GEOMETRIA - Gr. 2 - F. Cioffi (H-Z) Napoli, 11 ottobre 2018

COGNOME .... NOME .... MATRICOLA...........................

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi appositi** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

1. Con il metodo di Gauss-Jordan, determinare la dimensione e una base dello spazio delle soluzioni del seguente sistema lineare omogeneo in 5 variabili su $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \quad -x_2 +2x_3 +2x_4 = 0 \\ -x_1 +x_2 -2x_4 +x_5 = 0 \\ 2x_1 +x_3 +x_5 = 0 \\ x_2 +x_3 -x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Sia V uno spazio vettoriale su un campo K. Cosa è un sottospazio vettoriale di V? Esibire un sottospazio vettoriale proprio di $\mathbb{R}^3$.

3. Completare in una base di $\mathbb{R}^4$ ciascuno dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^4$ che risulta essere linearmente indipendente.

$X = \{(1,-2,1,1),(0,0,0,0),(3,1,2,1)\}$
$Y = \{(2,1,1,0),(1,0,1,0)\}$
$Z = \{(0,1,1,2),(1,2,2,2),(1,1,1,0)\}$

4. Sia V lo spazio vettoriale su $\mathbb{R}$ con base ordinata $\mathcal{B} = (u_1, u_2, u_3)$. Si consideri l'applicazione Data $T : V \to \mathbb{R}^4$ tale che $T(u_1) = (1,0,-1,1)$, $T(u_2) = (1,1,-2,1)$ e $T(u_3) = (0,1,-1,0)$.

(i) Determinare nucleo e immagine di T.

(ii) Determinare la matrice associata a T nei riferimenti $\mathcal{B}$ di V e $\mathcal{B}' = ((1,1,0,0),(-1,2,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1))$ di $\mathbb{R}^4$.

5. Data la matrice reale $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, determinare autovalori e autospazi dell'endomorfismo T di $\mathbb{R}^3$ con matrice associata A nel riferimento canonico di $\mathbb{R}^3$ e, nel caso in cui A sia diagonalizzabile, esibire una matrice che diagonalizza A.

6. Fissato un riferimento cartesiano di un piano euclideo, si considerino i punti $A(4,3)$ e $B(2,1)$.

(i) Rappresentare la retta passante per A e B.

(ii) Determinare un punto C che abbia distanza 2 dalla retta per A e B.

7. Fissato un riferimento cartesiano dello spazio della geometria elementare, si determini il piano passante per il punto $P(1,-2,2)$ e contenente la retta $r : \begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x - z = -1 \end{cases}$.

8. Fissato un riferimento cartesiano dello spazio della geometria elementare,

(a) rappresentare la retta s per $A(1,0,2)$ ortogonale e incidente $r : x + y - 2z + 1 = -x + 2y - z = 0$;

(b) rappresentare due piano distinti passanti per l'origine e ortogonali al piano $\alpha : -x + 2y + 2z = 0$.