COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Dire, giustificando la risposta, se il seguente sistema lineare è compatibile o incompatibile, e calcolarne le soluzioni utilizzando il metodo di riduzione di Gauss della matrice associata: $\begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases}$

2. Dare la definizione di *base* di uno spazio vettoriale.

3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si considerino i sottospazi $W = \{(x, y, z, t) \mid x + y + t = 0\}$ e $U = L(\ (1, -1, 0, 0), (1, 1, 1, -2)\ )$.

(i) Scrivere una base di W ed una base di U;

(ii) dimostrare che $U \subseteq W$;

(iii) dire se $U = W$ e perché.

4. Enunciare il teorema della dimensione per una generica applicazione lineare $f : V \mapsto W$ ed applicarlo per dimostrare la seguente affermazione: *Sia data l'applicazione lineare* $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^2$*; sapendo che dim(ker*$f$*)=1, provare che* f *è suriettiva.*

5. Calcolare una base del nucleo ed una base dell'immagine dell'applicazione lineare associata, nelle basi canoniche, alla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

.

6. Dire perché la matrice $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & -2 & c \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile per ogni valore di $a, b, c \in \mathbb{R}$

7. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare, siano dati i punti $A(1, 0)$ e $B(1, 2)$ e la retta $r \ : \ x + y - 1 = 0$.

(i) Scrivere un'equazione della retta per A ortogonale a r;

(ii) scrivere un'equazione della circonferenza passante per B e tangente a r in A.

8. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare, siano $P(1, 2, 1)$, $\pi : \ x - y + 2z - 1 = 0$, $r : \ (x, y, z) = (2, 3, 4) + t(1, 1, -1)$.

(i) Rappresentare il piano per P parallelo a r ed ortogonale a π.

(ii) Rappresentare la retta per P ortogonale ed incidente r