COGNOME..................... NOME................. MATRICOLA.........

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (F-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Utilizzando il metodo di Gauss, dire se il seguente sistema lineare è compatibile e, in caso affermativo, determinarne tutte le soluzioni:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -2 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_3 + x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -3 \end{cases}$$

2. Nello spazio vettoriale V, cosa vuol dire che il sistema di vettori $\{v_1, v_2, \ldots, v_t\}$ è linearmente indipendente?

3. Dire quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^4$ sono sottospazi, calcolare la dimensione e scrivere una base per quelli che lo sono:

$S_1 = \{ \ (a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid a - b = c - d \ \}$, $S_2 = \{ \ (a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid a = -1 \ \}$, $S_3 = L(\ (0, 0, 0, 0), (1, 1, -1, 1) \ )$.

4. È vero che il vettore (2,4,6) è autovettore della matrice $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, relativo all'autovalore -2? ◯ Si ◯ No Perché?

5. È vero che un automorfismo (cioè, un endomorfismo biettivo) non può avere 0 come autovalore? ◯ Si ◯ No Perché?

6. Per ciascuna delle seguenti matrici calcolare autovalori e autospazi, dire se è diagonalizzabile e, in caso affermativo, scriverne una base di autovettori: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

7. Sia fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare. Si considerino i punti $A(-1,2)$, $B(2,-1)$ e $C(-2,-1)$.

(i) Rappresentare in forma parametrica e cartesiana la retta passante per A e B;
(ii) dimostrare che i punti A, B, C non sono allineati;
(iii) rappresentare la circonferenza passante per A, B e C.

9. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare:

(i) rappresentare in forma parametrica e cartesiana il piano passante per i punti $P(1,-1,0)$, $Q(-1,-1,2)$, $R(2,0,-2)$;

(ii) rappresentare la retta per $(1,1,2)$ incidente e ortogonale alla retta $(x,y,z) = t(1,2,-1)$;

(iii) dimostrare che l'equazione $x^2 - y^2 + z^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ rappresenta una sfera e calcolarne centro e raggio.