GEOMETRIA Napoli, 16 febbraio 2012

COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Calcolare il rango delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Scrivere la definizione di sistema di vettori *linearmente indipendente*.

3. Cosa vuol dire che lo spazio vettoriale V è *finitamente generabile*?

4. Sia $W = L(\ (1,2,-3), (-2,3,-1), (0,0,0), (1,-1,0)\ )$.

(1) Calcolare la dimensione e scrivere una base di W.
(2) Scrivere una equazione cartesiana di W.
(3) Dire se esistono valori di $a \in R$ tali che $(a, 2, 3) \in W$.

5. Dire, giustificando la risposta, se l'affermazione
"Sia $f : M_2(R) \mapsto R^3$, $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto (b-d, a, c)$, allora $(0,1,0,1) \in ker f$"
è ◯ Giusta ◯ Sbagliata   Perché?

6. Cosa vuol dire che l'applicazione $f : V \mapsto W$ è *lineare*? Scrivere (senza dimostrarne la linearità) una applicazione lineare $g : R^2 \mapsto R^2$.

7. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(1) calcolare una base per il nucleo ed una base per l'immagine dell'applicazione lineare ad essa associata nella base canonica di $\mathbb{R}^3$.
(2) Calcolare autovalori ed autospazi.
(3) Stabilire se è diagonalizzabile.

8. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati i punti $A(0,1)$, $B(2,-1)$ e $C(1,0)$. Dopo aver dimostrato che sono allineati, rappresentare la retta contenente A , B e C.

9. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati il punto $P = (1,2,3)$, la retta $r : \begin{cases} x + 2y - z + 2 &= 0 \\ 2x + 3y - 2z + 3 &= 0 \end{cases}$ ed il piano $\pi : 2x + y = 0$. Rappresentare

(1) il piano passante per P e parallelo a π
(2) il piano passante per P e ortogonale a r
(3) il piano contenente l'origine e la retta r

10. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, rappresentare la sfera avente centro in $(1,1,-2)$ e tangente il piano di equazione $x + y + z - 4 = 0$.