

COGNOME..... NOME..... MATRICOLA.....

☐ Gr. 1 Bader (A-G)

☐ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Scrivere un sistema lineare di 2 equazioni in 3 incognite (a propria scelta) che abbia tra le sue soluzioni il vettore $(1, -1, 7)$, poi studiarlo utilizzando il metodo di Gauss, per dire se il sistema ha una sola o più soluzioni. N.B. Non si chiede di risolverlo!

2. Dato uno spazio vettoriale V sui reali ed un suo sottospazio U , cosa vuol dire che $\{v, w, z\}$ è un sistema di generatori del sottospazio U ?

3. Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^3 , trovare una base del sottospazio $U = L((1, 1, 1), (2, 2, 2), (-3, 3, -3))$ e scrivere una base di \mathbb{R}^3 contenente la base di U trovata.

4. Dato un qualsiasi sistema di vettori contenente il vettore nullo, spiegare (si richiede di fornirne una breve dimostrazione) perché esso è sempre linearmente dipendente .

5. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 13 \end{pmatrix}$, verificare (utilizzando la definizione di autovettore e autovalore) che il vettore $(1, 3, -1)$ è autovettore relativo all' autovalore -2.

- 7.** Fissato un riferimento monometrico ortogonale del piano della geometria elementare, siano dati i punti $A(1, -2)$ e $B(3, 1)$ e la retta $r : x - y - 2 = 0$.
- (a) Rappresentare la retta per B ortogonale a r .
 - (b) Rappresentare la circonferenza tangente a r in B e passante per A .

8. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare, siano date le rette $r : (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(-1, 2, 2)$ e $s : \begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$. Dire se tali rette sono parallele, incidenti o sghembe e scrivere, se esiste, il piano che le contiene entrambe.

9. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare, siano dati il punto $P(1, 1, 0)$, la retta $r : \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ ed il piano $\pi : 2x + y - z + 3 = 0$. Rappresentare la retta passante per P , ortogonale alla retta r e parallela al piano π .