

COGNOME NOME MATRICOLA.....

☐ Gr. 1 Bader (A-G)☐ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Si consideri il sistema lineare :
$$\begin{cases} x - y + z - t &= 1 \\ 2x - 2y - z + t &= 2 \\ -x + y + 2z - 2t &= -1 \end{cases}$$

- (i) Con il metodo di eliminazione di Gauss, calcolarne le soluzioni;
- (ii) dire (giustificando la risposta) se l'insieme delle soluzioni di tale sistema è un sottospazio di \mathbb{R}^4 .

2. Sia V uno spazio vettoriale sul campo reale. Cosa vuol dire che l'applicazione $T : V \mapsto V$ è un endomorfismo?

3. In \mathbb{R}^3 , per ciascuno dei seguenti sistemi di vettori $S_1 = \{(1, 0, -1), (-1, 0, 1), \}$, $S_2 = \{(0, 1, -1), (0, 1, 1)\}$, $S_3 = \{(0, 1, 1), (1, 1, -1), (0, 0, 2), (3, -1, 0)\}$ stabilire, giustificando le risposte,

- (i) se è linearmente dipendente o indipendente;
- (ii) se è un sistema di generatori di \mathbb{R}^3 ;
- (iii) se è una base di \mathbb{R}^3 ;
- (iv) se è possibile completarlo ad una base di \mathbb{R}^3 e, in caso affermativo, esibirne un completamento.

4. Sia h l'ultima cifra del Suo numero di matricola. Scrivere un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$ tale che $(1, h)$ appartenga al nucleo di T .

5. Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

- (i) Dire se è invertibile ed in caso affermativo calcolarne l'inversa;
- (ii) dire (giustificando la risposta e senza calcolare il polinomio caratteristico di A) se $(1, 3, -2)$ è autovettore di A ed in caso affermativo calcolarne il relativo autovalore.

6. Data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $f(x, y, z) = ((x + 2z, 4y, 4x - z))$,

- (i) determinare una base di $Ker f$ e una base di $Im f$;
- (ii) dire se f è un automorfismo, cioè un endomorfismo biiettivo;
- (iii) calcolare autovalori ed autospazi di f ;
- (iv) dire se f è diagonalizzabile e, in caso affermativo, scrivere una base di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di f .

7. Fissato in un piano della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, scrivere una retta parallela all'asse x ed una retta ortogonale alla retta $x - y + 3 = 0$. Calcolare il punto di intersezione di tali rette.

8. Cosa vuol dire che le rette r ed s sono sghembe? Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si scriva una retta che sia sghemba con l'asse x .

9. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il piano $\pi : x + 3z - 3 = 0$ ed il punto $A(-1, 0, 2)$. Si rappresentino

- (i) la retta per A ortogonale a π ;
- (ii) la sfera avente centro in A e tangente π .