo specchio convesso in figura 23.13 c i raggi
sono tracciati come segue:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale ed è riflesso come se partisse dal punto focale F.
- Il raggio 2 è tracciato verso il punto focale posto sul lato posteriore dello specchio. Esso si riflette parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato puntando verso il centro di curvatura C posto sul lato posteriore dello specchio e si riflette indietro su se stesso.

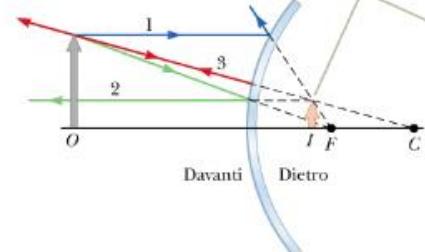
Quando l'oggetto è posto in modo tale che il centro di curvatura giaccia tra l'oggetto e uno specchio con superficie concava, l'immagine è reale, invertita e di dimensioni ridotte.



Quando l'oggetto si trova tra il punto focale e uno specchio con superficie concava, l'immagine è virtuale, dritta e ingrandita.

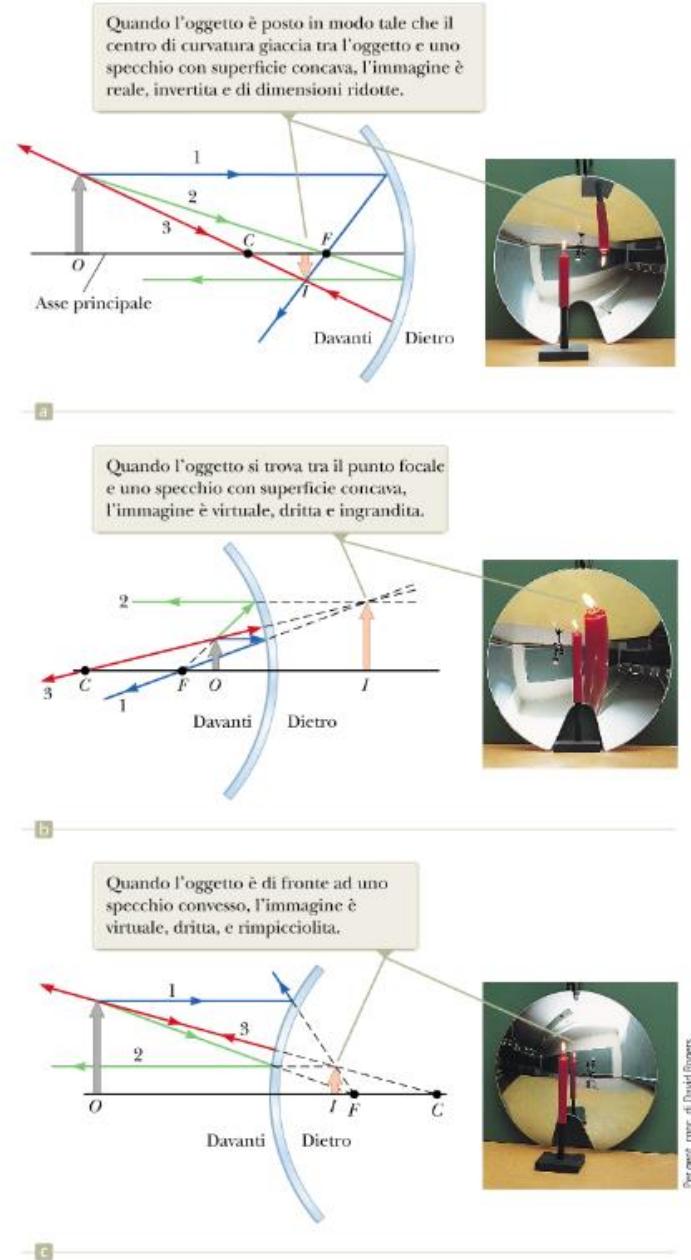


Quando l'oggetto è di fronte ad uno specchio convesso, l'immagine è virtuale, dritta, e rimpicciolita.



Immagini formate da specchi sferici – Costruzione delle immagini per gli specchi

- L'immagine di un oggetto reale formato da uno specchio convesso è sempre virtuale e dritta. Notare che sia l'immagine della candela che quella della macchina fotografica in figura 26.13 c sono dritte. Quando la distanza dell'oggetto aumenta, l'immagine virtuale diventa più piccola e si avvicina al punto focale quando p tende all'infinito.
- Gli specchi convessi sono spesso utilizzati come dispositivi di sicurezza nei negozi (il grande campo visivo del negozio è reso più piccolo per mezzo di uno specchio convesso)



Quiz rapido

- Vuoi accendere un fuoco riflettendo la luce solare sulla carta posta sotto una pila di legno. Qual è la miglior scelta per il tipo di specchio?
 - A. Piano
 - B. Concavo
 - C. Convesso

Quiz rapido

- Vuoi accendere un fuoco riflettendo la luce solare sulla carta posta sotto una pila di legno. Qual è la miglior scelta per il tipo di specchio?
- Piano
 - Concavo
 - Convesso

Esempio – L’immagine formata da uno specchio concavo

- Si supponga che un certo specchio sferico concavo abbia una distanza focale di +10.0 cm.
 - A. Trova la posizione dell’immagine per un oggetto posto a 25.0 cm
 - B. Trova la posizione dell’immagine per un oggetto posto a 10.0 cm
 - C. Trova la posizione dell’immagine per un oggetto posto a 5.00 cm

Esempio – L'immagine di uno specchio convesso

- Come nella figura a fianco, lo specchietto retrovisore di un'auto mostra l'immagine di un camion distante 10.0 m dallo specchio. La lunghezza focale dello specchio è pari a -0.60 m.

- A. Trova la posizione dell'immagine del camion
- B. Determina l'ingrandimento dell'immagine



FIGURA 26.14 Uno specchio convesso funziona come specchietto retrovisore esterno in questa automobile, e l'autista vede un autocarro in avvicinamento. Si noti inoltre che l'immagine dell'autocarro è a fuoco, mentre la cornice dello specchio è fuori fuoco, a dimostrazione del fatto che l'immagine non si trova nella stessa posizione dello specchio.

Immagini formate per rifrazione

- Consideriamo due mezzi trasparenti con indici di rifrazione n_1 e n_2 , dove la superficie di separazione tra i due mezzi è una superficie sferica con raggio di curvatura R (figura a fianco)
- Assumeremo che l'oggetto nel punto O sia nel mezzo il cui indice di rifrazione è n_1
- Come vedremo tutti i raggi parassiali saranno rifratti dalla superficie sferica e si focalizzeranno in un singolo punto I (il punto immagine)

I raggi che formano piccoli angoli con l'asse principale divergono da un punto oggetto posto in O e sono rifratti verso il punto immagine I .

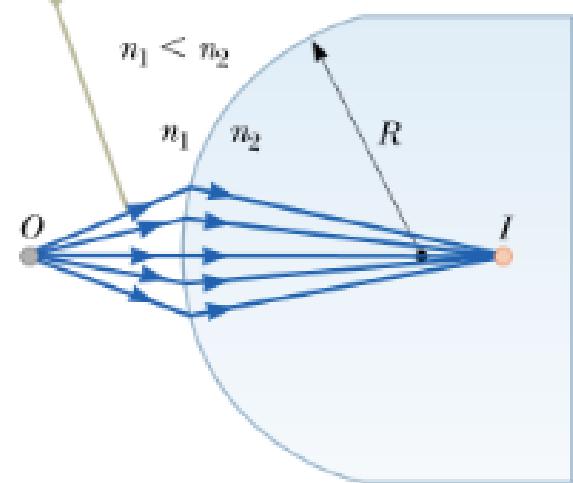


FIGURA 26.16 Immagine formata per rifrazione da una superficie sferica.



Immagini formate per rifrazione

- Consideriamo la costruzione geometrica nella figura sotto, che mostra un singolo raggio che esce dal punto O e passa attraverso il punto I. La legge di Snell applicata a questo raggio rifratto dà

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

- Poiché gli angoli θ_1 e θ_2 sono piccoli per i raggi parassiali, possiamo usare l'approssimazione $\sin \theta \approx \theta$ (angoli espressi in radianti). Perciò la legge di Snell diviene:

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

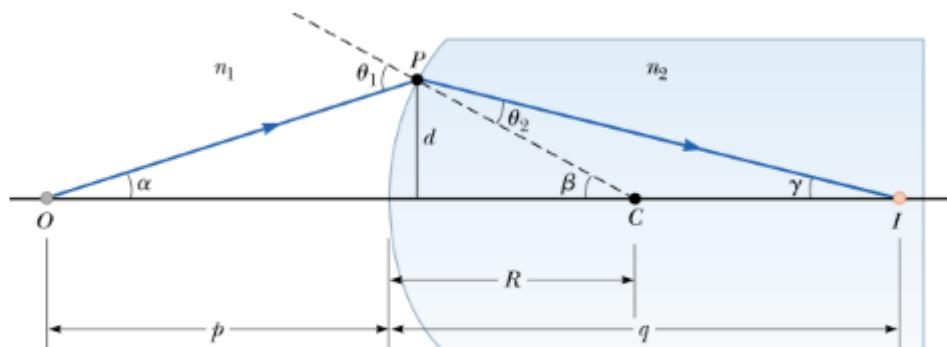


FIGURA 26.17 Geometria usata per derivare l'Equazione 26.8, assumendo $n_1 < n_2$. Il punto C è il centro di curvatura di una superficie rifrangente curva.

Immagini formate per rifrazione

- Ora facciamo uso del fatto che un angolo esterno di qualsiasi triangolo è uguale alla somma dei due angoli interni opposti. Applicando ciò ai triangoli OPC e PIC in figura sotto si ha

$$\theta_1 = \alpha + \beta$$

$$\beta = \theta_2 + \gamma$$

Se combiniamo le ultime tre relazioni, ed eliminiamo θ_1 e θ_2 , troviamo

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta \quad \text{equazione 26.7}$$

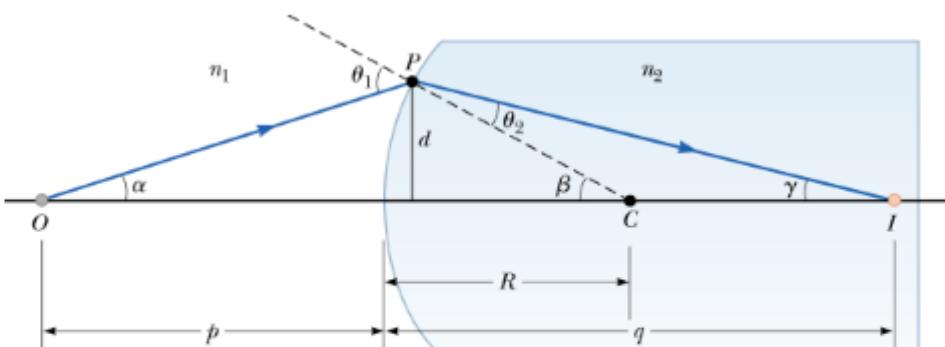


FIGURA 26.17 Geometria usata per derivare l'Equazione 26.8, assumendo $n_1 < n_2$. Il punto C è il centro di curvatura di una superficie rifrangente curva.

Immagini formate per rifrazione

- Di nuovo, nell'approssimazione di piccoli angoli, $\tan \theta \approx \theta$, e pertanto possiamo scrivere le relazioni approssimate
- $\tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{d}{p}$ $\tan \beta \approx \beta \approx \frac{d}{R}$ $\tan \gamma \approx \gamma \approx \frac{d}{q}$

Dove d è la distanza mostrata nella figura sotto. Sostituendo queste formule nell'equazione 26.7 (slide precedente) e dividendo per d otteniamo:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \text{equazione 26.8}$$

Relazione tra distanza dell'oggetto e distanza dell'immagine per una superficie rifrangente. Poiché questa relazione non contiene nessun angolo, tutti i raggi parassiali che lasciano un oggetto posto ad una distanza p davanti alla superficie rifrangente saranno focalizzati alla stessa distanza q dietro la superficie.

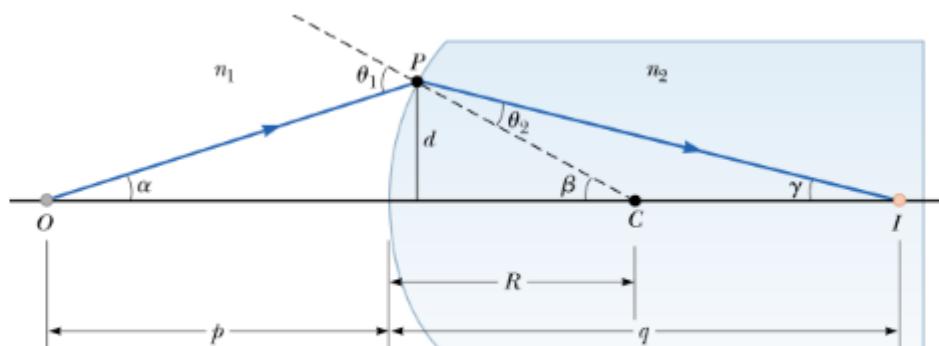


FIGURA 26.17 Geometria usata per derivare l'Equazione 26.8, assumendo $n_1 < n_2$. Il punto C è il centro di curvatura di una superficie rifrangente curva.

Immagini formate per rifrazione

- Creando una costruzione geometrica con un oggetto e una superficie rifrangente, possiamo mostrare che l'ingrandimento di una superficie rifrangente è

$$M = -\frac{n_1 q}{n_2 p} \quad \text{equazione 26.9}$$

La convenzione sui segni per superfici sferiche rifrangenti è riassunta nella tabella sotto riportata. La stessa convenzione sarà usata per le lenti sottili, che saranno discusse in seguito. Come con gli specchi assumiamo che la parte anteriore della superficie rifrangente sia la regione da cui la luce arriva alla superficie.

 TABELLA 26.2 | Convenzione sui segni per superfici rifrangenti

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto (p)	l'oggetto è davanti alla superficie (oggetto reale)	l'oggetto è dietro la superficie (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine (q)	l'immagine è dietro la superficie (immagine reale)	l'immagine è davanti alla superficie (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine (h')	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Raggio (R)	il centro di curvatura è dietro la superficie	il centro di curvatura è davanti alla superficie

Immagini formate per rifrazione – superfici piane rifrangenti

- Se la superficie è piana, R tende all'infinito e l'equazione 26.8 (slide 31) si riduce a

$$\frac{n_1}{p} = -\frac{n_2}{q} \quad \text{ossia}$$

$$q = -\frac{n_2}{n_1} p \quad \text{equazione 26.10}$$

Dall'equazione 26.10 vediamo che il segno di q è opposto a quello di p . Quindi l'immagine formata da una superficie rifrangente piana è dalla stessa parte della superficie in cui si trova l'oggetto. Questo è illustrato nella figura a fianco nel caso in cui n_1 è maggiore di n_2 , in cui si forma un'immagine virtuale tra l'oggetto e la superficie. Si noti che il raggio rifratto in questo caso si piega allontanandosi dalla normale, poiché $n_1 > n_2$.

- Il valore di q dato dall'equazione 26.10 è sempre più piccolo in valore assoluto di p quando $n_1 > n_2$. Ciò indica che l'immagine di un oggetto, posto all'interno del materiale con indice di rifrazione più alto rispetto a quello del materiale dal quale è visto, è sempre più vicina alla superficie piana rifrangente rispetto all'oggetto. Per questo i corpi trasparenti come i ruscelli e le piscine appaiono sempre meno profondi di quanto siano – l'immagine del fondo dell'acqua appare più vicina alla superficie di quanto sia in realtà.

L'immagine è virtuale e dallo stesso lato della superficie in cui si trova l'oggetto.

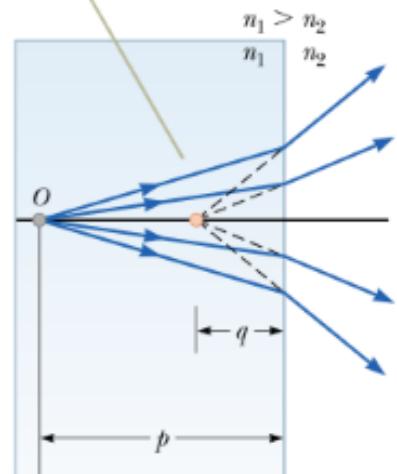


FIGURA 26.18 L'immagine formata da una superficie rifrangente piana. Tutti i raggi sono supposti parassiali.

Esempio – scrutare dentro una sfera di cristallo

- Una moneta è incapsulata in un fermacarte, costituito da una semisfera di plastica di raggio 3.0 cm. L'indice di rifrazione della sfera è $n_1 = 1.50$, e la moneta sta a 2.0 cm dalla superficie (figura a fianco). Trova la posizione dell'immagine della moneta.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

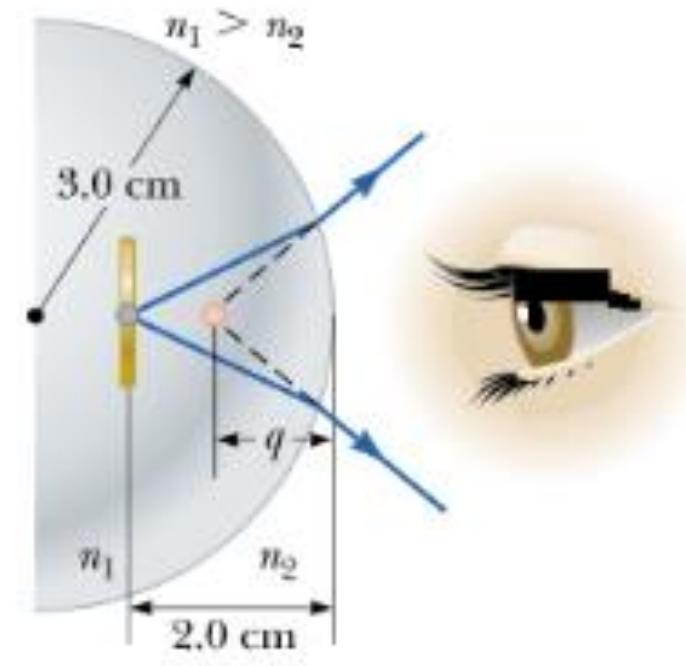


FIGURA 26.19 (Esempio 26.3) I raggi di luce da una moneta incapsulata in una sfera di vetro formano un'immagine virtuale tra la moneta e la superficie del vetro. Poiché l'oggetto è dentro la sfera, la parte frontale della superficie rifrangente è l'interno della sfera.

Esempio – Profondità apparente

- Un piccolo pesce sta nuotando a una profondità d al di sotto della superficie di uno stagno (figura sotto).
 - Qual è la profondità apparente del pesce, osservato direttamente dal di sopra?
 - Se la tua faccia è ad una distanza d sopra la superficie dell'acqua, a che distanza apparente sopra la superficie la vede il pesce?

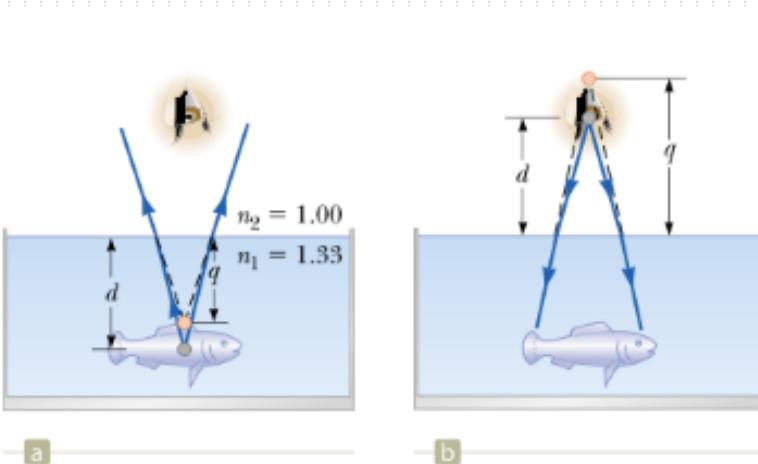


FIGURA 26.20 (Esempio 26.4) (a) La profondità apparente, q , del pesce è minore della profondità reale, d . Tutti i raggi sono supposti parassiali. (b) La tua faccia appare al pesce più in alto di quanto non sia in realtà.

Lenti Sottili

- Una tipica **lente sottile** consiste in un pezzo di vetro o plastica sagomato in modo che le sue due superfici siano o porzioni di sfere o piani. Le lenti si usano comunemente negli strumenti ottici come le macchina fotografiche, i telescopi e i microscopi, per formare immagini per rifrazione.
- La figura sotto mostra alcune forme rappresentative di lenti. Si possono distinguere due gruppi: quelle in figura 26.21 a sono più spesse al centro che ai bordi (**lenti convergenti**), quelle in figura 26.21 b sono più sottili al centro che ai bordi (**lenti divergenti**).

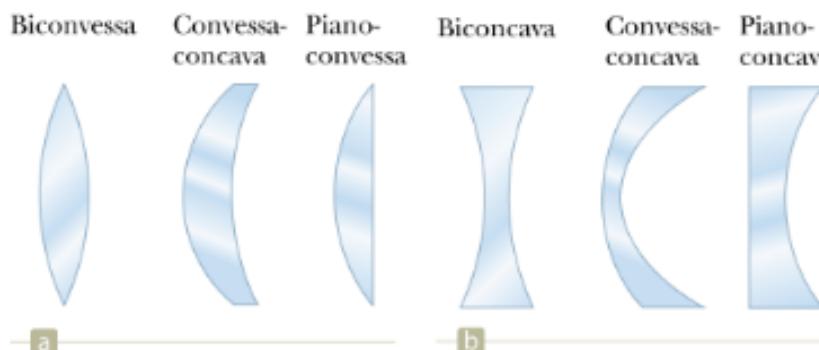


FIGURA 26.21 Sezione di varie lenti. (a) Le lenti convergenti hanno distanza focale positiva e sono più spesse al centro. (b) Le lenti divergenti hanno distanza focale negativa e sono più spesse ai bordi.

Lenti Sottili

- Così come per gli specchi, è conveniente definire un punto chiamato **punto focale** della lente. Per esempio in figura 26.22 a (sotto) un insieme di raggi paralleli all'asse principale passa attraverso il punto focale, dopo essere stati resi convergenti dalla lente. La distanza dal punto focale alla lente si chiama ancora **distanza focale** f . La distanza focale è la distanza dell'immagine che corrisponde a una distanza infinita dell'oggetto.

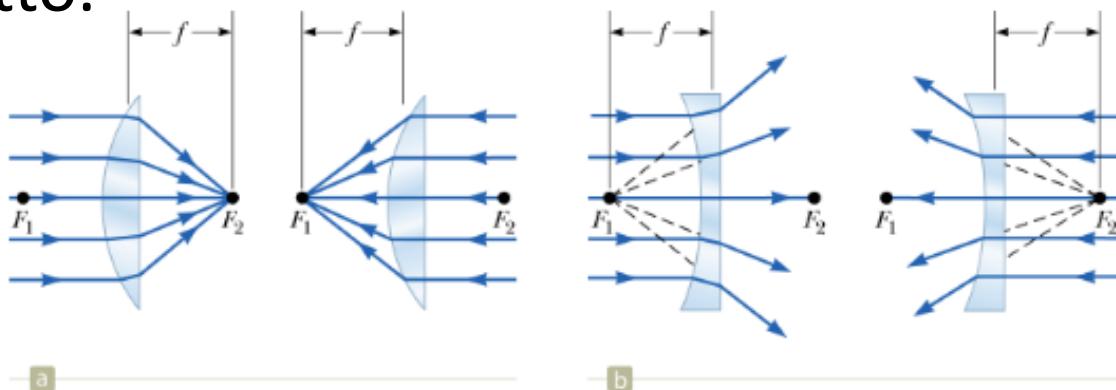


FIGURA 26.22 Raggi di luce paralleli passano attraverso (a) una lente convergente e (b) una lente divergente. La distanza focale è la stessa per raggi che attraversano una data lente in una o nell'altra direzione. Entrambi i punti focali F_1 e F_2 sono alla stessa distanza dalla lente.

Lenti Sottili

- Per evitare la complicazione dovuta allo spessore della lente, adottiamo un modello semplificato chiamato **approssimazione delle lenti sottili** in cui lo spessore delle lenti si assume trascurabile. Di conseguenza non fa alcuna differenza se prendiamo la distanza focale come la distanza dal punto focale alla superficie della lente o come la distanza dal punto focale al centro della lente, poiché la differenza tra queste due lunghezze è trascurabile.
- Una lente sottile ha una distanza focale e due punti focali, come illustrato in figura 26.22, corrispondenti ai raggi di luce che viaggiano da sinistra o da destra.

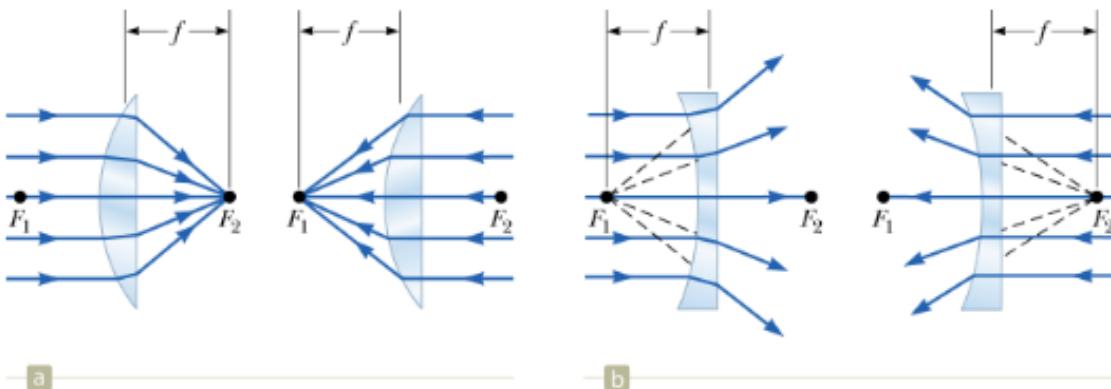


FIGURA 26.22 Raggi di luce paralleli passano attraverso (a) una lente convergente e (b) una lente divergente. La distanza focale è la stessa per raggi che attraversano una data lente in una o nell'altra direzione. Entrambi i punti focali F_1 e F_2 sono alla stessa distanza dalla lente.

Lenti Sottili

- Consideriamo ora il percorso dei raggi in figura 26.23 per un oggetto posto a distanza p da una lente convergente. Il raggio rosso dalla punta dell'oggetto passa attraverso il centro della lente. Il raggio blu è parallelo all'asse principale della lente (l'asse orizzontale passante attraverso il centro della lente) e quindi, dopo la rifrazione, esso passa attraverso il punto focale F . Il punto nel quale questi due raggi s'intersecano è il punto immagine, a distanza q dalla lente.

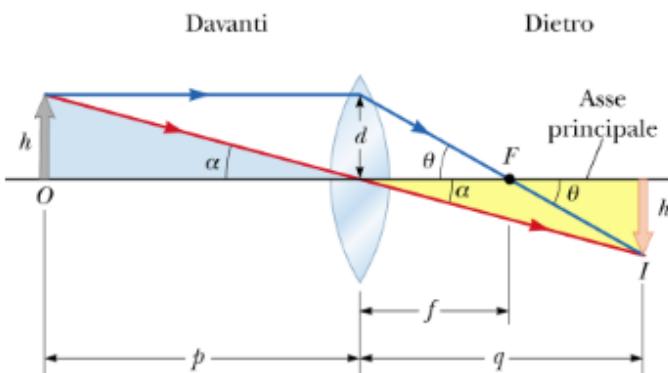


FIGURA 26.23 Costruzione geometrica per ricavare l'equazione delle lenti sottili.

Lenti Sottili

- La tangente dell'angolo α può essere calcolata utilizzando i triangoli ombreggiati in blu ed in giallo in figura 26.23:

$$\tan \alpha = \frac{h}{p} \quad \text{e} \quad \tan \alpha = -\frac{h'}{p}$$

Da cui

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \quad \text{equazione 26.11}$$

Così l'equazione per l'ingrandimento di un'immagine da parte di una lente è identica all'equazione per l'ingrandimento dovuto ad uno specchio (equazione 26.2 slide 15). Notiamo pure, dalla figura 26.23, che

$$\tan \theta = \frac{d}{f} \quad \text{e} \quad \tan \theta = -\frac{h'}{q-f}$$

Inoltre, l'altezza d è uguale ad h . Quindi:

$$\frac{h}{f} = -\frac{h'}{q-f} \quad \rightarrow \quad \frac{h'}{h} = -\frac{q-f}{f}$$

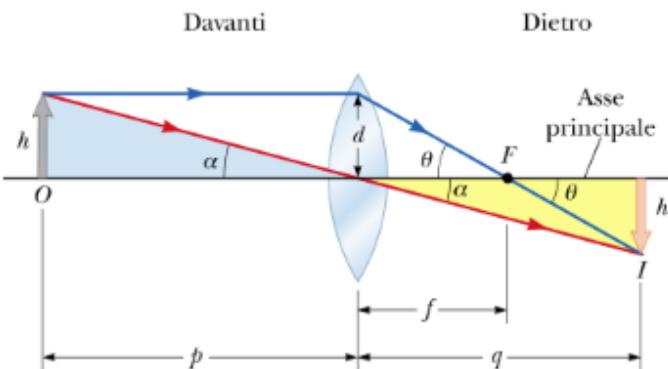


FIGURA 26.23 Costruzione geometrica per ricavare l'equazione delle lenti sottili.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Lenti Sottili

- Usando l'espressione appena ottenuta in combinazione con l'equazione 26.11 (slide precedente) si ottiene

$$\frac{q}{p} = \frac{q - f}{f}$$

La quale si riduce a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Questa equazione, detta **equazione delle lenti sottili** (che è identica all'equazione degli specchi, equazione 26.6 slide 17), può essere usata sia per le lenti convergenti che per quelle divergenti se usiamo una convenzione sui segni. La figura sotto è utile per ottenere i segni di p e q .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



FIGURA 26.24 Diagramma per ottenere i segni di p e q per una lente sottile o per una superficie rifrangente.

Lenti Sottili

- La tabella sotto riporta le convenzioni complete sui segni per le lenti. Si noti che con queste convenzioni una lente convergente ha una distanza focale positiva e una lente divergente ha una distanza focale negativa. Perciò spesso queste lenti si chiamano anche «positive» e «negative».

 **TABELLA 26.3 | Convenzione sui segni per le lenti sottili**

Grandezza	Positiva quando...	Negativa quando...
Posizione dell'oggetto (p)	l'oggetto è davanti alla lente (oggetto reale)	l'oggetto è dietro la lente (oggetto virtuale)
Posizione dell'immagine (q)	l'immagine è dietro la lente (immagine reale)	l'immagine è davanti alla lente (immagine virtuale)
Altezza dell'immagine (h')	l'immagine è dritta	l'immagine è capovolta
Raggi di curvatura R_1 e R_2	il centro di curvatura è dietro la lente	il centro di curvatura è davanti alla lente
Distanza focale (f)	la lente è convergente	la lente è divergente

Lenti sottili

- La distanza focale di una lente in aria è legata alla curvatura delle superfici e all'indice di rifrazione n del materiale della lente dalla relazione:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

equazione 26.13

Dove R_1 è il raggio di curvatura della superficie anteriore ed R_2 è il raggio di curvatura della superficie posteriore. L'equazione 26.13 ci consente di calcolare la distanza focale per mezzo di proprietà note della lente. Questa si chiama **equazione del costruttore di lenti**, la tabella nella slide precedente include la convenzione per determinare i segni dei raggi R_1 e R_2 .

Lenti sottili – Costruzione delle immagini per le lenti sottili

La costruzione geometrica è molto utile per determinare l'immagine di una lente sottile o di un sistema di lenti. La figura sotto illustra questo metodo, con una singola lente, per tre differenti situazioni. Per localizzare l'immagine di una lente convergente (Figure 26.25 a e 26.25b), si tracciano i tre raggi seguenti dalla cima dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio passa per il punto focale sul lato posteriore della lente
- Il raggio 2 è tracciato attraverso il punto focale sul lato anteriore delle lente (o come se arrivasse dal punto focale qualora $p < f$) ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta

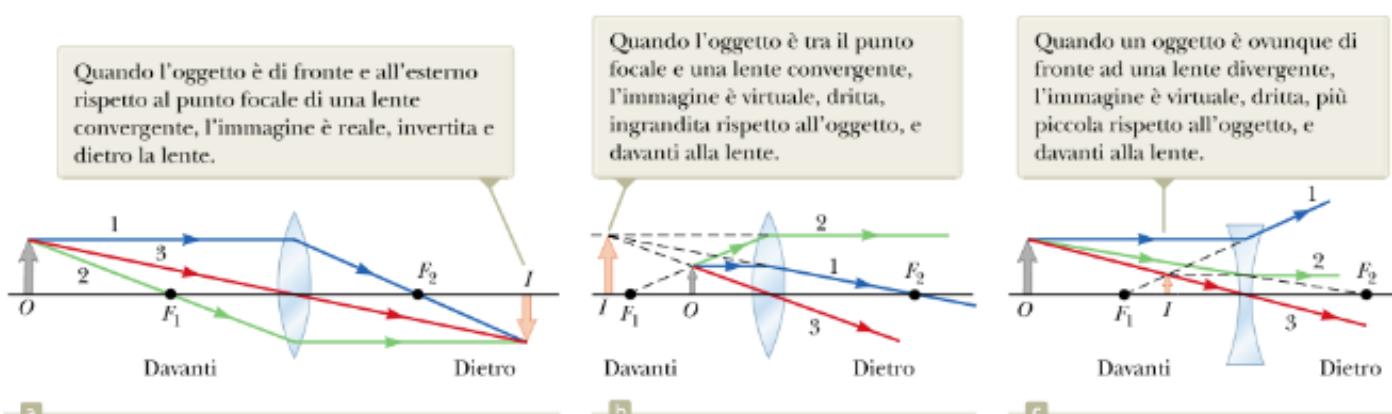


FIGURA 26.25 Costruzione delle immagini per una lente sottile.

Lenti sottili – Costruzione delle immagini per le lenti sottili

La localizzazione di un'immagine per una lente divergente (figura 26.25 c) si ottiene tracciando i seguenti tre raggi dalla sommità dell'oggetto:

- Il raggio 1 è tracciato parallelamente all'asse principale. Dopo essere stato rifratto dalla lente, questo raggio emerge allontanandosi dal punto focale sul lato anteriore della lente.
- Il raggio 2 è tracciato verso il punto focale sul lato posteriore della lente ed emerge dalla lente parallelamente all'asse principale.
- Il raggio 3 è tracciato attraverso il centro della lente e continua in linea retta.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

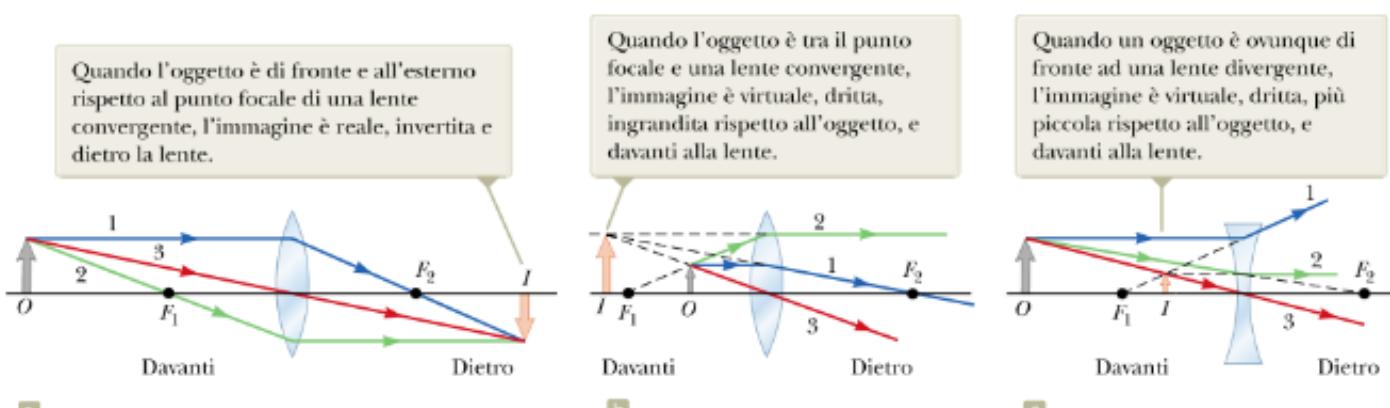


FIGURA 26.25 Costruzione delle immagini per una lente sottile.

Lenti sottili – Costruzione delle immagini per le lenti sottili

Con questa costruzione, il punto di intersezione di una qualunque coppia di raggi può essere usato per localizzare l'immagine. Il terzo raggio serve solo come controllo della nostra costruzione.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

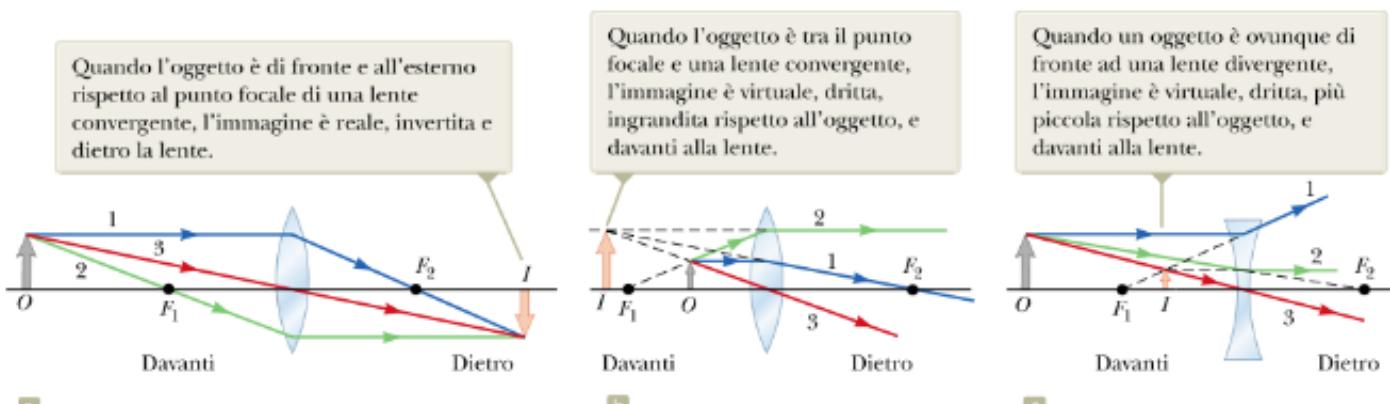


FIGURA 26.25 Costruzione delle immagini per una lente sottile.

Lenti sottili – Costruzione delle immagini per le lenti sottili

- Per la lente convergente in figura 26.25 a , dove l'oggetto è esterno al punto focale anteriore ($p>f$), l'immagine è reale e capovolta ed è localizzata dietro la lente. Un esempio di tale situazione può essere un proiettore cinematografico dove la pellicola è l'oggetto, la lente è il proiettore, e l'immagine è proiettata su un grande schermo per la visione degli spettatori. La pellicola è posta nel proiettore con la scena capovolta cosicché l'immagine rovesciata risulti correttamente posizionata per gli spettatori.
- Quando l'oggetto reale è tra il punto focale anteriore e la lente ($p<f$) (Figura 26.25b) l'immagine è virtuale e dritta. La lente in questo caso funziona come lente d'ingrandimento.
- Per la lente divergente di figura 26.25 c, l'immagine è virtuale e dritta per tutte le posizioni dell'oggetto. Una lente divergente si usa ad esempio negli spioncini di sicurezza delle porte, per dare un grande angolo visuale.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

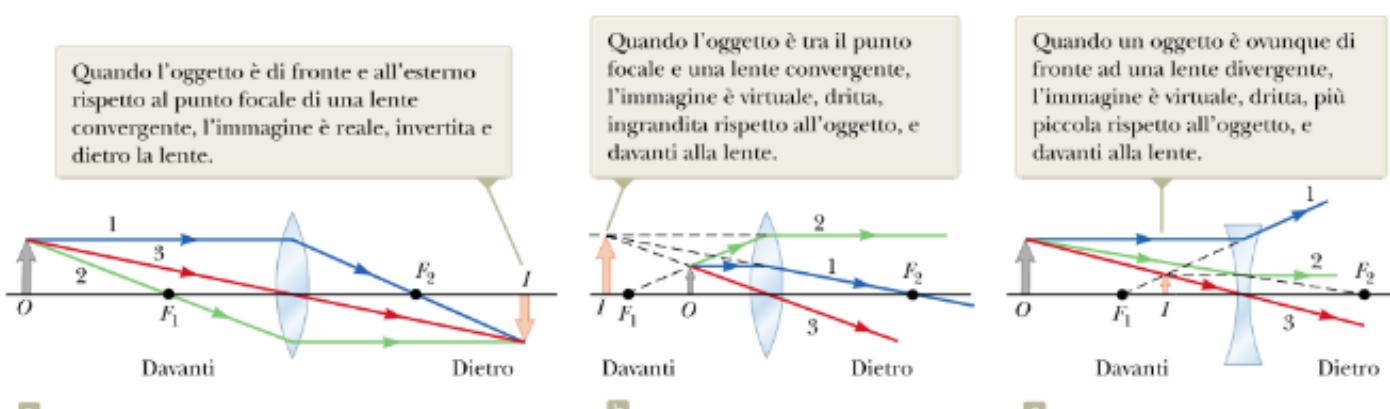


FIGURA 26.25 Costruzione delle immagini per una lente sottile.

Esempio – Immagini formate da una lente convergente

- Una lente convergente ha una distanza focale di 10.0 cm.
 - A. Un oggetto è posto a 30.0 cm dalla lente. Costruire l'immagine, determinare la distanza dalla lente e descrivere l'immagine.
 - B. L'oggetto è ora posto a 10.0 cm dalla lente. Determinare la distanza dell'immagine dalla lente e descrivere l'immagine.
 - C. L'oggetto è ora posto a 5.0 cm dalla lente. Costruire l'immagine, determinare la distanza dalla lente e descrivere l'immagine.

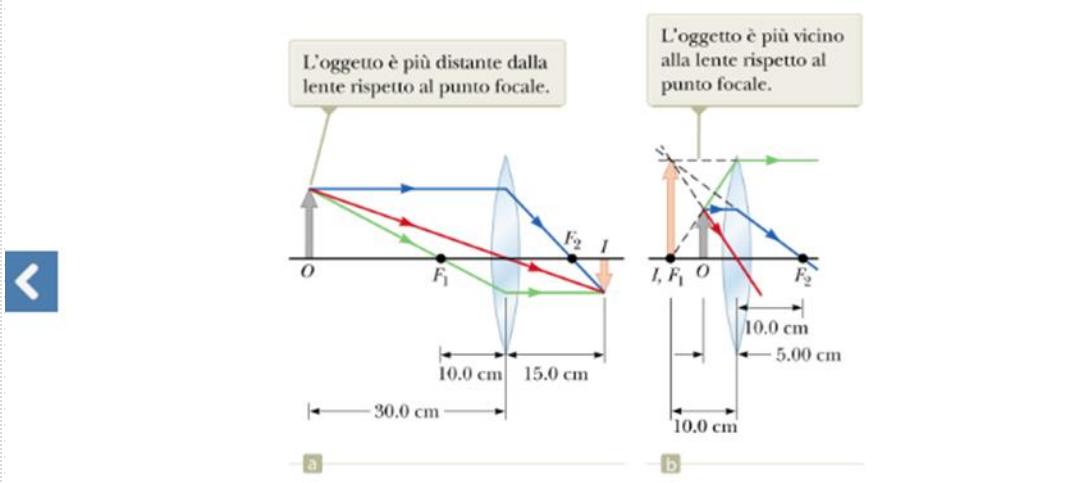


FIGURA 26.26 (Esempio 26.5) Immagine formata da una lente convergente.



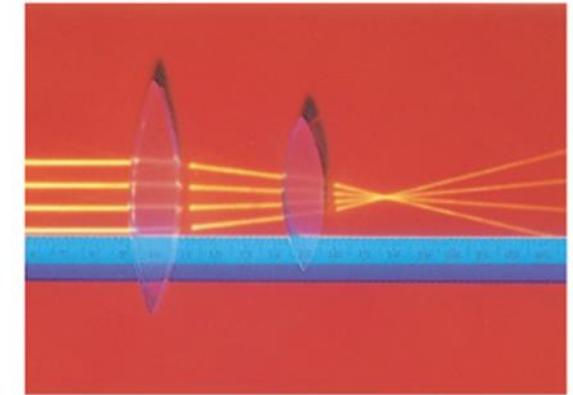
R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Combinazioni di lenti sottili



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

- Nel caso si usino due lenti sottili per formare un'immagine, prima si calcola l'immagine della prima lente come se la seconda non ci fosse. La luce, quindi, si avvicina alla seconda lente come se essa provenisse dall'immagine formata dalla prima lente. In pratica, l'immagine della prima lente viene trattata come l'oggetto della seconda lente. L'immagine della seconda lente è l'immagine finale del sistema. Se l'immagine della prima lente si forma dietro la seconda lente, allora l'immagine viene trattata come un oggetto virtuale per la seconda lente (cioè con p negativo). Lo stesso procedimento può essere esteso ad un sistema di tre o più lenti. L'ingrandimento totale di un sistema di lenti sottili è uguale al prodotto degli ingrandimenti delle singole lenti.



Per gent. conc. di Henry Leup e Jim Lehman

La luce proveniente da un oggetto distante va nel fuoco tramite due lenti convergenti.

Esempio – Dov’è l’immagine finale?

- Due lenti sottili convergenti di distanza focale $f_1 = 10.0 \text{ cm}$ e $f_2 = 20.0 \text{ cm}$ distano 20.0 cm, come nella figura sotto. Un oggetto è posto 30.0 cm alla sinistra della lente 1. Trovare la posizione e l’ingrandimento dell’immagine finale.

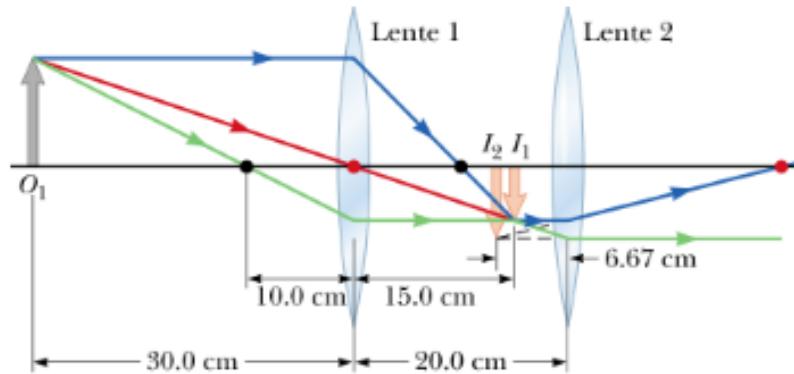


FIGURA 26.27 (Esempio 26.6) Una combinazione di due lenti convergenti. Il diagramma dei raggi mostra la posizione dell’immagine finale (I_2) dovuta alla combinazione delle lenti. I puntini neri sono i punti focali della lente 1, e i puntini rossi sono quelli della lente 2.

Sommario (1)

- Un'immagine di un oggetto è un punto dal quale la luce o diverge oppure sembra divergere dopo aver interagito con uno specchio o una lente. Se la luce attraversa il punto immagine, l'immagine è un'immagine reale. Se la luce sembra divergere dal punto immagine, l'immagine è un'immagine virtuale.
- Nel modello semplificato dei raggi parassiali, la distanza dell'oggetto p e la distanza dell'immagine q per uno specchio sferico di raggio R sono correlate dall'**equazione dello specchio**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

Dove $f = R/2$ è la **distanza focale** dello specchio.

Sommario (2)

- **L'ingrandimento** M di uno specchio o lente è definito come il rapporto fra l'altezza dell'immagine, h' , e l'altezza dell'oggetto, h :

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$$

- Un'immagine si può formare per rifrazione di una superficie sferica di raggio R . Le distanze dell'oggetto e dell'immagine per rifrazione di una tale superficie sono correlate da

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Dove la luce è incidente nel mezzo di indice di rifrazione n_1 ed è rifratta nel mezzo il cui indice di rifrazione è n_2

Sommario (3)

- Per una lente sottile e nell'approssimazione di raggi parassiali, le distanze dell'oggetto e dell'immagine sono correlate **dall'equazione delle lenti sottili**:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Sommario (4)

- La **distanza focale** f di una lente sottile in aria è correlata alla curvatura della sua superficie e all'indice di rifrazione n del materiale della lente dalla relazione

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Le **lenti convergenti** hanno distanze focali positive, mentre le **lenti divergenti** hanno distanze focali negative.

Ottica Ondulatoria

Condizioni per l'interferenza

- Due onde possono sommarsi in maniera costruttiva o distruttiva. Nell'interferenza costruttiva l'ampiezza dell'onda risultante è maggiore di quella di ciascuna delle singole onde, mentre nell'interferenza distruttiva l'ampiezza risultante è minore di quella di entrambe le onde. Anche nel caso di onde elettromagnetiche si presenta il fenomeno dell'interferenza.
- Effetti di interferenza nelle onde elettromagnetiche nel visibile non sono facili da osservare, dato che le lunghezze d'onda coinvolte sono molto piccole (da circa $4 \times 10^{-7} m$ a circa $7 \times 10^{-7} m$).
- Affinché si possa osservare interferenza è necessario avere due sorgenti che producano due onde di identica lunghezza d'onda. Per produrre una figura di interferenza stabile, tuttavia, le singole onde devono mantenere una relazione di fase costante fra di loro – devono cioè essere **coerenti**.

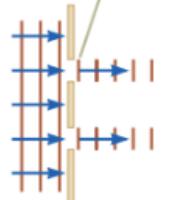
Condizioni per l'interferenza

- Se due sorgenti di luce separate sono poste di fianco, non viene osservata alcuna interferenza poiché le onde luminose provenienti da una sorgente sono emesse indipendentemente dall'altra sorgente; quindi, le emissioni delle due sorgenti non mantengono una relazione di fase costante fra loro durante il tempo di osservazione.
- Un'ordinaria sorgente di luce è sottoposta a variazioni casuali in intervalli di tempo sotto il nanosecondo. Perciò, le condizioni per l'interferenza costruttiva o distruttiva, o per gli stati intermedi, sono mantenute solo per brevissimi intervalli di tempo. Il risultato è che non vediamo gli effetti dell'interferenza poiché i nostri occhi non possono seguire cambiamenti tanto rapidi. Sorgenti di luce di questo tipo si dicono **incoerenti**.

L'esperimento della doppia fenditura di Young.

- Un metodo comune per produrre due sorgenti di luce coerenti è di usare una sorgente monocromatica per illuminare uno schermo contenente due piccole aperture (fenditure). La luce uscente dalle fenditure è coerente poiché una sola sorgente produce il fascio di luce originario e le fenditure hanno il solo scopo di separare tale fascio in due parti.
- Se la luce viaggiasse solo nella sua direzione originaria dopo aver attraversato le fenditure, come nella figura 27.1 a, non si avrebbe alcuna sovrapposizione delle onde e quindi nessuna interferenza. Invece, come abbiamo visto a proposito del principio di Huygens, le onde diffondono dalla fenditura come mostrato in figura 27.1 b.
- La luce devia dalla propagazione rettilinea e raggiunge la regione di spazio che, in caso contrario, sarebbe in ombra. Questa deviazione della luce dal suo cammino originario si chiama **diffrazione**.

La luce che attraversa piccole fenditure *non* si comporta in questo modo.



La luce che attraversa piccole fenditure *diffrange*.

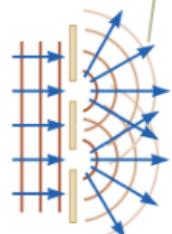


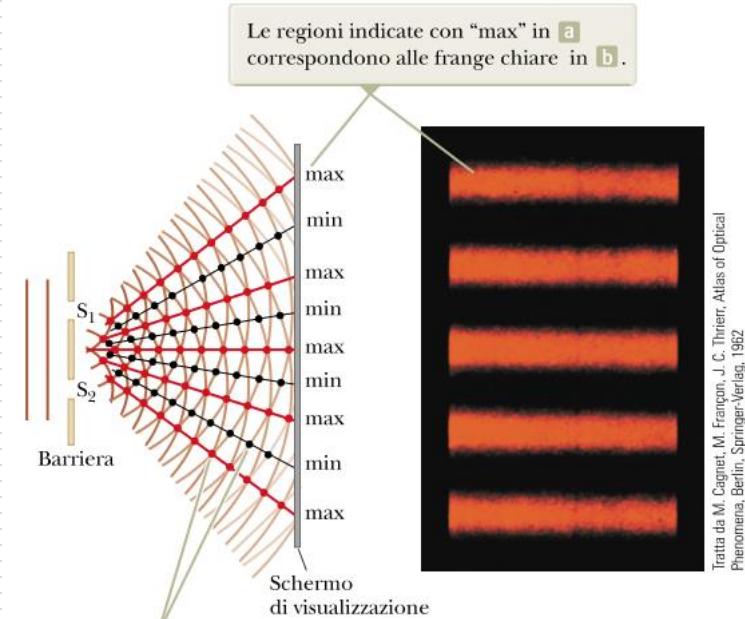
FIGURA 27.1 (a) Se le onde luminose non diffondono in tutte le direzioni dopo aver attraversato le fenditure, non si ha interferenza. (b) Le onde luminose dalle due fenditure si sovrappongono quando diffondono, andando ad illuminare una regione di spazio che dovrebbe essere in ombra e producendo frange di interferenza su uno schermo alla destra delle fenditure.

L'esperimento della doppia fenditura di Young.

- L'interferenza di onde luminose provenienti da due fessure fu dimostrata per la prima volta da Thomas Young nel 1801. Uno schema dell'apparecchiatura usata è riportato nella figura a fianco.
- Onde luminose piane raggiungono uno schermo contenente due fessure sottili e parallele, S_1 e S_2 . Queste due fessure agiscono come una coppia di sorgenti di luce coerente.
- La luce proveniente dalle fessure produce una figura visibile sullo schermo, che consiste di una serie di bande parallele chiare e scure chiamate **frange** (figura 27.2 b a fianco).
- Quando la luce delle fessure S_1 e S_2 arriva su un punto dello schermo tale che in quella posizione si abbia interferenza costruttiva, appare una frangia chiara. Quando invece la luce proveniente dalle fessure si combina in modo da produrre un'interferenza distruttiva in una certa posizione sullo schermo, allora si ha una frangia scura.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



Tratta da M. Cagnet, M. Frayrac, J. C. Tricomi, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag, 1982

a
Le onde si combinano in modo costruttivo nei puntini rossi e in modo distruttivo nei puntini neri.

b
FIGURA 27.2 (a) Rappresentazione schematica dell'esperimento di Young. Le fessure S₁ ed S₂ si comportano come sorgenti coerenti di onde luminose che producono una figura di interferenza sullo schermo di visualizzazione (il disegno non è in scala). (b) L'ingrandimento della zona centrale della figura di interferenza formata sullo schermo potrebbe apparire come questa fotografia.

L'esperimento della doppia fenditura di Young.

- La figura sotto è un disegno schematico che ci permette di produrre una rappresentazione matematica che schematizza l'interferenza come combinazione di onde sullo schermo.
- Nella figura 27.3 a, le due onde, che partono dalle due fessure in fase, raggiungono lo schermo nel punto centrale O. Poiché queste onde percorrono distanze uguali, arrivano in O in fase e come risultato si ha in questo punto un'interferenza costruttiva e si osserva una frangia chiara.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

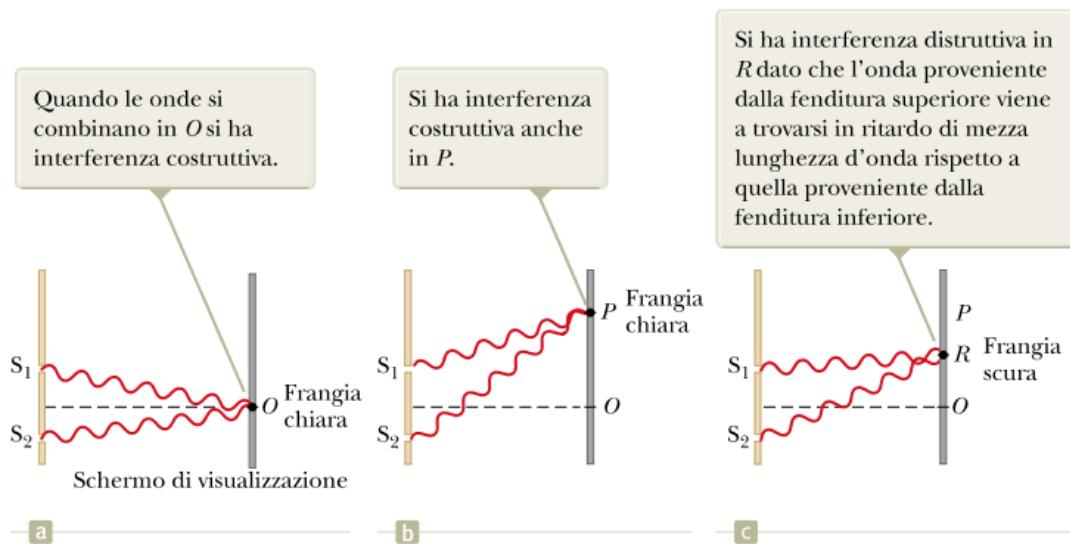


FIGURA 27.3 Le onde lasciano le fessure e si combinano in vari punti sullo schermo di osservazione. Le figure non sono in scala.

L'esperimento della doppia fenditura di Young.

- Nella figura 27.3 b, le due onde partono ancora in fase, ma l'onda inferiore deve percorrere un cammino più lungo di una lunghezza d'onda per raggiungere il punto P sullo schermo. Poiché l'onda inferiore incide successivamente a quella superiore dopo esattamente una lunghezza d'onda, esse arrivano in fase in P e così in questa posizione apparirà una seconda frangia chiara.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

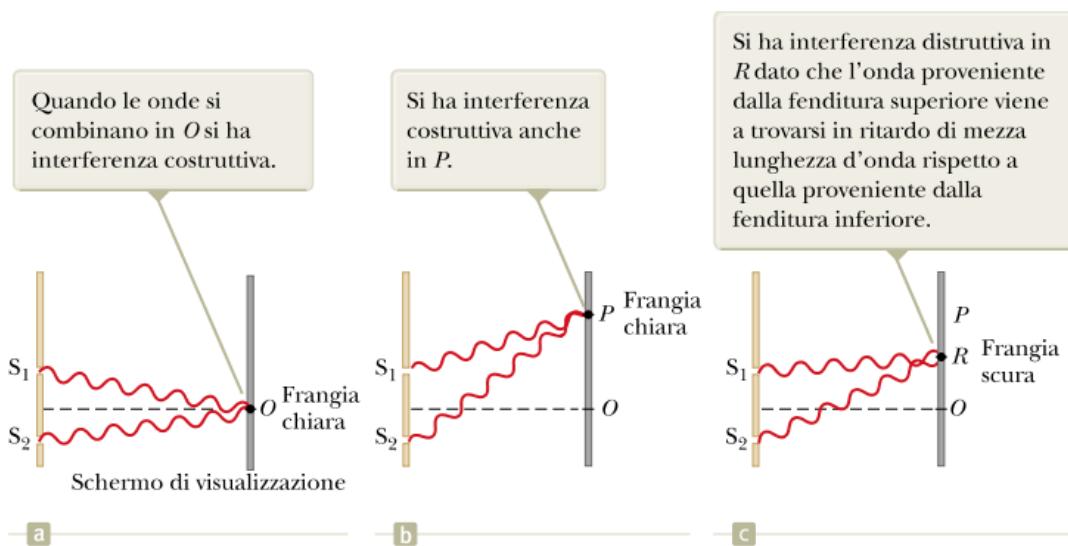


FIGURA 27.3 Le onde lasciano le fessure e si combinano in vari punti sullo schermo di osservazione. Le figure non sono in scala.

L'esperimento della doppia fenditura di Young.

- Consideriamo ora il punto R, a metà strada fra O e P in figura 27.3 c. In questa posizione, l'onda superiore deve percorrere mezza lunghezza d'onda in meno rispetto a quella inferiore per arrivare sullo schermo. Ciò significa che le valli dell'onda inferiore si sovrappongono alle creste dell'onda superiore, causando interferenza distruttiva in R. Perciò in questa posizione si osserva una frangia scura.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

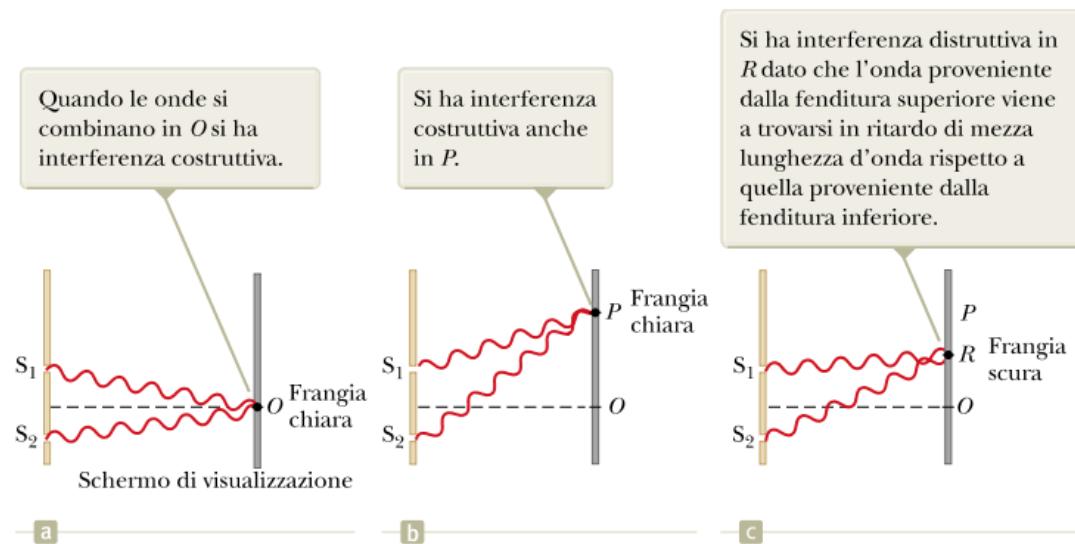


FIGURA 27.3 Le onde lasciano le fenditure e si combinano in vari punti sullo schermo di osservazione. Le figure non sono in scala.

L'interferenza delle onde

- Possiamo ottenere una descrizione quantitativa dell'esperimento di Young con l'ausilio di un modello geometrico costruito con l'aiuto della figura 27.4 a.
- Lo schermo di osservazione è posto alla distanza L dalle fenditure S_1 e S_2 , che sono separate da una distanza d . Si consideri un punto P sullo schermo. L'angolo θ è misurato tra la linea perpendicolare allo schermo, condotta dal punto di mezzo tra le fenditure, e la linea fra questi punto di mezzo e il punto P . Indichiamo con r_1 e r_2 le distanze che percorrono le onde dalle fenditure allo schermo.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

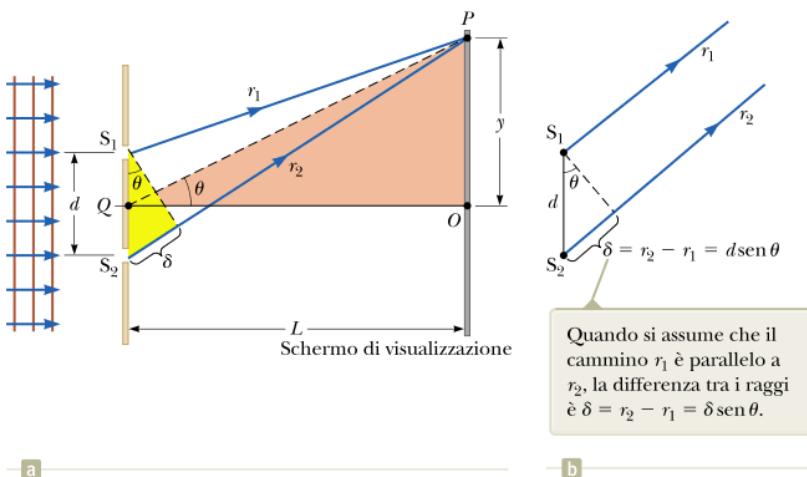


FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P . Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

L'interferenza delle onde

- Assumiamo che la sorgente sia monocromatica. Con queste condizioni, le onde provenienti da S_1 e S_2 hanno la stessa lunghezza d'onda, la stessa ampiezza e sono in fase. L'intensità di luce sullo schermo in P è la risultante della luce proveniente dalle due fenditure. Si noti dal triangolo giallo in figura 27.4 a che l'onda proveniente dalla fenditura più bassa percorre un cammino maggiore di una quantità pari a δ rispetto all'onda proveniente dalla fenditura più alta. Questa distanza si chiama **differenza di cammino**.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

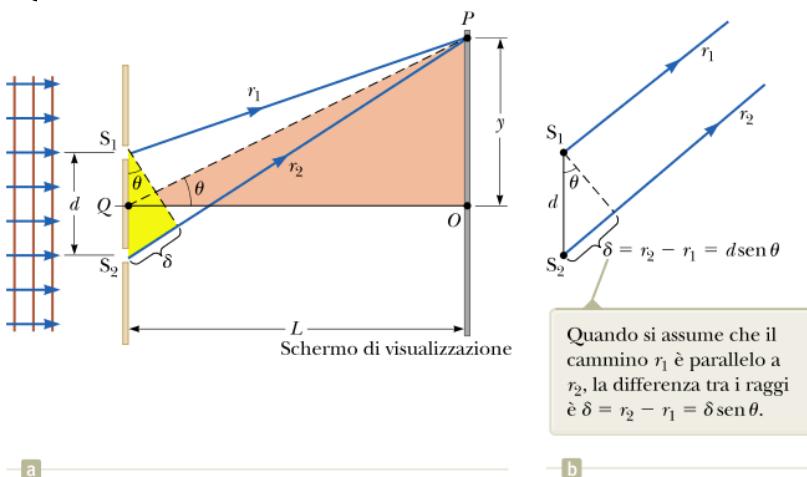


FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P. Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

L'interferenza delle onde

- Se L è molto maggiore di d , i due percorsi sono paralleli. Possiamo adottare un modello semplificato in cui i due cammini siano esattamente paralleli. In questo caso, dalla figura 27.4 b, vediamo che

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

Nella figura 27.4 a la condizione $L \gg d$ non è soddisfatta perché la figura non è in scala; nella figura 27.4 b, i raggi partono dalle fenditure come se la condizione fosse soddisfatta.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

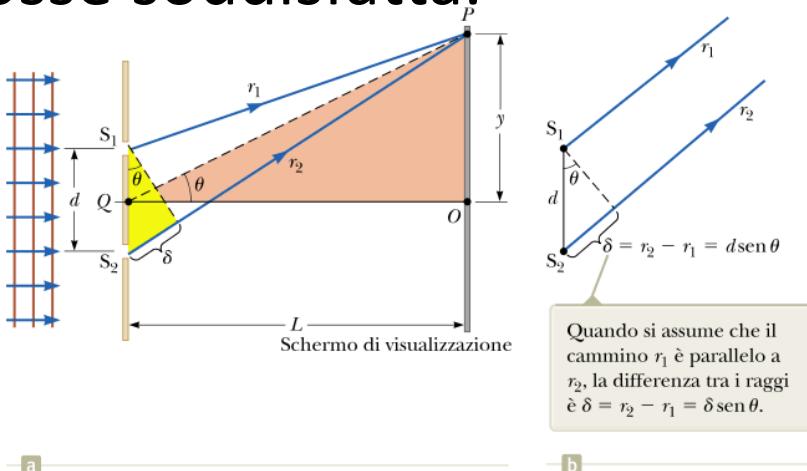


FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P. Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

L'interferenza delle onde

- Come abbiamo notato precedentemente, il valore di questa differenza di cammino determina se le sue onde sono in fase o sfasate quando arrivano in P. Se la differenza di cammino è zero oppure un multiplo intero di una lunghezza d'onda, le due onde arriveranno in fase in P e ne risulterà **un'interferenza costruttiva**. La condizione per ottenere frange chiare in P è data da

$$\delta = d \sin \theta_{chiaro} = m\lambda$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

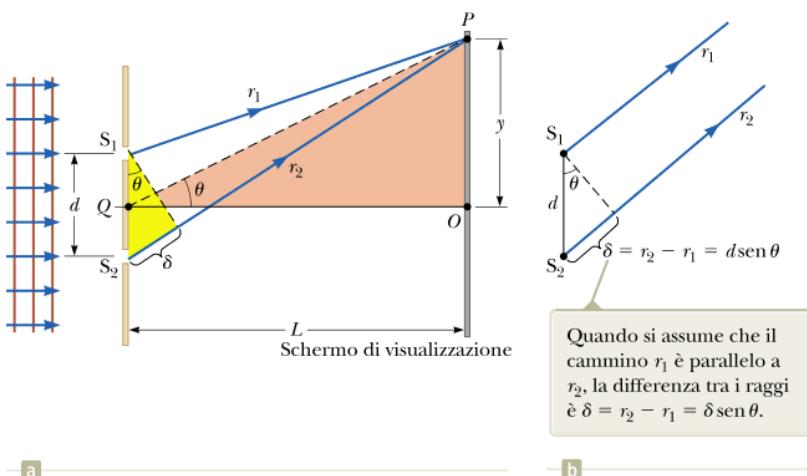


FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P. Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

L'interferenza delle onde

$$\delta = d \sin \theta_{chiaro} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ equazione 27.2}$$

Il numero «m» è un itero detto numero d'ordine. La frangia chiara centrale a $\theta_{chiara} = 0$ è associata con il numero d'ordine $m = 0$ e si chiama **massimo di ordine zero**. Il primo massimo da ciascuna delle due parti, quando $m = \pm 1$, si chiama **massimo del primo ordine**, e così via.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

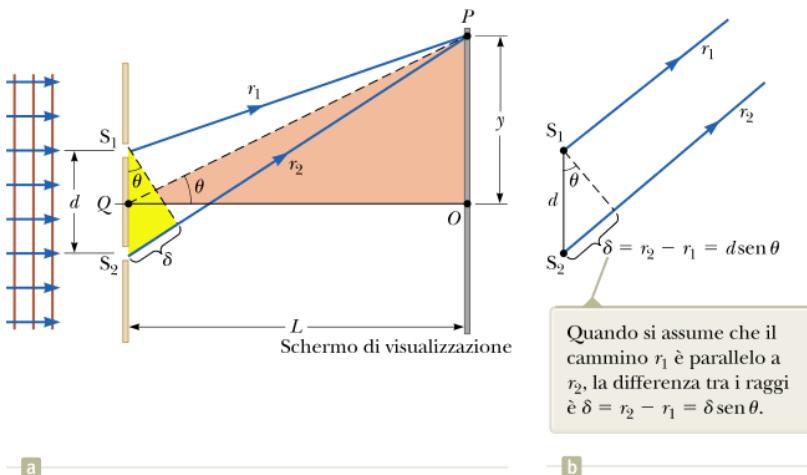


FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P. Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

L'interferenza delle onde

- Analogamente, quando la differenza di cammino è un multiplo dispari di $\lambda/2$, le due onde arrivano in P sfasate di 180° causando un'**interferenza distruttiva**. Quindi, la condizione per ottenere frange scure in P è data da

$$\delta = d \sin \theta_{scuro} = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{equazione 27.3}$$



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

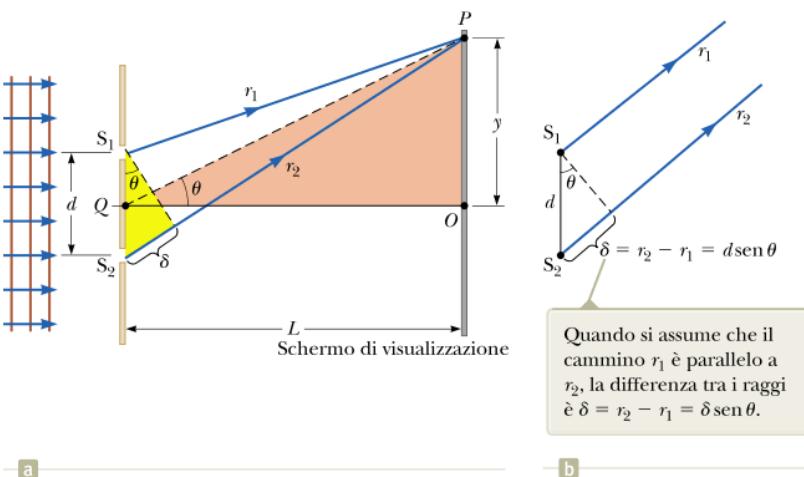


FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P. Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

L'interferenza delle onde

- Le precedenti equazioni forniscono le posizioni angolari delle frange; è utile ottenere le espressioni per le posizioni lineari misurate lungo lo schermo da O a P. Osservando il triangolo OPQ in figura 27.4 a si deduce che

$$\tan \theta = \frac{y}{L}$$

Usando questo risultato, possiamo dimostrare che le posizioni lineari delle frange scure e chiare sono date da

$$y_{\text{chiaro}} = L \tan \theta_{\text{chiaro}} \quad \text{equazione 27.5}$$

$$y_{\text{scuro}} = L \tan \theta_{\text{scuro}} \quad \text{equazione 27.6}$$

Dove θ_{chiaro} e θ_{scuro} sono definiti nelle equazioni nelle slides precedenti (equazioni 27.2 e 27.3).



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

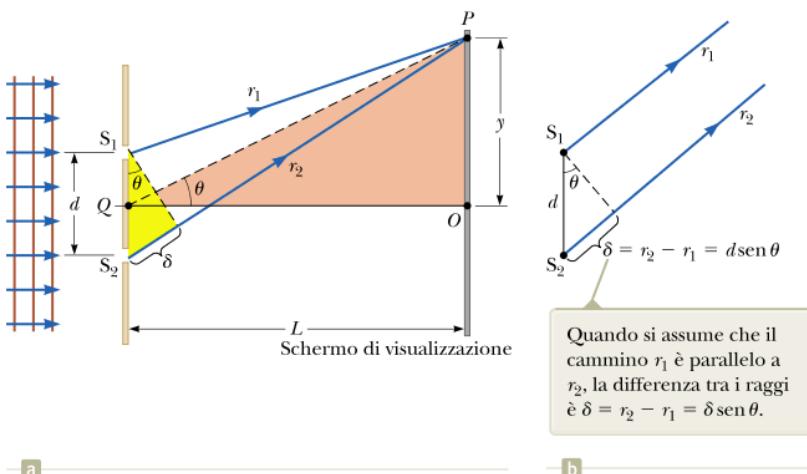


FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P. Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

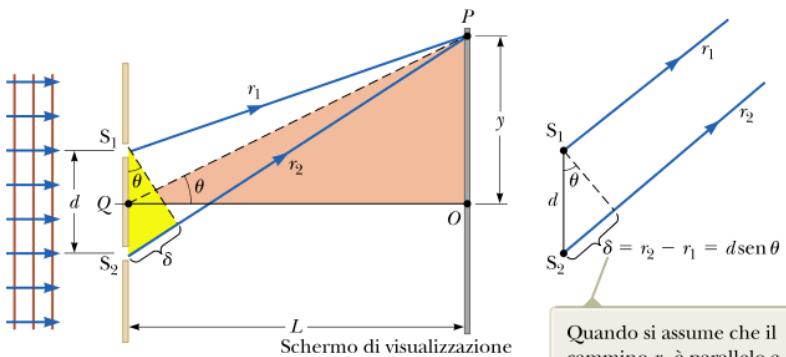
L'interferenza delle onde

- Per piccoli angoli fra le frange, le posizioni delle frange sono equispaziate attorno al centro della figura di interferenza. Per verificare questa affermazione, basta osservare che per piccoli angoli vale $\tan \theta \approx \sin \theta$ e l'equazione 27.5 fornisce le posizioni delle frange chiare dato che $y_{chiaro} = L \sin \theta_{chiaro}$. Utilizzando l'equazione 27.2 (slide 12). Troviamo che

$$y_{chiaro} = L \left(\frac{m\lambda}{d} \right) \quad (\text{angoli piccoli})$$

Che dimostra come y_{chiaro} sia proporzionale al numero d'ordine m , e quindi le frange sono equispaziate. Allo stesso modo per le frange scure:

$$y_{scuro} = L \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{d} \quad (\text{angoli piccoli})$$



Quando si assume che il cammino r_1 è parallelo a r_2 , la differenza tra i raggi è $\delta = r_2 - r_1 = \delta \sin \theta$.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

FIGURA 27.4 (a) Costruzione geometrica per descrivere l'esperimento con due fenditure di Young (non in scala). (b) Le fenditure sono rappresentate come sorgenti, e i raggi luminosi uscenti sono assunti come paralleli quando viaggiano verso P. Perché questa approssimazione sia valida, è essenziale che $L \gg d$.

Esempio – Misura della lunghezza d'onda di una sorgente di luce

- Unoschermo dista 4.80 m dalla doppia fenditura. La distanza fra le fenditure è di 0.030 0 mm. Una luce monocromatica è diretta sulla doppia fenditura e forma una figura di interferenza sullo schermo. La prima frangia scura si trova a 4.50 cm dal punto centrale sullo schermo.
 - A. Determinare la lunghezza d'onda della luce.
 - B. Calcolare la distanza fra le frange adiacenti.

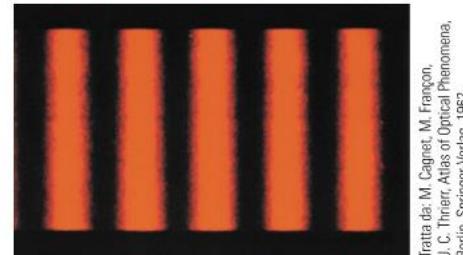
L'esperimento della doppia fenditura di Young fornisce un metodo per la misura della lunghezza d'onda della luce (infatti Young usò questa tecnica per effettuare tale misura in modo preciso). In più l'esperimento fornì grande credibilità al modello ondulatorio della luce.

Distribuzione d'intensità della figura di interferenza da doppia fenditura.

- Discuteremo brevemente la distribuzione d'intensità della luce I (cioè l'energia fornita dalla luce per unità di area e di tempo) associata alla figura d'interferenza prodotta da due fenditure.
- Supponiamo che le due fenditure rappresentino sorgenti coerenti di onde sinusoidali, esse hanno quindi la stessa frequenza angolare ω e una differenza di fase costante ϕ . Sebbene le onde abbiano uguale fase nelle fenditure, la loro differenza di fase ϕ in P dipende dalla differenza di cammino $\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$. Poiché una differenza di cammino pari a λ corrisponde ad una differenza di fase di 2π rad, possiamo stabilire l'eguaglianza dei rapporti:

$$\frac{\delta}{\phi} = \frac{\lambda}{2\pi}$$
$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

Questa equazione ci dice come la differenza di fase dipende dall'angolo θ .



Tratta da: M. Cagnet, M. Fragon, J. C. Thierry, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag, 1962.

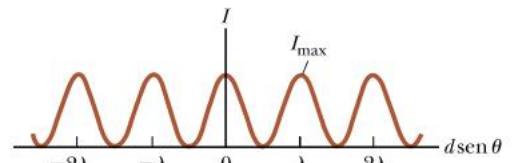


FIGURA 27.5 Distribuzione della intensità di luce in funzione di $\delta \sin \theta$ per una figura di interferenza prodotta da due fenditure quando lo schermo è lontano dalle due fenditure ($L \gg d$).



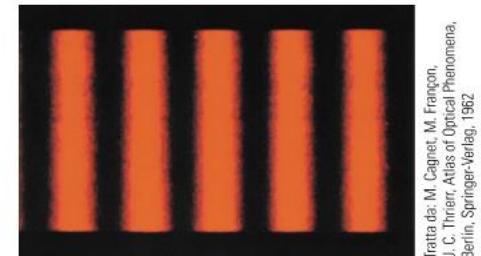
R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Distribuzione d'intensità della figura di interferenza da doppia fenditura.

- Un'analisi dei campi elettrici che arrivano sullo schermo provenienti dalle due strette fenditure mostra che l'intensità della luce mediata nel tempo per un dato angolo θ è

$$I = I_{max} \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)$$

Dove I_{max} è l'intensità nel punto O (Figura 27.4 a – slide 16), posto direttamente dietro il punto di mezzo tra le fenditure. Il grafico dell'intensità in funzione di $d \sin \theta$ è disegnato nella figura a fianco.



Tratta da: M. Cagnet, M. Françon,
J. C. Thierry, *Atlas of Optical Phenomena*,
Berlin, Springer-Verlag, 1962

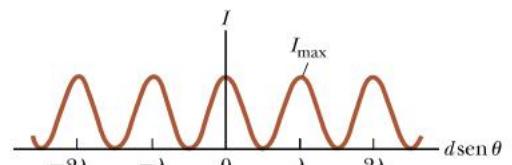


FIGURA 27.5 Distribuzione della intensità di luce in funzione di $d \sin \theta$ per una figura di interferenza prodotta da due fenditure quando lo schermo è lontano dalle due fenditure ($L \gg d$).

Cambiamento di fase dovuto alla riflessione

- Un'altra semplice disposizione (oltre a quella già vista per l'esperimento di Young) per produrre una figura d'interferenza con una sola sorgente è nota come *specchio di Lloyd*.
- Una sorgente di luce S è posta vicino a uno specchio, come mostrato in figura a fianco. Le onde possono raggiungere il punto di osservazione P o direttamente lungo il percorso da S a P, oppure lungo il percorso indiretto che coinvolge la riflessione nello specchio. Il raggio riflesso colpisce lo schermo come se avesse origine dalla sorgente S' posta dietro lo specchio.

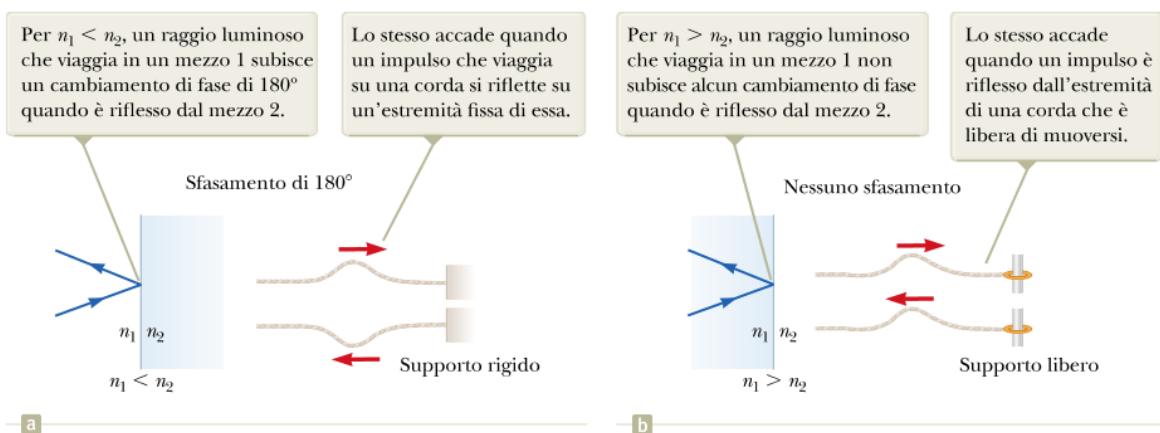


FIGURA 27.7 Confronto tra la riflessione della luce e quella delle onde su una corda.

Sullo schermo in P si produce una figura d'interferenza come conseguenza della sovrapposizione del raggio diretto (blu) e di quello riflesso (rosso).

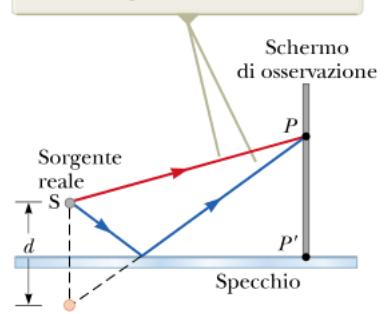


FIGURA 27.6 Specchio di Lloyd. Il raggio riflesso subisce un cambiamento di fase di 180° .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Cambiamento di fase dovuto alla riflessione

- In punti lontani dalla sorgente, ci si potrebbe aspettare una figura d'interferenza dovuta alle onde emesse da S e S'. Le posizioni delle frange chiare e scure sono però invertite rispetto a quelle della figura d'interferenza di due sorgenti coerenti reali (esperimento di Young). La causa di ciò è che le sorgenti S ed S' hanno una differenza di fase di 180° . Questo cambiamento di fase di 180° si produce nella riflessione.

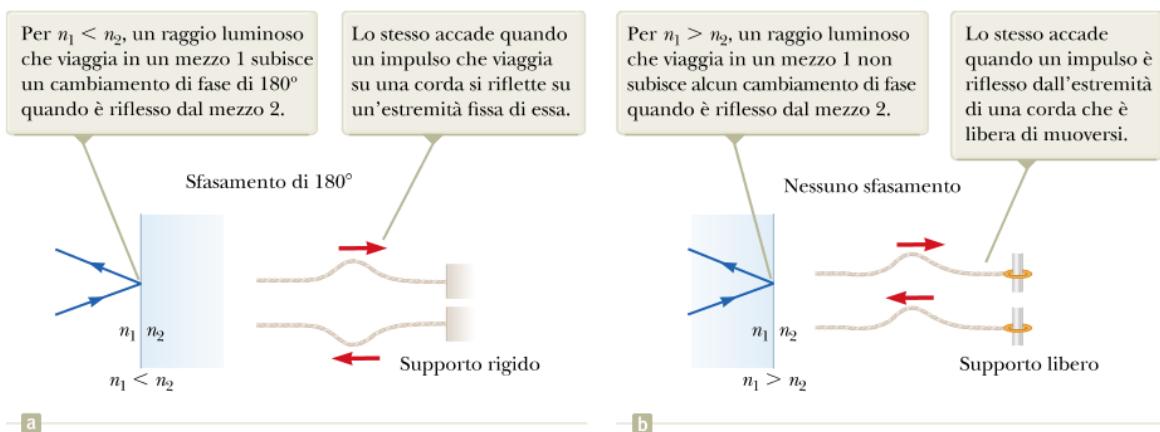


FIGURA 27.7 Confronto tra la riflessione della luce e quella delle onde su una corda.

Sullo schermo in P si produce una figura d'interferenza come conseguenza della sovrapposizione del raggio diretto (blu) e di quello riflesso (rosso).

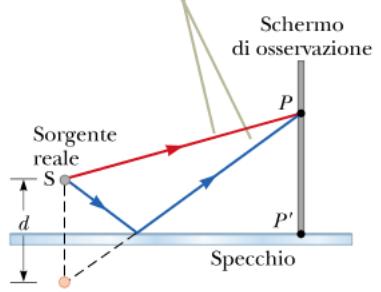


FIGURA 27.6 Specchio di Lloyd. Il raggio riflesso subisce un cambiamento di fase di 180° .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Cambiamento di fase dovuto alla riflessione

- E' utile tracciare un'analogia tra la riflessione di onde luminose e la riflessione di un'onda trasversale in una corda tesa quando l'onda incontra un'interfaccia, come nella figura sotto riportata.
- L'impulso riflesso di una corda subisce uno sfasamento di 180° quando è riflesso da una estremità rigida e nessuno sfasamento quando è riflesso da una estremità libera. Se l'interfaccia è tra due corde l'onda trasmessa non subisce nessuno sfasamento.
- Similmente, un'onda elettromagnetica subisce uno sfasamento di 180° quando viene riflessa da un mezzo con indice di rifrazione maggiore di quello del mezzo in cui stava viaggiando. Non vi è alcuno sfasamento per il raggio riflesso quando l'onda incide sull'interfaccia di un mezzo con indice di rifrazione minore. In ogni caso l'onda trasmessa non subisce sfasamenti.

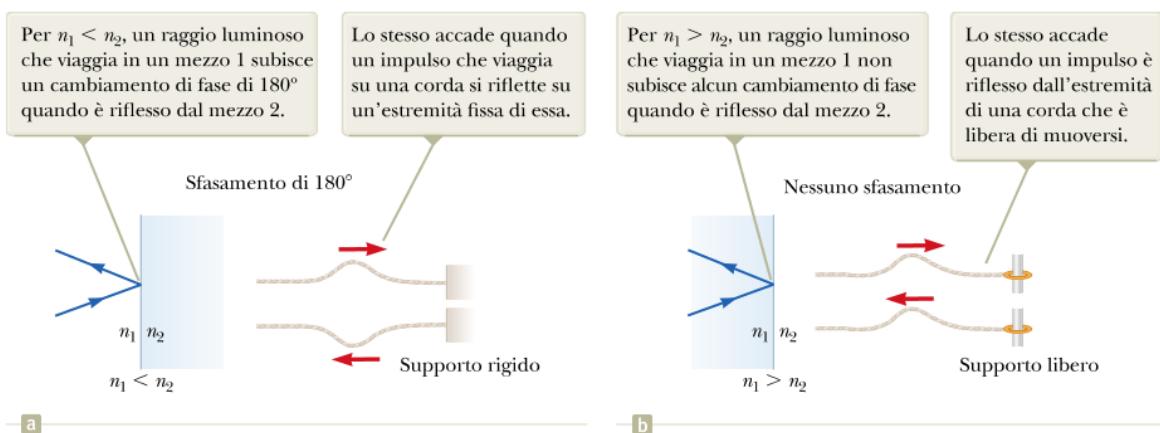


FIGURA 27.7 Confronto tra la riflessione della luce e quella delle onde su una corda.

Sullo schermo in P si produce una figura d'interferenza come conseguenza della sovrapposizione del raggio diretto (blu) e di quello riflesso (rosso).

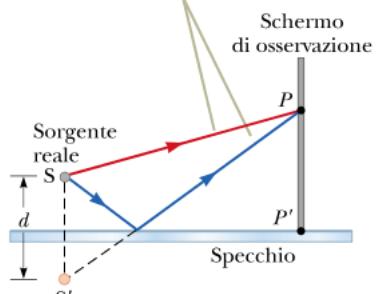


FIGURA 27.6 Specchio di Lloyd. Il raggio riflesso subisce un cambiamento di fase di 180° .

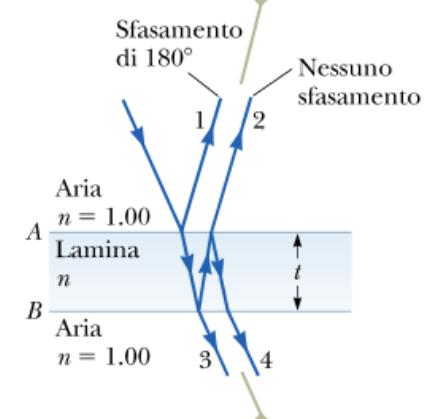


R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
Edises

Interferenza nelle lamine sottili

- Effetti di interferenza si osservano comunemente in molte situazioni in cui un fascio di luce si divide e poi si ricombina. Si pensi ad esempio alla comparsa di bande colorate in una lama di olio sull'acqua o nelle bolle di sapone. I colori in queste situazioni risultano dall'interferenza di onde riflesse dalle superfici opposte alla lama.
- Consideriamo una lama di spessore uniforme t ed indice di rifrazione n , come nella figura a fianco. Consideriamo per semplificare raggi di luce che incidono sulla lama da sopra e quasi normali alla superficie della lama. La lama riflette due raggi, uno dalla superficie superiore e uno dalla superficie inferiore dopo che il raggio rifratto ha attraversato la lama. Poiché la lama è sottile e ha le facce parallele, i raggi riflessi sono paralleli. Quindi questi due raggi rilessi possono interferire.

L'interferenza della luce riflessa da una lama sottile è dovuta alla sovrapposizione dei raggi 1 e 2 riflessi rispettivamente dalla superficie superiore e da quella inferiore.



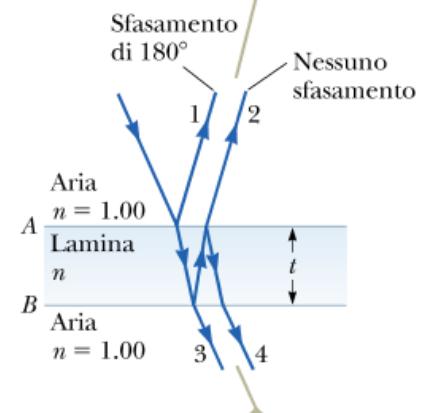
I raggi 3 e 4 portano ad effetti di interferenza per la luce trasmessa attraverso la lama sottile.

FIGURA 27.8 Cammino della luce attraverso una lama sottile.

Interferenza nelle lamine sottili

- Per stabilire se i raggi riflessi interferiscono costruttivamente o distruttivamente, consideriamo i seguenti fatti:
 - Un'onda elettromagnetica che si propaga da un mezzo con indice di rifrazione n_1 a un mezzo con indice di rifrazione n_2 , subisce uno sfasamento di 180° nella riflessione quando $n_2 > n_1$. Non c'è nessuno sfasamento se $n_2 < n_1$.
 - La lunghezza d'onda della luce λ_n in un mezzo il cui indice di rifrazione è n è data da $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$ dove λ è la lunghezza d'onda della luce nel vuoto.
 - Applichiamo ora queste regole alla lama mostrata nella figura a fianco.

L'interferenza della luce riflessa da una lama sottile è dovuta alla sovrapposizione dei raggi 1 e 2 riflessi rispettivamente dalla superficie superiore e da quella inferiore.



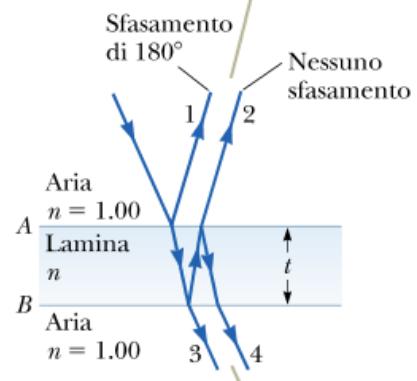
I raggi 3 e 4 portano ad effetti di interferenza per la luce trasmessa attraverso la lama sottile.

FIGURA 27.8 Cammino della luce attraverso una lama sottile.

Interferenza nelle lamine sottili

- Secondo la prima regola, il raggio 1, che è riflesso dalla superficie superiore (A), subisce uno sfasamento di 180° rispetto all'onda incidente. D'altra parte il raggio 2, che è riflesso dalla superficie inferiore (B), non subisce alcuno sfasamento. Perciò il raggio 1 è sfasato di 180° rispetto al raggio 2, il che equivale ad una differenza di cammino pari a $\lambda_n/2$. Però dobbiamo anche considerare che il raggio 2 compie una distanza in più pari a $2t$ prima che le onde si ricombinino. La differenza di fase totale proviene dalla combinazione della differenza di cammino e dello sfasamento di 180° per la riflessione. Per esempio, se $2t = \lambda_n/2$, i raggi 1 e 2 si ricombineranno in fase e ne risulterà un'interferenza costruttiva.

L'interferenza della luce riflessa da una lamina sottile è dovuta alla sovrapposizione dei raggi 1 e 2 riflessi rispettivamente dalla superficie superiore e da quella inferiore.



I raggi 3 e 4 portano ad effetti di interferenza per la luce trasmessa attraverso la lamina sottile.

FIGURA 27.8 Cammino della luce attraverso una lamina sottile.

Interferenza nelle lamine sottili

- In generale le condizioni per l'interferenza costruttiva possono esprimersi nel seguente modo

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_n \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

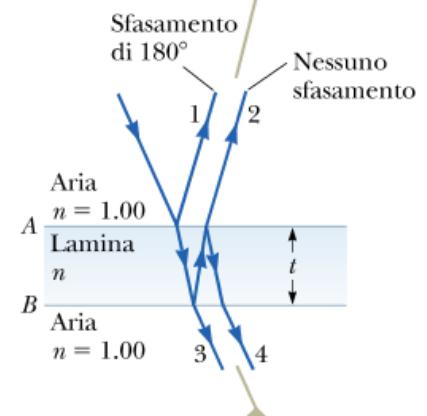
- Poichè la $\lambda_n = \lambda/n$, possiamo scrivere l'equazione sopra come

$$2nt = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

- Se $2t$, la distanza percorsa in più dal raggio 2, corrisponde ad un multiplo di λ_n , le due onde si ricombineranno in opposizione di fase e ne risulterà un'interferenza distruttiva. L'equazione generale per l'interferenza distruttiva è

$$2nt = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

L'interferenza della luce riflessa da una lamina sottile è dovuta alla sovrapposizione dei raggi 1 e 2 riflessi rispettivamente dalla superficie superiore e da quella inferiore.



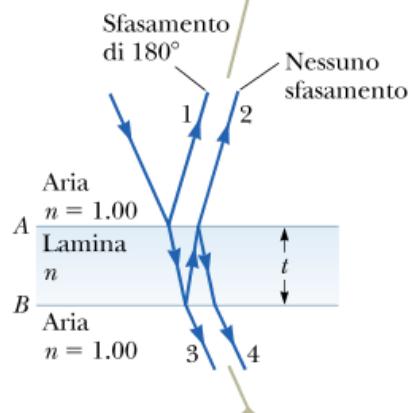
I raggi 3 e 4 portano ad effetti di interferenza per la luce trasmessa attraverso la lamina sottile.

FIGURA 27.8 Cammino della luce attraverso una lamina sottile.

Interferenza nelle lamine sottili

- Le condizioni ricavate per l'interferenza costruttiva e distruttiva sono valide solo quando il mezzo sopra la lamina è lo stesso di quello sotto la lamina. Tale mezzo può avere un indice di rifrazione minore o maggiore di quello della lamina. In entrambi i casi i raggi riflessi dalle superfici saranno sfasati di 180° . Le condizioni sono però valide anche se sopra e sotto la lamina ci sono mezzi diversi ed entrambi hanno n maggiore o minore rispetto a quello della lamina.
- D'altra parte se la lamina è posta tra due mezzi diversi, uno con $n < n_{\text{lamina}}$ e l'altro con $n > n_{\text{lamina}}$, le condizioni per l'interferenza costruttiva e distruttiva sono invertite. In questo caso o c'è uno sfasamento di 180° sia per il raggio 1, riflesso dalla superficie A, che per il raggio 2, riflesso dalla superficie B, oppure non c'è sfasamento per nessuno dei due. Quindi la variazione complessiva della fase in seguito alle riflessioni è zero.

L'interferenza della luce riflessa da una lamina sottile è dovuta alla sovrapposizione dei raggi 1 e 2 riflessi rispettivamente dalla superficie superiore e da quella inferiore.



I raggi 3 e 4 portano ad effetti di interferenza per la luce trasmessa attraverso la lamina sottile.

FIGURA 27.8 Cammino della luce attraverso una lamina sottile.

Interferenza in una pellicola di sapone

- Calcolare lo spessore minimo della pellicola di una bolla di sapone (indice di rifrazione $n=1.33$) tale che si abbia interferenza costruttiva nella luce riflessa quando la pellicola è illuminata con luce di lunghezza d'onda nel vuoto pari a $\lambda = 600 \text{ nm}$

Stati antiriflettenti per celle solari

- Le celle solari, dispositivi in grado di generare elettricità quando esposti alla luce del sole, sono spesso ricoperte con un sottile strato trasparente di monossido di silicio (SiO , $n= 1.45$), per rendere minime le perdite per riflessione dalla superficie. Supponiamo che una cella solare di silicio ($n=3.5$) sia ricoperta con un sottile strato di monossido di silicio (figura sotto). Determina lo spessore minimo dello strato in grado di produrre minima riflessione a una lunghezza d'onda di 550 nm, cioè nel centro dello spettro visibile.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

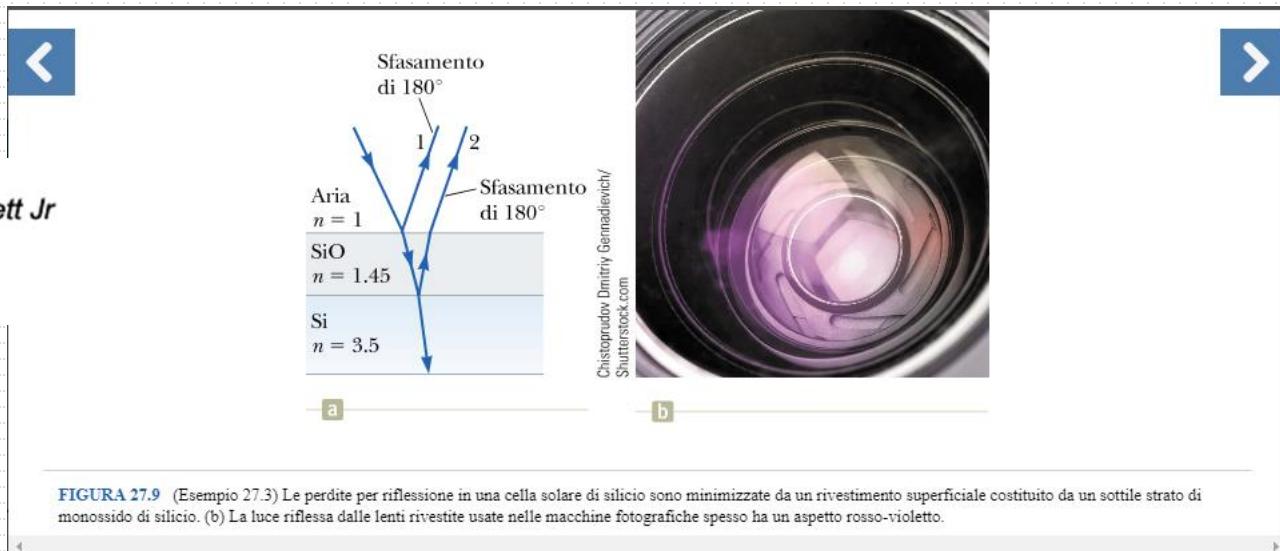
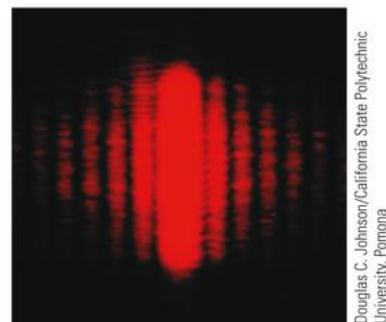


Figure di diffrazione



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

- In generale si ha diffrazione quando le onde passano attraverso piccole aperture, intorno ad ostacoli o nei pressi di spigoli vivi.
- Ci potremmo aspettare che la luce passando attraverso una piccola apertura desse luogo semplicemente ad una larga regione di luce sullo schermo. Troviamo tuttavia qualcosa di più interessante: si osserva una **figura di diffrazione** consistente in aree chiare e scure, in qualche modo simile alle figure d'interferenza discusse in precedenza.
- Per esempio, quando una stretta fenditura è posta tra una lontana sorgente puntiforme di luce (o un fascio laser) e uno schermo, la luce produce una figura di diffrazione come quella mostrata nella figura a fianco.
- La figura consiste di una banda centrale larga e intensa, (detta **massimo centrale**), affiancata da una serie di bande secondarie più strette e meno intense (chiamate **massimi secondari**) e da una serie di bande oscure (o **minimi**).



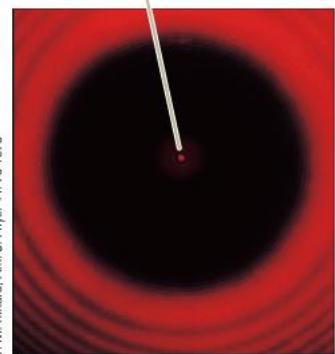
Douglas C. Johnson/California State Polytechnic University, Pomona

FIGURA 27.10 La figura di diffrazione che appare sullo schermo quando la luce passa attraverso una sottile fenditura verticale. La figura consiste di una banda larga centrale e di una serie di bande laterali meno intense e più strette.

Figure di diffrazione

- La figura a fianco mostra l'ombra di una moneta, che presenta gli anelli chiari e scuri di una figura di diffrazione. Il punto luminoso al centro (chiamato punto di Arago dal nome del suo scopritore, Dominique Arago) può essere spiegato utilizzando la teoria ondulatoria della luce.
- Le onde diffratte da tutti i punti sul bordo della moneta percorrono la stessa distanza fino al punto centrale dello schermo. Quindi il punto centrale è una regione di interferenza costruttiva e appare un punto luminoso.
- Diversamente, dal punto di vista dell'ottica geometrica, il centro della figura dovrebbe essere schermato dall'oggetto, e quindi un approccio che non includa la natura ondulatoria della luce non prevede un punto centrale luminoso.

Si noti il punto centrale luminoso.



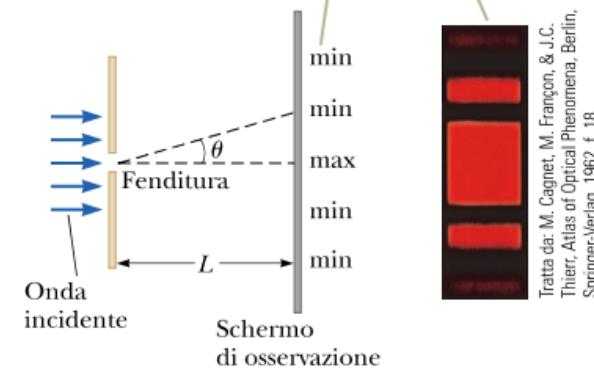
P. M. Barnard, Am. J. Phys. 44; 70 1976

FIGURA 27.11 La figura di diffrazione di una moneta, ripresa con la moneta a metà strada tra lo schermo e la sorgente.

Figure di diffrazione

- Consideriamo una situazione in cui la luce passa attraverso una stretta apertura, assimilabile ad una fenditura, ed è proiettata su uno schermo. Come modello semplificato assumiamo che lo schermo di osservazione sia sufficientemente lontano dalla fenditura, cosicchè i raggi che raggiungono lo schermo siano approssimativamente paralleli. In questo modello, la figura sullo schermo si chiama **figura di diffrazione di Fraunhofer**.

La figura di diffrazione consiste in una frangia chiara centrale fiancheggiata da massimi più deboli alternati a frange scure.



Tratta da: M. Cagnet, M. Frangon, & J.C. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag, 1962, f. 18

FIGURA 27.12 (a) Geometria per l'analisi della figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura. Il disegno non è in scala. (b) Fotografia della figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura.

Figure di diffrazione



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

- La figura «27.12 a» a fianco mostra che la luce entra in una singola fenditura da sinistra e si diffrange propagandosi verso uno schermo. La figura 27.12 b è una fotografia di una figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura. Una frangia chiara si osserva lungo l'asse per $\theta = 0$, con frange alternate chiare e scure su ciascun lato della frangia centrale chiara.

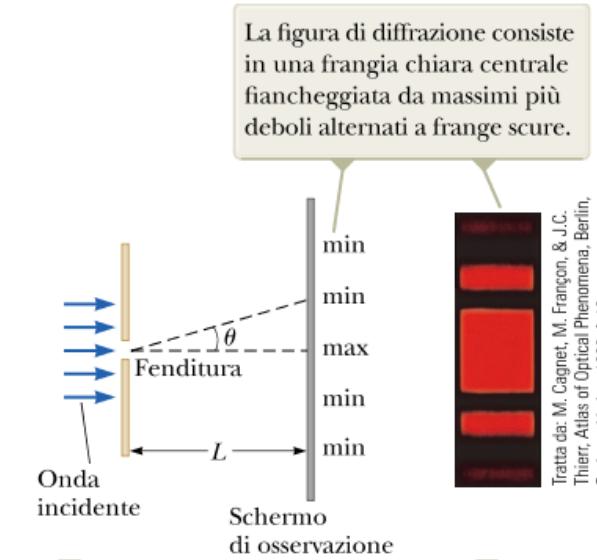
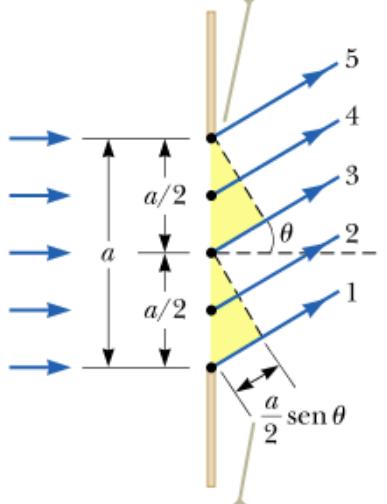


FIGURA 27.12 (a) Geometria per l'analisi della figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura. Il disegno non è in scala. (b) Fotografia della figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura.

Figure di diffrazione

- Vedremo come la larghezza finita delle fenditure sia la base per comprendere la natura della figura di diffrazione. Possiamo dedurre alcune caratteristiche importanti di questo fenomeno esaminando le onde provenienti da varie parti della fenditura, come mostrato nella figura a fianco.
- Secondo il principio di Huygens, ogni porzione della fenditura si comporta come una sorgente di onde. Quindi la luce proveniente da una porzione delle fenditure può interferire con quella proveniente da un'altra, e l'intensità risultante sullo schermo dipenderà dalla direzione θ .

Ogni porzione della fenditura si comporta come una sorgente puntiforme di onde.



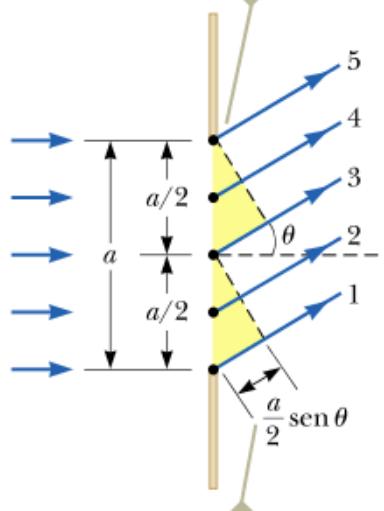
La differenza di cammino tra i raggi 1 e 3 o tra i raggi 2 e 4, o tra i raggi 3 e 5 è pari a $(a/2) \sin \theta$.

FIGURA 27.13 Cammino dei raggi luminosi che incontrano una fenditura sottile di larghezza a e diffraggono verso lo schermo nella direzione descritta dall'angolo θ .

Figure di diffrazione

- Per analizzare la figura di diffrazione, è conveniente dividere la fenditura in due parti uguali, come nella figura a fianco. Tutte le onde generate dalla fenditura sono in fase tra loro.
- Consideriamo le onde 1 e 3 che sono originate rispettivamente dal fondo e dal centro della fenditura. Per raggiungere lo stesso punto sullo schermo di osservazione, l'onda 1 deve percorrere rispetto all'onda 3 un tratto in più pari alla differenza di cammino ($a/2$) $\sin \theta$, dove a è la larghezza della fenditura. Allo stesso modo, anche la differenza di cammino tra le onde 3 e 5 è $(a/2) \sin \theta$.
- Se questa differenza di cammino è esattamente pari a mezza lunghezza d'onda (corrispondente ad una differenza di fase di 180°), le due onde si annullano l'un l'altra e ne risulta interferenza distruttiva. Questo è vero in realtà per ogni coppia di onde generate in punti distanti metà della larghezza della fenditura, in quanto la differenza di fase tra tali punti è 180° .

Ogni porzione della fenditura si comporta come una sorgente puntiforme di onde.



La differenza di cammino tra i raggi 1 e 3 o tra i raggi 2 e 4, o tra i raggi 3 e 5 è pari a $(a/2) \sin \theta$.

FIGURA 27.13 Cammino dei raggi luminosi che incontrano una fenditura sottile di larghezza a e diffraggono verso lo schermo nella direzione descritta dall'angolo θ .

Figure di diffrazione

- Perciò le onde provenienti dalla metà superiore della fenditura interferiscono in modo distruttivo con quelle provenienti dalla metà inferiore quando:

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2}$$

- Ovvero quando

$$\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{a}$$

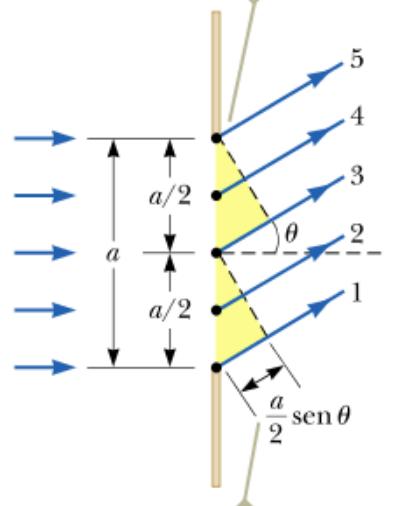
- Se dividiamo la fenditura in quattro parti anzichè in due ed usiamo un ragionamento simile, troviamo che lo schermo è scuro anche quando

$$\sin \theta = \pm \frac{2\lambda}{a}$$

Parimenti possiamo dividere la fenditura in sei parti e mostrare che si ha oscurità sullo schermo quando:

$$\sin \theta = \pm \frac{3\lambda}{a}$$

Ogni porzione della fenditura si comporta come una sorgente puntiforme di onde.



La differenza di cammino tra i raggi 1 e 3 o tra i raggi 2 e 4, o tra i raggi 3 e 5 è pari a $(a/2) \sin \theta$.

FIGURA 27.13 Cammino dei raggi luminosi che incontrano una fenditura sottile di larghezza a e diffraggono verso lo schermo nella direzione descritta dall'angolo θ .

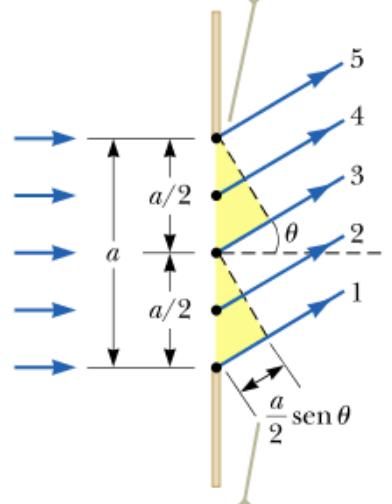
Figure di diffrazione

- Perciò la condizione generale per l'interferenza distruttiva è

$$\sin \theta_{scuro} = m \frac{\lambda}{a} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \text{ equaz. 27.15}$$

- L'equazione sopra fornisce i valori di θ per i quali la figura di diffrazione ha intensità nulla, cioè, dove si forma una frangia scura. Tuttavia nulla dice sulla variazione di intensità sullo schermo.

Ogni porzione della fenditura si comporta come una sorgente puntiforme di onde.



La differenza di cammino tra i raggi 1 e 3 o tra i raggi 2 e 4, o tra i raggi 3 e 5 è pari a $(a/2) \sin \theta$.

FIGURA 27.13 Cammino dei raggi luminosi che incontrano una fenditura sottile di larghezza a e diffraggono verso lo schermo nella direzione descritta dall'angolo θ .

Figure di diffrazione

- Le caratteristiche generali della distribuzione d'intensità sullo schermo sono mostrate nella figura sotto: si osserva una larga frangia centrale chiara con ai lati un alternarsi di frange chiare molto meno intense.
- Le varie frange scure (punti di intensità nulla) si trovano per valori di θ che soddisfano l'equazione 27.15 nella slide precedente.
- Le posizioni dei punti di interferenza costruttiva sono circa a metà strada tra le frange scure. Si noti che la larghezza della frangia centrale chiara è il doppio rispetto a quella dei massimi meno intensi.

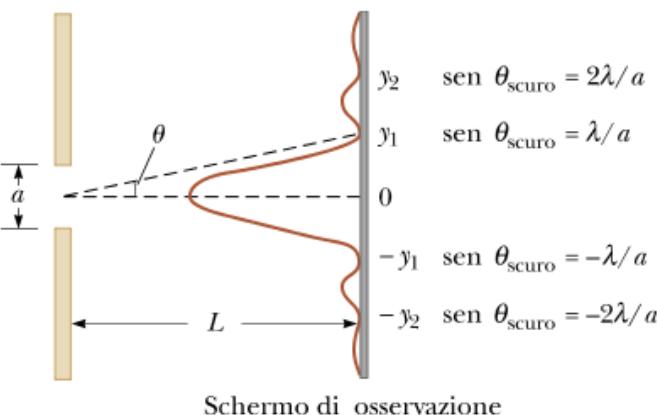


FIGURA 27.14 Distribuzione dell'intensità luminosa per la figura di diffrazione di Fraunhofer da una singola fenditura di larghezza a . Sono indicate le posizioni di due minimi su ciascun lato del massimo centrale (disegno non in scala).

Esempio – Dove sono le frange scure?

- Una luce di lunghezza d'onda 580 nm incide su una fenditura di larghezza 0.300 nm. Lo schermo d'osservazione è posto a 2.00 m dalla fenditura. Trovare la larghezza della frangia centrale chiara.

Risoluzione della singola fenditura e di aperture circolari

- Si consideri la seguente situazione: di notte quando su una strada buia in lontananza vediamo avvicinarsi un veicolo, inizialmente non siamo in grado di distinguere se si tratti di un auto (2 fari) o una moto (1 faro solo). Poi quando il veicolo si avvicina a sufficienza, se si tratta di un auto, iniziamo a vedere ben distinti i 2 fari. In questo caso si dice che le due sorgenti luminose (i 2 fari) sono **risolte**.
- La capacità di sistemi ottici di distinguere tra oggetti vicini tra loro è limitata dalla natura ondulatoria della luce.

Risoluzione della singola fenditura e di aperture circolari

- Consideriamo la figura a fianco, che mostra due sorgenti di luce poste lontane da una fenditura sottile. Le sorgenti possono essere considerate come puntiformi S_1 e S_2 non coerenti. Per esempio potrebbero essere due stelle lontane osservate attraverso l'apertura di un telescopio.
- Se non ci fosse diffrazione, sullo schermo a destra in figura si osserverebbero due macchie luminose distinte (o immagini). Tuttavia, a causa della diffrazione, l'immagine di ogni sorgente consiste in una regione centrale luminosa fiancheggiata da bande scure e chiare meno intense.
- Ciò che si osserva sullo schermo è la somma delle due figure di diffrazione, una da S_1 e l'altra da S_2 .

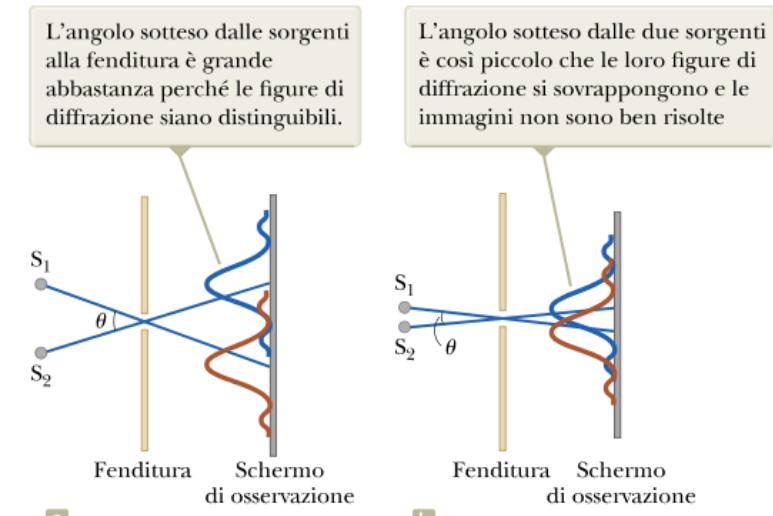


FIGURA 27.15 Due sorgenti puntiformi distanti da una piccola apertura producono ciascuna una figura di diffrazione. (a) Le sorgenti sono separate da un ampio angolo. (b) Le sorgenti sono separate da un piccolo angolo. Si noti che gli angoli sono notevolmente esagerati. I disegni non sono in scala.

Risoluzione della singola fenditura e di aperture circolari



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

- Se le due sorgenti sono separate in modo tale che i loro massimi centrali non si sovrappongono, come nella figura «27.15 a» a fianco, le loro immagini possono essere distinte e si dice che le due sorgenti sono risolte.
- Se invece le sorgenti sono vicine come in figura 27.15 b, i due massimi centrali possono sovrapporsi e le sorgenti non sono risolte.
- Per decidere in modo univoco quando due sorgenti sono risolte si usa spesso il seguente criterio:
- Si dice che le immagini sono appena risolte quando il massimo centrale della figura di diffrazione di una sorgente cade sul primo minimo della figura di diffrazione dell'altra sorgente. Questa condizione limite per la risoluzione è nota come **criterio di Rayleigh**.

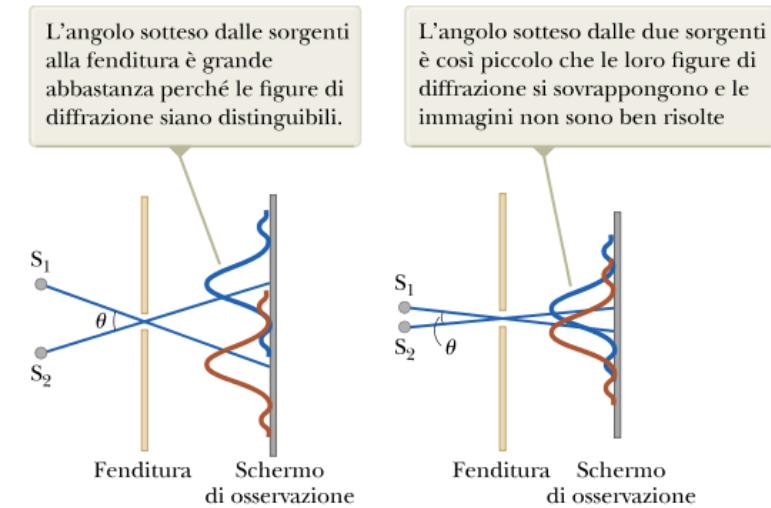


FIGURA 27.15 Due sorgenti puntiformi distanti da una piccola apertura producono ciascuna una figura di diffrazione. (a) Le sorgenti sono separate da un ampio angolo. (b) Le sorgenti sono separate da un piccolo angolo. Si noti che gli angoli sono notevolmente esagerati. I disegni non sono in scala.

Risoluzione della singola fenditura e di aperture circolari

- La figura sotto mostra le figure di diffrazione da aperture circolari per tre situazioni.
- Quando gli oggetti sono distanti tra loro, le loro immagini sono ben risolte («27.16 a»).
- Le sorgenti sono appena risolte quando la loro separazione angolare soddisfa il criterio di Rayleigh (Fig. 27.16b).
- Infine le sorgenti non sono risolte in Fig. 27.16 c.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

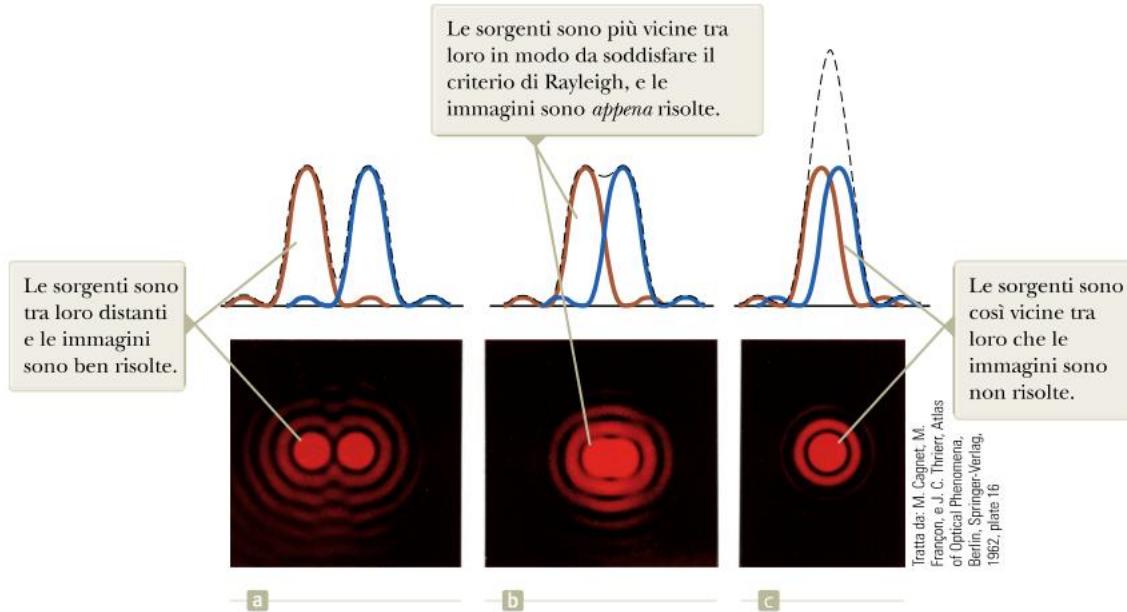


FIGURA 27.16 Figure di diffrazione di due sorgenti puntiformi (curve piene) e la figura risultante (curve tratteggiate), per varie separazioni angolari delle sorgenti quando la luce passa da un'apertura circolare. In ogni caso, la curva tratteggiata è la somma delle due curve piene.

Risoluzione della singola fenditura e di aperture circolari

- Usando il criterio di Rayleigh, possiamo determinare la minima separazione angolare θ_{min} , sottesa dalle sorgenti rispetto alla fenditura (angolo visivo), tale che siano appena risolte.
- Precedentemente (slide 40) abbiamo trovato che nella figura di diffrazione prodotta da una singola fenditura il primo minimo si ha per un angolo che soddisfa la relazione

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

Dove a è la larghezza della fenditura. Secondo il criterio di Rayleigh, questa espressione fornisce la più piccola separazione angolare per cui le due sorgenti siano risolte. Poichè in gran parte dei casi $\lambda \ll a$, $\sin \theta$ è piccolo e possiamo usare l'approssimazione $\sin \theta \approx \theta$. Perciò l'angolo limite di risoluzione per una fenditura di larghezza a è

$$\theta_{min} = \frac{\lambda}{a} \quad \text{equaz. 27.16}$$

Dove θ_{min} è espresso in radianti. Perciò l'angolo sotteso dalle sorgenti rispetto alla fenditura (angolo visivo) deve essere maggiore di $\frac{\lambda}{a}$ se si vuole che le sorgenti siano risolte.

Risoluzione della singola fenditura e di aperture circolari

- Molti strumenti ottici usano aperture circolari piuttosto che fenditure. La figura di diffrazione di una apertura circolare, illustrata nelle figure 27.16 (slide 43), consiste in un disco circolare chiaro al centro circondato da anelli via via più deboli. Un'analisi completa mostra che l'angolo limite di risoluzione per l'apertura circolare è

$$\theta_{min} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad \text{equaz. 27.17}$$

Dove «D» è il diametro dell'apertura. Questa equazione è simile all'equazione 27.16 nella slide precedente, tranne che per il fattore 1.22 che deriva da un'analisi matematica della diffrazione da aperture circolari.

- Quando osserviamo con l'occhio, il parametro «D» dell'equazione 27.17 rappresenta il diametro della pupilla.

Esempio - Risoluzione dell'occhio

- Luce di lunghezza d'onda di 500 nm, al centro dello spettro visibile, entra in un occhio umano. Sebbene il diametro della pupilla dipenda dai soggetti, stimiamo una apertura di 2 mm durante il giorno.
- A. Stimare il potere risolutivo dell'occhio assumendo che la diffrazione si al'unico effetto rilevante.
 - B. Determinare la minima separazione lineare d tra due sorgenti puntiformi che permetta all'occhio di distinguere le sorgenti siano a $L = 25$ cm dall'osservatore.

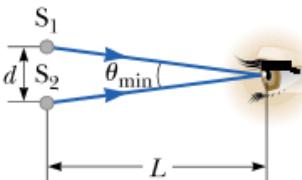


FIGURA 27.17 (Esempio 27.5) Due sorgenti puntiformi, separate da una distanza d , osservate da un occhio.

Il reticolo di diffrazione

- Il **reticolo di diffrazione**, uno strumento molto utile nell'analisi di sorgenti di luce, consiste in un gran numero di fenditure parallele equispaziate. Si può costruire un reticolo incidendo delle righe parallele su una lastra di vetro con una tecnica di precisione.
- In un *reticolo a trasmissione*, gli spazi tra le righe sono trasparenti alla luce e quindi funzionano come fenditure equispaziate. In un *reticolo a riflessione*, gli spazi tra le righe sono altamente riflettenti.
- Ad esempio un reticolo contenente 5000 righe /cm ha una spaziatura tra le fenditure $d = \left(\frac{1}{5000}\right) cm = 2 \times 10^{-4} cm$.

Il reticolo di diffrazione

- La figura sotto mostra un disegno della sezione di un reticolo di diffrazione piano. Un'onda piana incide da sinistra perpendicolarmente al piano del reticolo. L'intensità della figura che si osserva sullo schermo (schermo, a destra nella figura in basso) è il risultato degli effetti combinati dell'interferenza e della diffrazione.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

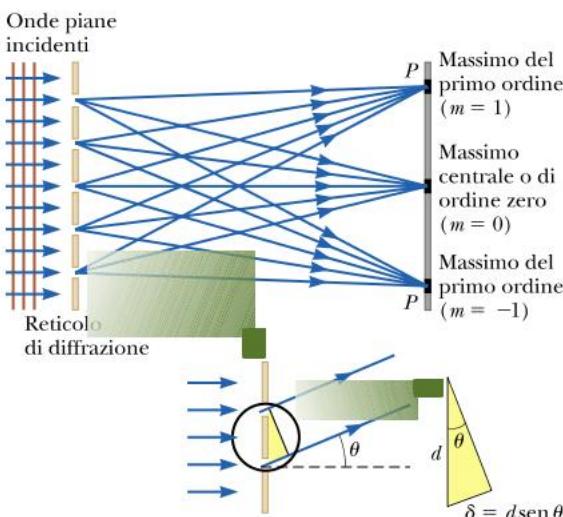


FIGURA 27.18 Sezione laterale di un reticolo di diffrazione. La distanza tra le fenditure è d e la differenza di cammino tra fenditure adiacenti è $d \sin \theta$.

Il reticolo di diffrazione

- Ogni fenditura produce diffrazione; a loro volta i fasci difrattati interferiscono tra loro producendo la figura finale. Inoltre ogni fenditura si comporta come una sorgente di onde, che partono tutte in fase dalle fenditure.
- Tuttavia per una direzione arbitraria θ misurata dalla direzione orizzontale, le onde devono percorrere cammini diversi prima di arrivare ad un particolare punto dello schermo.
- Dalla figura in basso si nota che la differenza di cammino tra le onde provenienti da fenditure adiacenti è $d \sin \theta$ (assumiamo ancora una volta che la distanza L dallo schermo sia molto maggiore di d)



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

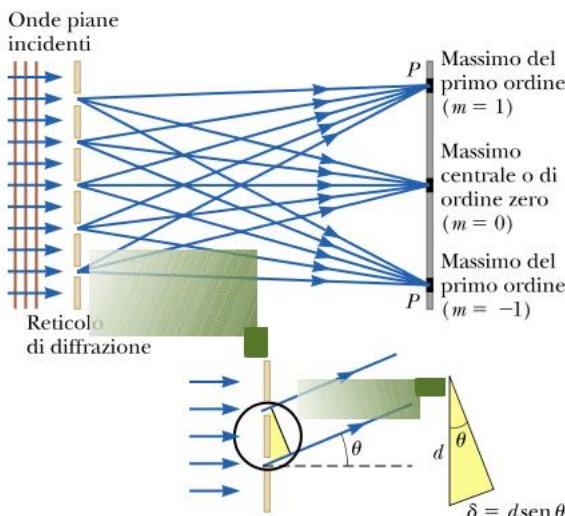


FIGURA 27.18 Sezione laterale di un reticolo di diffrazione. La distanza tra le fenditure è d e la differenza di cammino tra fenditure adiacenti è $d \sin \theta$.

Il reticolo di diffrazione

- Se questa differenza di cammino è pari a una lunghezza d'onda, o un suo multiplo intero, le onde provenienti da tutte le fenditure saranno in fase sullo schermo e si osserverà una linea chiara. Quando la luce incide normalmente sul piano del reticolo, la condizione per i massimi nella figura d'interferenza per un angolo θ è quindi

$$d \sin \theta_{chiaro} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \text{equaz. 27.18}$$

- Questa espressione può essere usata per calcolare la lunghezza d'onda, quando siano noti la spaziatura del reticolo (detta passo reticolare) d e l'angolo di deviazione θ . Se la radiazione incidente contiene diverse lunghezze d'onda, per ognuna di esse il massimo di ordine m si trova all'angolo determinato dalla relazione sopra. A $\theta = 0$ si mescolano tutte le lunghezze d'onda, corrispondenti a $m = 0$.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

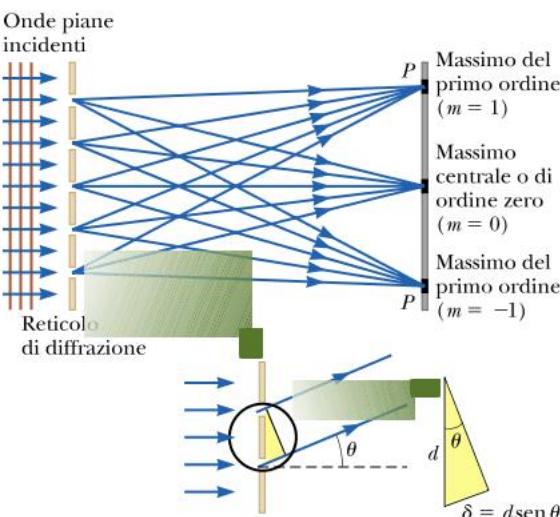


FIGURA 27.18 Sezione laterale di un reticolo di diffrazione. La distanza tra le fenditure è d e la differenza di cammino tra fenditure adiacenti è $d \sin \theta$.

Il reticolo di diffrazione

- La distribuzione di intensità in un reticolo di diffrazione è schematicamente rappresentata nella figura a fianco. Si noti come sono stretti i massimi principali e larghi gli intervalli di zone scure. Ciò è in contrasto con le larghe frange chiare caratteristiche della figura di interferenza prodotta da due fenditure (si riveda figura 27.5, slide 20).



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

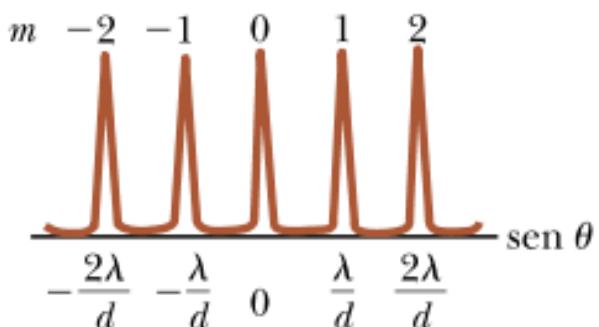


FIGURA 27.19 Intensità in funzione di $\frac{\sin \theta}{d}$ per un reticolo di diffrazione. Sono mostrati i massimi di ordine zero, primo e secondo.

Il reticolo di diffrazione

- Una semplice apparecchiatura che si può usare per misurare i vari ordini di una figura di diffrazione è mostrata nella figura a fianco. Si tratta di un tipo di *spettroscopio con reticolo di diffrazione*.
- La luce da analizzare passa attraverso una fenditura e dal collimatore si forma un fascio parallelo di luce perpendicolare al reticolo. La luce diffratta esce dal reticolo e presenta interferenza costruttiva ad angoli che soddisfano l'equazione 27.18 (slide 55).
- Per vedere l'immagine della fenditura si usa un telescopio. La lunghezza d'onda può essere determinata misurando precisamente gli angoli per cui appare l'immagine della fenditura per i vari ordini.
- Lo spettrometro è uno strumento utile in spettroscopia atomica, nella quale si analizza la luce da un atomo per trovarne le lunghezze d'onda componenti. Queste lunghezze d'onda possono essere usate per identificare il tipo di atomo.

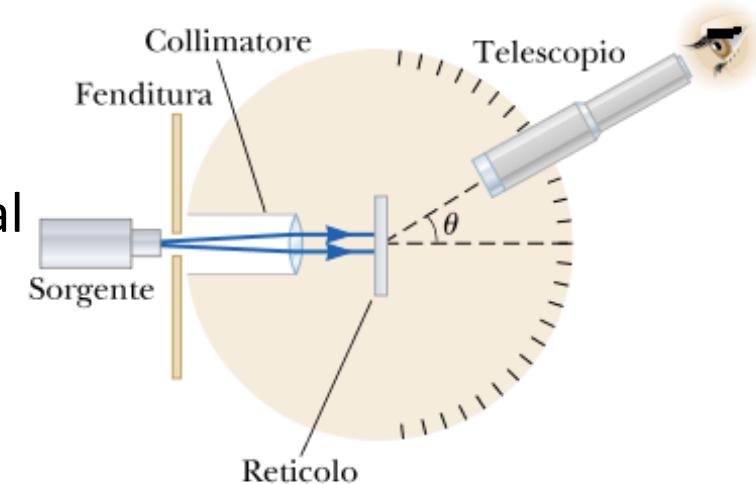


FIGURA 27.20 Schema di uno spettroscopio con reticolo di diffrazione. Il fascio collimato incide su un reticolo ed è diviso nelle sue varie lunghezze d'onda dalla interferenza costruttiva che, per ogni lunghezza d'onda, avviene agli angoli θ_{chiaro} che soddisfano l'equazione $d \sin \theta_{\text{chiaro}} = m\lambda$, dove $m = 0, 1, 2, \dots$

- La luce bianca riflessa dalla superficie di un compact disc appare variamente colorata, come è mostrato nella figura a fianco. Inoltre l'osservazione dipende dall'orientazione del disco rispetto all'occhio e dalla posizione della sorgente di luce. *Perchè accade ciò?*
- La superficie di un compact disc è costituita da una traccia a spirale con una spaziatura di circa $1 \mu m$ che agisce come un reticolo per la riflessione. La luce diffusa da questi ravvicinatissimi incavi interferisce costruttivamente soltanto in certe direzioni che dipendono dalla lunghezza d'onda e dalla direzione della luce incidente. **Ogni parte del disco funziona, per la luce bianca, come reticolo di diffrazione**, con differenti direzioni di interferenza costruttiva per diversi colori. I colori che si vedono quando si guarda una parte del disco variano quando la sorgente luminosa, il disco o chi guarda si muovono variando così l'angolo di incidenza o di diffrazione.



Carlos E. Santa Maria/Shutterstock.com

FIGURA 27.22 (Fisica Ragionata 27.4). Un CD illuminato con luce bianca. I colori osservati e la loro intensità dipendono dall'orientazione del disco rispetto all'occhio ed alla sorgente luminosa.

Esempio – Ordini di un reticolo di diffrazione

- La luce monocromatica di un laser elio-neon ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) incide perpendicolarmente su un reticolo di diffrazione con 6000 righe/cm. Trovare gli angoli per cui si osservano i massimi del primo e del secondo ordine.

Diffrazione di raggi X da cristalli

- In linea di principio si può determinare la lunghezza d'onda di ogni onda elettromagnetica se è disponibile un reticolo con il passo opportuno (cioè dimensioni dell'ordine di λ).
- I raggi X, scoperti nel 1895 da Wilhelm Roentgen (1845-1923), sono onde elettromagnetiche con lunghezza d'onda molto piccola (dell'ordine di $10^{-10} m = 0.1 nm$).
- Nel 1913 Max von Laue (1879-1960) suggerì che le file regolari di atomi in un cristallo, il cui passo è noto essere proprio dell'ordine di $10^{-10} m$, potessero funzionare come reticolo di diffrazione tridimensionale per i raggi X.
- Le figure di diffrazione che si osservano sono piuttosto complicate a causa della natura tridimensionale del cristallo.
- Nonostante ciò, la diffrazione dei raggi X si è dimostrata una tecnica senza pari per studiare le strutture cristalline e per comprendere la natura della materia.

Diffrazione di raggi X da cristalli

- La figura 27.23 mostra un apparato sperimentale per osservare la diffrazione di raggi X da parte di un cristallo. Un fascio collimato di raggi X, con un intervallo continuo di lunghezza d'onda, incide sul cristallo. I fasci rifratti sono molto intensi in alcune direzioni, corrispondenti all'interferenza costruttiva di onde riflesse dagli strati di atomi nel cristallo.

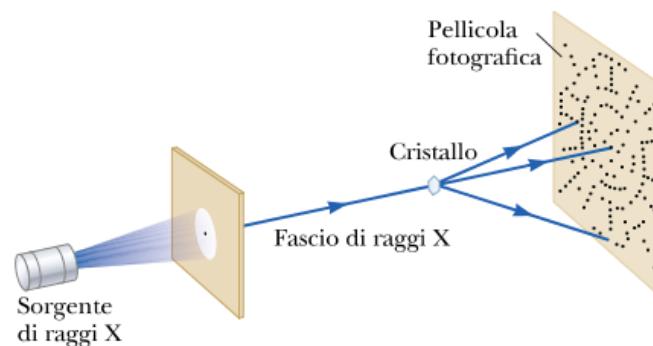


FIGURA 27.23 Schema della tecnica usata per osservare la diffrazione di raggi X da un cristallo. La serie di macchie formate sulla pellicola dai fasci fortemente diffratti è chiamata figura di Laue.

Diffrazione di raggi X da cristalli

- I fasci diffatti possono essere rivelati da una pellicola fotografica e formano un insieme di macchie note come *figura di Laue* (fig. 27.24 a). Analizzando le posizioni ed intensità delle varie macchie nella figura si può dedurre la struttura cristallina. La figura 27.24b mostra le macchie di Laue da un enzima cristallino, utilizzando un ampio spettro di lunghezze d'onda ottenendo un aspetto a spirale.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

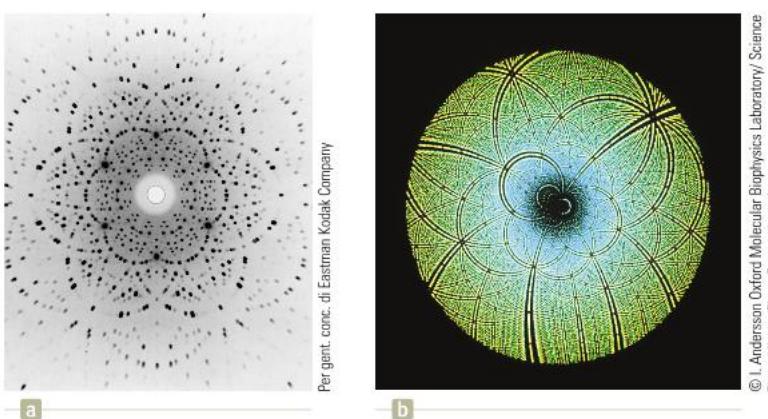


FIGURA 27.24 (a) Figura di Laue da un singolo cristallo del minerale berillo (silicato di alluminio berillio). (b) Figura di Laue dell'enzima Rubisco, prodotto con raggi X a banda larga. L'enzima, presente nelle piante, è coinvolto nella fotosintesi. La figura di Laue è usata per determinare la struttura del Rubisco.

Sommario (1)

- L'interferenza di onde luminose è il risultato della sovrapposizione lineare di due o più onde in un dato punto. Si osserva una figura di interferenza persistente se (1) le sorgenti hanno la stessa lunghezza d'onda, (2) le sorgenti sono coerenti.
- **L'intensità media** della figura di interferenza prodotta da due fenditure è data da

$$I = I_{max} \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)$$

Dove I_{max} è l'intensità massima sullo schermo.

Sommario (2)

- Un'onda elettromagnetica che si propaga da un mezzo di indice di rifrazione n_1 a un mezzo di indice di rifrazione n_2 subisce uno sfasamento di 180° in seguito alla riflessione quando $n_2 > n_1$. Non vi è alcuno sfasamento nell'onda riflessa se $n_2 < n_1$.
- La condizione per l'interferenza costruttiva, in una lamina di spessore t e indice di rifrazione n con lo stesso mezzo da entrambi i lati della lamina, è data da

$$2nt = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

In modo simile la condizione per l'interferenza distruttiva è

$$2nt = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Sommario (3)

- **La diffrazione** è la diffusione di luce attorno ad un percorso rettilineo quando la luce passa attraverso un'apertura oppure attorno ad un ostacolo. Una **figura di diffrazione** si può analizzare come l'interferenza di un gran numero di sorgenti coerenti di Huygens attraverso tutta l'apertura.
- La figura di diffrazione prodotta da una singola fenditura di larghezza a su uno schermo lontano consiste in un massimo centrale luminoso e un alternarsi di zone chiare e scure di intensità molto minore. Gli angoli θ per cui si ha intensità zero nella figura di diffrazione sono dati da

$$\sin \theta_{scuro} = m \frac{\lambda}{a} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Sommario (4)

- Il **criterio di Rayleigh**, che fornisce una condizione limite per la risoluzione, afferma che due immagini formate da un'apertura sono appena distinguibili se il massimo centrale della figura di diffrazione di un'immagine coincide con il primo minimo dell'altra immagine. L'angolo limite di risoluzione per una fenditura di larghezza a è dato da $\theta_{min} = \lambda/a$, e l'angolo limite di risoluzione per una apertura circolare di diametro D è dato da $\theta_{min} = 1.22 \lambda/D$.
- Un **reticolo di diffrazione** consiste in un gran numero di fenditure identiche equispaziate. La condizione per i massimi di intensità nella figura di interferenza di un reticolo di diffrazione per incidenza normale è data da

$$d \sin \theta_{chiaro} = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

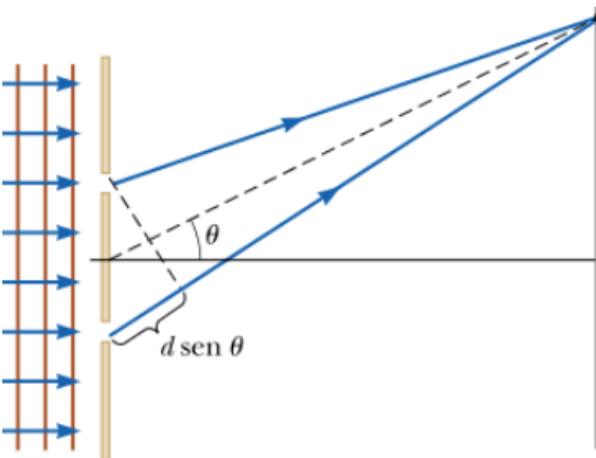
Dove d è il passo reticolare (spaziatura tra due fenditure adiacenti) ed m è il numero d'ordine del massimo di diffrazione.

Sommario (5)



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Modelli di analisi per la risoluzione dei problemi



Interferenza delle onde. L'esperimento di Young della doppia fenditura è il prototipo dei fenomeni di interferenza per la radiazione elettromagnetica. In questo esperimento due fenditure, separate da una distanza d , sono investite da luce monocromatica. La condizione per frange chiare (**interferenza costruttiva**) è:

$$d \operatorname{sen} \theta_{\text{chiaro}} = m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad 27.2 \blacktriangleleft$$

La condizione per frange scure (**interferenza distruttiva**) è:

$$d \operatorname{sen} \theta_{\text{scuro}} = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad 27.3 \blacktriangleleft$$

Il numero m prende il nome di **numero d'ordine** della frangia.