COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Calcolare, con il metodo di eliminazione di Gauss, le soluzioni del sistema lineare omogeneo avente come matrice dei coefficienti $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Dire (senza dimostrarlo) quale dei seguenti sottoinsiemi è sottospazio e, per quelli che lo sono, scrivere una base:
(1) $\{(1,0),(0,0),(-1,0)\}$ in $\mathbb{R}^2$;
(2) $\{(a,b,0) \mid a,b \in R\}$ in $\mathbb{R}^3$;
(3) $L(\ (1,1,2),(2,1,3),(1,0,1)\ )$ in $\mathbb{R}^3$.

3. Sia V uno spazio vettoriale e sia $v \in V$. Il sistema di vettori $\{v, 2v\}$ è linearmente dipendente? ◯ si ◯ no Perché?

4. Siano dati i sottospazi $U = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_2 - x_3 = x_1 + x_3 = 0\}$ e $W = L(\ (1,1,1), (2,1,1)\ )$ di $\mathbb{R}^3$. Calcolare una base di $U \cap W$.

5. Verificare, utilizzando la definizione, che $(1, 3, -1)$ è autovettore della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e calcolare l'autovalore relativo.

6. Sia $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$ un endomorfismo. Siano R e R' due riferimenti di V, e siano A la matrice associata a f in R, A' la matrice associata a f in R'.

(1) Dire (senza dimostrarlo) come sono legate le matrici A e A'.
(2) Dire (giustificando la risposta) se le matrici A e A' hanno lo stesso rango.

7. Senza calcolare il polinomio caratteristico, possiamo dire che 0 è autovalore della matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$? ◯ si ◯ no Perché?

8. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, il punto $(1, 0)$ appartiene alla retta $(x, y) = (3, 1)t + (4, 2)$? ◯ si ◯ no Perché?

9. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, verificare che la retta $r : \begin{cases} x + 2y + z & = & 0 \\ 2x + 3y + z - 1 & = & 0 \end{cases}$ è parallela al piano $\pi : x - y - 2z = 0$ e calcolare la distanza tra r e π.

10. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, rappresentare una qualsiasi sfera *passante* per l'origine ed avente raggio 3 (spiegare la scelta fatta).