GEOMETRIA Napoli, 8 novembre 2008

COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-De) ◯ Gr. 2 Cioffi (Df-Mk) ◯ Gr. 3 Biondi (Ml-Z) ◯ Recupero Durante

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Dare la definizione di sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V e dire se il sottoinsieme $\{(0,h) \in \mathbb{R}^2 \mid h \geq 0\}$ di $\mathbb{R}^2$ è un sottospazio di $\mathbb{R}^2$.

2. $((1,-2),(-2,4))$ è un riferimento di $\mathbb{R}^2$? ◯ Si ◯ No Perché?

3. Cosa vuole dire che $S = \{v_1, \dots, v_t\}$ è un sistema di generatori di uno spazio vettoriale V?

4. Dire se il vettore $(0,0,0,0)$ di $\mathbb{R}^4$ appartiene a $L((1,0,-1,0),(1,1,1,1),(0,0,1,1),(1,1,0,0),(1,0,1,1))$. ◯ Si ◯ No Perché?

5. Determinare la dimensione e una base del sottospazio

$$\{a(0,1,1)+b(2,0,1)+c(2,-1,0) \mid a,b,c \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^3.$$

6. L'applicazione $f:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \to (x,x,y,0)\in\mathbb{R}^4$ è lineare? ◯ Si ◯ No Perché?

7. Si consideri l'endomorfismo $g:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \to (x+y,y-z,y+z)\in\mathbb{R}^3$.
È un automorfismo? ◯ Si ◯ No Perché?

È diagonalizzabile? ◯ Si ◯ No Perché?

8. Scrivere una matrice 3×3 invertibile e spiegare perché è invertibile.

9. Dato un endomorfismo $f : V \to V$ e un suo autovalore λ, dimostrare che $\{v \in V \mid f(v) = \lambda v\}$ è un sottospazio di V.

10. Sia fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare.

(i) Dire se il triangolo di vertici $A(2, -3)$, $B(0, 1)$, $C(2, 2)$ è rettangolo in B.
◯ Si ◯ No Perché?

(ii) Verificare che le rette $r : (x, y) = t(1, -1) + (2, -1)$ ed $s : x + y - 1 = 0$ sono impropriamente parallele.

11. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare,

(i) scrivere un'equazione del piano per l'origine parallelo alla retta $r : (x, y, z) = (1, 0, 1) + t(1, -1, 2)$ e ortogonale al piano α di equazione $x - y + 3z = 0$;

(ii) dimostrare che il piano di equazione $x - y = 0$ è tangente alla sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y = 0$.