

COGNOME ..... NOME ..... MATRICOLA.....

☐ Gr. 1 Bader (A-G)☐ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

**Risolvere** gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

---

1. Calcolare le soluzioni del seguente sistema lineare con il metodo di eliminazione di Gauss

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

2. Nello spazio vettoriale  $R^2$ , quanti vettori contiene il sottospazio  $L((0,0), (1,2))$ ? ☐ uno ☐ due ☐ infiniti Perché?

3. Scrivere la definizione di *endomorfismo* di uno spazio vettoriale  $V$ .

4. Sapendo che  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  è la matrice associata a  $f : R^2 \mapsto R^2$  nei riferimenti  $R = ( (1, 0), (-1, 1) )$  e  $R' = ( (0, 2), (1, 0) )$ , calcolare  $f(2, -5)$  e  $f(3, 4)$ .

5. Scrivere la definizione di *nucleo* dell' applicazione lineare  $f : V \mapsto W$ .

6. Cosa vuol dire che lo spazio vettoriale  $V$  ha dimensione 4 ?

7. Data la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- (1) calcolare una base per il nucleo ed una base per l'immagine dell'applicazione lineare ad essa associata nella base canonica di  $R^3$ .
- (2) Calcolare autovalori ed autospazi.
- (3) Stabilire se è diagonalizzabile.

8. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, dati i punti  $A(1, 1)$ ,  $B(3, 2)$  e  $C(4, 1)$

- (1) verificare se il triangolo  $ABC$  è rettangolo in  $B$ ;
- (2) rappresentare la circonferenza passante per  $A, B, C$ .

**9.** Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, la retta di equazione  $\begin{cases} x + 2y - z &= 0 \\ 2x - 3y + 2z - 1 &= 0 \end{cases}$  è contenuta nel piano di equazione  $x - 5y + 3z = 0$  ?  
☐ sì    ☐ no    Perché?

**10.** Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati il punto  $P = (0, 0, 1)$ , la retta  $r : \begin{cases} 2x - y - z + 3 &= 0 \\ x + 3y - 4z + 2 &= 0 \end{cases}$  ed il piano  $\pi : x + y - z - 1 = 0$ .  
 Rappresentare la retta passante per  $P$  parallela a  $\pi$  e ortogonale a  $r$ .

**11.** Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale,  
 (1) rappresentare la sfera di centro  $C(1, 1, -1)$  e raggio 5;  
 (2) scrivere un piano che intersechi la suddetta sfera in una circonferenza reale.