GEOMETRIA Napoli, 23 Gennaio 2012

COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Risolvere il seguente sistema lineare con il metodo di eliminazione di Gauss, e dire se l'insieme delle sue soluzioni è sottospazio di $\mathbb{R}^4$

$$\begin{cases} x - 3y - z + 3t = 0 \\ 4x + y - 2z - t = 2 \\ 3x + 4y - z - 4t = 2 \end{cases}$$

2. Determinare le coordinate (componenti) del vettore $(0, 7)$ nel riferimento $\mathcal{R}=\{(2, -1), (1, 3)\}$ di $\mathbb{R}^2$.

3. Determinare una base per ciascuno dei seguenti sottospazi vettoriali e completarla ad una base dello spazio ambiente $\mathbb{R}^3$:

1) $W_1 = \{(-k, 0, k) \in \mathbb{R}^3 \mid k \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^3$;
2) $W_2 = L(\ (1, 1, 0), (0, 0, 0), (1, 2, 0), (2, 2, 0)\ ) \subseteq \mathbb{R}^3$.

4. Scrivere la definizione di *nucleo* e di *immagine* di un'applicazione lineare.

5. Scrivere la definizione di *autovalore* di un endomorfismo dello spazio vettoriale V.

6. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

- calcolare una base per il nucleo ed una base per l'immagine dell'applicazione lineare ad essa associata nella base canonica di $\mathbb{R}^3$;
- stabilire se è diagonalizzabile e, in caso affermativo, scrivere una matrice diagonale simile alla matrice data.

7. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati i punti $A(3,0)$ $B(4,1)$ e $C(0,1)$. Dopo aver dimostrato che non sono allineati, calcolare la distanza di C dalla retta congiunente A e B.

8. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati il punto $P = (1, 0, 2)$, la retta $r : (x, y, z) = (0, 1, -1) + t(1, 0, -1)$, il piano $\pi : x - 3y + 5 = 0$. Rappresentare la retta passante per P, ortogonale a r e parallela a π.

9. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, rappresentare la sfera tangente il piano $\alpha : x + y - z = 0$ nel punto $A = (1, 0, 1)$ ed avente centro sul piano yz, e determinarne centro e raggio.