8. Fissato nel piano della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si consideri la circonferenza Γ di centro $C(-1,2)$ e raggio $\sqrt{5}$.

(i) determinare la posizione rispetto a Γ della retta passante per i punti $A(-2,2)$ e $B(1,-1)$;
(ii) rappresentare la retta tangente a Γ nell'origine.

$\Gamma: \ (x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$

(i) La retta cercata è $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \end{cases} \iff r: x+y=0$

Calcolo la distanza di r dal centro della circonferenza:

$d(r,C) = \dfrac{|-1+2|}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} < \sqrt{5} \Rightarrow$ la retta r incontra la circonferenza in due punti perché è secante

(ii) $OC(-1,2)$, perciò un vettore direzionale della retta tangente cercata è $v(2,1)$ e la retta è $s: \begin{cases} x = 2t' \\ y = t' \end{cases} \iff s: x-2y=0$

9. Fissato nello spazio della geometria elementare un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino la retta $r: \begin{cases} x+y-2z = 0 \\ 3x-y-2z = 2 \end{cases}$ ed i punti $A(2,0,1)$, $B(1,-1,0)$.

(i) Rappresentare la retta s per A e B;
(ii) verificare che r e s sono complanari e rappresentare il piano per esse;
(iii) calcolare la distanza tra r e s .

(i) $s: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 0 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ perché $s \parallel BA(1,1,1)$

(ii) s e r sono parallele perché le componenti del vettore BA, che è un vettore direzionale di s, costituiscono una soluzione del sistema lineare omogeneo associato a quello che rappresenta r.

Il piano cercato è $\pi: x+y-2z=0$ perché: $A, B \in \pi$, $r \subseteq \pi$

(iii) $d(r,s) = d(r,A)$ perché le rette sono parallele.

Determino il piano α passante per A e ortogonale a r:

$\alpha: x+y+z-3=0$

Determino il punto di intersezione P tra α e r: $P: \begin{cases} x+y-2z=0 \\ 3x-y-2z=2 \\ x+y+z=3 \end{cases}$

Applicando il metodo di Gauss trovo $P(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 1)$.

Allora: $d(r,s) = d(r,A) = d(P,A) = \|PA\|$

$\|PA\| = \|(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0)\| = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$