COGNOME .... NOME .... MATRICOLA...........................

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Dato il sistema lineare $S : \begin{cases} x + 2y + t &= 1 \\ 2x + y - 2z &= 0 \\ 3y + 2z + 2t &= -1 \end{cases}$

(i) con il metodo di eliminazione di Gauss, calcolarne l'insieme delle soluzioni;
(ii) dire (giustificando la risposta) se l'insieme delle soluzioni è un sottospazio di $\mathbb{R}^4$.

2. Esistono sistemi di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^4$ contenenti 3 vettori? (Se si scriverne uno, se no dire perché)

3. Dimostrare che $\mathcal{B} = (\ (1,0),(1,1)\ )$ è un riferimento di $\mathbb{R}^2$ e trovare le componenti del vettore $(3,4)$ in $\mathcal{B}$.

4. Dati gli spazi vettoriali V e W sul campo reale, scrivere la definizione di *applicazione lineare* $g : V \mapsto W$ e scrivere un esempio di applicazione *non* lineare $g : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^2$.

5. Scrivere la matrice A associata all'endomorfismo $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ tale che $f(x, y) = (x - 2y, y - 2x)$ nel riferimento $B = (\ (1, 1), (-1, 1)\ )$.

6. Dimostrare che la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & t \\ -t & 1 \end{pmatrix}$ è invertibile per ogni $t \in \mathbb{R}$ e calcolarne l'inversa (in funzione del parametro t).

7. Verificare, utilizzando la definizione, che $(1, -1, 0)$ è autovettore della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ e calcolare l'autovalore relativo.

8. Sia f l'endomorfismo di R^3 definito da $f(x, y, z) = (x, 2y + z, z)$.

(i) Dire se f è iniettiva;

(ii) calcolare gli autovalori e scrivere una base per ciascuno degli autospazi di f;

(iii) dire se f è diagonalizzabile e perché.

9. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette $r: 2x - y - 1 = 0$ e $s: (x, y) = (-2, 1)t + (2, 3)$.

(i) Le rette r e s sono parallele? ◯ si ◯ no Perché?

(ii) Le rette r e s sono ortogonali? ◯ si ◯ no Perché?

(ii) Il punto $P(1, 4)$ appartiene alla retta s ? ◯ si ◯ no Perché?

10. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati il punto $P = (1, 0, 1)$, la retta $r: \begin{cases} y - z = 0 \\ -2x + 3y + 3 = 0 \end{cases}$ ed il piano $\pi: -4x + y + 2z - 1 = 0$. Rappresentare

(i) il piano passante per P e parallelo a π

(ii) il piano passante per P e ortogonale a r

(iii) il piano contenente l'origine e la retta r