

COGNOME NOME MATRICOLA.....

☐ Gr. 1 Bader (A-G)

☐ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.

NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Esiste un sistema lineare di 3 equazioni in 3 incognite incompatibile, cioè che non abbia soluzioni? Se sì, se ne scriva un esempio; se no, si dica perché.

2. Sia $S = \{v_1, \dots, v_t\}$ un insieme di vettori di uno spazio vettoriale sul campo reale. Cosa vuol dire che S è linearmente dipendente? Esibire (cioè, scriverne un esempio) un sistema di tre vettori di \mathbb{R}^3 che sia linearmente dipendente.

3. Dire per quali valori del parametro reale t il sistema di vettori $\{(t, -1, -1), (1, -2t, t), (2t, 0, -3)\}$ è una base di \mathbb{R}^3 .

4. Calcolare una base del nucleo ed una base dell'immagine di ciascuna delle seguenti applicazioni lineari:

- (i) $f : \mathbb{R}_2[x] \mapsto \mathbb{R}^2$ tale che $f(ax^2 + bx + c) = (a - c, b - 2a)$;
- (ii) $g : \mathbb{R}^4 \mapsto \mathbb{R}^3$ tale che $g(x, y, z, t) = (x + 3y, z - 2y, x + y + z)$.

5. Dire se la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ è invertibile e in caso affermativo calcolarne l'inversa

6. Data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $f(x, y, z) = (x, 3y, x + 3z)$,
- (i) calcolare autovalori ed autospazi di f ;
 - (ii) dire, giustificando la risposta, se f è diagonalizzabile e, in caso affermativo, scrivere una base di \mathbb{R}^3 formata da autovettori di f .

7. Fissato in un piano della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, dimostrare che le rette $r : (x, y) = t(-3, 1) + (3, -1)$ e $s : x + 3y - 4 = 0$ sono parallele e calcolarne la distanza.

8. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il piano $\pi : x + 2y - 3 = 0$ ed il suo punto $A(-1, 2, 5)$. Rappresentare le due sfere di raggio 4 tangenti π in A .

9. Fissato nello spazio della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il piano $\pi : x - y + 3z - 3 = 0$, la retta $r : \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 1 \end{cases}$ e il punto $A(-1, 0, 1)$. Si rappresentino

- (i) la retta per A parallela a r ;
- (ii) il piano per A parallelo a r e ortogonale a π .