COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Per ciascuno dei seguenti sottoinsiemi, dire (senza dimostrarlo) se è un sottospazio e, in caso affermativo, calcolarne una base:
$S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 1\}$
$S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x\}$
$S_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$
$S_4 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y - 3t = 0\}$

2. Sia $S = \{v_1, \dots, v_t\}$ un sistema di vettori dello spazio vettoriale V.
(i) Cosa vuol dire che S è un sistema di vettori *linearmente indipendenti*?

(ii) Cosa vuol dire che S è un *sistema di generatori* di V?

3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$, esistono sottospazi di dimensione 2? (se si scrivere un esempio, se no dire perché).

4. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$, esistono sottospazi di dimensione 3? (se si scrivere un esempio, se no dire perché).

5. Data la matrice $A_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & 0 & t & 1 \\ 1 & 2 & t^2 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, calcolarne il determinante e dire per quali valori del parametro reale t essa risulta invertibile

6. Cosa vuol dire che f è un *endomorfismo* dello spazio vettoriale V? Esiste un endomorfismo f di $\mathbb{R}^3$ tale che $f(1,0,0) = (2,0,1)$ e $f(-1,0,0) = (2,1,-1)$? (se si scrivere un esempio, se no dire perché).

7. Siano $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Posto $A = 2B - C^T$ dove C^T indica la trasposta di C ,

(i) calcolare autovalori ed autospazi di A;

(ii) dire, giustificando la risposta, se A è diagonalizzabile e, in caso affermativo, scrivere una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di A.

8. Fissato nel piano della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino i punti $A(1, 2)$ e $B(-2, 4)$. Determinare un punto C tale che il triangolo ABC sia rettangolo nel vertice B.

9. Fissato nel piano della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette (parallele) $r : (x, y) = t(1, -2)+(1, 0)$ e $s : 2x+y+3 = 0$.

(i) calcolare la distanza tra r e s;
(ii) determinare una circonferenza che sia tangente sia a r sia a s.

10. Fissato nello spazio della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino la retta $r : \begin{cases} x + 2y - z &= 1 \\ x - y + 2z &= 2 \end{cases}$ ed il piano $\pi : x - z = 0$.

(i) si dimostri che r ed π sono incidenti calcolando le coordinate del punto P di intersezione di r e π;
(ii) si rappresenti il piano α per P ortogonale a π e parallelo a r.