COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Dire, giustificando la risposta, se il seguente sistema lineare è compatibile o incompatibile, e calcolarne le soluzioni:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 5x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

2. Sia $S = \{v_1, \dots, v_t\}$ un sistema di t vettori di uno spazio vettoriale V su $\mathbb{R}$. Cosa vuol dire che S è linearmente indipendente?
Se S è linearmente indipendente, è vero che $dim(V) \geq t$? ◯ Si ◯ No Perché?

3. Dimostrare che $\mathcal{R} = ((0,0,1),(1,2,-1),(1,1,0))$ è un riferimento di $\mathbb{R}^3$ e determinare le componenti in $\mathcal{R}$ del vettore $u = (1,-1,-1)$.

4. Determinare la matrice associata all'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ tale che $f(a,b,c) = (a+c) + (b-a)x + (b+c)x^2$ nei riferimenti canonici di $\mathbb{R}^3$ e di $\mathbb{R}[x]_{\leq 2}$, rispettivamente. Determinare una base di $Ker(f)$ e una di $Im(f)$. Dire se f è iniettiva e suriettiva.

5. Studiare la diagonalizzabilità della matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Se A è diagonalizzabile, determinarne una base di autovettori.

6. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale di un piano della geometria elementare, verificare che i punti $A(1,0)$, $B(2,1)$, $C(1,-1)$ non sono allineati e determinare la circonferenza $\mathcal{C}$ passante per essi. Determinare la retta tangente a $\mathcal{C}$ in A.

7. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare, le rette $r : (x, y, z) = (-1, 0, 1) + (1, 1, 1)t$ e $s : \left\{ \begin{array}{rcl} x + z & = & -1 \\ x - y + z & = & -\frac{1}{2} \end{array} \right.$ sono parallele, incidenti o sghembe?

8. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare, si consideri il piano $\pi : x - 2y + 2z = 1$ e il punto $A(1, 1, 1)$. Calcolare la distanza di π da A e determinare il piano per A ortogonale a π e parallelo alla retta $r(x, y, z) = (0, 0, 1) + (1, -1, 0)t$.