COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Calcolare il rango delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \ , \ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \end{pmatrix} \ , \ C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Scrivere la definizione di sistema di vettori *linearmente dipendente*.

3. Cosa vuol dire che lo spazio vettoriale V ha *dimensione* 3 ?

4. Sia $W = L(\ (1,-2,1),(0,0,0),(3,-2,-1),(1,-1,0)\ )$.

(1) Calcolare la dimensione e scrivere una base di W.
(2) Scrivere una equazione cartesiana di W.
(3) Dire se esistono valori di $a \in R$ tali che $(-1,a,3) \in W$.

5. Dire, giustificando la risposta, se l'affermazione
"Sia $f : M_2(R) \mapsto R^3$, $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto (a-3c, b-d, 0)$, allora $(3,1,1,1) \in ker f$"
è ◯ Giusta ◯ Sbagliata   Perché?

6. Cosa vuol dire che l'applicazione $f : V \mapsto V$ è un *endomorfismo*? Scrivere (senza giustificare la scelta) un endomorfismo $g : R^3 \mapsto R^3$.

7. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(1) calcolare una base per il nucleo ed una base per l'immagine dell'applicazione lineare ad essa associata nella base canonica di $\mathbb{R}^3$.
(2) Calcolare autovalori ed autospazi.
(3) Stabilire se è diagonalizzabile.

8. Fissato nel piano un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati i punti $A(0,-1)$, $B(-2,1)$ e $C(-1,0)$. Dopo aver dimostrato che sono allineati, rappresentare la retta contenente A , B e C sia in forma cartesiana che in forma parametrica.

9. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, siano dati il punto $P = (1, -1, 0)$, la retta $r : \begin{cases} x + 2y + z & = & 0 \\ 2x + y + 2z + 5 & = & 0 \end{cases}$ ed il piano $\pi : 2x - 4y = 0$. Rappresentare

(1) il piano passante per P e parallelo a π
(2) il piano passante per P e ortogonale a r
(3) il piano contenente l'origine e la retta r

10. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, rappresentare la sfera avente centro in $(1, 1, -2)$ e tangente il piano di equazione $x + y - z = 0$.