

LISTA 4. NÚMEROS RACIONAIS, CORPOS ORDENADOS

Exercício 1. Prove que \mathbb{Z} e \mathbb{Q} são conjuntos enumeráveis.

Exercício 2. Seja K um corpo. Prove que o inverso multiplicativo de qualquer elemento $x \in K$, $x \neq 0$ é único.

Exercício 3. Prove que \mathbb{Z}_3 é um corpo.

Exercício 4. Seja K um corpo ordenado. Prove que se $0 < x < y$ então $y^{-1} < x^{-1}$.

Exercício 5. Seja K um corpo ordenado. Prove que se $x \leq y$ e $y \leq z$ então $x \leq z$.

Além disso, se $x \leq y$ e $z \geq 0$, prove que $x \cdot z \leq y \cdot z$.

Exercício 6. Seja K um corpo ordenado. Prove que para todo $x, y \in K$, $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$.

Exercício 7. Prove que não existe nenhum número racional r tal que $r^2 = 5$.