COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Si dica quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi e, per quelli che lo sono, scrivere una base

(i) $U = \{(x, y, z, t) \in R^4 \mid x - y = 2z\}$ in R^4
(ii) $W = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x \geq 0\}$ in R^3
(iii) $Z = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid A = A^t\}$ nello spazio vettoriale $M_2(\mathbb{R})$ delle matrici quadrate di ordine 2 a elementi in $\mathbb{R}$ (con A^t si denota la matrice trasposta di A).

2. Sia V uno spazio vettoriale.

(i) Cosa si intende per *base* di V?
(ii) Cosa si intende per *dimensione* di V?
(iii) Se W è sottospazio di V, è possibile che $dimW < dimV$? (Se si scrivere un esempio, se no dire perché)

3. Sia V uno spazio vettoriale reale. Cosa si intende per *endomorfismo* di V?

4. Nello spazio vettoriale reale V di dimensione n sia fissato un riferimento $B = (e_1, \ldots, e_n)$, e sia f un endomorfismo di V. Cosa si intende per *matrice associata* a f nel riferimento B?

5. Sia A una matrice quadrata reale di ordine n. Cosa si intende per *autovalore* di A? Un autovalore può essere nullo? (Se si scrivere un esempio, se no dire perché)

6. Nelle notazioni del secondo punto dell'esercizio 1, sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ associato, nel riferimento canonico, alla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ Si calcolino autovalori ed autovettori di f e si stabilisca se f è diagonalizzabile.

7. Fissato nel piano un riferimento monometrico ortogonale, siano dati i punti $A(1, -1)$ e $B(2, 1)$. Dette r la retta per A parallela all'asse y e r' la retta per B ortogonale a $x - 2y + 1 = 0$, determinare il punto comune a r e r'.

8. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il punto $P(2,-3,1)$, e la retta $r : \begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$. Rappresentare la retta passante per P ortogonale ed incidente r.

9. Fissato nello spazio un riferimento monometrico ortogonale, dimostrare che le rette $r : (x, y, z) = (3, 0, 2) + t(2, 1, 0)$ e $r' : x + y + z - 2 = x - 2y - z - 1 = 0$ sono incidenti e rappresentare la sfera di raggio 3 avente centro nel punto $C = r \cap r'$.