

COGNOME..... NOME..... MATRICOLA.....

☐ Gr. 1 Bader (A-G)☐ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Utilizzando il metodo di Gauss, dire se il seguente sistema lineare è compatibile e, in caso affermativo, determinarne tutte le soluzioni:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

2. Nello spazio vettoriale V , cosa vuol dire che il sistema di vettori $\{v_1, v_2, \dots, v_t\}$ è linearmente dipendente?

3. Data una matrice A di tipo $m \times n$ su \mathbb{R} , che cosa è il rango di A ? Calcolare il rango della seguente matrice: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Esiste una funzione lineare $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che sia iniettiva? ☐ Si ☐ No (Se si darne un esempio, se no dire perché)

5. Cosa vuol dire che v è autovettore dell'endomorfismo $f : V \mapsto V$ relativo all'autovalore λ ?

6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che $f(x, y, z) = (2x, x - y, y - z)$.

- (i) Dire se f è iniettiva e suriettiva.
- (ii) Calcolare autovalori e autospazi di f .
- (iii) Dire se f è diagonalizzabile e perché.

7. Sia fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare. Rappresentare in forma parametrica e cartesiana la retta passante per $A(3, 1)$ ortogonale a $x - 2y - 1 = 0$.

8. Cosa vuol dire che le rette r ed s sono sghembe?

9. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare, rappresentare la retta passante per $(-1, 2, 0)$, parallela al piano $x + y - 1 = 0$ e ortogonale alla retta $r' : \begin{cases} x - y - z + 2 = 0 \\ x - 2z - 1 = 0 \end{cases}$.