

COGNOME ..... NOME ..... MATRICOLA.....

☐ Gr. 1 Bader (A-G)☐ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

**Risolvere** gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

---

1. Dire, giustificando la risposta, se il seguente sistema lineare è compatibile o incompatibile, e calcolarne le soluzioni:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Sia  $V$  uno spazio vettoriale su  $\mathbb{R}$ . Cosa vuol dire che  $V$  è finitamente generato?

**3.** Scrivere, spiegando il metodo utilizzato, un vettore  $v$  di  $\mathbb{R}^3$  tale che  $\{ (1, -1, 0) , (2, 1, -2) , v \}$  sia base di  $\mathbb{R}^3$ .

**4.** Dato il sottospazio  $W = L((1, 1, 1, 1), (2, 2, 2, 2), (2, 1, 1, 0))$  di  $\mathbb{R}^4$ ,  
(i) calcolare una base di  $W$ ;  
(ii) dire se  $(0, 1, 1, 0) \in W$ ;  
(iii) dire se  $(0, 1, 1, 2) \in W$ .

**5.** Calcolare il determinante della seguente matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

6. Data la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ , calcolarne autovalori ed autospazi e dire, giustificando la risposta, se è diagonalizzabile.

7. Si consideri la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ . Verificare, utilizzando la definizione di autovettore, che  $(1, 2, -1)$  è autovettore di  $A$  e dire a quale autovalore è associato tale vettore.

8. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare, dimostrare che il triangolo di vertici  $A(1, 3), B(2, -1), C(5, 4)$  è rettangolo in  $A$ .

**9.** Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare, determinare la circonferenza di centro l'origine e tangente alla retta  $x - y = 3$ .

**10.** Sia fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare.

(i) Le rette  $r : (x, y, z) = t(1, 0, -1)$  e  $r' : \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{cases}$  sono parallele, incidenti o sghembe?

(ii) Determinare il piano  $\pi$  ortogonale a  $r$  e passante per  $A(1, 0, 1)$  e la distanza di  $\pi$  dall'origine.