COGNOME .... NOME .... MATRICOLA...........................

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Dato il sistema lineare $S : \begin{cases} 2x - y + t & = & 0 \\ 6x - 3y - z & = & 0 \\ -4x + 2y + z + t & = & 0 \end{cases}$

(i) con il metodo di eliminazione di Gauss, calcolarne le soluzioni;
(ii) dire (giustificando la risposta) se l'insieme delle soluzioni è un sottospazio di $\mathbb{R}^4$ e, in caso affermativo, scriverne una base.

2. Sia V uno spazio vettoriale e siano $v, w \in V$. Il sistema di vettori $\{v, w, v + w\}$ è linearmente dipendente? ◯ si ◯ no Perché?

3. Quanti vettori contiene $L(\ (0,0,0),(1,1,1)\ )$? ◯ due ◯ tre ◯ infiniti Perché?

4. Scrivere la definizione di *nucleo* dell'applicazione lineare $f : V \mapsto W$ e dimostrare che è un sottospazio vettoriale di V.

5. Dire per quali valori del parametro reale t la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & t \end{pmatrix}$ è invertibile.

6. Se 0 è autovalore della matrice A, possiamo dire che $detA = 0$? ◯ si ◯ no Perché?

7. Il polinomio $x^2 - 1$ puo' essere polinomio caratteristico di un endomorfismo di $\mathbb{R}^3$? (Se si scriverne uno, se no dire perché)

8. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(i) calcolare autovalori ed autospazi di A;
(ii) dire, giustificando la risposta, se A è diagonalizzabile e, in caso affermativo, scrivere una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di A.

9. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, dire se l'equazione $x^2+y^2+2x+4y-4=0$ rappresenta una circonferenza reale e in caso affermativo trovarne centro e raggio.

10. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, è vero che la retta $r:\begin{cases} x+y-2z &= 0 \\ 2x-3y+z-1 &= 0 \end{cases}$ è contenuta nel piano $x-4y+3z=0$? ○ si ○ no Perché?

11. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati il punto $P=(0,0,1)$, la retta $r:\begin{cases} 2x-y+z+3 &= 0 \\ x+3y+4z+2 &= 0 \end{cases}$ ed il piano $\pi: x+y+z-1=0$. Rappresentare il piano passante per P, parallelo a r e ortogonale a π