

COGNOME NOME MATRICOLA.....

☐ Gr. 1 Bader (A-G)☐ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Senza calcolarne le soluzioni, dire perché il seguente sistema lineare deve necessariamente avere infinite soluzioni

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

2. Esistono sistemi di vettori linearmente indipendenti in R^4 contenenti 5 vettori? (Se si scriverne uno, se no dire perché)

3. Esiste una base di R^3 che contenga il sistema di vettori $\{ (0, 1, 0), (0, 2, 0) \}$? (Se si scriverne una, se no dire perché)

4. Scrivere la definizione di sistema di vettori *linearmente indipendente* dello spazio vettoriale V .

5. Scrivere la definizione di *nucleo* dell' applicazione lineare $f : V \mapsto W$.

6. Dire cosa è il rango di una matrice e calcolare quello di $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

7. Senza calcolare il polinomio caratteristico ma utilizzando solo la *definizione* di autovettore e di relativo autovalore, mostrare che $(1, -1)$ è autovettore di $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ e calcolarne il relativo autovalore.

8. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

- (1) calcolare la dimensione del nucleo e la dimensione dell'immagine dell'applicazione lineare ad essa associata nella base canonica di R^3 .
- (2) Calcolare autovalori ed autospazi.
- (3) Stabilire se è diagonalizzabile.

9. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, dati i punti $A(1, 1)$ e $B(31, -243)$

- (1) individuare il punto C tale che il triangolo ABC sia rettangolo in C ed abbia il cateto AC parallelo all'asse x ;
- (2) calcolare l'area del triangolo ABC .

10. Fissato nello spazio tridimensionale della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, la retta di equazione $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x - 3y - 1 = 0 \end{cases}$ è contenuta nel piano xy ? ☐ sì ☐ no Perché?

11. Scrivere la definizione di *rette sghembe* dello spazio tridimensionale della geometria elementare. Dire, giustificando la risposta, se due rette ortogonali possono essere sghembe.

12. Fissato nello spazio tridimensionale della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale,

- (1) rappresentare la sfera di centro $C(1, -2, 1)$ e raggio 3;
- (2) esiste un piano che intersechi la suddetta sfera in una circonferenza reale di raggio 5? (Se si scriverne uno, se no dire perché)