COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Esiste un sistema lineare di 3 equazioni in 3 incognite compatibile che abbia infinite soluzioni? Se sì, se ne scriva un esempio; se no, si dica perché.

2. Sia V uno spazio vettoriale sul campo reale e sia W un suo sottoinsieme. Cosa vuol dire che W è un sottospazio vettoriale di V? Esibire (cioè, scriverne un esempio) un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ che abbia dimensione 2.

3. Dire per quali valori del parametro reale t il sistema di vettori $\{(t,1,1),(1,-t,2t),(2t,0,3)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$.

4. Calcolare una base del nucleo ed una base dell'immagine di ciascuna delle seguenti applicazioni lineari:

(i) $f:\mathbb{R}_2[x]\mapsto\mathbb{R}^2$ tale che $f(ax^2+bx+c)=(a-b,c-2a)$;

(ii) $g:\mathbb{R}^4\mapsto\mathbb{R}^3$ tale che $g(x,y,z,t)=(x+2y,z-y,x+y+z)$.

5. Dire se la matrice $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ è invertibile e in caso affermativo calcolarne l'inversa

6. Data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $f(x, y, z) = (x, 4y, x + 4z)$,

(i) calcolare autovalori ed autospazi di f;

(ii) dire, giustificando la risposta, se f è diagonalizzabile e, in caso affermativo, scrivere una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di f.

7. Fissato in un piano della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, dimostrare che le rette $r : (x, y) = t(1, -3) + (-1, 3)$ e $s : 3x + y - 4 = 0$ sono parallele e calcolarne la distanza.

8. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il piano $\pi : x + 2z - 3 = 0$ ed il suo punto $A(-1, 5, 2)$. Rappresentare le due sfere di raggio 4 tangenti π in A.

9. Fissato nello spazio della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il piano $\pi : x+3y-z-3 = 0$, la retta $r : \begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ 3x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$ e il punto $A(-1, 1, 0)$. Si rappresentino

(i) la retta per A parallela a r;

(ii) il piano per A parallelo a r e ortogonale a π.