

COGNOME..... NOME..... MATRICOLA.....

☐ Gr. 1 Bader (A-G)☐ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Cosa vuol dire che il sistema di vettori $S = \{v_1, v_2, \dots, v_t\}$ è un sistema di generatori dello spazio vettoriale V ?

Sapendo che S genera V , possiamo dire che allora $\dim V = t$? ☐ Si ☐ No Perché?

2. Dimostrare che $\mathcal{R} = ((1, 2), (1, -2))$ è un riferimento dello spazio vettoriale R^2 , calcolare le coordinate del vettore $v = (1, 0)$ in tale riferimento e scrivere la matrice di cambiamento di riferimento da \mathcal{R} al riferimento canonico.

3. Data l'applicazione lineare $f : R^4 \mapsto R^3, (x, y, z, t) \mapsto (x - y, y - z, z - x)$, scrivere una base di $\ker f$ (nucleo di f) e una base di $\operatorname{Im} f$ (immagine di f).

4. Data la matrice reale $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, calcolarne autovalori e autospazi (se esistono), dire se A è diagonalizzabile (giustificando la risposta) e, in caso affermativo, scriverne una base di autovettori.

5. Esistono matrici reali di ordine 4 che hanno un autovalore uguale a zero? ☐ Si ☐ No
(Se si scrivere un esempio, se no dire perché)

6. Calcolare, scrivendo i passaggi relativi al metodo utilizzato, l'inversa A^{-1} della matrice
 $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ e verificare che $AA^{-1} = I$ =matrice identica.

7. Sia fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare. Si considerino i punti $A(-1, 2)$ e $B(1, 2)$.

- (i) Rappresentare in forma parametrica e cartesiana la retta passante per A e B ;
- (ii) rappresentare la circonferenza passante per A, B e l'origine.

9. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare:

- (i) rappresentare la retta r per i punti $P(1, 0, 1)$ e $Q(1, 2, -1)$;
- (ii) dire, giustificando la risposta, se la retta r è parallela al piano $\pi : x + y + z - 2 = 0$;
- (iii) rappresentare la sfera tangente a π in P avente centro sul piano $x + y = 0$ e calcolarne centro e raggio.