GEOMETRIA Napoli, 14 settembre 2010

COGNOME .... NOME .... MATRICOLA............

◯ Gr. 1 Bader (A-G) ◯ Gr. 2 Cioffi (H-Z)

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali.
NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Dire, giustificando la risposta utilizzando il metodo di riduzione di Gauss della matrice associata, se il seguente sistema lineare è compatibile o incompatibile : $\begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$

2. Dare la definizione di *rango* di una matrice reale. Qual è il rango di una matrice nulla?

3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si considerino i sottoinsiemi $S = \{(1,0,1,1),(0,1,1,1),(2,-1,1,1)\}$ e $T = \{(2,3,1,0),(1,2,0,1),(1,1,1,0)\}$.

(i) Dire se S si può completare in una base di $\mathbb{R}^4$ e perché.

(ii) Calcolare la dimensione e scrivere una base del sottospazio $W = L(S)$ generato da S.

(iii) Calcolare la dimensione e scrivere una base del sottospazio $H = L(T)$ generato da T.

4. Dare la definizione di applicazione lineare. Esiste un'applicazione lineare f di $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^3$ tale che $f(1,1,0) = (0,0,0)$, $f(0,1,2) = (1,0,1)$ e $f(1,2,2) = (-1,0,0)$? ◯ Si ◯ No Perché? (Suggerimento : si osservi che i vettori $(1,1,0),(0,1,2),(1,2,2)$ sono linearmente dipendenti ....)

5. Calcolare una base del nucleo ed una base dell'immagine dell'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ tale che $f((x, y, z, t)) = (x + y + t, z - t, x + y + z)$.

6. Dopo aver spiegato perché la seguente matrice è diagonalizzabile, trovarne una base di autovettori: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

7. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale del piano della geometria elementare, siano dati i punti $A(1, -1)$ e $B(2, 0)$.

(i) Determinare un punto C tale che il segmento AB sia ortogonale al segmento BC;
(ii) scrivere una rappresentazione della retta per A e B;
(iii) scrivere un'equazione della circonferenza per A e B, con centro sulla retta $x = 0$.

8. Fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale dello spazio della geometria elementare, si considerino $P(1, 1, 0)$ e $\pi : \; x + 2y - z + 2 = 0$.

(i) Rappresentare il piano per P parallelo a π;
(ii) rappresentare due (diversi) piani per P ortogonali a π.