COGNOME..................... NOME.................. MATRICOLA.........

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Nello spazio vettoriale V, cosa vuol dire che il sistema di vettori $S = \{v_1, v_2, \dots, v_t\}$ è linearmente indipendente?

Sapendo che S è linearmente indipendente e che $dimV = t$, possiamo dire che allora S è base di V? ◯ Si ◯ No Perché?

2. Dimostrare che $\mathcal{R} = ((-1,2) , (1,2))$ è un riferimento dello spazio vettoriale R^2, calcolare le coordinate del vettore $v = (1,0)$ in tale riferimento e scrivere la matrice di cambiamento di riferimento da $\mathcal{R}$ al riferimento canonico.

3. Data l'applicazione lineare $f : R^4 \mapsto R^3, (x, y, z, t) \mapsto (x + y, y + z, z - x)$, scrivere una base di $kerf$ (nucleo di f) e una base di Imf (immagine di f).

4. Data la matrice reale $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, calcolarne autovalori e autospazi (se esistono), dire se A è diagonalizzabile (giustificando la risposta) e, in caso affermativo, scriverne una base di autovettori.

5. Esistono matrici reali di ordine 3 che hanno un autovalore uguale a zero? ◯ Si ◯ No
(Se si scrivere un esempio, se no dire perché)

6. Calcolare, scrivendo i passaggi relativi al metodo utilizzato, l'inversa A^{-1} della matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ e verificare che $AA^{-1} = I$=matrice identica.

7. Sia fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare. Si considerino i punti $A(1, -2)$ e $B(1, 2)$.

(i) Rappresentare in forma parametrica e cartesiana la retta passante per A e B;
(ii) rappresentare la circonferenza passante per A, B e l'origine.

9. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare:

(i) rappresentare la retta r per i punti $P(1, 1, 0)$ e $Q(1, -1, 2)$;

(ii) dire, giustificando la risposta, se la retta r è parallela al piano $\pi\ :\ x+y+z-1 = 0$;

(iii) rappresentare la sfera tangente a π in P avente centro sul piano $x + z = 0$ e calcolarne centro e raggio.