COGNOME .... NOME .... MATRICOLA...........................

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Dato il sistema lineare $S : \begin{cases} x - 2y + t &= 1 \\ 2x - y - 2z &= 0 \\ 3y - 2z - 2t &= 1 \end{cases}$

(i) con il metodo di eliminazione di Gauss, calcolarne l'insieme delle soluzioni;
(ii) dire (giustificando la risposta) se l'insieme delle soluzioni è un sottospazio di $\mathbb{R}^4$.

2. Esistono sistemi di vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^3$ contenenti 4 vettori? (Se si scriverne uno, se no dire perché)

3. Dimostrare che $\mathcal{B} = (\ (1,1),(1,0)\ )$ è un riferimento di $\mathbb{R}^2$ e trovare le componenti del vettore $(3,5)$ in $\mathcal{B}$.

4. Dati gli spazi vettoriali V e W sul campo reale, scrivere la definizione di *applicazione lineare* $f : V \mapsto W$ e scrivere un esempio di applicazione *non* lineare $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$.

5. Scrivere la matrice A associata all'endomorfismo $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ tale che $f(x, y) = (x - 2y, y - 2x)$ nel riferimento $B = (\ (1, 1), (-1, 1)\ )$.

6. Dimostrare che la matrice $A = \begin{pmatrix} t & -1 \\ 1 & t \end{pmatrix}$ è invertibile per ogni $t \in \mathbb{R}$ e calcolarne l'inversa (in funzione del parametro t).

7. Verificare, utilizzando la definizione, che $(1, 0, -1)$ è autovettore della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ e calcolare l'autovalore relativo.

8. Sia f l'endomorfismo di R^3 definito da $f(x, y, z) = (x, x + 2y, z)$.

(i) Dire se f è iniettiva;
(ii) calcolare gli autovalori e scrivere una base per ciascuno degli autospazi di f;
(iii) dire se f è diagonalizzabile e perché.

9. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette $r : x - 2y + 1 = 0$ e $s : (x, y) = (1, -2)t + (3, 2)$.

(i) Le rette r e s sono parallele? ◯ si ◯ no Perché?

(ii) Le rette r e s sono ortogonali? ◯ si ◯ no Perché?

(iii) Il punto $P(4, 1)$ appartiene alla retta s ? ◯ si ◯ no Perché?

10. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati il punto $P = (1, 0, 1)$, la retta $r : \begin{cases} x - y &= 0 \\ 3y - 2z + 3 &= 0 \end{cases}$ ed il piano $\pi : 2x + y - 4z - 1 = 0$. Rappresentare

(i) il piano passante per P e parallelo a π
(ii) il piano passante per P e ortogonale a r
(iii) il piano contenente l'origine e la retta r