COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Si scriva un sistema lineare in 3 incognite su $\mathbb{R}$ che ammetta infinite soluzioni, tra cui il vettore $(1, 2, 3)$.

2. Dire (senza dimostrarlo) quale dei seguenti sottoinsiemi è sottospazio e, per quelli che lo sono, scrivere una base:
(1) $\{(a, -2a + 1) \mid a \in \mathbb{R}\}$;
(2) $\{(a, \sqrt{2}a, b - a) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$;
(3) $L(\ (1, 0, 2), (2, 0, -3), (0, 0, 0)\ )$.

3. Scrivere la definizione di sistema di vettori *linearmente indipendente*.

4. Scrivere la definizione di *endomorfismo* di uno spazio vettoriale V sul campo reale.

5. Calcolare una base e scrivere una rappresentazione cartesiana del sottospazio $U = L\{(1,2,1,4), (3,0,3,6),(0,2,0,2)\}$ nel riferimento canonico di $\mathbb{R}^4$ (ossia, un sistema lineare omogeneo il cui insieme delle soluzioni sia U).

6. È vero che $\{(0,0),(-1,1),(1,-1)\}$ è un sottospazio di $\mathbb{R}^2$ di dimensione uno? ◯ si ◯ no
Perché?

7. Scrivere la definizione di *autovalore* di un endomorfismo $f : \mathbb{R}^4 \mapsto \mathbb{R}^4$.

8. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

(i) calcolare una base per il nucleo ed una base per l'immagine dell'applicazione lineare ad essa associata nel riferimento canonico di $\mathbb{R}^3$.
(ii) Calcolare autovalori ed autospazi di A.
(iii) Stabilire se A è diagonalizzabile.

9. Sia $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ l'unico endomorfismo di $\mathbb{R}^2$ per il quale $f(1,0) = (0,0)$ e $f(1,1) = (2,2)$. Senza calcolare f e senza calcolare il polinomio caratteristico, dire perché f è diagonalizzabile.

10. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, rappresentare la retta r per $A(1,-2)$ ortogonale alla retta congiungente A con l'origine e scrivere una (qualsiasi) delle due rette a distanza 1 da r.

11. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano date le rette r : $\begin{cases} x-y &= 0 \\ 3y-2z &= 3 \end{cases}$ e s : $(x,y,z) = (2,2,1) + t(1,1,1)$. Dimostrare che r e s sono complanari e rappresentare il piano che le contiene.