Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi appositi** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

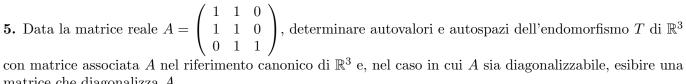
1. Con il metodo di Gauss-Jordan, determinare la dimensione e una base dello spazio delle soluzioni del seguente sistema lineare omogeneo in 4 variabili su \mathbb{R} :

$$\begin{cases}
-x_2 +2x_3 +2x_4 &= 0 \\
-x_1 +x_2 & -2x_4 &= 0 \\
2x_1 -2x_2 & +2x_4 &= 0 \\
x_1 +x_2 -4x_3 & 2x_4 &= 0
\end{cases}$$

2. Sia V uno spazio vettoriale su un campo K. Cosa vuol dire che un insieme $X = \{u_1, \dots, u_t\}$ di t vettori di V è linearmente indipendente?

- **3.** Si consideri il sottospazio vettoriale W = ((1,0,1,-2),(1,2,0,-2),(-1,2,-2,2)) dello spazio vettoriale numerico \mathbb{R}^4 . Determinare
 - (i) una base di W;
 - (ii) una base di \mathbb{R}^4 che contenga una base di W;
 - (iii) un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 che abbia dimensione 2 e intersezione nulla con W.

- **4.** Data l'applicazione lineare $T:(x,y)\in\mathbb{R}^2\to(x+y,2x-y,y)\in\mathbb{R}^3,$
 - (i) dire se l'applicazione T è iniettiva e suriettiva;
 - (ii) determinare la matrice associata a T nei riferimenti \mathcal{B} canonico di \mathbb{R}^2 e $\mathcal{B}' = ((1,1,0),(-1,2,1),(0,0,1))$ di \mathbb{R}^3 .



matrice che diagonalizza A.

- 6. Fissato un riferimento cartesiano di un piano euclideo, si considerino la retta r: 2x + 3y 5 = 0 e il punto A(2,-1).
 - (i) Rappresentare la retta parallela a r e passante per A.
 - (ii) Determinare la circonferenza che sia tangente a r e abbia centro in A.

7. Fissato un riferimento cartesiano dello spazio della geometria elementare, si determini un piano parallelo alla retta
$$r: \left\{ \begin{array}{ccc} 2x-2y+z&=&1\\ x-y-z&=&-1 \end{array} \right.$$

- 8. Fissato un riferimento cartesiano dello spazio della geometria elementare, si considerino le rette s:(x,y,z)=(1,1,0)+(2,-1,1)t e $r:\left\{\begin{array}{ccc} x+2y&=&1\\ y+z&=&1 \end{array}\right.$
 - (a) cosa vuol dire che due rette sono sghembe? Le rette r e s sono sghembe?
 - (b) Determinare la distanza tra $r \in s$.
 - (c) Determinare un piano ortogonale sia a r sia a s, se esiste.