GEOMETRIA Napoli, 16 settembre 2013

COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Si consideri il sistema lineare : $\begin{cases} \quad -y \quad -z \quad +2t = 2 \\ 3x \quad -2y \quad +z = 0 \\ -x \quad -y \quad -2z \quad +2t = -2 \end{cases}$

(i) Con il metodo di eliminazione di Gauss, calcolarne le soluzioni;
(ii) dire (giustificando la risposta) se l'insieme delle soluzioni di tale sistema è un sottospazio di $\mathbb{R}^4$.

2. Esistono sottospazi di dimensione 2 nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$? Se si, se ne scriva uno, se no si spieghi perché.

3. Sia f l'applicazione lineare definita da $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto (x + y, x - y, x - 3y) \in \mathbb{R}^3$;

(i) è vero che $(0, 0) \in ker f$? ◯ Si ◯ No Perché?

(ii) è vero che $(2, 0, 2) \in Im f$? ◯ Si ◯ No Perché?

4. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ si considerino i sottospazi $U = L(\ (2, -1, 0), (2, 0, -1)\ )$ e $W = \{\ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y - 4z = 0\ \}$. Si scrivano basi per i sottospazi $U, W, U \cap W$ e $U + W$.

5. Senza calcolare il polinomio caratteristico, dire se 0 è autovalore di $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 7 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

◯ Si ◯ No Perché?

6. Data $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(i) calcolare $B = A^T A$;
(ii) calcolare autovalori ed autospazi di B;
(iii) dire se B è diagonalizzabile e, in caso affermativo, scriverne una forma diagonale D e scrivere una matrice P tale che $D = P^{-1}BP$

7. Fissato in un piano della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si consideri la retta $r : 2x - 3y + 1 = 0$.

(i) Si rappresenti la retta s che passa per il punto $A(1, 1)$ e che è ortogonale a r

(ii) Si rappresenti la retta $\bar{s}$ che passa per il punto $B(1, 2)$ e che è parallela a r. Si determini la distanza tra r e $\bar{s}$.

8. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il punto $P(2, -3, 1)$ e la retta $r : \begin{cases} 2x + y + 2z &= 1 \\ x - 2y &= 0 \end{cases}$.

(i) Dimostrare che il punto P non appartiene alla retta r.

(ii) Rappresentare il piano π che contiene sia P che r.

(iii) Rappresentare la retta per P ortogonale al piano $\alpha : x - 3y + 2z = 2$.